

УДК: 519.63

О численном решении совместных обратных задач геофизики с использованием требования структурного подобия

М. С. Маловичко^{1,а}, И. Б. Петров^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт,
Россия, 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

² Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук,
Россия, 117218, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 36, к. 1

E-mail: ^а malovichko.mikhail@gmail.com

Получено 14.12.2017, после доработки — 29.07.2019.

Принято к публикации 26.12.2019.

Решение обратных геофизических задач сложно в силу их математически некорректной постановки и большой вычислительной емкости. Геофизическая разведка малоизученных регионов, таких как шельф северных морей, дополнительно осложнена отсутствием надежных геологических данных. В этих условиях большое значение приобретают способы совместного использования информации, полученной различными геофизическими методами. Настоящая работа посвящена развитию подхода к совместной инверсии, основанного на требовании обращения в ноль определителя матрицы Грама для векторов параметров тех типов, которые используются в инверсии. В рамках этого подхода минимизируется нелинейный функционал, состоящий из суммы квадратов взвешенных невязок, суммы стабилизирующих функционалов и члена, отвечающего за наложение условия структурного подобия. Мы применяем этот подход к инверсии двух типов геофизических данных: сеймики и электроразведки. Мы изучаем инверсию акустических данных совместно с низкочастотным электрическим полем с наложением требования структурного подобия на результирующие распределения скорости звука и электропроводности.

Рассмотрены постановка задачи обратной задачи и численный метод оптимизации. Нелинейная минимизация выполняется методом сопряженных градиентов. Эффективность разработанного подхода продемонстрирована на численном примере, в котором трехмерное распределение электропроводности считалось известным точно, а распределение скорости звука подбиралось путем решения соответствующей обратной задачи. Для численного эксперимента было использовано распределение скорости звука, построенное на основании упрощенных сейсмических горизонтов реального морского месторождения. Для этого распределения рассчитывались синтетические сейсмограммы, которые служили входными данными для алгоритма инверсии. Результирующее распределение скорости звука не только обеспечивало совпадение данных до заданной точности, но и было согласовано с заданным распределением электропроводности. На численных примерах продемонстрировано, что оптимально выбранный вес структурного ограничения может существенно улучшить детальность решения обратной задачи и позволяет восстановить особенности, которые иначе были бы не разрешены.

Ключевые слова: совместная инверсия, электроразведка, сейсморазведка

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-29-02018 офи_м.

UDC: 519.63

On numerical solution of joint inverse geophysical problems with structural constraints

M. S. Malovichko^{1,a}, I. B. Petrov^{1,2}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology,
9 Institutsky Pereylok st., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

² Scientific Research Institute for System Studies of the Russian Academy of Sciences,
36/1 Nahimovskij av., Moscow, 117218, Russia

E-mail: ^a malovichko.mikhail@gmail.com

*Received 14.12.2017, after completion — 29.07.2019.
Accepted for publication 26.12.2019.*

Inverse geophysical problems are difficult to solve due to their mathematically incorrect formulation and large computational complexity. Geophysical exploration in frontier areas is even more complicated due to the lack of reliable geological information. In this case, inversion methods that allow interpretation of several types of geophysical data together are recognized to be of major importance. This paper is dedicated to one of such inversion methods, which is based on minimization of the determinant of the Gram matrix for a set of model vectors. Within the framework of this approach, we minimize a nonlinear functional, which consists of squared norms of data residual of different types, the sum of stabilizing functionals and a term that measures the structural similarity between different model vectors. We apply this approach to seismic and electromagnetic synthetic data set. Specifically, we study joint inversion of acoustic pressure response together with controlled-source electrical field imposing structural constraints on resulting electrical conductivity and P-wave velocity distributions.

We start off this note with the problem formulation and present the numerical method for inverse problem. We implemented the conjugate-gradient algorithm for non-linear optimization. The efficiency of our approach is demonstrated in numerical experiments, in which the true 3D electrical conductivity model was assumed to be known, but the velocity model was constructed during inversion of seismic data. The true velocity model was based on a simplified geology structure of a marine prospect. Synthetic seismic data was used as an input for our minimization algorithm. The resulting velocity model not only fit to the data but also has structural similarity with the given conductivity model. Our tests have shown that optimally chosen weight of the Gramian term may improve resolution of the final models considerably.

Keywords: joint inversion, electrical prospecting, seismic exploration

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 2, pp. 329–343 (Russian).

The reported study was funded by RFBR according to the research project No. 16-29-02018 ofi_m.

1. Введение

Решение обратной геофизической задачи (так называемая инверсия геофизических данных) неединственно, поэтому способы, позволяющие сузить пространство возможных решений, используются в геофизике с момента ее возникновения. Так или иначе, эта задача решается с использованием дополнительной (априорной) информации об изучаемой среде. Эта информация может вводиться в виде формальных ограничений на решение соответствующей обратной задачи одного типа либо путем решения совместной обратной задачи для данных нескольких геофизических методов (совместная инверсия данных). Большинство известных подходов сводятся к добавлению дополнительного слагаемого в целевой функционал, которое отвечает за учет априорной информации. Вид этого слагаемого существенным образом определяет результат инверсии.

Настоящая работа посвящена развитию одного класса подобных методов — методов, использующих требования структурного подобия. Рассматривая геологическую среду как набор отдельных тел, каждое из которых по-своему отображается в различных геофизических полях, представляется разумным ожидать определенное структурное сходство в решениях, полученных различными геофизическими методами. Связь между параметрами заранее неизвестна, может различаться в различных областях изучаемой среды и определяется во время инверсии. Математически требование структурного подобия может быть сформулировано различными способами. Существующие подходы к совместной инверсии подробно описаны в [Gallardo, Meju, 2011].

В рамках указанного класса методов мы изучаем один из подходов, который представляется нам перспективным, — требование обращения в ноль определителя матрицы Грама для векторов решений, участвующих инверсии [Zhdanov, 2012]. Более конкретно: мы исследуем инверсию низкочастотного электрического поля совместно с полем давления с наложением требования структурного подобия на результирующие распределения электропроводности и скорости звука. В работе выполнен обзор методов совместной геофизической инверсии и приведены первые результаты изучаемого подхода к совместной инверсии применительно к синтетическим данным.

2. Обзор существующих подходов к геофизической инверсии

Геофизические обратные задачи обладают рядом специфических черт, которые отличают их от коэффициентных обратных задач в других научных областях. Специфика связана с тем, что объект изучения (геологическую среду) невозможно изменять, источники поля и система наблюдения находятся на поверхности, погрешности полевых данных сравнительно высоки (обычно не менее 5%), количество измерений велико (десятки тысяч источников), а размеры возникающих прямых задач нередко превышает сотни миллионов дискретных неизвестных. Приоритет отдается вычислительно эффективным численным методам, пусть и не точным, позволяющим на современном этапе развития суперкомпьютерной техники решать практические задачи. По этой причине основным инструментом при инверсии реальных геофизических измерений является минимизация Тихоновского функционала [Тихонов, 1979]. Решается задача безусловной оптимизации нелинейного параметрического функционала:

$$\Phi(m, \lambda) = \phi_d + \lambda \phi_m^{m, \lambda} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где ϕ_d — норма разности вектора входных данных и вектора рассчитанных данных (так называемый функционал невязки), ϕ_m — стабилизирующий функционал, λ — параметр регуляри-

зации. Как правило,

$$\begin{aligned}\phi_d &= W_d (d_{obs} - d_{prd})^2, \\ \phi_m &= W_m (m - m_{ref})^2,\end{aligned}$$

где d_{prd} — рассчитанные значения поля, d_{obs} — измеренные значения поля, ϕ_m — функционал, который определяет ограничения на распределение скорости звука, m — вектор параметров, m_{ref} — референсное распределение скорости звука, W_d — весовая матрица данных, W_m — весовая матрица параметров. Связь между вектором рассчитанных данных и вектором параметров определяется через формально вводимый оператор прямой задачи: $d_{prd} = \mathcal{A}(m)$, который сводится к решению некоторой дискретизированной системы уравнений в частных производных. Под нормой понимается евклидова норма сеточных функций.

Существуют различные способы решения (1). Часто применяются методы ньютоновского типа, в которых параметрический функционал в окрестности m аппроксимируется квадратичным функционалом:

$$\Phi(m + \delta m) \approx g \cdot \delta m + H \cdot \delta m^2, \quad (2)$$

где $H = \partial^2 \Phi / \partial m^2$ (матрица Гессе), $g = \partial \Phi / \partial m$ (градиент). Задача решается итерационно, где на каждой итерации n определяется поправка к решению:

$$m^{(n+1)} = m^{(n)} + \beta^{(n+1)} \cdot \delta m^{(n+1)}, \quad 0 < \beta^{(n+1)} \leq 1,$$

где β — положительное число, ограничивающее шаг метода Ньютона; δm — вектор, определяющий направление эволюции решения. Величина шага β определяется путем поиска по направлению из условия

$$\Phi(m^{(n)} + \beta \cdot \delta m^{(n)}) \rightarrow \min. \quad (3)$$

На каждой итерации решается СЛАУ следующего вида:

$$H^{(n)} \cdot \delta m^{(n+1)} = -g^{(n)}.$$

Полный метод Ньютона с вычислением и факторизацией матрицы Гессе удается применять только в двумерных задачах. В этом случае

$$\begin{aligned}H &= J^T W_d^2 J + \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial m^2} (d_{prd} - d_{obs}) + \lambda W_m^2, \\ g &= J^T (d_{prd} - d_{obs}) - \lambda W_m^2 (m - m_{ref}),\end{aligned}$$

где $J = \partial \mathcal{A}(m) / \partial m$ (матрица Якоби оператора прямой задачи \mathcal{A}). В методе Гаусса–Ньютона, вторыми производными пренебрегают:

$$H \approx J^T W_d^2 J + \lambda W_m^2.$$

Существуют эффективные схемы вычисления J и g параметрического функционала (например, [Rodi, 2001]). Часто для решения системы (2) применяют методы подпространств Крылова. Так или иначе, вычислительные затраты метода Гаусса–Ньютона удается сделать приемлемыми для инверсии 2D данных. Для 3D-случая хранение матрицы Якоби оказывается невозможным, а итерационное решение СЛАУ удается выполнить для относительно небольших задач на суперкомпьютерах.

Квазиньютоновские методы (методы бройденовского класса) являются одним из самых эффективных в отношении затрат машинного времени и часто используются для обращения трехмерных данных. Вместо обратной матрицы Гессе вычисляется некоторое его приближение. На каждой итерации поправка к решению вычисляется в виде

$$\delta m^{(n)} = -G^{(n)} g^{(n)},$$

где $G \approx H^{-1}$ обновляется итерационно, причем для трехмерных задач матрица вторых производных аппроксимируется диагональной матрицей.

Другим часто применяемым в геофизике алгоритмом является нелинейный метод сопряженных градиентов [Fletcher, 1959; Polak, 1971; Tarantola, 1987]. Решение обновляется на каждой итерации:

$$m^{(n+1)} = m^{(n)} + \beta^{(n+1)} p^{(n+1)},$$

где p — направление спуска, которое определяется на основании градиента g целевого функционала на текущей итерации и направления поиска на предыдущей итерации:

$$p^{(n+1)} = -g^{(n+1)} + \alpha^{(n+1)} p^{(n)},$$

$$p^{(0)} = -g^{(0)},$$

где $\alpha^{(n+1)}$ — вещественное число, которое может выбираться по-разному. Длину шага $\beta^{(n+1)}$ определяют поиском по направлению $p^{(n+1)}$ аналогично (3). При этом часто осуществляется линеаризация Φ или квадратичная аппроксимация целевого функционала вдоль направления поиска, что позволяет снизить число решаемых прямых и сопряженных задач. Нелинейный метод сопряженных градиентов требует вычисления g , которое может быть выполнено путем решения двух прямых задач [Dorn, 1999] (эта техника под различными названиями широко известна в других областях).

При решении задачи (1) необходимо выбирать параметр регуляризации λ . Классическое условие невязки, данное А. Н. Тихоновым, записывается в виде

$$\phi_d(\mathcal{A}(m_\lambda), d_{obs}) \leq \delta,$$

где δ — оценка неопределенности входных данных. Существуют и другие способы определения некоторого «хорошего» значения λ на каждой итерации для нелинейного случая: метод L-кривой [Hansen, 1998], квазиоптимальное значение λ [Morozov, 1984], обобщенная перекрестная проверка [Golub, 1979], информационный критерий Х. Акаике [Mitsuhata, 2002] и др. На практике из соображений вычислительной эффективности, а также поскольку оценка погрешности входных данных обычно известна очень плохо, применяют так называемую адаптивную регуляризацию: λ уменьшается по заданному правилу, с тем чтобы снижать влияние стабилизатора по мере уменьшения невязки.

Важным является вопрос выбора стабилизирующего функционала ϕ_m , определяющего ограничения, налагаемые на решение. В геофизике конструирование стабилизаторов получило чрезвычайное развитие. Из-за особенностей системы наблюдения измеренные данные могут плохо разрешать те или иные особенности распределения скорости звука, но при этом само это распределение может быть известно довольно хорошо в результате независимых исследований. В этом случае применение правильно сконструированного стабилизирующего функционала, учитывающего априорные данные, позволяет уточнить решение, оставаясь в области допустимых значений. Одним из наиболее ранних и часто используемых является требование гладкости решения в пространственных направлениях, то есть требование минимизации нормы градиента решения. В этом случае

$$\phi_m = W_m(m - m_{ref}), \quad (4)$$

где W_m — дискретный аналог оператора градиента. Существуют другие виды стабилизирующих функционалов, обзор которых можно найти в работах [Farquharson, 2004; Zhdanov, 2002; Fanavoll, 2014; Brown, 2012; Gallardo, 2004; Zhdanov, 2012; Molodtsov, 2013].

Применение стабилизирующего функционала, учитывающего априорную информацию, полученную другим геофизическим методом, можно рассматривать как способ совместной инверсии разнометодных данных, когда распределения некоторых параметров известны точно. Например, при инверсии электромагнитных данных обычно известны поверхности основных сейсмических горизонтов, и тогда обнуление соответствующих строк W_m снимает требование близости значений электропроводности выше и ниже сейсмического горизонта [Fanavoll, 2014]. Аналогично: в работе [Brown, 2012] комплексирование сейсморазведки с электроразведкой достигнуто за счет определения параметрического функционала вида

$$\phi_m = \frac{\gamma W_m m^2}{\sqrt{\nabla v^2 + \gamma^2}},$$

где γ — малое число, ∇v — градиент скорости звука. В этом случае заранее рассчитанное распределение скорости звука $v(x, y, z)$ используется для регуляризации электромагнитной инверсии.

Полная совместная инверсия сейсмических и электромагнитных данных (с эволюционированием обоих решений) используется значительно реже, поскольку требует программирования прямых задач для двух методов. В работах L. A. Gallardo и M. A. Meju [Gallardo, 2004] развит подход для совместной инверсии двух геофизических методов, основанный на введении так называемой структурной связи между двумя решениями. Рассмотрение выполнено на примере совместной инверсии времен пробега волн и данных электрического зондирования на постоянном токе с целью восстановления распределения скорости и электропроводности, но может быть расширено на другие геофизические методы. В этом подходе предполагается, что даже в отсутствие функциональной или статистической связи между двумя физическими свойствами среды m_r и m_s (например, скорости звука и электропроводности) изображения, полученные двумя методами, должны быть похожи. Математически это формулируется как требование минимизации векторного произведения градиентов:

$$t(x, y, z) = \nabla m_r \times \nabla m_s \rightarrow \min. \quad (5)$$

Задача оптимизации ставится следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi(m_r, m_s, \lambda) = & (d_r - \mathcal{A}_r(m_r))^T W_{dr}^2 (d_r - \mathcal{A}_r(m_r)) + (d_s - \mathcal{A}_s(m_s))^T W_{ds}^2 (d_s - \mathcal{A}_s(m_s)) + \\ & + \lambda \alpha_r m_r^T W_{mr}^2 m_r + \lambda \alpha_s m_s^T W_{ms}^2 m_s \rightarrow \min \text{ при условии } t = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где d — измеренные значения поля, \mathcal{A} — оператор прямой задачи, W_d — весовая матрица данных, λ — параметр регуляризации, α — весовые множители, которые задаются пользователем и имеют смысл удельного веса соответствующего члена, W_m — сглаживающая матрица. Индексы r и s относятся соответственно к первому либо второму геофизическому методу. После линеаризации величины t , \mathcal{A}_r , \mathcal{A}_s и решения задачи (5) методом неопределенных множителей Лагранжа L. A. Gallardo и M. A. Meju приходят к системе линейных уравнений относительно вектора поправок к решениям m_r и m_s .

В настоящей работе развивается другой подход, предложенный в работе [Zhdanov, 2012]. Рассматривается задача совместной минимизации нескольких наборов данных разной природы (например, электромагнитных и сейсмических измерений):

$$\mathcal{A}^{\{i\}}(m^{\{i\}}) = d^{\{i\}}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (7)$$

где $\mathcal{A}^{\{i\}}$, $m^{\{i\}}$ и $d^{\{i\}}$ — соответственно операторы прямой задачи, векторы параметров и векторы данных для i -го геофизического метода. Подход основан на том, что для заданного набора параметров $m^{\{i\}}$, $i=1, \dots, N$, можно определить матрицу Грама G , каждый элемент которой G_{ij} является мерой корреляции $m^{\{i\}}$ и $m^{\{j\}}$:

$$G = \begin{pmatrix} m^{\{1\}} \cdot m^{\{1\}} & \dots & m^{\{1\}} \cdot m^{\{N\}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m^{\{N\}} \cdot m^{\{1\}} & \dots & m^{\{N\}} \cdot m^{\{N\}} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Определитель этой матрицы (Грамиан) равен нулю в том случае, если набор $m^{\{i\}}$, $i=1, \dots, N$, является линейно зависимым. Потребовав минимизации определителя

$$\det(G) \rightarrow \min,$$

можно получить решение, в котором разнородные параметры имеют структурную связь. В [Zhdanov, 2012] показано, что эта схема может быть использована для построения алгоритма минимизации разнородных данных, в котором вид целевой функции определяется как

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \mathcal{A}^{\{i\}}(m^{\{i\}}) - d^{\{i\}2} + \lambda \sum_{i=1}^N a_i \phi_m^{\{i\}} + \lambda b \cdot \det(G), \quad (9)$$

где a и b — наперед задаваемые веса. Также было показано, этот подход может быть применен к произвольным преобразованиям параметров.

В широком смысле задача совместного использования морских данных сейсморазведки и электроразведки рассматривалась ранее, но для измерений другого типа и с применением других методов комплексирования. Например, в работе [Molodtsov, 2013] предлагается инвертировать данные двух методов путем наложения условия

$$\int_V w_g \left(\frac{\nabla m^{\{1\}}}{\eta^{\{1\}}} + s \frac{\nabla m^{\{2\}}}{\eta^{\{2\}}} \right)^2 dV \rightarrow \min, \\ \eta^{\{i\}} = \max \left\{ \nabla m^{\{i\}}, \alpha^{\{i\}} \right\}, \\ s = \text{sign}(m^{\{1\}} \cdot m^{\{2\}}), \quad (10)$$

где V — область трехмерного пространства, в котором решается обратная задача, w_g — произвольная весовая функция, $\alpha^{\{i\}}$ — наперед задаваемые константы, определяющие пороговые значения градиента. Работоспособность этого подхода показана на примере инверсии времени пробега отраженной волны и данных магнитотеллурического зондирования. В работе [Hoversen, 2006] выполнена инверсия амплитуд отражений для различных углов отражения (AVA) и данных морской электроразведки методом CSEM. Эта работа примечательна еще тем, что в ней делается попытка восстановить непосредственно петрофизические свойства нефтегазового коллектора. Коллектор характеризуется значениями пористости, водонасыщения и нефтегазонасыщения. Связь с физическими параметрами сейсмической среды (скоростью звука и плотностью среды) и электропроводностью обеспечивается эмпирическими законами с заданными параметрами (на практике должны быть получены из лабораторных измерений керна скважин).

В целом вопрос совместной обработки и интерпретации разнометодных данных геофизики (так называемое комплексирование данных) находится в состоянии активного изучения. В отдельных случаях на этом пути получены впечатляющие примеры успешной инверсии полевых данных. Представляется, что совместная инверсия данных электроразведки и сейсморазведки будет основным инструментом для интерпретации электромагнитных измерений, направленных на поиски месторождений нефти и газа на море.

3. Постановка задачи совместной инверсии и численный метод

Будем решать обратную задачу в виде (1). Применительно к задаче совместного обращения давления u и электрического поля E_x (измеряется вдоль оси, соединяющей источник и приемник) входными данными являются значения u и E_x , которые задаются для конечного набора положений источников r' , приемников r и частот f . Формально можно определить два вектора входных данных:

$$d^{\{1\}} = \{u(r_i, r'_j, f_k)\}, \quad i=1, \dots, N_1, \quad j=1, \dots, M_1, \quad k=1, \dots, K_1,$$

$$d^{\{2\}} = \{E_x(r_i, r'_j, f_k)\}, \quad i=1, \dots, N_2, \quad j=1, \dots, M_2, \quad k=1, \dots, K_2.$$

Здесь N , M , K — число приемников, источников и частот соответственно. Индекс (1) относится к давлению, а индекс (2) — к электрическому полю. Геологическая среда разбивается на некоторое число параллелепипедных ячеек и описывается двумя параметрами: скоростью звука c и электропроводностью σ . Вектор неизвестных $m^{\{1\}}$ содержит значения c в центрах ячеек, вектор $m^{\{2\}}$ содержит значения $\log \sigma$ в центрах ячеек:

$$m^{\{1\}} = c_i, \quad i=1, \dots, N,$$

$$m^{\{2\}} = \log(\sigma_i), \quad i=1, \dots, N,$$

где N — общее число ячеек. Как и выше, связь между параметрами и данными определяется формально вводимыми операторами решения прямых задач $\mathcal{A}^{\{1\}}$ и $\mathcal{A}^{\{2\}}$: $d^{\{1\}} = \mathcal{A}^{\{1\}}(m^{\{1\}})$ и $d^{\{2\}} = \mathcal{A}^{\{2\}}(m^{\{2\}})$. Оператору $\mathcal{A}^{\{1\}}$ отвечает решение задачи Гельмгольца для акустики некоторым численным методом, а $\mathcal{A}^{\{2\}}$ — решение системы уравнений Максвелла в квазистационарном режиме некоторым численным методом.

Запишем целевой функционал в виде

$$\Phi = \phi^{\{1\}}(m^{\{1\}}, d^{\{1\}}) + \phi^{\{2\}}(m^{\{2\}}, d^{\{2\}}) + \lambda c_1 \phi_m^{\{1\}}(m^{\{1\}}) + \lambda c_2 \phi_m^{\{2\}}(m^{\{2\}}) + \lambda c_3 S(m^{\{1\}}, m^{\{2\}}). \quad (11)$$

Здесь параметры c_1 , c_2 и c_3 определяют вклад различных членов в стабилизатор и задаются в начале работы алгоритма.

Функционал $S(m^{\{2\}}, m^{\{2\}})$ определяет совместные ограничения, накладываемые на $m^{\{1\}}$ и $m^{\{2\}}$. В настоящей работе ставится требование максимальной коррелированности нормированных градиентов $\frac{\nabla m^{\{1\}}}{\|\nabla m^{\{1\}}\|}$ и $\frac{\nabla m^{\{2\}}}{\|\nabla m^{\{2\}}\|}$. Это преобразование нелинейно, поэтому ли-

неаризуем его следующим образом. Введем преобразование $T(x) = \frac{x - \hat{x}}{\sigma_x}$, x принимает значения $m^{\{1\}}$ или $m^{\{2\}}$, \hat{x} есть среднее, σ_x есть среднеквадратичное отклонение, взятое с предыдущей итерации обратной задачи. Таким образом, функционал $S(m^{\{2\}}, m^{\{2\}})$ определяется следующим образом:

$$S(m^{\{2\}}, m^{\{2\}}) = \det G(T(m^{\{1\}}), T(m^{\{2\}}))$$

и имеет смысл определителя матрицы Грама, построенной на стандартизованных векторах параметров. Для минимизации (11) применим метод сопряженных градиентов в его нелинейном варианте. Запишем вычислительную схему:

$$\begin{aligned}d_{prd}^{(n)} &= \mathcal{A}^{(n)}(m^{(n-1)}), \\r^{(n)} &= W_d(d_{prd}^{(n)} - d), \\g^{(n)} &= g(m^{(n)}), \\ \alpha^n &= \frac{\|g^{(n)}\|^2}{\|g^{(n-1)}\|^2}, \\p^{(n)} &= -g^{(n)} + \alpha^{(n)} p^{(n-1)}, \quad p^{(0)} = -g^{(0)}, \\ \beta^{(n)} &= \beta^{(n)}(m^{(n)}, \lambda), \\m^{(n)} &= m^{(n-1)} + \beta^{(n)} p^{(n)}.\end{aligned}$$

Здесь векторы, матрицы и операторы объединяют в себе соответствующие переменные для двух геофизических методов:

$$\begin{aligned}d_{prd} &= \begin{pmatrix} d_{prd}^{\{1\}} \\ d_{prd}^{\{2\}} \end{pmatrix}, \\d &= \begin{pmatrix} d^{\{1\}} \\ d^{\{2\}} \end{pmatrix}, \\m &= \begin{pmatrix} m^{\{1\}} \\ m^{\{2\}} \end{pmatrix}, \\g &= \begin{pmatrix} g^{\{1\}} \\ g^{\{2\}} \end{pmatrix}, \\W_d &= \begin{pmatrix} W_d^{\{1\}} & 0 \\ 0 & W_d^{\{2\}} \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Для расчета градиентов целевого функционала используется выражение

$$g^{\{i\}} = q^{\{i\}} + \lambda(c_i l^{\{i\}} + c_3 l_G^{\{i\}}), \quad i=1,2,$$

где $q^{\{i\}}$ — градиенты функционалов невязки, $l^{\{i\}}$ — градиенты $\phi_m^{\{i\}}$, $l_G^{\{i\}}$ — градиенты l_G .

Для описанного выше алгоритма является важным вопрос выбора шага $\beta^{(n)}$. Выполним оценку шага методом линейного поиска, т. е. в виде

$$\beta = \operatorname{argmin}_{\beta} \Phi(m^{(n-1)} + \beta p^{(n)}).$$

Вычисление вариации определителя матрицы Грама по $\beta^{(n)}$ может быть выполнено с использованием выражений для вариации по $m^{\{i\}}$ [Zhdanov, 2012]. Мы не приводим явные выражения ввиду их громоздкости.

4. Результаты моделирования

В этом разделе приведены результаты численного моделирования, выполненные с фиксированным распределением электропроводности (обновлялись только значения скорости звука). Оператор прямой задачи представлял собой решение трехмерного уравнения Гельмгольца для постоянной плотности методом интегральных уравнений.

На основании данных реального участка шельфа было начальное распределение скорости звука, показанное на рис. 1. Можно выделить водный слой глубиной 200 м (на рисунке не показан) и объем размером $3 \times 3 \times 2$ км, изображенный на рисунке. Начальное распределение скорости звука содержит крутую границу, отделяющую высокоскоростной блок от перекрывающего низкоскоростного блока. В среде присутствует ярко выраженная инверсия скорости звука — повышение скорости в диапазоне глубин под дном моря от 400 до 900 м на фоне низких значений скорости ниже и выше этого диапазона.

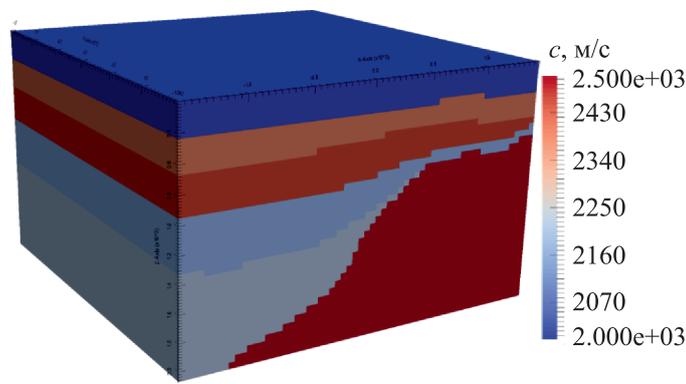


Рис. 1. Значения скорости звука в объеме, заданные на основании реального участка работ. Слой воды 200 м не показан

Геометрия системы наблюдения приведена на рис. 2. Приемники и источники располагались на глубине 50 м с шагом 500 м по обоим направлениям. Количество источников равнялось 144, количество приемников равнялось 841. Приемники регистрировали поле давления, возбуждаемое каждым источником. Число входных данных на каждой частоте равнялось $144 \times 841 = 121\,104$.

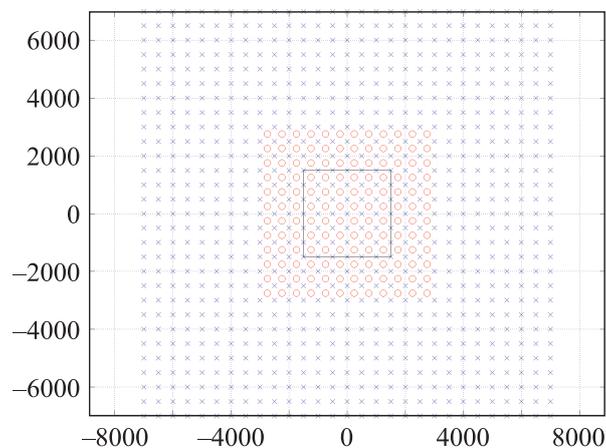


Рис. 2. Геометрия системы наблюдения в плоскости XY. Кружками показаны источники, крестиками показаны приемники. Черной линией показаны контуры аномальной области

Данные моделировались на 10 частотах в диапазоне от 0.1 до 1 Гц с шагом 0.1 Гц. Спектр источника выбирался таким образом, чтобы частоты образовывали спектр импульса Рикера с центральной частотой 0.5 Гц. Пример синтетических данных, по которым решалась обратная задача, приведен на рис. 3. Данные представляют собой медленно осциллирующее волновое поле, которое не выходит в квазистационарный режим, несмотря на низкую частоту.

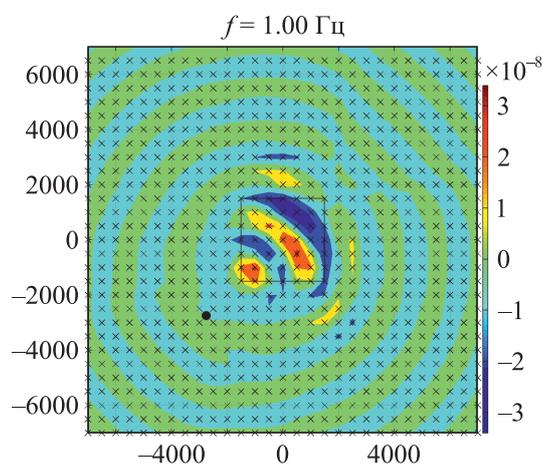


Рис. 3. Входные данные для инверсии на одной частоте (реальная часть аномального давления на частоте 1 Гц)

В этом тесте все частоты обращались одновременно. Это делает вычисления более трудоемкими по сравнению с последовательной инверсией частот, поскольку используется большой массив данных и требуется память для решения прямых задач на каждой используемой частоте. В приведенном тесте расчеты выполнялись на 1728 вычислительных ядрах. С другой стороны, одновременное использование многих частот приводит к тому, что на каждом шаге инверсии вычисленная поправка к решению отражает структуру исследуемой среды. Это позволяет накладывать структурные ограничения на решение.

В качестве стартового значения решения было выбрано постоянное значение скорости звука, равное 2300 м/с. Инверсия акустических данных приводит к решению, показанному на рис. 4. Это распределение скорости звука отражает основные особенности геологической среды. Высокоскоростной блок в нижней правой части объема восстанавливается удовлетворительно. При этом два субгоризонтальных слоя с повышенной скоростью звука практически не видны. Это можно связать с относительно низкой разрешающей способностью данных из-за низких использованных частот.

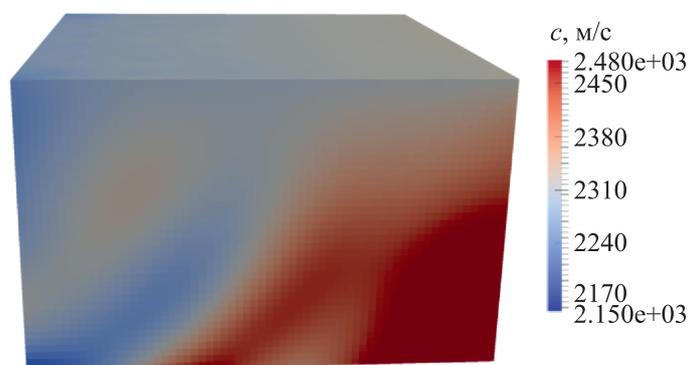


Рис. 4. Решение, полученное в результате монопараметрической инверсии акустического поля

Другим недостатком полученного решения следует считать артефакты инверсии. Например, это узкая линейная зона повышения скорости, идущая из нижней левой части направо вверх, под углом около 45° к верхней грани области. Также можно заметить вариации скорости внутри высокоскоростного блока, которые отсутствуют в истинном решении. Вероятная причина появления этих артефактов связана с резкой контрастной границей и недостаточно широким спектром пространственных гармоник, ширина которого, при заданном частотном составе входных данных, регулируется шириной апертуры.

Указанные проблемы в той или иной мере можно решить более удачным выбором входных данных. Например, использованием больших удалений, а также расширением их спектрального состава. Это можно сделать в данном конкретном случае, поскольку данные синтетические. На практике подобное решение не всегда возможно. Как правило, максимальные удаления не превышают 6–8 км, а измерения на больших удалениях осложнены случайными шумами. Данные на высоких частотах могут быть испорчены наложением частот из-за недостаточной пространственной дискретизации. Кроме того, решение прямой задачи на частотах выше 10–12 Гц представляет собой сложную вычислительную задачу из-за чрезвычайно высокой обусловленности результирующих матриц.

Для исследования было использовано распределение электропроводности, показанное на рис. 5. Значения проводимости выбраны типичными для морских осадочных разрезов, исходя из предположения, что разрез представлен терригенно-осадочной толщей, а проводимость определяется межзерновой пористостью и проводимостью пластового раствора. На практике подобные распределения появляются в результате интерпретации данных электроразведки, когда геометрический каркас основных геологических комплексов, полученный в результате интерпретации мигрированных сейсмических разрезов, наполняется значениями электропроводности, полученными в результате инверсии электромагнитных данных (при этом результат инверсии собственно электромагнитных данных представляет собой чрезвычайно гладкие распределения с очень низким пространственным разрешением). Использование такого распределения позволяет наложить структурное ограничение на решение при полноволновой инверсии акустического поля, затем выполнить миграцию с уточненными значениями скорости звука и уточнить структурные построения.

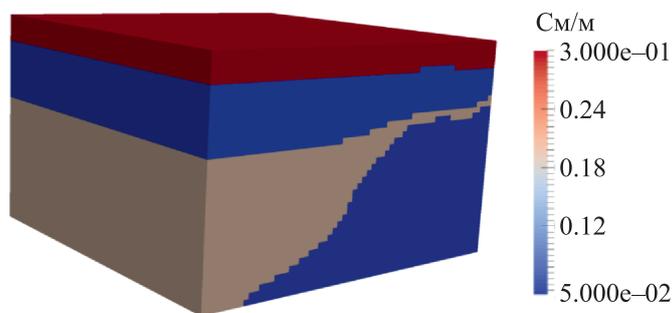


Рис. 5. Значения электропроводности в среде

Обращение акустических данных выполнялось таким образом, чтобы на решение налагалось требование минимума нормы градиента скорости звука в сочетании с требованием структурного подобия. Вопрос об оптимальном сочетании ограничений различных типов в настоящее время не имеет однозначного решения. На практике выбор оптимальных параметров ложится на конечного пользователя. Чтобы получить общее представление о том, как влияют совместное наложение нескольких условий на результат решения обратной задачи, была выполнена инверсия с различными параметрами.

В первом тесте вклад определителя матрицы Грама задавался равным 30 % от общей нормы вектора параметров. Результат инверсии показан на рис. 6. Распределение скорости в высокоскоростном блоке лучше соответствует истинному распределению за счет меньшего количе-

ства вариаций. Кроме того, в решении можно выделить субгоризонтальный слой с повышенной скоростью звука, перекрывающий высокоскоростной блок. При этом значения скорости внутри этого слоя сильно занижены, а его границы размыты. Левее блока повышенной скорости отсутствуют артефакты, которые в предыдущем решении образовывали узкие полосы под углом около 45° к поверхности. Вместе с тем полностью избавиться от вариаций скорости внутри блока не удалось, а границы отдельных блоков оказались сильно размыты.

В следующем тесте вклад определителя матрицы Грама составлял 50 % от общей нормы вектора параметров. Результат показан на рис. 7. Основным отличием по сравнению с предыдущим решением являются более резкие границы слоев. Субгоризонтальный слой с повышенными значениями скорости ясно выделяется на фоне выше- и нижележащих областей, хотя абсолютное значение этого повышения невелико. Разделение этой субгоризонтальной зоны на два слоя не произошло. Как было показано выше при инверсии без использования структурного подобия, информация об этом слое почти не содержится в данных. Решение в этой области полностью определяется наложенными ограничениями, но в распределении электропроводности эти два слоя объединены.

Отметим, что низкоскоростная зона в левой нижней части выражена более четко по сравнению с предыдущей инверсией. Это можно объяснить следующим образом. Более сильное структурное ограничение сузило область эквивалентности решения. Несмотря на то что к этому слою нет чувствительности, это привело к компенсирующему улучшению в других областях, в том числе в тех, где есть чувствительность, но разрешение низкое. Благодаря использованию информации другого физического типа финальный результат акустической инверсии был существенно улучшен.

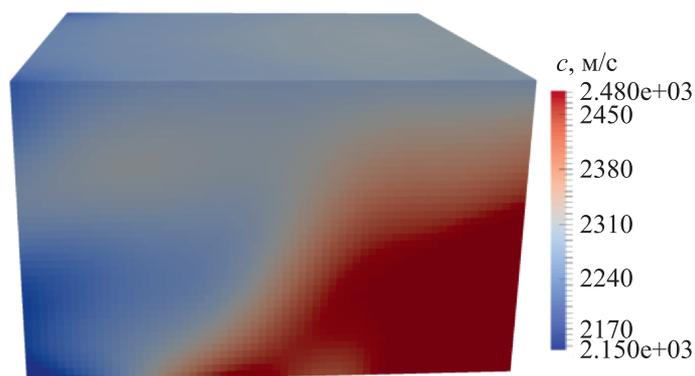


Рис. 6. Решение, полученное в результате полноволновой инверсии акустического поля с наложением условия структурного подобия, вклад определителя матрицы Грама 30 %

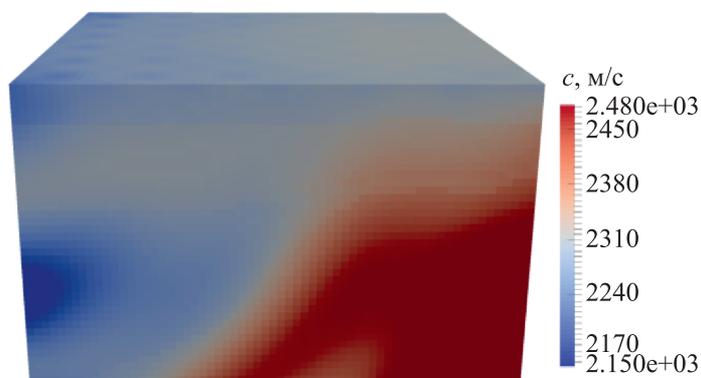


Рис. 7. Решение, полученное в результате полноволновой инверсии акустического поля с наложением условия структурного подобия, вклад определителя матрицы Грама 50 %

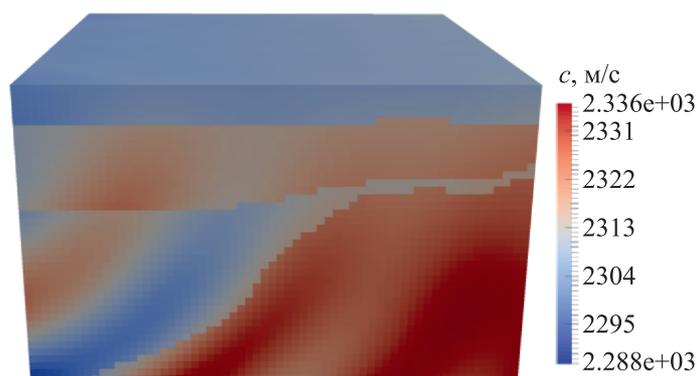


Рис. 8. Решение, полученное в результате полноволновой инверсии акустического поля с наложением условия структурного подобия (шкала отличается от двух предыдущих решений), вклад определителя матрицы Грама 90 %

Вместе с тем следует отметить, что место смыкания вершины высокоскоростного блока и нижней части субгоризонтального слоя с повышенной скоростью отображено не достаточно адекватно.

Следующий тест выполнен с настройками, которые обеспечивают вклад определителя матрицы Грама на уровне 90 % от общей нормы вектора параметров. Результат приведен на рис. 8. Наложение столь сильных ограничений привело к нарушению сходимости после второй итерации. Алгоритм не смог улучшить решение. Это объясняется следующими обстоятельствами. На первых итерациях значение невязки велико, и она почти полностью определяет направление, в котором эволюционирует решение. Когда невязка уменьшается, то возрастает роль стабилизатора параметрического функционала, в результате чего на последних итерациях направление эволюции решения сильно зависит от наложенных ограничений. В приведенном примере направление в пространстве параметров было сильно искажено введением сильного ограничения уже на первых итерациях, и алгоритм не смог улучшить невязку.

5. Заключение

В работе рассмотрен один из методов выполнения совместной инверсии, основанный на наложении требования структурного подобия. Применительно к синтетическим данным низкочастотной электроразведки и сейсморазведки показана принципиальная возможность уточнять решение путем использования информации другого геофизического метода, а также обозначены ключевые проблемы, возникающие при разработке численного метода. Развитие этого подхода может привести к созданию новых эффективных методов обращения разнородных геофизических данных.

Список литературы (References)

- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. 2-е изд. — М.: Наука, 1979. — 288 с.
Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach.* 2-e izd. [Methods for solving ill-posed problems. 2nd ed.]. — Moscow: Nauka, 1979. — 288 p. (in Russian).
- Brown V., Key K., Singh S.* Seismically regularized controlled-source electromagnetic inversion // *Geophysics.* — 2012. — Vol. 77, Is. 1. — P. E57–E65.
- Dorn O. A., Bertete-Aguirre H., Berryman J. G., Papanicolaou G. C.* Nonlinear Inversion Method for 3D Electromagnetic Imaging Using Adjoint Fields // *Inv. Prob.* — 1999. — Vol. 15. — P. 1523–1558.

- Fanavoll S., Gabrielsen P. T., Ellingsrud S.* The impact of CSEM on exploration decisions and seismic: two case studies from the Barents Sea // *First Break*. — 2014. — Vol. 32.
- Farquharson C. G., Oldenburg D. W.* A Comparison of Automatic Techniques for Estimating the Regularization Parameter in Non-Linear Inverse Problems // *Geophys. J. Int.* — 2004. — Vol. 156. — P. 411–425.
- Fletcher R., Reeves C. M.* Function minimization by conjugate gradients // *Computer J.* — 1959. — Vol. 7. — P. 149–154.
- Gallardo L. A., Meju M. A.* Structure-coupled multiphysics imaging in geophysical sciences // *Reviews of Geophysics*. — 2011. — Vol. 49, Is 1.
- Gallardo L. A., Meju M. A.* Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradient constraints // *Journal of geophysical research*. — 2004. — Vol. 109.
- Golub G. H., Heath M., Wahba G.* Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter // *Technometrics*. — 1979. — Vol. 21, Is. 2.
- Hansen C.* Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion. — 1998.
- Hoversten G. M., Cassassuce F., Gasperikova E., Newman G. A., Chen J., Rubin Y., Hou Z., Vasco D.* Direct reservoir parameter estimation using joint inversion of marine seismic AVA and CSEM data // *Geophysics*. — 2006. — Vol. 71, Is. 3. — P. C1–C13.
- Mitsuhata Y., Uchida T., Amano H.* 2.5-D inversion of frequency-domain electromagnetic data generated by a grounded-wire source // *Geophysics*. — 2002. — Vol. 67, Is. 6. — P. 1753–1768.
- Molodtsov D. M., Troyan V. N., Roslov Y. V., Zerilli A.* Joint inversion of seismic traveltimes and magnetotelluric data with a directed structural constraint // *Geophysical Prospecting*. — 2013. — Vol. 61, Is. 6. — P. 1218–1228.
- Morozov V. A.* *Methods for Solving Incorrectly Posed Problems*. — New York: Springer Verlag, 1984.
- Polak E.* *Computational methods in optimization: A unified approach*. — Academic Press, 1971.
- Rodi W., Makie R. L.* Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion // *Geophysics*. — 2001. — Vol. 66, Is. 1. — P. 174–187.
- Tarantola A.* *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. — 1987.
- Zhdanov M. S.* *Geophysical inverse theory and regularization problems*. — Elsevier, 2002.
- Zhdanov M. S., Gribenko A., Wilson G.* Generalized joint inversion of multimodal geophysical data using Gramian constraints // *Geophysical research letters*. — 2012. — Vol. 39.

