

УДК: 519.6

## Модифицированная модель влияния концентрации напряжений вблизи разорванного волокна на прочность высокопрочных композитов при растяжении (MLLS-6)

П. В. Михеев<sup>1,а</sup>, Г. Л. Горынин<sup>2</sup>, Л. Р. Борисова<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> ООО «Аквифер», Россия, 144000, Московская область, г. Электросталь, ул. Спортивная, д. 24

<sup>2</sup> Сургутский государственный университет,  
Россия, 628403, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, г. Сургут, пр. Ленина, д. 1

<sup>3</sup> Финансовый университет при Правительстве РФ, Россия, 125993, Ленинградский просп., д. 49

<sup>4</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет),  
Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9

E-mail: <sup>а</sup> mipv@yandex.ru

*Получено 04.12.2019, после доработки — 07.03.2020.*

*Принято к публикации 30.03.2020.*

В статье предложена модель для оценки потенциальной прочности композиционного материала на основе современных волокон, разрушающихся хрупко.

Моделируются материалы, состоящие из параллельных цилиндрических волокон, которые квазистатически растягиваются в одном направлении. Предполагается, что в выборке не меньше 100 штук, что соответствует практически значимым случаям. Известно, что волокна имеют разброс предельной деформации в выборке и разрушаются не одновременно. Обычно разброс их свойств описывается распределением Вейбулла–Гнеденко. Для моделирования прочности композита используется модель накопления разрывов волокон. Предполагается, что волокна, объединенные матрицей, дробятся до удвоенной неэффективной длины — состояния, на котором возрастают напряжения от торца разорванного волокна до среднего. Однако такая модель сильно завышает прогноз прочности композитов с хрупкими волокнами. Например, так разрушаются углеродные и стеклянные волокна.

В ряде случаев ранее делались попытки учесть концентрацию напряжений около разорванного волокна (модель Хеджестета, модель Ермоленко, сдвиговой анализ), однако такие модели требовали или очень много исходных данных или не совпадали с экспериментом. Кроме того, такие модели идеализировали упаковку волокон в композите до регулярной гексагональной упаковки.

В модели объединены подход сдвигового анализа к распределению напряжений около разрушенного волокна и статистический подход прочности волокон на основе распределения Вейбулла–Гнеденко, при этом введен ряд предположений, упрощающих расчет без потери точности.

Предполагается, что перенапряжение на соседнем волокне увеличивает вероятность его разрушения в соответствии с распределением Вейбулла и число таких волокон с повышенной вероятностью разрушения прямо связано с числом уже разрушенных до этого. Все исходные данные могут быть получены из простых экспериментов. Показано, что учет перераспределения только на ближайшие волокна дает точный прогноз.

Это позволило провести полный расчет прочности композита. Экспериментальные данные, полученные нами на углеродных волокнах, стеклянных волокнах и модельных композитах на их основе, качественно подтверждают выводы модели.

Ключевые слова: углеродные волокна, модуль упругости, деформация при растяжении, скорость звука

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-47-860015/19.

UDC: 519.6

## A modified model of the effect of stress concentration near a broken fiber on the tensile strength of high-strength composites (MLLS-6)

P. V. Mikheyev<sup>1,a</sup>, G. L. Gorynin<sup>2</sup>, L. R. Borisova<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>“Aquifer” LLC, 24 Sportivnaya st., Electrostal, Moscow region, 144000, Russia

<sup>2</sup>Surgut state University, 1 Lenin ave., Surgut, Khanti-Mansiysky Autonomous region–Ugra, 628403, Russia

<sup>3</sup>Financial University under the Government of RF, 49 Leningradsky ave., Moscow, 125993, Russia

<sup>4</sup>Moscow Institute of physics and technology,  
9 Institutsky lane, Dolgoprudny, Moscow region, 141700, Russia

E-mail: <sup>a</sup> mipv@yandex.ru

*Received 04.12.2019, after completion — 07.03.2020.*

*Accepted for publication 30.03.2020.*

The article proposes a model for assessing the potential strength of a composite material based on modern fibers with brittle fracture.

Materials consisting of parallel cylindrical fibers that are quasi-statically stretched in one direction are simulated. It is assumed that the sample is not less than 100 pieces, which corresponds to almost significant cases. It is known that the fibers have a distribution of ultimate deformation in the sample and are not destroyed at the same moment. Usually the distribution of their properties is described by the Weibull–Gnedenko statistical distribution. To simulate the strength of the composite, a model of fiber breaks accumulation is used. It is assumed that the fibers united by the polymer matrix are crushed to twice the inefficient length — the distance at which the stresses increase from the end of the broken fiber to the middle one. However, this model greatly overestimates the strength of composites with brittle fibers. For example, carbon and glass fibers are destroyed in this way.

In some cases, earlier attempts were made to take into account the stress concentration near the broken fiber (Hedgepest model, Ermolenko model, shear analysis), but such models either required a lot of initial data or did not coincide with the experiment. In addition, such models idealize the packing of fibers in the composite to the regular hexagonal packing.

The model combines the shear analysis approach to stress distribution near the destroyed fiber and the statistical approach of fiber strength based on the Weibull–Gnedenko distribution, while introducing a number of assumptions that simplify the calculation without loss of accuracy.

It is assumed that the stress concentration on the adjacent fiber increases the probability of its destruction in accordance with the Weibull distribution, and the number of such fibers with an increased probability of destruction is directly related to the number already destroyed before. All initial data can be obtained from simple experiments. It is shown that accounting for redistribution only for the nearest fibers gives an accurate forecast

This allowed a complete calculation of the strength of the composite. The experimental data we obtained on carbon fibers, glass fibers and model composites based on them (CFRP, GFRP), confirm some of the conclusions of the model.

Keywords: carbon fibers, modulus of elasticity, tensile deformation, speed of sound

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 3, pp. 559–573 (Russian).

The work was supported by the RFBR in the framework of the scientific project No. 18-47-860015/2019.

## 1. Введение

В последнее время резко возросло производство высокопрочных волокон и композиционных материалов на их основе. Расширяется область их применения, и такие материалы находят применение в новых отраслях. К традиционному аэрокосмическому применению композитов добавились ветроэнергетика и строительство. Разрабатываются новые волокна, в том числе имеющие наноразмеры, и не всегда свойства материалов можно предсказать на основе обычных стандартов, поэтому исследование микромеханизмов деформирования и разрушения композитов очень важно [Михайлин, 2013].

В рамках данной работы мы исследуем волокнистые материалы из параллельных высокопрочных и высокомодульных волокон, объединенных полимерной матрицей. В таких композиционных материалах, в отличие от керамических или металлических композитов, механические свойства волокон и матрицы отличаются очень сильно, и для реализации свойств необходимо обеспечить совместную работу. Предел прочности волокон лежит в диапазоне от 2 до 7 ГПа, модуль упругости — от 70 до 500 ГПа, предельная деформация — от 1 до 5 %, большинство высокопрочных волокон деформируются практически линейно до разрушения. Предел прочности матрицы, объединяющей волокна вместе, лежит в диапазоне от 20 до 90 МПа, модуль упругости — от 1 до 5 ГПа, диаграмма деформирования имеет обычно пластический участок после 3–5 %.

Для практического применения важны материалы с разнонаправленными слоями или плетеные. Они изготавливаются выкладкой из препрега, инфузией или намоткой, но даже в этом случае значительную роль в жесткости и прочности играет слой с направлением  $0^\circ$ , поэтому прогноз прочности такого слоя очень важен [Мэттьюз, Роллингс, 2004; Gorynin et al., 2017].

Для прогноза свойств однонаправленных волокнистых композитов используется несколько альтернативных подходов; например, расчеты проводятся по правилу смеси без учета статистических свойств, когда механические свойства волокон и матрицы усредняются. Возможен вариант расчета, когда свойства матрицы вовсе не учитывают в силу гигантской разницы в значениях свойств. Возможен случай, когда композит считается анизотропным твердым телом [Vasiliev, Morozov, 2013].

Однако такой подход недостаточен, и возникли модели, описывающие слоистую или волокнистую структуру материалов. Слоистые модели важны, так как большинство реальных материалов формируется из слоев. Кроме того, слоистые модели часто дают хороший качественный прогноз. В частности, можно аналитически рассчитать поле напряжений в слоистой структуре, но большинство слоев имеют в себе до 20 диаметров волокон, и в этом случае предельные свойства определяются волокнами и необходимо знать микромеханизм разрушения. Кроме того, большинство современных высокопрочных волокон производится в виде комплексных нитей, а не отдельных филаментов [Daniels, 1945].

Достаточно давно для описания прочности композитов стали использовать концепцию накопления разрывов волокон и концепцию неэффективной длины — такой, на которой напряжения передаются от места разрыва соседним волокнам. Это вычисления на основе модели Розена (упругие расчеты) [Argon, 1978] или расчеты на основе модели Келли (расчеты для случая пластичности) [Kelly, Tyson, 1965]:

$$\delta = R \frac{E_f}{\tau} \varepsilon. \quad (1)$$

Здесь  $R$  — радиус волокна,  $E_f$  — модуль упругости волокна,  $\varepsilon$  — предельная деформация,  $\tau$  — предел текучести матрицы.

Статистические свойства волокон из пучков описываются на основе модели Дэниельса и распределения Вейбулла–Гнеденко [Орлов, 2014]. Эта модель предполагает, что волокно является цепочкой, вероятность разрыва которой зависит от длины волокна и от параметра де-

фактности  $m$ . Вероятность разрушения волокон  $f(x)$  описывается формулой

$$f(x) = 1 - \exp\left(-L\left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right). \quad (2)$$

Здесь  $L$  — длина волокна,  $x$  — деформация,  $x_0$  и  $m$  — параметры распределения Вейбулла.

В таком случае нагрузка  $P(x)$ , которую несет пучок волокон, описывается выражением

$$P(x) = E_f \varepsilon \left[ \exp\left(-L\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^m\right) \right]. \quad (3)$$

Здесь  $L$  — длина пучка,  $E_f$  — модуль упругости волокна,  $\varepsilon$  — деформация,  $m$  и  $\varepsilon_0$  — параметры распределения прочности волокон.

Вне зависимости от вида распределения выражение для нагрузки будет выглядеть как

$$P(x) = E \cdot x \cdot (1 - f(x)). \quad (4)$$

Здесь  $E_f$  — модуль упругости волокна,  $f(x)$  — вероятность разрушения в диапазоне деформации от 0 до  $x$ .

В случае распределения (3) максимальная прочность пучка будет описываться выражением (5), средняя прочность описывается выражением (6) [Nemez, Strelyaev]:

$$P_m(x) = E \varepsilon_0 \left(\frac{1}{mL}\right)^{1/m} \exp\left(-\frac{1}{m}\right). \quad (5)$$

Здесь  $E_f$  — модуль упругости волокна,  $R$  — радиус волокна,  $E_f$  — модуль упругости волокна,  $m$  и  $\varepsilon_0$  — параметры распределения прочности волокон.

$$Kf(m) = \frac{(2.71m)^{-1/m}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)}, \quad (6)$$

где  $K$  — соотношение прочности пучка к средней прочности волокон,  $m$  — параметр распределения прочности волокон.

Формула (6) позволяет связать прочность пучка волокон и среднюю прочность волокон в распределении Вейбулла.

Эти модели объединены предположением, что прочность композита совпадает с прочностью пучка армирующих волокон на удвоенной неэффективной длине (рис. 1).

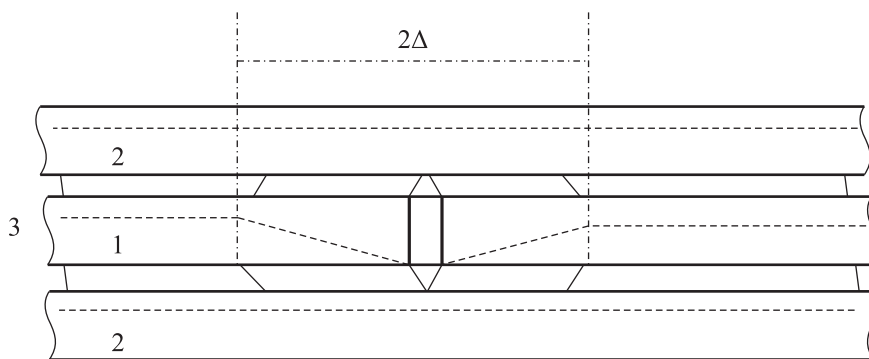


Рис. 1. Схема неэффективной длины: 1 — разорванное волокно, 2 — соседние волокна, 3 — распределение деформаций в матрице,  $\Delta$  — неэффективная длина

В разных моделях по-разному решается вопрос расчета неэффективной длины и учета перераспределения напряжений в районе разорванного волокна или группы волокон. Отдельный вопрос — это прогноз, то есть экспериментальное определение неэффективной длины и определение параметров распределения Вейбулла для армирующих волокон.

Ряд моделей предполагает, что после разрыва волокна напряжения равномерно распределяются на все остальные волокна, такие модели называются GLS. Эти модели учитывают вероятность множественных обрывов и развиваются до концепции Critical number of breaks (CNB) или критического дефекта и рассчитываются методом Монте-Карло. В разных моделях по-разному трактуется размер критического дефекта (CNB), модели GLS дают только завышенную границу прочности. В случае использования концепции CNB такие модели близко подходят к макромоделям трещины в анизотропном твердом теле [Vanegas-Jaramillo et al., 2018].

Точный расчет поля напряжений в волокнистом композите сложен, так как требует знания упругих параметров волокна и матрицы. Хотя такие попытки и делались, но широкое развитие получили модели сдвигового анализа (SLA), которые предполагают, что растягивающие нагрузки несут только волокна, а сдвиговые — только матрица, и такой подход пренебрегает коэффициентами Пуассона тех и другой. Модель была предложена Хеджепестом [Hedgepeth, 1961]. В рамках этой модели и ее развития были предложены различные версии расчета полей сдвига [Argon, 1978; Smith et al., 1983; McClintock, 1969; Копьев, Овчинский, 1974]. Эти модели получили название «LLS».

В середине 90-х годов модели LLS стали учитывать статистику разрушения [Smith et al., 1983].

Отдельно развивались методики определения неэффективной длины путем изучения одного волокна в композите [Curtin, 2000] и методика определения свойств матрицы при вытаскивании отдельных волокон [Копьев и др., 1976]. При этом опыт на одиночном волокне в принципе не может учесть взаимодействие соседних волокон. На рис. 2 представлено расположение соседних волокон в расчетных моделях.

Обзор современного состояния моделей приведен в статье Мишнаевского [Mishnaevsky, Brondsted, 2009].

Из данного обзора следует, что большинство статей относятся к связующим и волокнам, разработанным до 2000 года; модели, основанные на математическом моделировании и методах Монте-Карло, требуют большего количества исходных данных, а результат слабо привязан к эксперименту. Работы советских и российских авторов полностью выпали из данного обзора.

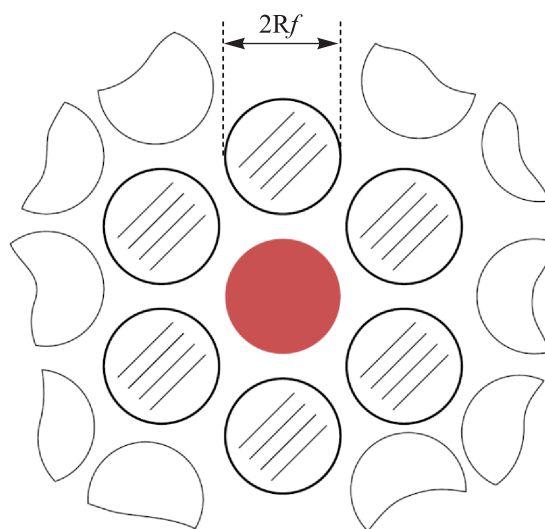


Рис. 2. Расположение соседних волокон в расчетных моделях. Учитываем, что нагрузка от разорванного передается только ближайшим шести соседним волокнам

В модели Смита [Swolfs et al., 2013] на основе статистики и предположения о напряжении на ближайших волокнах рассчитывается размер кластера волокон, при котором его рост становится необратимым. На наш взгляд, такой подход не учитывает как сдвиговые деформации в самом кластере, так и перераспределение напряжений дальше ближайших волокон в композите. А как показано МакКлинтоком [McClintock, 1969], в случае пластичности в слое распределение напряжений сильно смягчается.

Модель Ермоленко [Ермоленко, 1985] комбинирует представления сдвигового анализа около волокна и распределение напряжений в анизотропном теле с усредненными характеристиками.

В ряде работ за сравнение с экспериментом берется средняя прочность волокон, а не прочность пучка; такое предположение вносит системную ошибку в расчеты, так как прочность пучка волокон ниже средней прочности волокон. Отметим, что все важные для применения современные волокна производятся в виде комплексных нитей, а не отдельных моноволокон. Поэтому использование свойств отдельных волокон для прогноза свойств композита может содержать системные ошибки как с точки зрения определения модуля упругости, так и с точки зрения определения прочности моноволокон, так как они повреждаются при извлечении их из комплексной нити [Zhou, Wagner, 1999; Ермоленко, 1985]. К тому же отмечено, что максимум распределения сдвигается вверх, так как разрушаются самые непрочные волокна [Копьев, Овчинский, 1974].

Остается неоднозначным вопрос об определении параметров распределения прочности на волокнах, извлеченных из комплексной нити, так как при этом волокна можно повредить, количество волокон ограничено, а для определения  $m$  используется аппроксимация распределения.

Кроме того, хотя в конструкционных материалах волокна занимают объемную долю больше 50 % и упакованы довольно плотно, расстояние между ними меняется случайным образом от 0 до 2 диаметров волокон. И это влияет на распределение напряжений и существенно снижает ценность красивых теоретических моделей с регулярной решеткой [Ma et al., 2016].

В данной работе мы пытаемся совместить модифицированную модель LLS (локального распределения напряжений) с учетом вероятности распределения прочности волокон по Вейбуллу, причем данные по параметрам распределения мы можем получить из данных по испытанию комплексных нитей из 100 до 1000 волокон. На рис. 3 представлен скол образца композита из одной комплексной стеклянной нити ВМН (200 моноволокон) после разрушения. Фото

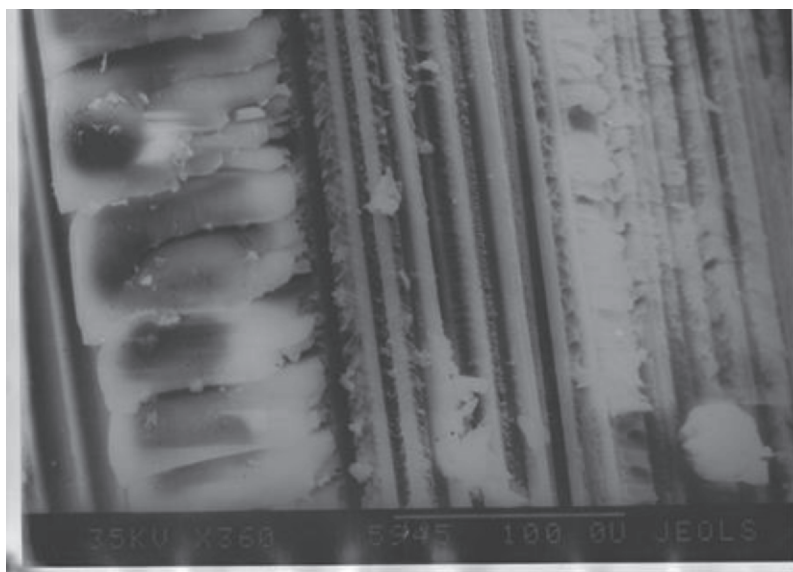


Рис. 3. Скол стеклопластика ВМН после разрушения и при растяжении (фотография из архива Михеева П. В., сделанная при работе над диссертацией в Институте химической физики АН СССР)

получено с помощью SEM (сканирующего электронного микроскопа). После разрушения при растяжении продольный скол образца исследовался с помощью SEM фирмы JEOL JSM-35. Для устранения электризации под воздействием пучка электронов на образцы микрокомпозита (микропластика) напылялось золото с использованием лабораторной вакуумной системы SMARTLAB-R1. Видно, что это настоящий композиционный материал, но не заметно накопления разрывов волокон, несмотря на то что образец разрушился при деформации 3.5 %.

Следует отметить, что, описывая механизмы разрушения высокопрочного волокна, мы исключаем из рассмотрения волокна, имеющие внутреннюю структуру, — арамидные и СВМ, так как, по нашему мнению, механизм их разрушения в композите совершенно другой [Михеев, Берлин, 2019]. Такой подход не противоречит общепринятому, так как прочность композитов на основе волокон с внутренней структурой существенно выше прочности непропитанных нитей.

Наша модель модифицированной LLS (назовем ее MLLS-6) описывает только высокопрочные однородные волокна, образующие четкий торец при разрушении.

## 2. Постановка задачи, основные обозначения

Дискретная структура композита дает возможность предположить, что напряжение от разорванного волокна распределяется на шесть ближайших волокон (рис. 2), концентрация на которых будет 1.167. В нашей модели это означает повышенную вероятность разрушения. С другой стороны, модель Вейбулла дает нам долю волокон, разорванных при данной деформации, поэтому можно в дифференциальной форме оценить приращение числа волокон, связанное с концентрацией.

$$f'_k = f'(x) + 6f_k(x)f'(1.167x). \quad (7)$$

В основе модели накопления повреждений лежат два предположения о степенном росте (формула (2)) и идея о том, что длинная нить является цепочкой. Степенная функция описывает вероятность разрушения конечного звена. Эта вероятность представлена в формуле

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ x^m, & \text{если } 0 < x < 1, \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases} \quad (8)$$

Прочность пучка без учета концентрации при этом дается выражением

$$P_m(x_m) = \left(1 - \frac{1}{2m}\right) \left(\frac{1}{2m}\right)^{\frac{1}{m}}. \quad (9)$$

Это дает нам возможность считать, что элементом цепочки является именно неэффективная длина, и формулу (2) можно применить для подсчета числа разорванных волокон на неэффективной длине, если использовать  $m$ . В таком упрощенном случае для вероятности разрушения с учетом концентрации на соседние волокна можно получить выражение

$$F_{k_1}(x) = x^m + 3 \cdot 1.155^{m-1} \cdot x^{2m}. \quad (10)$$

Если мы подставляем выражение для вероятности в формулу (4), то численно можно рассчитать диаграмму деформирования пучка при различных  $m$ .

### 2.1. Решение дифференциального уравнения при разных значениях $m$

Однако более точным для расчета прочности является решение дифференциального уравнения (6). Предполагаем, что модуль упругости равен 1 и длина не меняется и равна неэффективной.

Падение прочности по нашей модели будем сравнивать с численным решением распределения нагрузки на все волокно одновременно (GLS).

Рассмотрим задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) в случае, когда  $f(x)$  — степенная функция.

$$\begin{cases} f'_k = f'(x) + 6f_k(x)f'(1.167x), \\ f(x) = x^m, \\ f_k(x) = 0. \end{cases}$$

Уравнение имеет аналитическое решение, задача может быть решена в квадратурах, если показатель степени  $m = 2$ .

В этом случае задача Коши будет иметь вид

$$\begin{cases} f'_k = 2x + 16.338xf_k, \\ f_k(0) = 0. \end{cases}$$

Решение этой задачи:

$$f_k(x) = \frac{1}{8.169} \left( e^{8.169x^2} - 1 \right). \quad (11)$$

Однако для практически важных случаев значение  $m$  лежит в диапазоне от 5 до 20.

Очевидно, что данная функция быстро растет при увеличении  $x$ . При подстановке данной функции в уравнение для  $P(x)$  получим следующее уравнение:

$$P(x) = Ex(1 - f_k(x)) = Ex \left( 1 - \frac{1}{8.169} \left( e^{8.169x^2} - 1 \right) \right). \quad (12)$$

Функция  $P(x)$  имеет максимум, который можно найти, приравняв производную этой функции к нулю, но при этом получается уравнение, содержащее одновременно слагаемые со степенными и показательными функциями, не решаемое аналитически, поэтому сразу перейдем к численным расчетам на компьютере, решая задачу Коши при значениях  $m$  от 2 до 25, а также ищем максимум выражения (3) также при разных значениях  $m$ .

Расчет произведен в программном пакете R-Studio. Значения выведены в виде таблицы.

Итоговые данные представлены в таблице 1.

Поскольку при интегрировании получаются быстро растущие функции при увеличении значения показателя  $m$ , значение  $x$  при численных расчетах не может превышать 1.

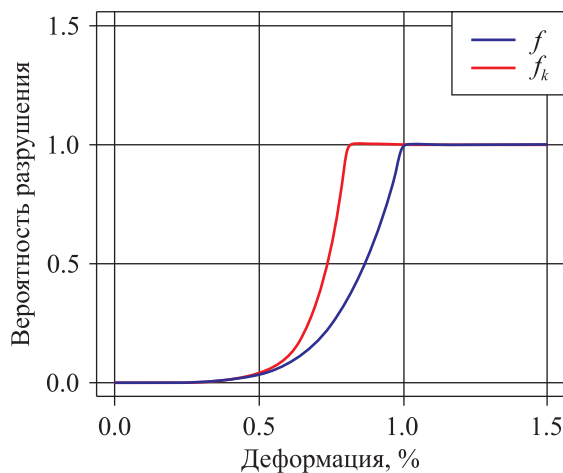
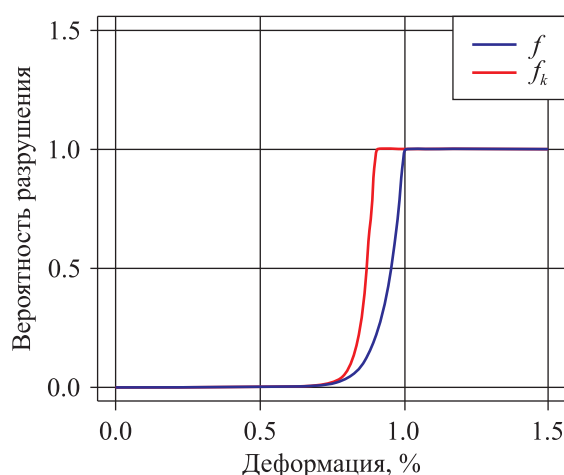


Рис. 4. Вероятность разрушения для  $m = 5$ , рассчитанная по формуле (8) без учета концентрации и с учетом концентрации по формуле (10)




 Рис. 5. Вероятность разрушения при  $m = 15$ , рассчитанная по формуле (10)

### 3. Результаты численного моделирования вариантов

На рис. 7 представлена зависимость прочности композита от  $m$  без учета концентрации напряжения и по моделям без дифуравнения и с дифуравнением.

 Таблица 1. Влияние концентрации при разных значениях  $m$ 

	$m$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	Средняя прочность волокон	0.83	0.86	0.88	0.89	0.9	0.91	0.92	0.92	0.93	0.93	0.94	0.94
2	Деформация пучка без учета концентрации	0.70	0.72	0.74	0.76	0.77	0.79	0.80	0.81	0.82	0.82	0.83	0.84
3	Прочность пучка без учета концентрации	0.58	0.62	0.65	0.67	0.70	0.71	0.73	0.74	0.76	0.77	0.78	0.79
4	Доля разрушенных, %	0.17	0.14	0.12	0.11	0.1	0.09	0.08	0.08	0.07	0.07	0.06	0.06
5	Деформация пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон (недифференциальный вид)	0.62	0.65	0.68	0.70	0.72	0.73	0.75	0.76	0.78	0.78	0.79	0.79
6	Прочность пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон (недифференциальный вид)	0.53	0.58	0.61	0.64	0.66	0.68	0.70	0.72	0.73	0.74	0.75	0.76
7	Деформация пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон (дифференциальный вид)	0.6	0.63	0.66	0.69	0.71	0.72	0.74	0.75	0.76	0.77	0.78	0.79
8	Прочность пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон (дифференциальный вид)	0.537	0.57	0.61	0.63	0.66	0.679	0.7	0.71	0.73	0.74	0.75	0.76
9	Доля разрушенных волокон, %	7.7	6.2	5.4	5.1	4.6	3.7	3.6	3.2	2.8	2.6	2.4	2.3

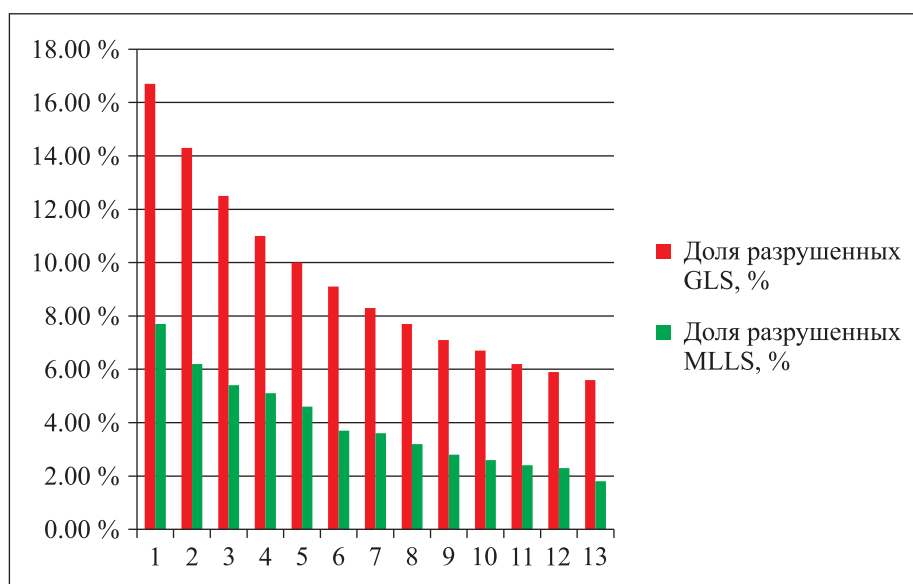


Рис. 6. Доля волокон, разрушенных при достижении максимальной нагрузки, рассчитанная по формулам (8) и (10)

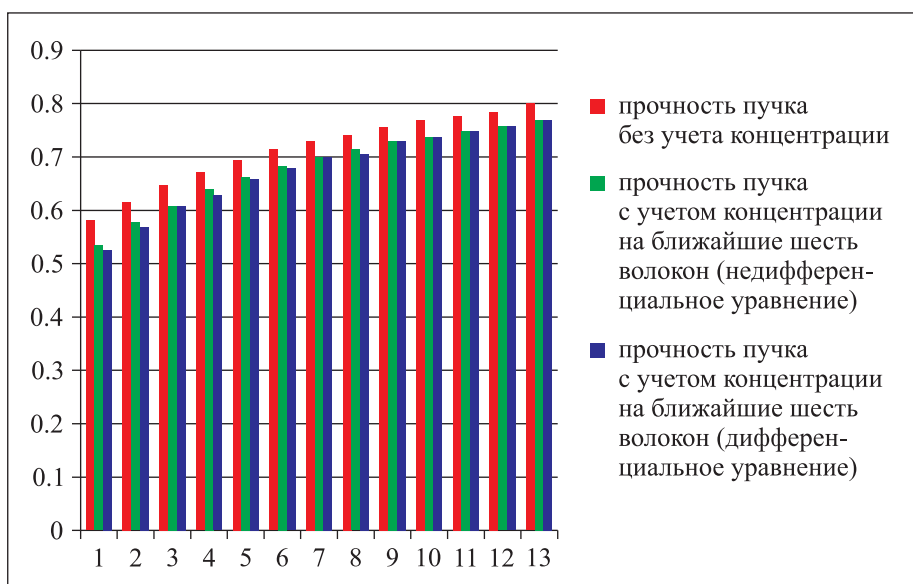


Рис. 7. Зависимость от  $m$  прочности пучка без учета концентрации и с учетом концентрации напряжений для двух способов расчета

#### 4. Сравнение результатов модели с экспериментом

Прогноз прочности композитов по MLLS-6 был сопоставлен с нашими данными по результатам исследования стеклянных волокон и углеродных волокон. Также прогноз для базальтовых волокон был сопоставлен с литературными данными из работ.

Исследовались углеродные волокна УКН-5000 (410-текс) (5000 моноволокон) и стеклянные нити ВМН (67 текс) (200 моноволокон). Прочность определялась при статическом растяжении со скоростью 5 мм в минуту на различной длине — от 10 до 500 мм. Испытания проводились на испытательной машине ZDM-250 и Zwick/RoellZ010 при комнатной температуре. Зависимость прочности от длины нити строилась в двойных логарифмических координатах (логарифм

прочности от логарифма длины нити), поскольку по модели Вейбулла зависимость в таких координатах представляет прямую линию [Fudzy, Dzako, 1982].

Стекланные и углеродные нити, состоящие из 5000 моноволокон (УКН-5000), пропитывались эпоксидным связующим ЭДТ-10 и отверждались по рекомендованному режиму [Nemez, Strelyaev, 1970]. Таким образом, изготавливался однонаправленный модельный композит — микропластик. Длина рабочей зоны составляла 50 мм, для предохранения образцов от разрушения в зажимах зажимная часть заклеивалась в стеклоткань. Затем определялась его прочность при растяжении со скоростью 5 мм в минуту на разрывной машине ZDM-250. Это испытание аналогично методике ASTM D4018.

С целью их обнаружения был проделан полный цикл механических исследований и исследований поверхности разрушения методом сканирующей электронной микроскопии (SEM) [Swolfs et al., 2013; Curtin, 2000].

На рис. 8 и рис. 9 представлены диаграммы деформации для базальтопластика при  $m = 5$  и  $m = 15$ , рассчитанные по модели GLS (Pr) и моделям MLLS-6 без дифуравнения (Pr1) и с дифуравнением (Pr2).

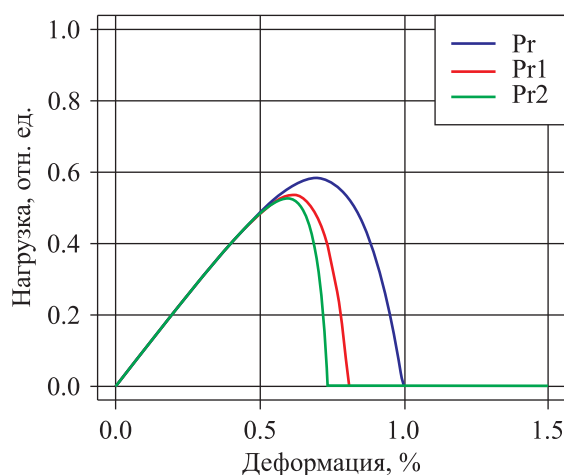


Рис. 8. Диаграммы деформирования базальтопластика ( $m = 5$ ), рассчитанные по модели GLS (Pr) и моделям MLLS-6 без дифуравнения (Pr1) и с дифуравнением (Pr2)

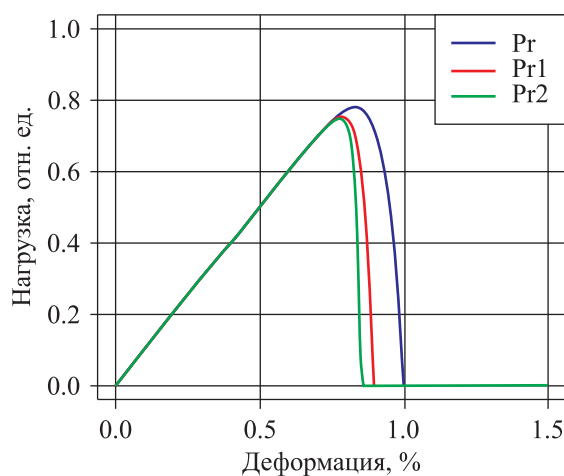


Рис. 9. Прогноз диаграммы деформирования углепластика ( $m = 15$ ), рассчитанный по модели GLS (Pr) и моделям MLLS-6 без дифуравнения (Pr1) и с дифуравнением (Pr2)

На рис. 10–12 показано, насколько прогноз по нашей модели соответствует реальности.

Рис. 10 описывает применение модели к однонаправленным углепластикам. Из графика можно определить  $m$  и рассчитать прогноз прочности пучка волокон к неэффективной длине. Модель MLLS-6 более реально описывает прочность композита, но все равно его завышает.

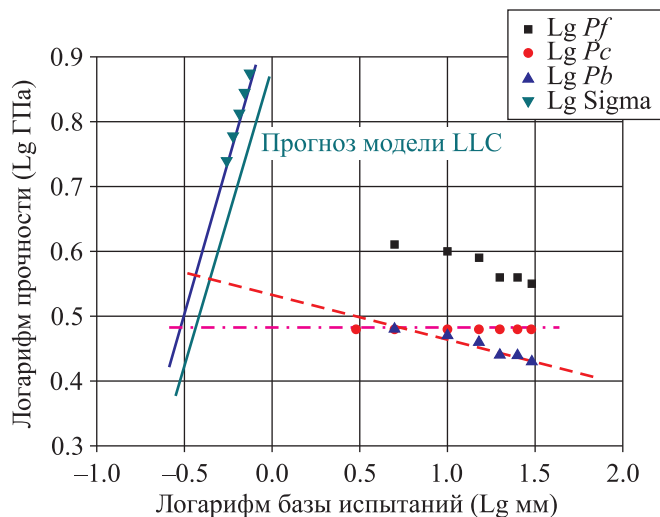


Рис. 10. Углеродные волокна:  $P_f$  — прочность волокон,  $P_b$  — прочность пучка,  $P_c$  — экспериментальные значения прочности, Sigma — зависимость неэффективной длины от напряжения в волокнах, «Прогноз модели LLC» — корректировка на шесть ближайших волокон

Рис. 11 описывает применение модели к однонаправленным стеклопластикам. Из графика можно определить  $m$  и рассчитать прогноз прочности пучка волокон к неэффективной длине. Модель MLLS-6 более реально описывает прочность композита, но все равно его завышает.

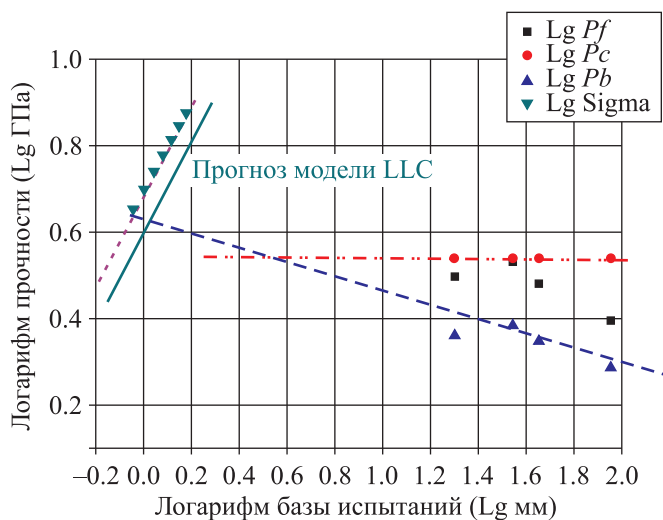


Рис. 11. Высокопрочное стекло ВМН:  $P_f$  — прочность волокон,  $P_b$  — прочность пучка,  $P_c$  — экспериментальные значения прочности, Sigma — зависимость неэффективной длины от напряжения в волокнах, «Прогноз модели LLC» — корректировка на шесть ближайших волокон

Рис. 12 описывает применение модели к однонаправленным базальтоплатакам по данным работ [Dalinkevich et al., 2009]. Из графика можно определить  $m$  и рассчитать прогноз прочности пучка волокон к неэффективной длине. Модель MLLS-6 более реально описывает прочность композита, но все равно его завышает.

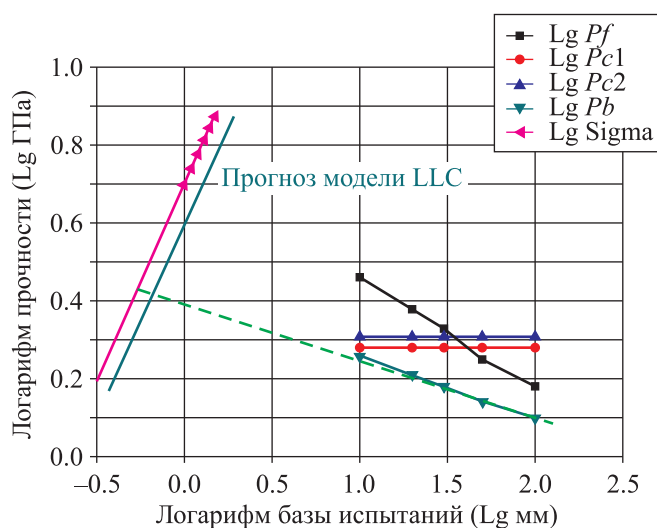


Рис. 12. Зависимость для базальтового волокна:  $Pf$  — прочность волокон,  $Pb$  — прочность пучка,  $Pc1$  и  $Pc2$  — экспериментальные значения прочности для разных экспериментов,  $\Sigma$  — зависимость неэффективной длины от напряжения в волокнах, «Прогноз модели LLC» — коррективка на шесть ближайших волокон

В таблице 2 приведен результат моделирования для ряда современных волокон: Ровилон ( $m = 16$ ), УВ-2430 ( $m = 5$ ), Базальт ( $m = 15$ ), УКН-5000 ( $m = 11$ ), ВМН ( $m = 8$ ).

Таблица 2. Прогноз прочности для ряда промышленных волокон

	Характеристика композита	УВ-2430	Стекло ВМН	УКН-5000	Базальт	Ровилон
1	$m$	5	8	11	15	16
2	Средняя прочность волокон	0.83	0.89	0.92	0.94	0.94
Расчет без учета концентрации напряжений						
3	Деформация пучка	0.699	0.76	0.798	0.831	0.838
4	Прочность пучка	0.582	0.675	0.731	0.779	0.788
5	Доля разрушенных волокон, %	16.70 %	11.00 %	8.30 %	6.2 %	5.9 %
Расчет концентрации напряжений по недифференциальному уравнению						
6	Деформация пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон	0.616	0.701	0.749	0.788	0.795
7	Прочность пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон	0.535	0.641	0.701	0.752	0.761
Расчет концентрации напряжений по дифференциальному уравнению						
8	Деформация пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон	0.6	0.69	0.74	0.78	0.79
9	Прочность пучка с учетом концентрации на ближайшие шесть волокон	0.527	0.63	0.7	0.75	0.76
10	Доля разрушенных волокон, %	7.70 %	5.10 %	3.6 %	2.4 %	2.3 %
11	Прогноз потери прочности	90.5 %	93.3 %	95.8 %	96.3 %	96.4 %

## 5. Заключение

В данной работе предложена модифицированная модель распределения нагрузки (MLLS-6) для описания механизма разрушения высокопрочных композитов при растяжении. В основе модели объединены модель Хеджпеста и Феникса (статистический подход к прочности волокон). Учет концентрации напряжений только на ближайших волокнах позволяет получить аналитические решения задачи и сравнить прогнозируемую прочность с экспериментом. При этом свойства связующего в модели выражаются только через величину неэффективной длины.

Для прогноза используется именно максимальная нагрузка пучка волокон (комплексной нити), а не средняя прочность волокон, как в некоторых работах.

По нашим данным, прочность по модели MLLS-6 меньше, чем по модели GLS; для углепластика — на 10 %, для стеклопластика — на 7 % и для базальтопластика — на 5 %.

Значения прочности приблизились к экспериментальным, но все равно остаются выше. Этот результат является неожиданным, так как мы рассчитывали, что получим нижнюю границу прочности.

Мы объясняем этот факт тем, что предел текучести при сдвиге, используемый при расчете неэффективной длины, 30 МПа принят как средняя величина, но он, так же как и прочность волокон, имеет разброс, а в ряде случаев и поры, и, следовательно, неэффективная длина также не является постоянной величиной и возрастает там, где предел прочности при сдвиге меньше; и, на наш взгляд, эти места становятся источником разрушения, которое дальше происходит по предложенной модели MLLS-6 и почти без накопления повреждений в случае хрупких высокопрочных волокон.

## Список литературы (References)

- Ермоленко А. Ф.* Модель разрушения однонаправленного волокнита с упругой матрицей // Механика композитных материалов. — 1985. — № 2. — С. 247–256.  
*Ermolenko A. F.* Model' razrusheniya odnonapravlennogo voloknita s upravgoj matriciej [The model of destruction of unidirectional fiberglass with elastic matrix] // Mekhanika kompozitnykh materialov [Mechanics of Composite Materials]. — 1985. — No. 2. — P. 247–256 (in Russian).
- Копьев И. М., Овчинский А. С., Помпе В.* Влияние статистического распределения прочности волокон на несущую способность композитного материала // Физ.-хим. мех. матер. — 1976. — С. 64–70.  
*Kopyev I. M., Ovchinsky A. S., Pompe V.* Vliyanie statisticheskogo raspredeleniya prochnosti volokon na nesushchuyu sposobnost' kompozitnogo materiala [Influence of statistical distribution of fiber strength on the bearing capacity of composite material] // Phys.-chim. mech. mater. [Phys.-chem. fur. matera.]. — 1976. — P. 64–70 (in Russian).
- Копьев И. М., Овчинский А. С.* Оценка несущей способности композиционного материала с учетом статистического распределения прочности армирующих волокон // Физ. и хим. обраб. матер. — 1974. — № 4. — С. 97–101.  
*Kopyev I. M., Ovchinsky A. S.* Ocenka nesushchej sposobnosti kompozitsionnogo materiala s uchetom statisticheskogo raspredeleniya prochnosti armiruyushchih volokon [Assessment of the bearing capacity of the composite material taking into account the statistical distribution of the strength of reinforcing fibers] // Phys. i chim. obrab. mater. [Phys. and chem. obrb. matera.] — 1974. — No. 4. — P. 97–101 (in Russian).
- Михайлин Ю. А.* Волокнистые полимерные композиционные материалы в технике. — СПб.: ЦОП «Профессия», 2013.  
*Mikhaylin Yu. A.* Voloknistye polimernye kompozitsionnye materialy v tekhnike [Fibrous polymer composite materials in engineering]. — Saint Petersburg: TSOP "Profession", 2013 (in Russian).
- Михеев П. В., Берлин А. А.* Влияние расщепления полимерных волокон на прочность однонаправленных композитов // Механика композитных материалов. — 2019. — Т. 55, № 1. — С. 1–10.  
*Mikheev P. V., Berlin A. A.* Effect of splitting of polymer fibers on the strength of unidirectional composites // Mechanics of Composite Material. — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 1–10. (Original Russian paper: *Mikheev P. V., Berlin A. A.* Vliyanie rasshchepleniya polimernykh volokon na prochnost' odnonapravlennykh kompozitov // Mekhanika kompozitnykh materialov. — 2019. — Vol. 55, No 1. — P. 1–10.)

- Мэттьюз Ф., Ролингс Р.* Композитные материалы. Механика и технология. — М.: Техносфера, 2004.
- Matthews F. L., Rawlings R. D.* Composite Materials. 1st Edition. Engineering and Science. Woodhead Publishing, 16th July 1999. — 480 p. (Russ. ed.: *Mett'yuz F., Rolings R.* Kompozitnye materialy. Mekhanika i tekhnologiya. — Moscow: Tekhnosfera, 2004. — 408 p.)
- Орлов А. И.* Вероятность и прикладная статистика: основные факты. — М.: Кнорус, 2014.
- Orlov A. I.* Veroyatnost' i prikladnaya statistika: osnovnye fakty [Probability and applied statistics: basic facts]. — Moscow: Knorus, 2014 (in Russian).
- Argon A.* Statistical aspects of destruction // Composite materials. — Т. P. Destruction and fatigue. — Moscow: Mir, 1978. — P. 201–205 (in Russian).
- McClintock F. A.* 4<sup>th</sup> Symp. High Performance Compos. — St. Louis, 1969.
- Curtin W. A.* Tensile Strength of Fiber-Reinforced Composites. III. Beyond the Traditional Weibull Model for Fiber Strengths // J. Compos. Mater. — 2000. — No. 34. — P. 1301–1332.
- Daniels H. E.* The statistical theory of strength of bundles of threads // Proc. Roy. Soc. London. — 1945. — Vol. A183. — P. 404–435.
- Dalinkevich A. A., Gumargalieva K. Z., Marakhovsky S. S., Soukhanov A. V.* Modern Basalt Fibrous Materials and Basalt Fiber-Based Polymeric Composites // Journal of Natural Fibers. — 2009. — Vol. 6, No. 3. — P. 248–271.
- Fudzy T., Dzako M.* Mechanics of destruction of composite materials. — Moscow: Mir, 1982 (in Russian).
- Gorynin G. L., Nemirovskii Y., Vlasko A.* Multiscale simulation of thermal stresses in 3D periodic anisotropic bodies // Proc. of the HEPCM 2017. — AIP Conf. Proc. — 2017. — P. 030111.
- Hedgepeth J. M.* Stress concentrations in elementary structures // NASA TN D-882. — 1961.
- Kelly A., Tyson W. R.* Tensile properties of fibre reinforced metals: Copper/tungsten and copper/molybdenum // J. Mech. Phys. Solids. — 1965. — Vol. 13. — P. 329–350.
- Ma Y., Yang Y., Sugahara T., Hamada H.* A study on the failure behavior and mechanical properties of unidirectional fiber reinforced thermosetting and thermoplastic composites // Composites. — Part B. — 2016. — Vol. 99. — P. 162–172.
- Mishnaevsky L., Brondsted P.* Micromechanical modeling of damage and fracture of unidirectional fiber reinforced composites: A review Fragmentation model for the tensile response of unidirectional composites based on the critical number of fiber breaks and the correction of the fiber-matrix interfacial strength // Computational Materials Science. — 2009. — Vol. 44. — P. 1351–1359.
- Nemez A. C., Strelyaev B. C.* Strength of plastics [Prochnost plastmass]. — Moscow: Mashinostroenie, 1970 (in Russian).
- Swolfs Y., Gorbatikh L., Romanov V., Orlova S., Lomov S. V., Verpoest I.* Stress concentrations in an impregnated fibre bundle with random fibre packing // Composites Science and Technology. — 2013. — Vol. 74. — P. 113–120.
- Vasiliev V. V., Morozov E.* Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements // 3rd Edition: Elsevier. — 2013. — 816 p.
- Zhou Z. W., Wagner H. D.* Stress concentrations caused by fiber failure in two-dimensional composite // Compos. Sci. Technol. — 1999. — Vol. 59. — P. 1063–1071.

