

УДК: 623.454.83; 533.951; 519.6

Численные исследования структуры возмущенных областей, образованных мощными взрывами на различных высотах. Обзор

В. А. Андрущенко^а, Е. Л. Ступицкий^б

Институт автоматизации проектирования Российской академии наук,
Россия, 123056, г. Москва, 2-я Брестская ул., д. 19/18

E-mail: ^аandrusvictor@ya.ru, ^бstup@bk.ru

Получено 22.08.2019, после доработки — 14.09.2019.

Принято к публикации 16.09.2019.

В основу обзора положены некоторые ранние работы авторов, представляющие определенный научный, методический и практический интерес; наибольшее внимание уделено работам последних лет, где выполнены достаточно подробные численные исследования не только одиночных, но также двойных и множественных взрывов в широком диапазоне высот и условий в окружающей среде. Так как в нижней атмосфере ударная волна мощного взрыва является одним из главных поражающих факторов, то в обзоре большое внимание уделено физическому анализу их распространения и взаимодействия. С помощью разработанных авторами трехмерных алгоритмов рассмотрены интересные с физической точки зрения эффекты интерференции и дифракции нескольких ударных волн в отсутствие и при наличии подстилающей поверхности различной структуры. Определены количественные характеристики в области их максимальных значений, что представляет известный практический интерес. Для взрывов в плотной атмосфере найдены некоторые новые аналитические решения на основе метода малых возмущений, удобные для приближенных расчетов. Для ряда условий показана возможность использования автомодельных свойств уравнений первого и второго рода для решения задач о развитии взрыва.

На основе численного анализа показано принципиальное изменение в структуре развития возмущенной области при изменении высоты взрыва в диапазоне 100–120 км. На высотах более 120 км геомагнитное поле начинает влиять на развитие взрыва, поэтому даже для одиночного взрыва картина плазменного течения через несколько секунд становится существенно трехмерной. Для расчета взрывов на высотах 120–1000 км под руководством академика Холодова А. С. был разработан специальный трехмерный численный алгоритм на основе МГД-приближения. Были выполнены многочисленные расчеты и впервые получена достаточно подробная картина трехмерного течения плазмы взрыва с образованием через 5–10 с восходящей струи, направленной в меридиональной плоскости примерно по геомагнитному полю. После некоторой модификации данный алгоритм использовался для расчета двойных взрывов в ионосфере, разнесенных на некоторое расстояние. Взаимодействие между ними осуществлялось как плазменными потоками, так и через геомагнитное поле. Некоторые результаты приведены в данном обзоре и подробно изложены в оригинальных статьях.

Ключевые слова: численное моделирование, взрывы в атмосфере, одиночные и множественные взрывы, ударные волны

UDC: 623.454.83; 533.951; 519.6

Numerical studies of the structure of perturbed regions formed by powerful explosions at various heights. A review

V. A. Andrushchenko^a, E. L. Stupitsky^b

Institute of Computer Aided Design of the Russian Academy of Sciences (ICAD RAS),
19/18 2-nd Brestskaya st., Moscow, 123056, Russia

E-mail: ^aandrusvictor@ya.ru, ^bstup@bk.ru

Received 22.08.2019, after completion — 14.09.2019.

Accepted for publication 16.09.2019.

The review is based on some of the authors' early works of particular scientific, methodological and practical interest and the greatest attention is paid to recent works, where quite detailed numerical studies of not only single, but also double and multiple explosions in a wide range of heights and environmental conditions have been performed. Since the shock wave of a powerful explosion is one of the main damaging factors in the lower atmosphere, the review focuses on both the physical analysis of their propagation and their interaction. Using the three-dimensional algorithms developed by the authors, the effects of interference and diffraction of several shock waves, which are interesting from a physical point of view, in the absence and presence of an underlying surface of various structures are considered. Quantitative characteristics are determined in the region of their maximum values, which is of known practical interest. For explosions in a dense atmosphere, some new analytical solutions based on the small perturbation method have been found that are convenient for approximate calculations. For a number of conditions, the possibility of using the self-similar properties of equations of the first and second kind to solve problems on the development of an explosion has been shown.

Based on numerical analysis, a fundamental change in the structure of the development of the perturbed region with a change in the height of the explosion in the range of 100–120 km is shown. At altitudes of more than 120 km, the geomagnetic field begins to influence the development of the explosion; therefore, even for a single explosion, the picture of the plasma flow after a few seconds becomes substantially three-dimensional. For the calculation of explosions at altitudes of 120–1000 km under the guidance of academician A. Kholodov. A special three-dimensional numerical algorithm based on the MHD approximation was developed. Numerous calculations were performed and for the first time a quite detailed picture of the three-dimensional flow of the explosion plasma was obtained with the formation of an upward jet in 5–10 s directed in the meridional plane approximately along the geomagnetic field. After some modification, this algorithm was used to calculate double explosions in the ionosphere, spaced a certain distance. The interaction between them was carried out both by plasma flows and through a geomagnetic field. Some results are given in this review and are described in detail in the original articles.

Keywords: numerical simulation, explosions in the atmosphere, single and multiple explosions, shock waves

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 1, pp. 97–140 (Russian).

1. Введение

В истории развития газодинамики течений, инициированных взрывами в атмосфере, произошло несколько всплесков научно-исследовательской активности. Первый из них произошел более семи десятилетий тому назад в связи с предстоящими испытаниями ядерного оружия и привел к возникновению теории точечного взрыва, описывающей явления, присущие взрывам зарядов малых размеров, но большой мощности в атмосфере. Первые публикации, заложившие основы теории сильного точечного взрыва, принадлежали Дж. Тейлору [Taylor, 1941], Дж. фон Нейману [Neumann, 1941], Л. И. Седову [Седов, 1946], К. П. Станюковичу [Станюкович, 1946]. Дальнейшее развитие теории точечного взрыва шло по двум направлениям: аналитическое и численное исследование одномерных задач в усложненных физических постановках, к ним относятся, например, работы [Черный, 1957; Компанец, 1960; Зельдович, Райзер, 1963; Brode, 1955; Охочимский, 1957; Коробейников и др., 1961], и переход к квазидвумерным задачам [Laumbach, Probst, 1969]. Прогресс в развитии электронно-вычислительной техники позволил рассчитывать взрывы в неоднородной атмосфере в двумерных постановках при детальном исследовании влияния на течение различных физических и геометрических факторов (противодавление, гравитация, электропроводность среды, несимметричность энерговыделения и пр.) [Коробейников и др., 1961; Бабенко и др., 1963; Действие ядерного взрыва, 1971; Кестенбойн и др., 1974; Шуршалов, 1980].

Второй пик резкого увеличения интереса к задачам теории взрыва, вновь выдвинувшихся в ряд задач первостепенной значимости, произошел около трех десятилетий тому назад в связи с осознанием человечеством реальности вторжения в атмосферу нашей планеты малых космических тел с их возможными последующими катастрофическими взрывами в ней или на земной поверхности, так называемая проблема астероидно-кометной опасности. Ее актуальность очевидна по причине неограниченности верхнего предела энерговыделения при таких взрывах и поэтому является важнейшей дилеммой для человечества, одной из сторон которой является вопрос его выживания.

После первых работ по этому вопросу [Астапович, 1958; Баум и др., 1968; Покровский, 1964, 1966] сформировалось целое самостоятельное направление исследований со своими особенностями в физическом содержании и численном моделировании. В значительной степени прогресс в этом направлении был обусловлен имеющимися эмпирическими материалами, наибольшее количество которых было получено по падению Челябинского болида 2013 г. Безусловно, данное направление исследований достойно отдельного обзора специалистов и поэтому в данной работе не рассматривается.

Определенное самостоятельное направление исследований сформировалось в 1970–1980 гг. при решении задач высотного ($h < 80$ км) и космического ($h > 80$ км) ядерного взрыва [Физика ядерного взрыва, 2009]. Для высотного взрыва основная трудность при численном моделировании была связана с необходимостью корректного описания переноса излучения; для космического взрыва — с расчетом параметров неравновесной плазмы и разреженного воздуха при их движении в неоднородной сильно Разреженной верхней атмосфере и геомагнитном поле [Ступицкий, Холодов, 2019].

По мере развития вычислительной техники и более глубокого понимания физических процессов, определяющих развитие взрыва, возникла возможность численного исследования двойных и даже множественных взрывов, когда возмущенные области взрыва могут существенно влиять друг на друга.

Настоящий обзор посвящен именно этому сравнительно новому направлению в развитии вычислительной физики — численным методам анализа взаимодействия и объединения двойных и множественных взрывов, а в более широком плане — взаимодействию и объединению плазменных областей, которые могут образовываться в результате импульсного энерговыделения химической, электрической или лазерной энергии. Ясно, что для понимания картин развития двойных взрывов и разработки соответствующего математического аппарата необходимо

хотя бы кратко проанализировать физические особенности развития и разработанные методы математического моделирования мощных одиночных взрывов на различных высотах.

Материал обзора по вопросам одиночных и двойных взрывов в нижней и верхней атмосферах главным образом обусловлен научными интересами авторов и основан на их работах. Показана возможность использования разработанных алгоритмов для решения смежных геофизических задач, близких по физическому содержанию и численной реализации рассматриваемых в обзоре вопросов по развитию взрыва.

2. Мощные одиночные взрывы в нижней однородной атмосфере

Основная цель первых исследований мощных взрывов в однородной нижней атмосфере была связана с определением законов распространения образующихся при этом ударных волн (УВ) при одномерном течении [Седов, 1946; Коробейников и др., 1961; Седов, 1977].

Взрывные волны — это движение среды, возникшее в результате внезапного высвобождения энергии, первоначально заключенной в некотором небольшом объеме. Теория распространения взрывных волн играет важную роль в исследовании широкого круга природных явлений, таких как падение метеорных тел на поверхность планет, извержения вулканов, хромосферные вспышки на Солнце, вспышки новых и сверхновых звезд и пр., а также в изучении процессов, связанных с деятельностью человека, таких как взрывы ядерных и химических веществ, электрические разряды в газах и жидкостях, фокусировка лазерного излучения и др.

Точное решение автомодельной задачи было получено Л. И. Седовым в предположении точечного энерговыделения и нулевого давления окружающего воздуха [Седов, 1946, 1977]. Движение предполагалось адиабатическим при сферической симметрии для функций ρ , u , p / ρ^γ (обозначения стандартные, γ — показатель адиабаты), с граничными условиями Ренкина–Гюгонио на фронте УВ $r_1 = R(t)$:

$$\begin{aligned} \rho_1(u_1 - c) &= -\rho_0 c, \quad \rho_1(u_1 - c)^2 = \rho_0 c^2, \\ \rho_1(u_1 - c) [\gamma p_1 / (\gamma - 1) \rho_1 + (u_1 - c)^2 / 2] &= -\rho c^3 / 2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $c = dR / dt$ — скорость УВ, величины с индексом 1 — значения на фронте УВ. К ним присоединяется условие отсутствия притока массы и энергии в центре:

$$u(0, t) = 0 \quad \text{при } t > 0. \quad (2)$$

Начальные условия таковы:

$$\begin{aligned} \rho(r, 0) &\equiv \rho_0, \quad u(r, 0) \equiv 0, \quad p(r, 0) \equiv 0 \quad \text{при } r \neq 0, \\ 4\pi \int_0^{R(t)} \rho \left[u^2 / 2 + p / \rho(\gamma - 1) \right] r^2 dr &= E_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Искомые функции зависят от набора определяющих параметров задачи:

$$t, E_0, \rho_0, r, \gamma. \quad (4)$$

Применяя анализ размерностей [Седов, 1977], получим безразмерные определяющие параметры:

$$\Pi_1 = r \left(E_0 t^2 / \rho_0 \right)^{-1/5} = \lambda, \quad \Pi_2 = \gamma. \quad (5)$$

Решение системы обыкновенных уравнений, полученных из исходных в частных производных после подстановки:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \rho'(\lambda, \gamma), \quad u = (r, t) u'(\lambda, \gamma), \quad p = \rho_0 (r/t)^2 p'(\lambda, \gamma), \\ r_1 &= \lambda_0(\gamma) (E_0 t^2 / \rho_0)^{1/5}, \quad c = (2/5) \lambda_0(\gamma) (E_0 / \rho_0 t^3)^{1/5} \end{aligned} \quad (6)$$

находится в автомодельных переменных в конечном виде [Седов, 1946, 1977].

Автомодельное решение Л. И. Седова, выведенное в [Седов, 1946], представляется весьма громоздкими формулами в параметрическом виде, а часто в приложениях возникает необходимость в упрощенных, более наглядных зависимостях решения задачи от независимой переменной. Такие приближенные соотношения, хорошо аппроксимирующие точное решение при малых значениях параметра $\varepsilon = \gamma - 1$, выведены в [Головешкин и др., 2013, 2015; Мурашкин, 2013; Андрущенко и др., 2013]. Вводятся уточненные безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} \rho &= [(\gamma + 1) / (\gamma - 1)] \rho_0 \rho'(\lambda), \quad u = 4/5 (\gamma + 1) [(E / \rho_0) t^{-3}]^{1/5} u'(\lambda), \\ p &= 8/25 (\gamma + 1) \rho_0 [(E / \rho_0) t^{-6}]^{1/5} p'(\lambda), \quad \lambda = r [(E / \rho_0) t^2]^{1/5}. \end{aligned} \quad (7)$$

Исходная система дифференциальных уравнений в частных производных после подстановки новых переменных ρ' , u' , p' сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений от λ . Проведя последовательно преобразования зависимых и независимых переменных после ряда трудоемких выкладок, выводятся формулы приближенного решения в автомодельных переменных до членов второго порядка точности относительно ε [Андрущенко и др., 2013; Головешкин и др., 2015]. Из-за громоздкости они здесь не приводятся, а отбрасывая в них члены порядка ε^2 , получаем формулы до членов первого порядка точности относительно ε :

$$\begin{aligned} \rho &= \lambda^{(5-2\gamma)/(\gamma-1)} (2 - \lambda^{3/(\gamma-1)})^{-2}, \quad u = \lambda \left[1 - (\gamma - 1) (1 - \lambda^{3/(\gamma-1)}) \right], \\ p &= (1 + \lambda^{3/(\gamma-1)}) / 2 + (\gamma - 1) (1/4 - \ln 2) (1 - \lambda^{3/(\gamma-1)}). \end{aligned} \quad (8)$$

Сопоставление результатов точного решения Л. И. Седова (сплошные кривые) и приближенного с учетом членов порядка ε^2 (пунктир) для ρ , u , p при значениях $\gamma = 1.1, 1.2, 1.4$ приведено на рис. 1, а–в соответственно.

На рис. 2, а–в представлено сравнение точного решения с приближенным — формулы (8) в тех же обозначениях.

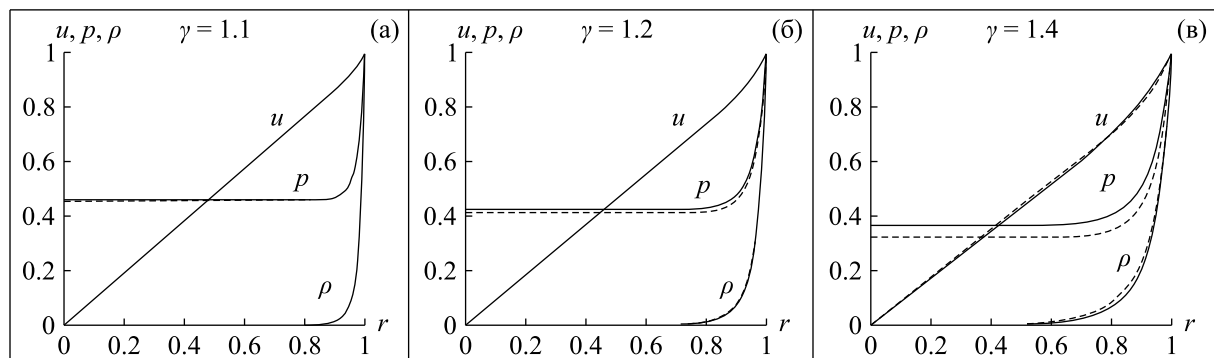


Рис. 1. Сравнение точного решения Л. И. Седова (сплошные кривые) с приближенным с точностью до членов второго порядка малости (пунктир), для различных показателей адиабаты — γ

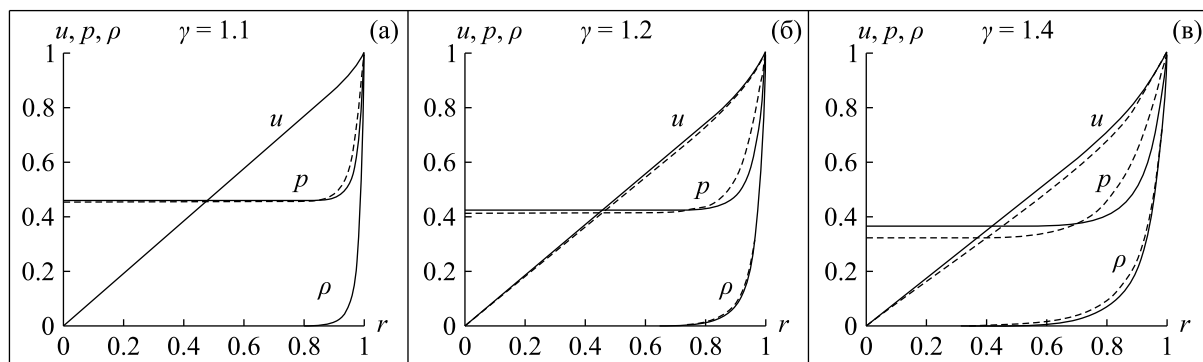


Рис. 2. Сравнение точного решения Л. И. Седова (сплошные кривые) с приближенным (формула (8)) с точностью до членов первого порядка малости (пунктир) для различных показателей адиабаты — γ

Совпадение оказалось хорошим в первом случае и только немного хуже во втором.

Значения коэффициентов $\lambda_0(\gamma)$ в законе распространения фронта УВ $\left(R(t) = \lambda_0(\gamma) (E_0 t^2 / \rho_0)^{1/5}\right)$ для точного решения [Седов, 1977], для приближенного решения Зельдовича–Райзера [Зельдович, Райзер, 1963], использовавших метод тонкого пограничного слоя [Черный, 1959] $\left(\lambda_0(\gamma) = \left[75(\gamma-1)(\gamma+1)^2 / 16\pi(3\gamma-1)\right]^{1/5}\right)$ и нашего приближенного решения [Головешкин и др., 2015] $\left(\lambda_0(\gamma) = \left[75(\gamma-1) / 8\pi\right]^{1/5}\right)$, выведенные из закона сохранения энергии. Для показателя γ в пределах 1.05–1.67 отличие λ_0 в нашем случае от точного — порядка 1 %.

В работе [Андрущенко и др., 1975] рассматривается численное решение задачи о сильном точечном взрыве с автомодельностью второго рода. Предполагается, что на фронте УВ происходит потеря энергии (например, в случае излучения) или ее приток (например, вследствие химической реакции) [Артемьев и др., 1989]. Тогда в левую часть третьего граничного условия в (1) вносится дополнительный член $-\rho_1(u_1 - c)\varepsilon$, где ε — параметр интенсивности потерь ($\varepsilon < 0$) или притока ($\varepsilon > 0$) энергии за единицу времени в единице массы газа, проходящей через фронт, который пропорционален температуре на фронте $\varepsilon = AT_1 = Cp_1 / \rho_1$ (здесь A , C — константы, что необходимо, чтобы получающаяся асимптотика была автомодельной). Далее вводится обозначение $C = (\gamma_1 - \gamma) / (\gamma_1 - 1)(\gamma - 1)$, где γ — показатель адиабаты внутри возмущенной взрывом области, а γ_1 — на УВ. Можно показать [Андрущенко и др., 1975; Баренблатт, 1982], что решение этой задачи в форме, аналогичной для решения задачи об обычном сильном взрыве (6) при $\gamma \neq \gamma_1$, не существует. Тем не менее задача является автомодельной, но в отличие от задачи о сильном точечном взрыве (автомодельность первого рода [Седов, 1977]) показатель автомодельности здесь нельзя определить из теории размерности, а только после ее численного решения (это так называемая автомодельность второго рода [Баренблатт, 1982]). Для исследования задачи в постановке, в которой конечная энергия в начальный момент $t = 0$ выделяется не в точке, а в сфере некоторого малого радиуса R_0 , были проведены численные эксперименты. За начальные условия было выбрано решение Л. И. Седова для сильного взрыва, происшедшего в некоторый момент времени до момента времени $t = t_0$, когда фронт УВ достигает величины радиуса R_0 , после этого отсчет начинается заново от $t = 0$ при включении излучения или выделения энергии на фронте. Задача решается методом установления [Андрущенко и др., 1975; Баренблатт, 1982], основной результат заключается в том, что решение быстро вы-

ходит на асимптотику вида

$$\rho = \rho_0 \tilde{\rho}(\lambda, \gamma, \gamma_1), \quad u = (r/t) \tilde{u}(\lambda, \gamma, \gamma_1), \quad p = \rho_0 (u/t)^2 \tilde{p}(\lambda, \gamma, \gamma_1),$$

$$\lambda = r/r_1, \quad r_1 = \left(Et^2 / \rho_0 \right)^{\alpha/2}, \quad (9)$$

где E и α — некоторые постоянные, причем α зависит от γ и γ_1 и не зависит от t_0 , E , ρ_0 , а E зависит и от них. Зависимость $\alpha(\gamma_1)$ при $\gamma = 1.1$ приведена на рис. 3.

Выход решения на автомодельный режим показан на рис. 4, на котором видно, что график зависимости $\ln r_1$ от $\ln t$ выходит на прямую $\ln r_1 \sim \alpha \ln t$, а зависимость $\ln |d\Sigma/dt|$ от $\ln t$ — на прямую $\ln |d\Sigma/dt| \sim (5\alpha - 3) \ln t$ (здесь Σ — безразмерная суммарная энергия газа в возмущенной области).

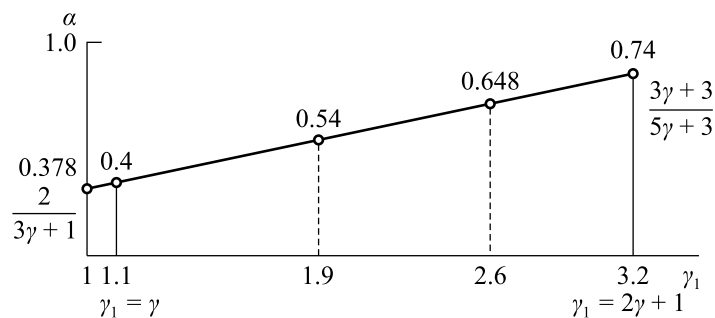


Рис. 3. Функциональная зависимость $\alpha(\gamma_1)$ при $\gamma = 1.1$

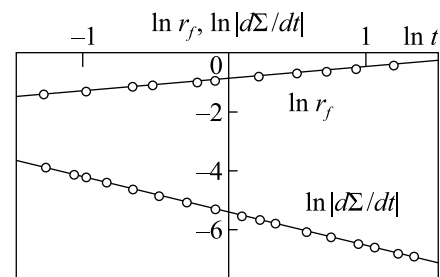


Рис. 4. Выход функций, определяющих процесс, на автомодельный режим

3. Математическое моделирование пространственного течения газа при одиночном взрыве

3.1. Двумерные задачи о взрывах в неоднородной атмосфере

Если масштабы газодинамического возмущения, создаваемого взрывом в атмосфере, становятся сравнимыми с высотой однородной атмосферы, которая на высотах $h < 100$ км составляет $\sim 6\div 8$ км, то течение со временем приобретает двумерный характер.

В работах [Андрущенко и др., 1981; Белоцерковский и др., 2000] рассматривалась задача о распространении в верхней части тропосферы взрывной УВ на основе нестационарных уравнений Навье–Стокса. Учитывались неоднородность среды, противодействие, гравитация и излучение.

Исследовался взрыв на высоте $H = 8$ км с энерговыделением $E = 10^{17}$ Дж с учетом диссипации энергии посредством лучистого переноса тепла. Коэффициенты вязкости и лучистого переноса аппроксимировались степенными зависимостями: $\mu \sim T^\omega$, $k \sim T^\alpha \rho^\beta$, где параметры ω , α , β принимались равными 1.5, 1.5, -2.0 , как это рекомендовалось для задач подобного класса в [Kim et al., 1975]. За начальные условия выбирались решения одномерной задачи в секторном приближении [Кестенбойн и др., 1974] по различным направлениям с последующей интерполяцией результатов на двумерную сетку [Андрущенко и др., 1981]. Обезразмеривание осуществлялось посредством параметров: начальный радиус УВ R_1 — линейный масштаб; $\sqrt{R_1/g}$, $\sqrt{R_1 g}$ — масштабы времени и скорости; $\rho_0 = \rho_a(H)$, $p_0 = p_a(H)$, T_0 — масштабы плотности, давления, температуры. Определяющие задачу безразмерные комплексы:

$Re = \rho_0 R_1 \sqrt{R_1 g} / \mu_0$ — число Рейнольдса, $Pr = c_p \mu_0 / k_0$ — число Прандтля, $M = \sqrt{R_1 g / \gamma A T_0}$ — число Маха, $\gamma = c_p / c_v$, $z_1 = H / R_1$, $p_1 = p'_1 / p_0$, ω , α , β .

Исходная система аппроксимировалась разностной с помощью неявной разностной схемы расщепления по функциям и координатам [Белоцерковский и др., 2000]. Счет велся сквозным способом (при $Re = 10^7$, $Pr = 1$, $M = 0.1$, $\gamma = 1.4$) в области с подвижными границами (кроме оси симметрии), достаточно далеко удаленными от фронта УВ, чтобы на них можно было ставить краевые условия невозмущенной атмосферы, на оси $r = 0$ — условия симметрии.

На рис. 5 построено распределение безразмерных давления p^* (кривая 1), ρ^* (2) и размерных температуры T (3) и скорости v (4) на оси симметрии при $t = 5$ с.

При этом перепад давления в нижней точке фронта УВ составляет 1.4, а в верхней — 2.1. К этому времени радиальное в начале поле скоростей из-за неоднородности атмосферы перестраивается так, что в центральной горячей части возмущенной области образуется интенсивный поток газа, направленный вверх. А затем, в более поздние времена, происходит закрутка потока с образованием кольцевого вихря — типичный эффект при взрывах в неоднородной атмосфере, с мощным вертикальным течением внутри него (см. рис. 6, на котором приведена картина распределения поля скоростей при $t = 20$ с).

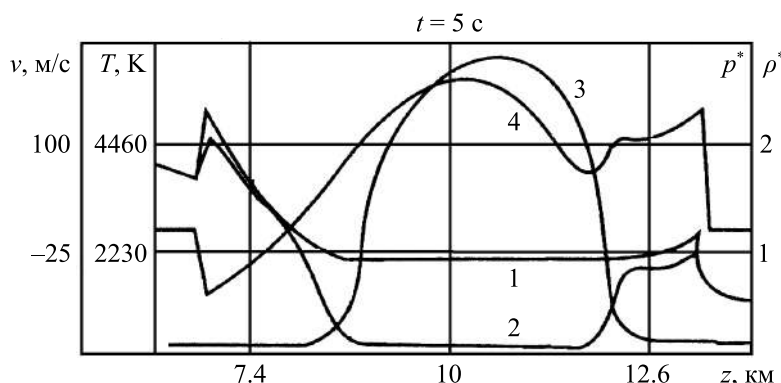


Рис. 5. Графики газодинамических функций (1 — давление p^* , 2 — плотность ρ^* , 3 — температура T , 4 — скорость v) на оси симметрии при $t = 5$ с

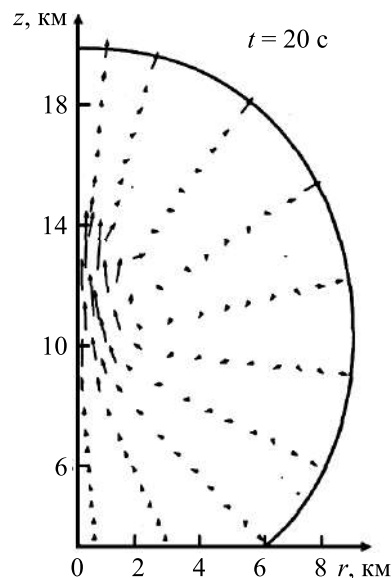


Рис. 6. Картина поля скоростей в расчетной области при $t = 20$ с

Но в более поздние моменты времени необходимо учитывать турбулизацию среды с заданием соответствующей модели турбулентности и коэффициентов диссипации, а также влияние на процесс метеоусловий [Физика ядерного взрыва, 2009].

На основе разработанного численного алгоритма был решен ряд задач возмущения атмосферы, допускающих двумерные постановки. В работе [Андрущенко, 1989] рассматривалось взаимодействие взрыва с соосным термиком, то есть рассматривалась задача о прохождении полусферической УВ, моделирующей вулканический взрыв, через облако выброса вулкана в виде термика. Математическая постановка задачи идентична предыдущей. Различие состоит: в постоянстве коэффициентов вязкости и теплопроводности и в краевых условиях на нижней границе $z = 0$ — здесь поставлены условия «проскальзывания» [Андрущенко, 1989]. При выборе начальных условий используются данные вулканических взрывов умеренной мощности

[Фирстов и др., 1978]. Начальные радиусы соосных термика с центром в точке ($r = 0, z = H = 100$ м) и полусферической УВ с центром в точке ($r = z = 0$) — $R_0 = 50$ м. Газодинамические параметры за фронтом УВ — решение задачи о взрыве [Андрущенко и др., 1981], внутри термика распределение ρ, t, p как в [Белоцерковский и др., 2000]. При $t = 0$ термик соприкасается с фронтом УВ с перепадом давления на нем $p_1 / p_a = 2.2$. После того как верхняя часть фронта УВ, прилегающая к оси симметрии, оказывается в нагретом теле термика, она разгоняется и оказывается впереди остальной части фронта, что приводит к возникновению образования в виде куполообразного предвестника. На рис. 7 представлена картина распределения изобар при $t = 0.22$ с (цифрам 1–6 соответствуют изобары: 0.93–1.18 с шагом 0.05).

Давление при прохождении через горячее облако сильно падает, а профили его распределения размазываются (см. рис. 8, на котором приведены профили давления по осям Oz и Or для шести моментов времени: 1 — 0.032 с, 2 — 0.064 с, 3 — 0.096 с, 4 — 0.16 с, 5 — 0.22 с, 6 — 0.32 с; здесь же штрихпунктиром нанесено распределение температуры по оси Oz , которое за интервал времени (0.032 с, 0.32 с) практически не изменяется). Таким образом, в верхней части УВ как бы образуется «дырка» — область с пониженным давлением, через которую энергия возмущенного взрывом газа начинает перекачиваться в образовавшийся к моменту времени $t \approx 0.22$ с предвестник. Подобный эффект образования «дырки» во фронте УВ наблюдался и в лабораторных экспериментах в случае прохождения слабой сферической УВ через лазерную искру [Бархударов и др., 1984], который трактовался как исчезновение или диссипация УВ. На самом деле, как показали настоящий и предыдущий (с плоской взрывной УВ [Андрущенко, Чудов, 1988]) численные эксперименты, профили давления оказались настолько размытыми, что их уже нельзя было идентифицировать в качестве УВ, как по причине малости амплитуд, так и по причине большой протяженности с малыми градиентами (см. кривые 3–4 по вертикали и горизонтали на рис. 8).

Перекачка энергии в рассматриваемой задаче носит более интенсивный характер, чем при взаимодействии с термиком прямой УВ [Андрущенко, Чудов, 1988]. Газ из внутренней области и из зон у головного фронта, прилегающих к предвестнику, устремляется в более разреженную

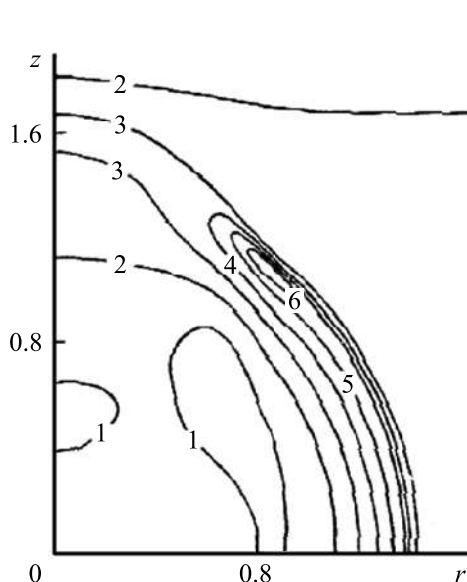


Рис. 7. Картина распределения изобар в расчетной области при $t = 0.22$ с (цифрам 1–6 соответствуют изобары: 0.93–1.18 с шагом 0.05)

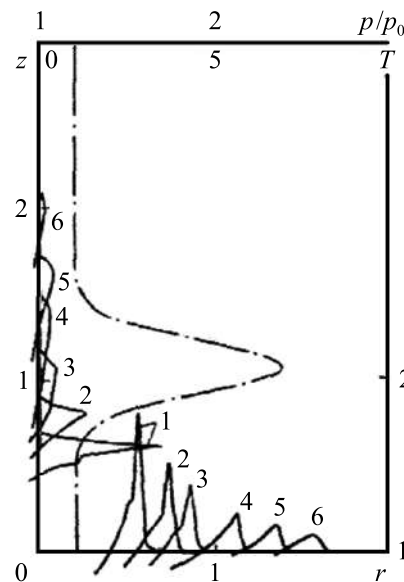


Рис. 8. Графики профилей безразмерного давления по осям координат для шести моментов времени: 1 — 0.032 с, 2 — 0.064 с, 3 — 0.096 с, 4 — 0.16 с, 5 — 0.22 с, 6 — 0.32 с (сплошные кривые). График безразмерной температуры (штрихпунктир)

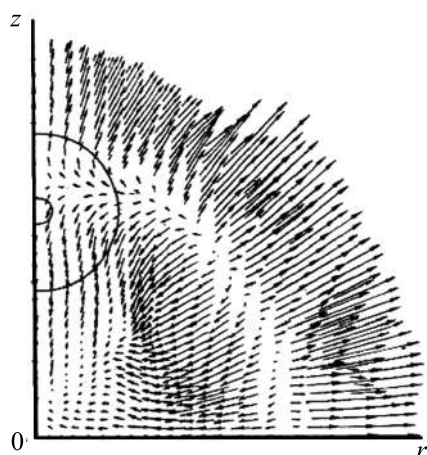


Рис. 9. Графики профилей безразмерного давления по осям координат для шести моментов времени (сплошные кривые). График безразмерной температуры (штрихпунктир)

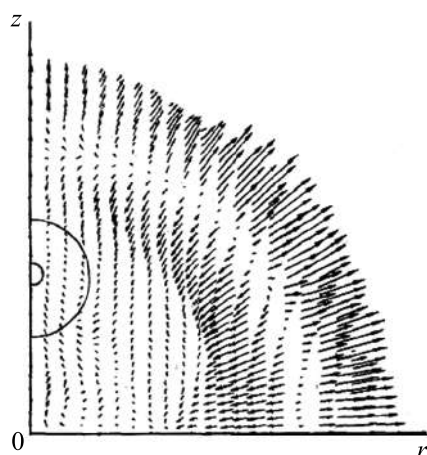


Рис. 10. Картина поля скоростей в расчетной области при $t = 0.15$ с, сплошные линии — внешняя и внутренняя границы термика

область у оси Oz и схлопывается около нее, образуя вторичные кумулятивные УВ. Одна из них устремляется вверх и «подпитывает» предвестник, который, распространяясь в облаке, непрерывно увеличивается в размерах и охватывает все большую область, существенно искажая начальную картину течения. Вторая создает интенсивный поток в виде реактивной струи в окрестности оси симметрии, направленной вниз (см. поле скоростей в зоне схлопывания и ниже на рис. 9; здесь же нанесены внешние и внутренние границы термика с температурами 425 К и 1820 К соответственно). Подобная реактивная струя, истекающая вниз, наблюдалась в лабораторных опытах [Haas, Sturtewant, 1986] при изучении взаимодействия УВ в воздухе с пузырем более легкого газа.

Еще одной особенностью этого течения является образование у внешней границы термика к $t \approx 0.15$ с сложной маховской конфигурации в виде висячего скачка уплотнения, возникшего при столкновении предвестника с невозмущенной частью фронта УВ (см. рис. 7, где на картине распределения изобар он хорошо прослеживается — изобара 6).

Численный эксперимент подтвердил также опытные результаты наблюдений [Hamernik et al., 1972] о заметном влиянии УВ, прошедшей через термик, на динамику последнего, в результате чего тороидальная вихревая структура формируется за 0.4 с (см. рис. 10, на котором изображена картина распределения поля скоростей при $t = 0.45$ с; здесь также нанесены границы термика с температурами 425 и 1820 К). Свободно же всплывающий термик трансформируется в вихревой тор примерно в три раза медленнее за время, равное 1–1.2 с.

Разработанный двумерный алгоритм позволил решить ряд задач и получить пространственно-временные картины течений газа при взаимодействии приповерхностного взрыва с непроницаемой плоскостью в отсутствие и при наличии на ней тонкого слоя нагретого газа различной протяженности. Постановки этих задач в значительной степени идентичны постановке задачи об одиночном взрыве в неограниченной среде, описанной выше, и различия заключались в выборе краевых условий на нижней границе.

В работе [Андрущенко, Кестенбойм, 1982] рассчитывалось взаимодействие приповерхностного взрыва с непроницаемой подстилающей плоскостью при учете излучения для двух вариантов перепада давления на фронте УВ при ее подходе к плоскости: 1 — $p_1 = 17$, 2 — $p_1 = 9$.

При отражении при малых углах падения первичной головной УВ на подстилающую плоскость реализуется регулярное отражение, при переходе через предельные значения угла падения осуществляется нерегулярное — маховское отражение (рис. 11).

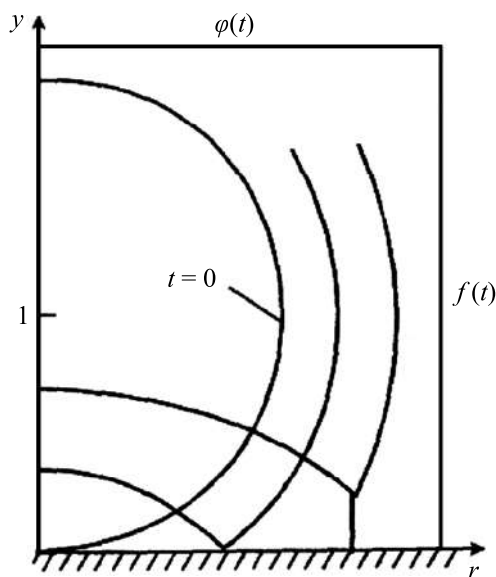


Рис. 11. Схематическое изображение фронтов, падающих и отраженных УВ

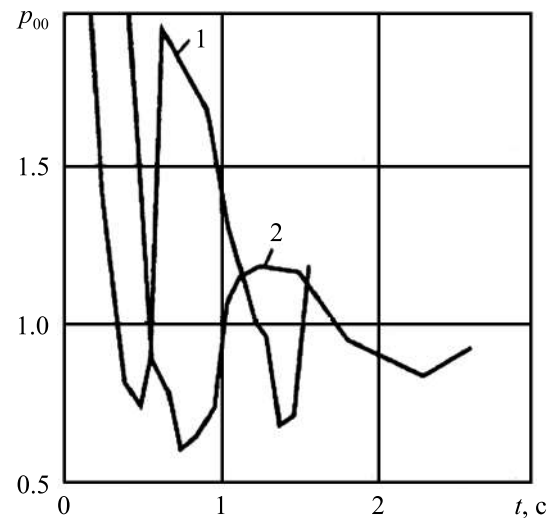


Рис. 12. Графики $p_{00}(t)$ в эпицентре взрыва для вариантов 1 и 2

Выявлен процесс многократного отражения вторичных УВ от подстилающей поверхности. Так, на рис. 12 для точки эпицентра ($r = 0, z = 0$) построены графики давления $p_{00}(t)$, соответствующие вариантам 1 и 2 (показана эволюция давления в моменты времени, следующие за временем первичного отражения). Видно, что для менее интенсивной падающей УВ характерны более глубокая фаза разрежения в эпицентре и меньший пик давления, сопровождающие вторичные отражения УВ.

Интересные в физическом отношении результаты были получены при решении задачи о дифракции сферической УВ от твердой подстилающей поверхности в случае, когда в результате излучения на ней образовался относительно тонкий тепловой слой (ТС) воздуха [Андрущенко и др., 1989, 1990, 2000; Андрущенко, Мещеряков, 1990, 1993]. Математическая постановка задачи идентична предыдущей, но излучение не учитывается — коэффициенты вязкости и теплопроводности постоянны.

а. Случай протяженного слоя

Начальный радиус УВ $R_0 = 50$ м, толщина ТС $h = 0.2R_0$, перепад давления на УВ $p_\Phi = 2.1$. Температура газа T_2 в ТС варьировалась от 500 до 3500 К [Голубь, 2006].

При входе УВ в ТС происходит понижение ее амплитуды, размазывание фронта и его ускорение, тем более значительное, чем выше температура в слое. В итоге при наличии ТС УВ значительно раньше достигает подстилающей плоскости: если в отсутствие слоя $T_2 = 288$ К это происходит при $t \approx 0.178$ с, то при наличии $T_2 = 3500$ К — при $t \approx 0.09$ с. Отраженная УВ, достигая верхней границы ТС (контактного разрыва), взаимодействует с ней, распадаясь на две УВ, одна продолжает движение вверх, вторая возвращается к поверхности и вновь отражается, т. е. происходит частичное запираение УВ в ТС и ее колебания между плоскостью и контактным разрывом с затухающей амплитудой. В отсутствие ТС регулярное отражение продолжается до $t \approx 0.75$, при $T_2 = 1000$ К — до $t \approx 0.22$, когда образуется маховская ножка, быстро растущая по высоте. При наличии на твердой поверхности впереди фронта УВ теплового слоя давление торможения потока в нем уменьшается вследствие увеличения скорости звука и с некоторого момента времени становится ниже давления за фронтом УВ, т. е. выполняется критерий Г. И. Таганова [Артемьев и др., 1989] и образуется предвестник. Он образуется для $p_\Phi = 2.1$

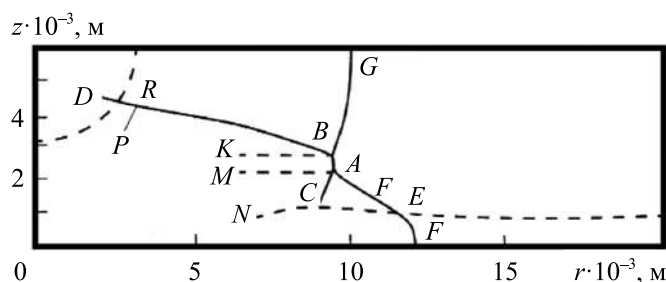


Рис. 13. Схематическое изображение ударно-волновой конфигурации при отражении сферической ударной волны от плоскости при наличии протяженного теплового слоя

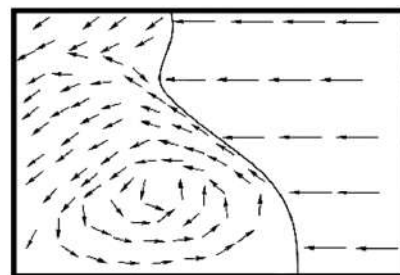


Рис. 14. Картина поля скоростей в нижней части расчетной области со схематически изображенным предвестником для момента времени формирования за ним интенсивного вихря

при $T_2 \geq 500$ К и не образуется при $T_2 \leq 400$ К. Характерная ударно-волновая конфигурация на «квазистационарном» этапе примет вид (рис. 13, на котором BG — участок исходного фронта УВ; AE — предвестник; EF — участок фронта, распространяющийся по ТС; AC — косой скачок уплотнения; AB — оставшаяся часть маховской ножки; RB — участок отраженной УВ; RD и RP — соответственно предвестник и косой скачок уплотнения, образовавшийся при взаимодействии отраженной волны с горячей центральной областью; EC , CN , AM , KB — волны разряжения).

Через некоторое время после возникновения такой ударно-волновой конфигурации движение головного фронта выходит на режим, близкий к автомодельному, подобно тому, как это происходило в течении, рассмотренном в [Артемьев и др., 1989]. Так, величины углов наклона предвестника AE к горизонту α не меняются с течением времени, причем их величины не зависят от интенсивности УВ, но сильно зависят от температуры газа T_2 в ТС. Величины углов наклона неплохо описываются формулой, выведенной для плоских УВ в [Артемьев и др., 1989]: $\alpha_T = \arcsin(T_2)^{-1/2}$.

Расчеты показывают, что в системе координат, связанной с фронтом, в области за предвестником формируется интенсивный вихрь (рис. 14), как это и утверждается в [Артемьев и др., 1989]; газ, прошедший через фронт косой УВ AE , испытывает дополнительное сжатие во внутренней волне AC , разворачивается и истекает в предвестник, поддерживая распространение и увеличение размеров последнего. Таким образом, реализуется не схема образования и развития предвестника типа «расширяющегося прокола» Г. И. Таганова [Губкин, 1970], а схема, предложенная в [Артемьев и др., 1989], из которой следует, что предвестник «наполняют» и обеспечивают его рост струи, прошедшие косую волну предвестника и оттесняющие от него газ, сжатый основной УВ. Результаты расчетов позволяют сделать вывод, что наличие ТС даже небольшой толщины h кардинально изменяют картину течения; и, регулируя температуру T_2 в нем, можно управлять течением не только в ТС, а практически во всей области потока.

б. Случай слоя малой протяженности: реализация обращенного маховского отражения

Математическая постановка задачи идентична случаю, описанному в п. а, кроме малости протяженности ТС по координате r , обозначенных L ($R_0 = 1$, $H = 1.2$, $h = 0.2$). Рассматривались четыре варианта: 1 — $L = 1$, $T_2 = 2000$ К; 2 — $L = 1.5$, $T_2 = 2000$ К; 3 — $L = 1$, $T_2 = 3500$ К; 4 — $L = 1.5$, $T_2 = 3500$ К. Все виды отражения будем идентифицировать в соответствии с обозначениями в [Takayama, Ben-Dor, 1985] с помощью длины волны — ножки Маха λ и расстояния, которое головной фронт УВ проходит по подстилающей поверхности r , следующим образом: $d\lambda/dr > 0$ соответствует прямому маховскому отражению, $d\lambda/dr = 0$ — стационарному

маховскому отражению и $d\lambda/dr < 0$ — обращенному маховскому отражению (эта классификация эквивалентна, приведенной в [Takayama, Ben-Dor, 1985], где рассматривалась производная от длины волны Маха по времени).

Рассмотрим результаты расчета варианта 1. Начальная стадия дифракции взрывной УВ, пока отраженная УВ находится в пределах ТС, полностью идентична результатам расчета при $L \rightarrow \infty$ (см. кривую 6 на рис. 15) и поэтому не обсуждается.

Переход от регулярного отражения к нерегулярному происходит при $t = 0.14$ ($r = 0.38$), далее происходит рост маховской ножки λ , так же как и в случае $L \rightarrow \infty$ (см. кривые 1 и 6 на рис. 15, на котором приведены траектории тройных точек для всех вариантов). К моменту выхода головного фронта УВ из теплового слоя ($t = 0.28$) $\lambda = 0.14 < h = 0.2$ (см. кривые 1 на рис. 15, 16; на рис. 16 изображены фронты головной и отраженной УВ для варианта 1 для трех моментов времени), то есть длина волны Маха меньше толщины ТС. При выходе УВ из слоя вследствие перехода в более плотную среду ее скорость уменьшается, а давление за ней возрастает. Для аналогичной УВ при дифракции в отсутствие ТС переход от регулярного отражения к маховскому происходит в точке поверхности с абсциссой $r = 1.7$, то есть критический угол падения достаточно велик. В данном же случае, когда головной фронт выходит из ТС, оказывается, что маховское отражение реализуется при угле падения значительно меньшем, чем критический. Это приводит к тому, что высота маховской ножки начинает уменьшаться, возникает ситуация, когда $d\lambda/dr < 0$, т. е. осуществляется обращенное маховское отражение. В варианте 1 оно продолжается вплоть до полного исчезновения волны Маха при $t \approx 0.64$ (см. кривую 2 на рис. 16). Более того, в момент исчезновения волны Маха угол падения все еще остается меньше критического, и вследствие этого на отрезке времени от 0.64 до 0.76 реализуется регулярное отражение (см. кривую 1 на рис. 15). Так как интенсивность УВ на поверхности после прохождения ТС меньше, чем для аналогичной УВ в отсутствие ТС (при $t = 0.76$ моменту повторного перехода к маховскому отражению для варианта 1 соответствует $p_\Phi = 1.8$, а для варианта отражения без ТС — $p_\Phi = 2.2$), траектория тройной точки для варианта 1 лежит ниже, чем в случае отсутствия ТС (см. кривые 1 и 5 на рис. 15). В дальнейшем для варианта 1 до прерывания счета при $t = 1.13$ происходит прямое маховское отражение (см. кривую 3 на рис. 16). Анализ остальных вариантов проведен в [Белоцерковский и др., 2000; Андрущенко, Мещеряков, 1993].

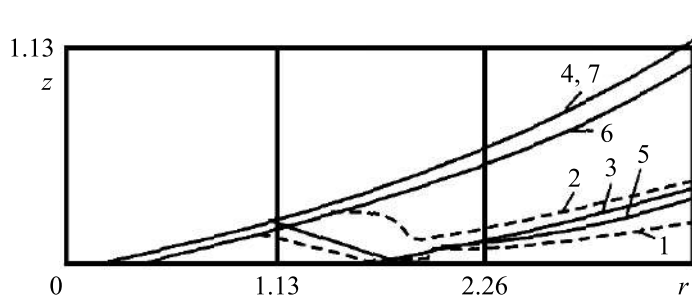


Рис. 15. Схематическое изображение нижних частей падающих и отраженных фронтов УВ сферических взрывов у плоскости при наличии теплового слоя малой протяженности для нескольких вариантов

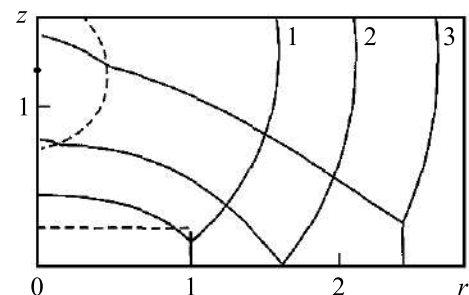


Рис. 16. Схематическое изображение фронтов, падающих и отраженных УВ для случая теплового слоя малой протяженности

Исследование ряда вопросов распространения УВ в неоднородной атмосфере на основе двумерной эволюционной системы уравнений Эйлера проводилось в лагранжевых координатах с выделением фронта УВ с помощью явной разностной схемы. Остановимся кратко на изучении структуры течения возмущенного взрывом газа в зависимости от определяющих параметров задачи.

В работах [Андрущенко и др., 2011; Шевелев и др., 2011] рассчитывался взрыв с энерговыделением $E_0 = 8.12 \cdot 10^{13}$ Дж (≈ 20 кт) на высоте $H = 10$ км в экспоненциальной земной атмосфере при показателях адиабаты $\gamma = 1.4$ и $\gamma = 1.2$ [Андрущенко и др., 2011]. Варьировались безразмерные определяющие параметры задачи: отвечающий за противодействие $A_p = p_0 \Delta^3 / E_0$ ($p_0 = p_a(H)$, Δ — масштаб неоднородности атмосферы) и отвечающий за гравитацию $A_g = g \rho_0 \Delta^4 / E_0$ ($\rho_0 = \rho_a(H)$, g — ускорение свободного падения).

При равенстве обоих управляющих параметров или хотя бы одного из них нулю никаких особенностей при эволюции течения не возникает. Во внутреннем течении газа за фронтом УВ имеет место одна-единственная сингулярность, заложенная еще в начальные условия задачи — решение автомодельной задачи Седова — особая точка в начале координат типа «узел». С течением времени особая точка опускается вниз вдоль оси z , и из нее ветвятся семейства линий тока; при этом величина объема с восходящим потоком воздуха внутри области, охваченной УВ, значительно превышает величину объема с нисходящим (рис. 17, а).

В случае конечных значений параметров A_p и A_g , отличных от нуля, течение за УВ постоянно эволюционирует с образованием практически всех типов сингулярностей — седел, новых узлов и фокусов. В конце концов примерно к моменту времени $t \approx 14$ с формируется квазистационарная структура течения с центральным вихревым тором, осью которого является окружность, состоящая из фокусов (рис. 17, б). Причем эти структуры практически идентичны для $\gamma = 1.4$ и $\gamma = 1.2$.

Влияние высоты однородной атмосферы Δ на структуру течения исследовалось на примерах взрывов в атмосфере Земли и Юпитера [Мурашкин, 2012; Андрущенко и др., 2013].

Для равенства остальных безразмерных параметров $A_p = 5.0$, $A_g = 5.2$ при $\gamma = 1.4$ выбирались взрывы с начальным энерговыделением $E_{0J} = 1$ Мт на высоте $H_{0J} = 90$ км на Юпитере и $E_{0E} = 82$ кт на высоте $H_{0E} = 18$ км на Земле (следует отметить, что взрывы происходят на изотермических участках атмосферы как на Юпитере в интервале высот (50 км, 320 км), так и на Земле — (11 км, 26 км)). При этом $\Delta_J = 23.5$ км и $\Delta_E = 6.4$ км.

В ходе численного эксперимента было выявлено, что даже значительное различие в характерных параметрах задачи в Δ не повлияло на эволюцию структуры течения внутри возмущенной области — в обоих случаях получились практически идентичные топологические конфигурации мгновенных линий тока с вихревым тороидальным течением около оси симметрии (см. рис. 17, б).

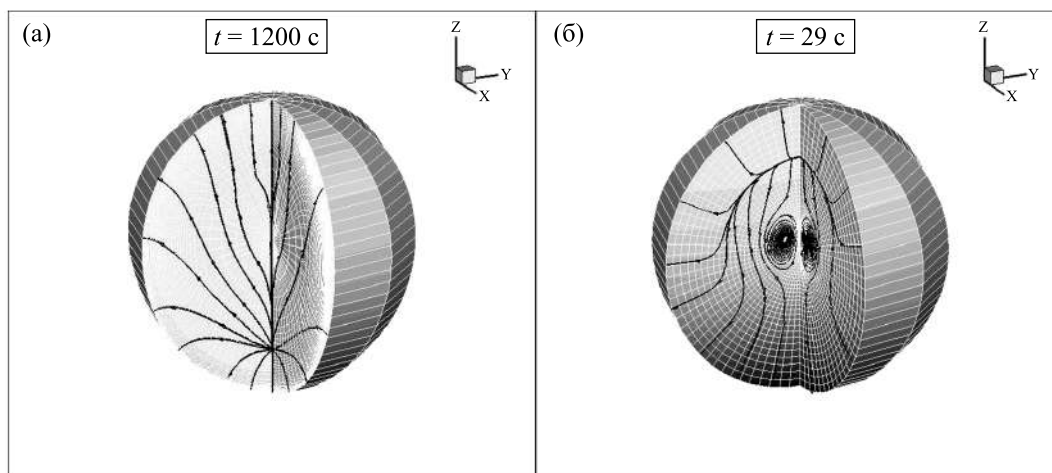


Рис. 17. Структура течений по изображению мгновенных линий тока при взрывах в неоднородной атмосфере в отсутствие противодействия и гравитации (а) и при их наличии (б)

3.2. Физические особенности и результаты численного моделирования развития мощного взрыва в верхней атмосфере и ионосфере

Как следует из приведенного выше анализа, в плотных слоях атмосферы, где давление газа значительно больше магнитного ($nkT \gg B^2 / 8\pi$), вызванное взрывом газодинамическое возмущение носит двумерный характер.

На высотах более примерно 100 км все особенности развития возмущенной области взрыва связаны главным образом с очень низкой плотностью воздуха и наличием геомагнитного поля [Физика ядерного взрыва, 2009; Ступицкий, Холодов, 2019]. В данном разделе мы кратко остановимся на основных характерных особенностях развития возмущенной области одиночного взрыва на высотах более 100 км, некоторых результатах трехмерного численного моделирования возникающего крупномасштабного плазменного течения и особенностей его структуры. Подробный анализ физических процессов, научной и практической стороны проблемы в целом дан в работах [Ступицкий, Холодов, 2012а, 2012б].

Как известно, при мощных ядерных взрывах большая часть энергии взрыва выделяется в виде рентгеновского излучения [Физика ядерного взрыва, 2009]. В плотных слоях атмосферы это излучение поглощается окружающими слоями воздуха, образуется переносимая излучением тепловая волна, из которой затем формируется ударная волна. При взрывах в сильно разреженной атмосфере, на высотах $h \geq 100$ км, доля жесткого излучения, направленная в верхнюю полусферу, практически без поглощения уходит на бесконечность, а в нижней полусфере — поглощается на высотах 50–70 км, ионизуя воздух, но практически не создавая газодинамического возмущения. Ударная волна при взрывах на $h > 100$ км образуется в результате толкающего действия плазмы продуктов взрыва, а так как их скорость очень велика ($\sim 5 \cdot 10^7$ см/с), то и температура сильно разреженного воздуха за ее фронтом достигает десятков тысяч градусов, образуя крупномасштабную ионизированную область [Ступицкий и др., 2004а], течение газа в которой очень быстро приобретает пространственный характер. Таким образом, ясно, что развитие плазменной области взрыва на высотах 80–120 км должно иметь переходные особенности, отличные от взрыва на меньших и больших высотах. Эти особенности связаны не только с характером энерговыделения жесткого излучения, которые подробно исследованы в работе [Лавриненко и др., 2007], но и с перестройкой самой структуры газодинамического течения [Ступицкий и др., 2004б; Холодов и др., 2005; Ступицкий, 2006].

На рис. 18 показано распределение плотности воздуха, концентрации плазмы, модуля скорости и магнитного поля в безразмерных единицах в виде изолиний в сечении магнитного меридиана для взрыва на высоте 100 км на ранний момент времени, когда только сформировалась ударно-волновая структура в воздухе. Магнитное поле вытеснено из разогретой области, его максимум находится в наклонной к горизонту экваториальной плоскости (рассматривается взрыв на широте 45°). Поле не оказывает заметного влияния на динамику плазменной области, которая развивается симметрично относительно вертикальной оси. В целом взрыв на высоте менее 120 км на это время развивается аналогичным образом с более сферически симметричным распределением скорости. От взрыва на 100 км мощное газодинамическое возмущение достигает высоты 80–85 км, для 120 км — не ниже 105 км. Задача решалась в декартовой системе координат, изображенной на рис. 37 в связи с анализом двойных взрывов.

На рис. 19 показано распределение плотности и скорости в безразмерных единицах для двух взрывов на близкие моменты времени (порядка 10 с) на стадии развития конвективного движения. Для взрыва на 100 км ($\rho_0 = 5.3 \cdot 10^{-7}$ кг/м³) наблюдается более мощное вертикальное движение, чем для взрыва на 120 км ($\rho_0 = 2.4 \cdot 10^{-8}$ кг/м³), что прежде всего связано с распределением плотности на этих высотах: на высоте менее 110 км высота однородной атмосферы $\Delta(h)$ мало меняется и составляет примерно 7 км; на высоте более 110 км $\Delta(h)$ быстро возрастает. То есть с самого начала взрыв на высоте 120 км развивается в более однородной среде, чем взрыв на 100 км, для которого наблюдаются определенное отражение течения от более

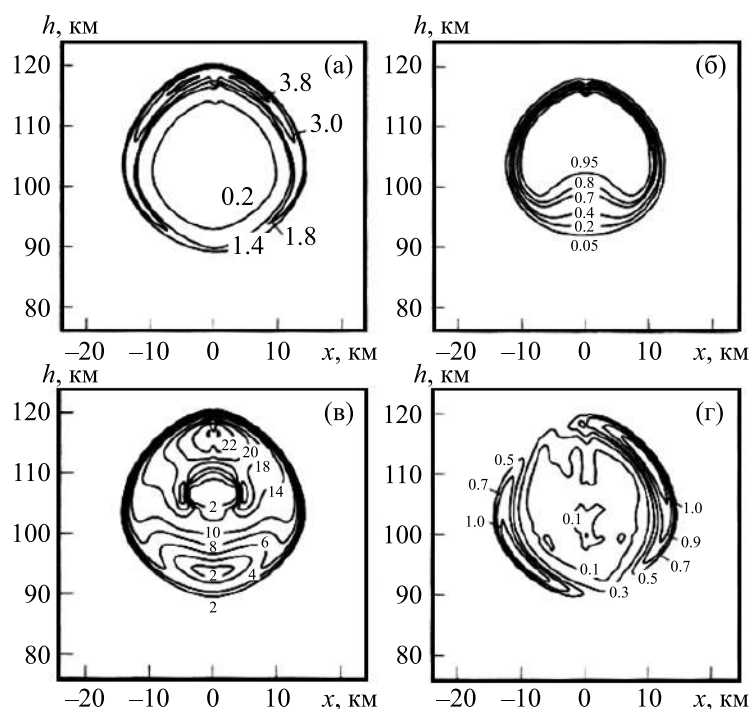


Рис. 18. Пространственное распределение на момент 0.61 с после взрыва на высоте 100 км: а) плотности $\bar{\rho}$ (отнесенной к плотности невозмущенной атмосферы на данной высоте); б) концентрации плазмы C_{II} ; в) модуля проекции вектора скорости; г) вектора магнитного поля

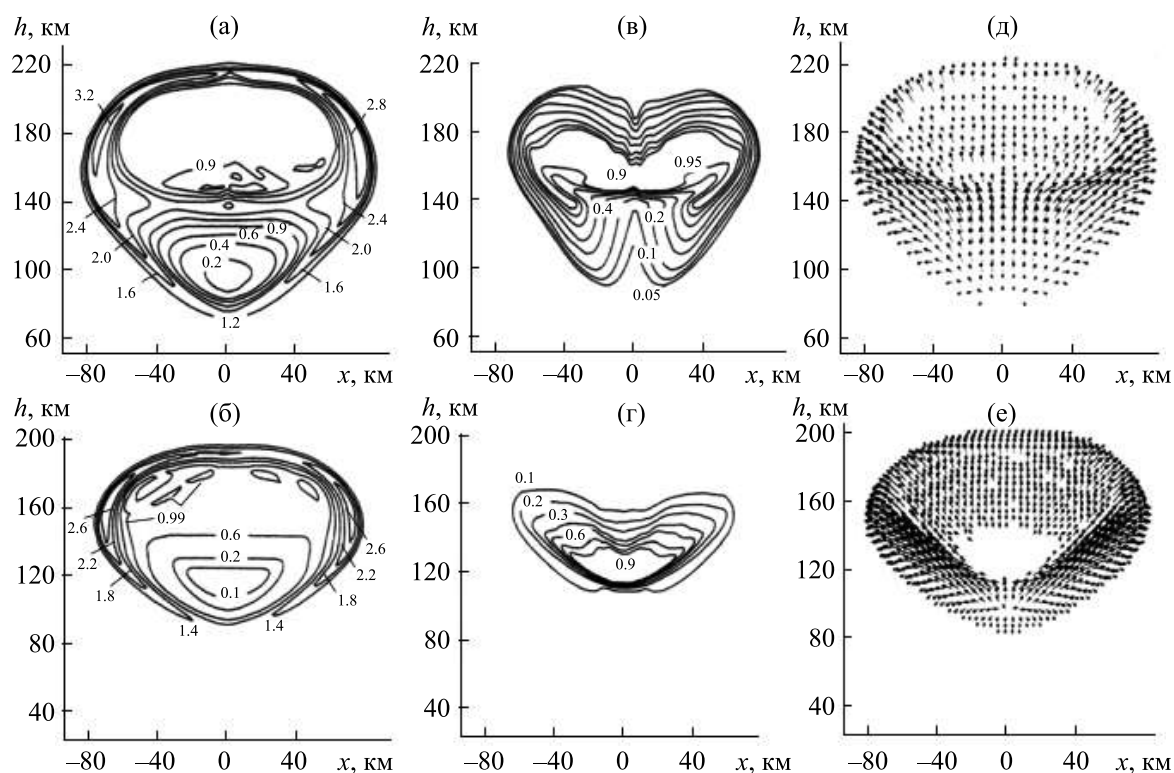


Рис. 19. Пространственное распределение на момент 11.2 с после взрыва на высоте 100 км (а, в, д) и на момент 8.9 с после взрыва на высоте 120 км (б, г, е): безразмерной плотности $\bar{\rho}$ (а, б), концентрации плазмы C_{II} (в, г), поля вектора безразмерной скорости \bar{v} (д, е)

плотного слоя атмосферы на высоте 80–85 км и более быстрое формирование восходящего течения разогретого газа.

Для взрыва на высоте 120 км значительное уменьшение вертикальной составляющей скорости обусловлено центральной областью, занятой плазмой продуктов взрыва, где формируется максимальное значение плотности. В дальнейшем это приводит к существенному различию как в локализации самой плазмы продуктов взрыва, так и в структуре всей возмущенной области в целом. На время 30–50 с для взрыва на высоте 100 км развивается область максимальных значений параметров — формируется течение вертикально вверх, область плазмы приобретает излом, его вершина достигает высоты порядка 300 км, горизонтальный размер — до 400 км. Для взрыва на высоте 120 км похожая область максимальных значений в центре возмущения начинает развиваться позже — только примерно к 40 с — и на время примерно 50 с область плазмы приобретает горизонтальный размер 300–350 км, не поднимается выше высоты 170 км, имея при этом вертикальный размер всего 20–30 км (см. рис. 20).

Сравнение результатов расчета в двух взаимно перпендикулярных плоскостях $(x, 0, z)$ и $(y, 0, z)$ дает небольшое различие, что свидетельствует о цилиндрически симметричном характере развития взрыва и слабом влиянии на него геомагнитного поля. Поэтому ясно, что для высот менее 120 км более удобной расчетной системой координат является цилиндрическая. Некоторое увеличение скорости вверх — в направлении, перпендикулярном полю (рис. 20), — связано с формированием слабой поперечной магнитозвуковой волны.

Переходный характер газодинамического течения при взрыве в диапазоне высот 100–120 км прежде всего связан с развитием центральной области восходящего течения, где для взрыва на 100 км оно близко к струе (рис. 20). Однако эта центральная струя не вырождается в струйное течение всей возмущенной области, как это происходит на больших высотах. Вместе с тем, несмотря на определенный разворот вектора скорости, движение в целом не переходит в крупномасштабный вихрь, что характерно для взрыва на меньших высотах. Первое не происходит потому, что плотность воздуха еще высока и недостаточно энергии на формирование полностью восходящего струйного течения; второе не происходит потому, что плотность уже настолько мала, что вертикальный размер течения намного превосходит высоту однородной атмосферы, а малая плотность в верхней части возмущенной области неспособна полностью развернуть восходящее течение в центральной струе.

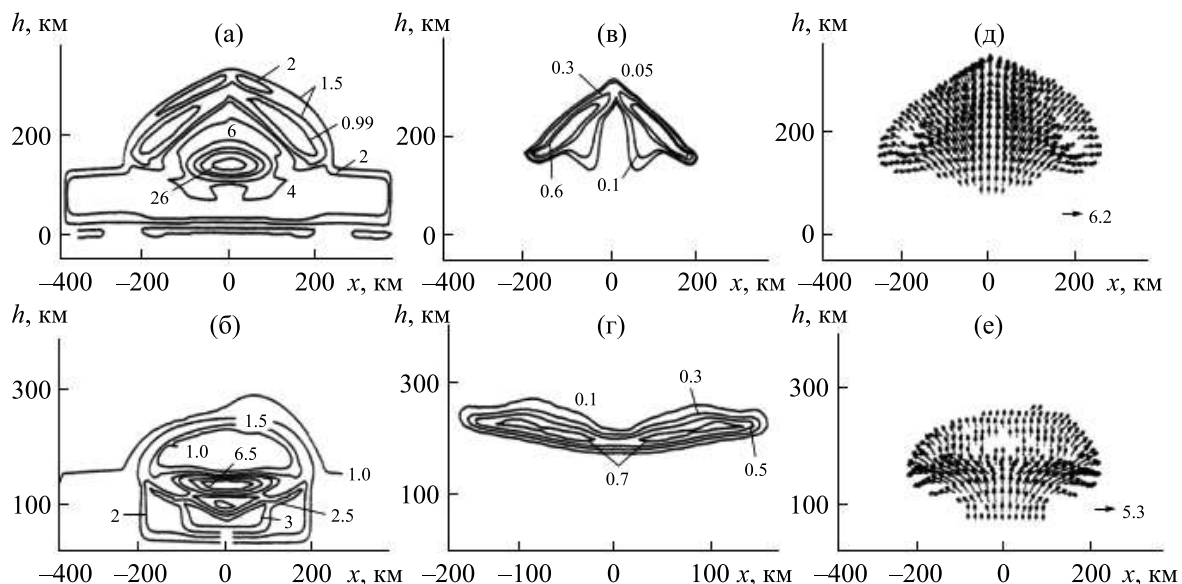


Рис. 20. Пространственное распределение на момент 55 с после взрыва на высоте 100 км (а, в, д) и на момент 48 с после взрыва на высоте 120 км (б, г, е): безразмерной плотности (а, б), концентрации плазмы C_{II} (в, г), поля вектора безразмерной скорости \bar{v} (д, е)

Как по физике процессов, так и динамике развития плазменные течения, взрывы на $h > 100\text{--}120$ км можно подразделить по высотным диапазонам. Главная особенность взрывов на $h = 120\text{--}300$ км состоит в возрастании влияния геомагнитного поля на формирование плазменного течения. Влияние воздуха остается определяющим в нижней части указанного диапазона, где на время до нескольких секунд разлетающаяся плазма формирует ионизирующую ударную волну. С ростом высоты взрыва уже на ранней стадии расширения плазмы в частично ионизированный воздух в нем формируется магнитозвуковая волна, распространяющаяся с альвеновской скоростью на расстояние до 1000 км и более.

Расчеты, выполненные с использованием классического выражения для проводимости, показали, что магнитное поле вытеснено из центральной части возмущенной области (ВО) на ранние моменты времени как для взрыва на 150 км, так и на 250 км [Ступицкий, Холодов, 2012б]. Наибольшую скорость расширения газ достигает в верхней части возмущенной области $\sim 2.7 \times 10^7$ см/с, причем на 150 км ВО более вытянута по вертикали, чем на 250 км по сравнению с горизонтальными размерами. Это связано с тем, что аппроксимационный параметр Δ (аналог высоты однородной атмосферы) на 150 км (~ 7.4 км) значительно меньше, чем на 250 км (~ 10.6 км), где атмосфера более однородна по высоте. На это раннее время во всем рассматриваемом диапазоне высот течение газа близко к осесимметричному двумерному.

Однако уже на время $t \cong 5$ с характер течения существенно меняется. На 150 км (рис. 21) начинает заметно влиять геомагнитное поле, формируется близкая к сферической, отошедшая магнитозвуковая волна, течение приобретает преимущественное направление вдоль магнитного поля. В целом же область еще имеет форму, не сильно отличающуюся от сферической. На 250 км (рис. 22) к этому времени уже происходит преимущественное распределение массы плазмы в плоскости магнитного меридиана и начинает формироваться восходящая плазменная струя, наклон которой под действием разреженной ионосферы и поля постепенно меняется.

На время $t \approx 14$ с вертикальные масштабы течения достигают тысяч километров (~ 1000 км при $H = 150$ км и ~ 2000 км при $H = 250$ км). Образуется восходящий плазменный поток в виде гигантской струи с преимущественным распределением плазмы в плоскости магнитного меридиана. Наклон струи в меридиональной плоскости в сторону силовых линий поля для $H = 150$ км взрыва значительно меньше, чем при взрыве на 250 км, что определяется разницей в градиентах давления воздуха на этих высотах. На большее время темпы развития пространственной картины течения замедляются и возникают нерегулярности в его структуре [Ступицкий и др., 2004б; Холодов и др., 2005; Ступицкий, 2006].

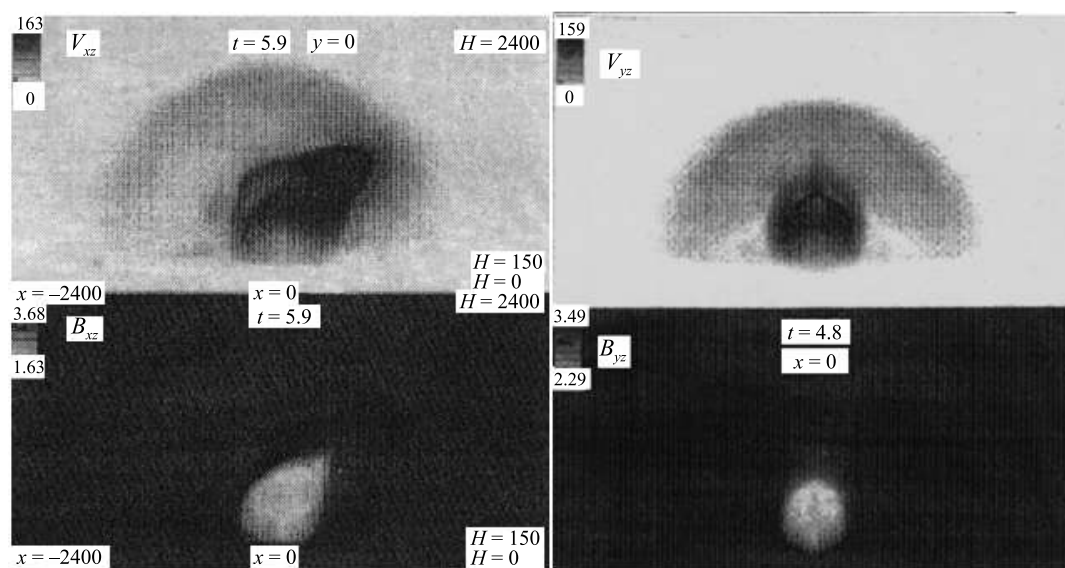


Рис. 21. Распределение скорости и магнитного поля в плоскости магнитного меридиана и перпендикулярной ей

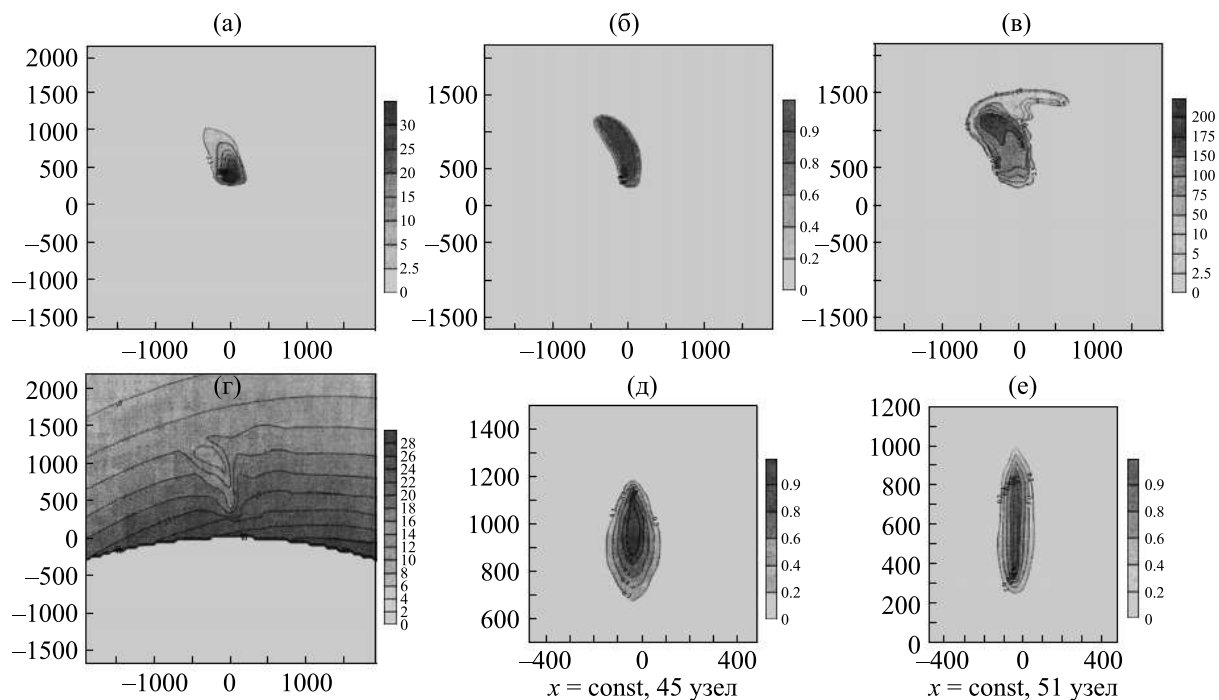


Рис. 22. Пространственное распределение плотности $\bar{\rho}$ («обезразмеренной» на плотность невозмущенной атмосферы на данной высоте) (а); концентрации плазмы C_{II} (б); модуля проекции векторов скорости (в); векторов магнитного поля (г); в плоскости (XOZ); концентрации плазмы C_{II} (д, е) — в плоскости (YOZ). Вертикальные и горизонтальные оси в километрах, $H = 250$ км, $t = 5.4$ с

По существующим представлениям, область высот $h \geq 400$ км относится к магнитосфере. Большие масштабы возмущенной области взрыва (тысячи километров) и, соответственно, большой перепад параметров (5–7 порядков величины по плотности) приводят к значительным вычислительным трудностям, что требовало постоянной модификации самого алгоритма при расчете магнитосферных взрывов. Были выполнены достаточно подробные по времени трехмерные расчеты вплоть до $t \approx 50$ с для взрывов мощностью 300 кт ($E = 1.26 \cdot 10^{22}$ эрг) на высотах 400, 700 и 1000 км. Предполагалось, что начальная энергия разлетающейся плазмы $E = 1.7 \cdot 10^{21}$ эрг, т. е. 14 % от энергии взрыва. Для сравнения были выполнены также 2D-расчеты в плоскости (XOZ) с несколькими узлами по оси OY . Такие 2D-расчеты требовали значительно меньше временных затрат, поэтому они охватывали временной диапазон развития взрыва до 500–600 с и давали качественное представление о возможных глобальных эффектах в поведении плазменного течения.

Подробнее результаты расчетов представляются и обсуждаются в работах [Ступицкий и др., 2004а, 2004б; Лавриненко и др., 2007; Ступицкий, 2006; Холодов и др., 2005] для различных высот взрыва в диапазоне 150–1000 км. С ростом высоты структура плазменного течения в целом не меняется.

На большие времена ($t = 40$ – 100 с, [Ступицкий, Холодов, 2012б]) продольные размеры плазменной струи достигают тысяч километров при относительной толщине 15–20 %. Образующаяся струя, в частности ее передняя часть, состоящая в основном из плазмы взрыва, является более горячей по сравнению с окружающей атмосферной плазмой, а направление движения головной части струи близко к направлению магнитных силовых линий. Сравнение при $t \sim 50$ с расчетов на разных сетках не дали каких-либо принципиальных различий в развитии течения и поведении его основных параметров. Продолжение расчетов до $t = 117$ с дает достаточно регулярную картину поведения плазмы вдоль силовых линий геомагнитного поля. Однако скорость, внутренняя энергия и плотность внутри всей возмущенной области вблизи земной

поверхности приобретают нерегулярный характер. Это говорит о необходимости корректного учета в вычислительном процессе на большое время влияния земной поверхности, когда возмущение приобретает глобальный характер. Расчеты, выполненные для $H = 150$ км, $H = 250$ км и $H = 400$ км, показали, что, несмотря на сильное разрежение, ионосферный воздух продолжает оказывать существенное влияние на формирование течения плазмы, заканчивающееся при умеренном энерговыделении, образованием крупномасштабной плазменной струи.

Следует отметить, что в верхней части указанного диапазона высот течение плазмы в определенной степени зависит от широты. При малых широтах φ по мере перемещения поперек поля плазма будет растекаться вдоль поля и поперечное движение постепенно прекращается. Однако если энергии плазмы достаточно, то, прежде чем произойдет ее растекание вдоль силовых линий поля, на границе плазмы и поля может развиваться желобковая неустойчивость, приводящая к образованию многоструйного течения, которое затем также переходит в единую восходящую струю. Одновременно с развитием трехмерных расчетов крупномасштабного поведения плазмы в ионосфере проводились лабораторные исследования динамики лазерной плазмы в разреженном фоновом газе и магнитном поле. Это позволило не только более детально исследовать формирование плазменной струи, но и обнаружить и объяснить некоторые особенности ее поведения.

Используя разлет лазерной плазмы в поперечное магнитное поле, авторы работы [Ананьин и др., 1983] показали, при каких условиях происходит развитие желобковой неустойчивости и в результате чего образующаяся единая струя наклонена к оси симметрии примерно на 11° . Это позволило объяснить совершенно аналогичный эффект и при мощном магнитосферном взрыве [Физика ядерного взрыва, 2009; Ступицкий, Холодов, 2019].

В известной работе Компанец А. С. [Компанец, 1956] исследовалась возможность прорыва атмосферы при взрыве в ее верхних слоях. В работе предлагалось экспоненциальное падение плотности с высотой, т. е. постоянство $\Delta = 10$ км = const. Однако можно показать, что учет реального увеличения $\Delta(h)$ при $h > 100$ км не приводит к прорыву атмосферы при рассматриваемых автором энергиях. Исследования показали, что при взрыве на очень больших высотах, когда можно пренебречь воздухом, возможны прорыв поперек магнитного поля и вынос высокоэнергетической части плазмы за пределы магнитосферы Земли, но для этого энергия взрыва должна быть больше некоторой критической величины для $\varphi = 0$ [Ступицкий, Холодов, 2012б]

$E > E_* = \frac{P_m^2}{60r^3}$, где r — геоцентрическое расстояние, через которое выражается геомагнитное поле в дипольном приближении; $P_m = 8 \cdot 10^{25}$ Гс·см³ — магнитный момент Земли. При $h = 10^4$ км $E_* = 2.7 \cdot 10^{23}$ эрг, т. е. взрывы мегатонного класса.

4. Математическое моделирование пространственных течений газа при парных и множественных взрывах

К парным и множественным взрывам относятся взрывы, при которых происходит взаимодействие образованных ими возмущенных областей. Исследование структуры таких возмущений имеет как общий физический, так и практический интерес, обусловленный прежде всего увеличением масштабов и интенсивностей воздействия таких взрывов. Интерференция и дифракция нескольких УВ при взрывах в нижней атмосфере приводят к интересным физическим особенностям их взаимодействия и возможного воздействия на преграду различной геометрии. Взаимодействие мощных взрывов в ионосфере приводит к образованию крупномасштабных областей ионизационного возмущения, которые могут существенно изменить всю радиофизическую и оптическую обстановку в околоземном космическом пространстве.

Ясно, что два или несколько взрывов могут описываться в двумерной геометрии, только если они разнесены по вертикали (в цилиндрических координатах (r, z, t)) и происходят в дос-

таточно плотных слоях атмосферы, где действием магнитного поля можно пренебречь. В общем случае картина развития нескольких взаимодействующих взрывов существенно трехмерна. Поэтому разработка методов численного решения такого рода задач была непосредственно связана с развитием вычислительной техники, и первые работы, естественно, были выполнены в упрощенных постановках, но позволили выявить ряд интересных закономерностей пространственных процессов.

4.1. Взрывы в нижней атмосфере

В [Андрианкин, Мягков, 1981, 1983] рассматривалась задача о двойном взрыве, когда точечные взрывы происходят в одной точке пространства, но в разное время. Тогда к безразмерным управляющим параметрам для одиночного взрыва (4) добавляются параметры $\omega^0 = E_2^0 / E_1^0$ — отношение энергии соответствующих взрывов и время задержки между взрывами t_0 (предполагается, что $E_1^0 + E_2^0 = \text{const}$), поэтому здесь течение перестает быть автомодельным и зависит от двух независимых переменных, $\lambda = r(E_1^0 t^2 / \rho_0)^{-1/5}$ и $\tau = t / t_0$, и от параметров ω^0 и γ .

За начальные условия для первого взрыва выбиралось решение автомодельной задачи о сильном взрыве [Седов, 1977], а для второго — решение линеаризованной задачи [Андрианкин, Мягков, 1981], при перепадах давления на фронтах 150–200 ($\gamma = 1.4$). На рис. 23 показана зависимость $\lg P_*$ амплитуды второй УВ, а после слияния — амплитуды результирующей УВ, от расстояния до центра взрывов в логарифмических масштабах при $\omega^0 = 1$. Кривые 1–3 соответствуют малым временам задержки: $t_0 = 0.02, 0.08, 0.12$; 4 — отвечает амплитуде давления при взрыве одиночного заряда с энергией $2E_1^0$ ($t_0 = 0$).

Видно, что после слияния двойного взрыва амплитуда результирующей УВ выходит на асимптотику одиночного взрыва энергии $2E_1^0$. Однако если при двойном взрыве в отсутствие внешнего давления фронт вторичной УВ всегда догоняет фронт первичной УВ, то здесь ситуация иная. Ясно, что при достаточно больших ω^0 ($E_2^0 > E_1^0$) расстояние слияния $r_c = r(\omega^0, t_0)$ будет конечным при любых больших, но конечных t_0 . Но для сферических взрывов можно выделить критические значения параметров ω_*^0 и t_{0*} , которые определяют на плоскости (ω^0, t_0) область $t > t_{0*}$, $\omega^0 < \omega_*^0$ (t_{0*} зависит от ω^0) значений параметров ω^0, t_0 , при которых фронт второй УВ не догоняет фронт первой. Это происходит по причине формирования зоны отрицательных фаз сначала в перепаде давления, а затем и скорости в профилях первичной УВ, которую не в состоянии преодолеть вторичная УВ. (См. рис. 24, на котором по оси абсцисс отложена бегущая координата $x = r - \sqrt{\gamma} t$, по оси ординат — избыточное давление $\Delta P = P - 1$ ($\omega^0 = 0.6, t_0 = 0.4$). Кривым 1, 2, 3 — соответствуют времена $t = 0.667, 1.4, 5.76$.)

Существование критического времени задержки t_{0*} обусловлено взаимодействием второго разрыва (УВ) с фазой разрежения в профиле первой УВ; так, при задержках $t_0 \geq 0.12$ отрицательная фаза избыточного давления, а при задержках $t_0 \geq 0.25$ отрицательная фаза скорости успевают сформироваться до инициирования второго взрыва, поэтому фронт второй УВ при таких t_0 распространяется некоторое расстояние по фазе разрежения, что вызывает его дополнительное затухание. Расстояние взаимодействия второй УВ с фазами разрежения можно определить из пересечения кривых $\Delta t(r)$ с $t_p(r)$ и $t_u(r)$ на рис. 25, построенного для $\omega^0 = 1$. На рис. 25 $\Delta t(r)$ — временной интервал между приходом в данную эйлеровую координату r

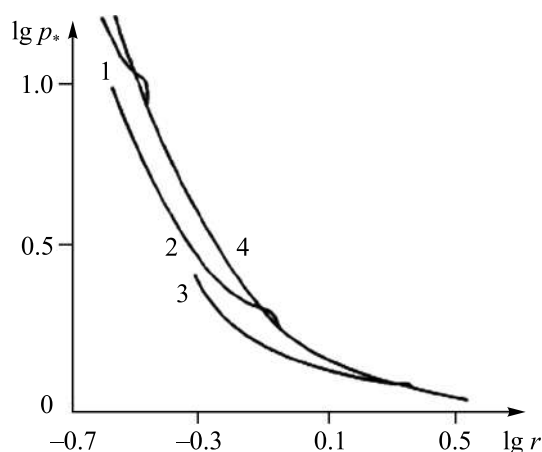


Рис. 23. Функциональная зависимость амплитуды второй УВ, а после слияния — амплитуды результирующей УВ, от расстояния до центра взрывов в логарифмических масштабах для трех малых времен задержки ($t_0 = 0.02; 0.08; 0.12$).

Кривая 4 — соответствующая амплитуда давления при взрыве одиночного заряда двойной энергии

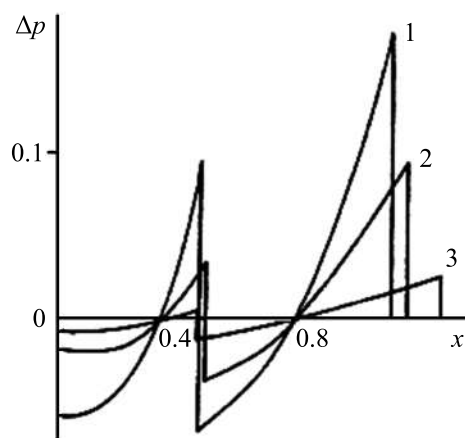


Рис. 24. Графики профилей избыточного давления зависимостей бегущей координаты для трех времен задержки: 1 — $t = 0.667$; 2 — 1.4; 3 — 5.76

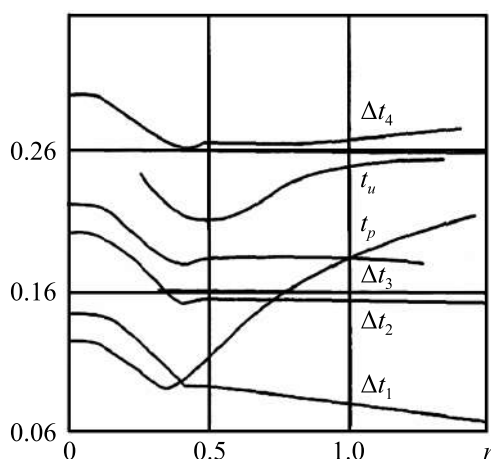


Рис. 25. Графики временных интервалов $\Delta t(r)$ между приходом в данную эйлеровую координату r первого и второго фронтов слабых УВ; $t_p(r)$ и $t_u(r)$ — длительности положительных фаз избыточного давления и скорости соответственно первой УВ. Индексы при Δt соответствуют безразмерным временным задержкам в 0.14, 0.20, 0.22, 0.30

первого и второго разрывов (фронтов слабых УВ), $t_p(r)$ и $t_u(r)$ — длительности положительных фаз избыточного давления и скорости соответственно первой УВ. Индексы 1, 2, 3, 4 при Δt отвечают временной задержке $t_0 = \Delta t(0) = 0.14, 0.20, 0.22, 0.30$.

В первых трех случаях, изображенных на рис. 25, вторая УВ взаимодействует только с отрицательной фазой избыточного давления, поэтому кривая Δt достаточно быстро достигает кривой t_p . В четвертом же случае $t_0 = 0.30$ второй скачок распространяется по отрицательным фазам как избыточного давления, так и скорости, и в этом случае ослабление второй УВ существенно, кривые Δt_4 и t_u на рис. 25 почти параллельны, они пересекутся только на расстояниях $r \geq 10$. Исходя из второго приближения нелинейной акустики [Андрианкин, Мягков, 1983],

можно показать, что невозможность догона первой УВ второй уже на асимптотике слабых УВ связано с отрицательностью суммарного импульса отрицательной фазы первой волны и положительной фазы второй волны на расстояниях, где это приближение применимо (например, на рис. 24). На рис. 25 видно, что ударные разрывы на некотором интервале расстояний (обозначим его за Δr), начиная с расстояния r_k (на рис. 25 $r_k = 0.5$), могут образовывать устойчивую конфигурацию разрывов, в которой временной интервал между разрывами Δt сохраняется постоянным (обозначим его как $T = T(t_0, \omega^0)$), и что для задержки $t_0 = 0.30$ — $\Delta r = 0.2$ и $T = 0.268$, для $t_0 = 0.2$ — $\Delta r \geq 0.1$ и $T = 0.155$ и т. д. Причем образование устойчивой конфигурации происходит независимо от того, догонит ли на асимптотике второй разрыв первый или нет. Причем при эволюции устойчивой конфигурации разрывов профиль за разрывами изменяется, а длительность временного интервала между ними остается постоянной. Условием постоянства T на Δr является равенство скоростей разрывов в каждой точке Δr , а для этого, в свою очередь, требуется, чтобы амплитуда и профиль второй УВ были вполне однозначно согласованы с амплитудой и профилем первой УВ в точке r_k , начиная с которой наблюдается устойчивость конфигурации разрывов. Интересно, что при этом вторая УВ за время эволюции от $r = 0$ до $r = r_k$ в достаточно широком интервале задержек t_0 «подстраивается» под первую УВ таким образом, что это становится возможным. При $\omega^0 = 1$ минимальное значение длительности $T = 0.9$ соответствует задержке $t_0 = 0.14$, избыточное давление на разрывах в точке $r = r_k$ не превышает 1.7. К скоростям разрывов волн с такими амплитудами уже применимо приближение нелинейной акустики. В нем условие равенства скоростей разрывов обеих волн запишется в виде $v_+^{(1)} = v_+^{(2)} + v_-^{(2)}$, где $v_+^{(1)}$ — скорость за первым разрывом, $v_+^{(2)}$ — за вторым, $v_-^{(2)}$ — скорость перед вторым разрывом.

Задача о двух коаксиальных взрывах на вертикальной оси симметрии ($r = 0$) с учетом излучения рассматривалась в работах [Белоцерковский и др., 2000; Андрущенко, Мещеряков, 1992; Андрущенко, 1994].

Математическая постановка задачи полностью идентична постановке задачи об одиночном взрыве [Андрущенко и др., 1981; Белоцерковский и др., 2000]. Энерговыведение было одинаково в обоих случаях, но верхний взрыв происходил несколько позже, поэтому были различны начальные радиусы фронтов УВ, $R_1 = 1.6$ км (нижний), $R_2 = 1.2$ км (верхний), и перепады давления на них, $p_1 = 7$, $p_2 = 20$. Расчеты велись при тех же управляющих безразмерных параметрах.

На регулярной стадии лобового столкновения двух взрывных сферических УВ образуются пары исходящих УВ и тангенциальных разрывов (рис. 26), далее реализуется нерегулярная стадия отражения с формированием маховской ударной конфигурации с двумя тройными точками, когда каждая УВ распадается на две исходящие УВ и тангенциальный разрыв (рис. 27).

Теория локального приближения подобного отражения (так называемая теория Y), с получением канонических уравнений для маховской конфигурации, подробно разработана в [Ляхов и др., 1989], в которой конфигурации фронтов УВ и тангенциальных разрывов идентифицируется методом локализации особенностей [Ворожцов, Яненко, 1985]. Верификация этого метода была проведена путем сопоставления структуры Y-конфигурации, полученной по результатам наших расчетов посредством дифференциальных анализаторов (рис. 28, а), с аналогичной конфигурацией, полученной в ходе лабораторных опытов теньвым способом лазерного просвечивания (рис. 28, б) [Бархударов и др., 1984].

В начальный момент встречного столкновения УВ на оси симметрии интенсивность давления на контакте резко возрастает, в результате взаимодействия образуется две УВ, распространяющиеся в противоположных направлениях. Далее УВ многократно взаимодействуют с контактными поверхностями — границами горячих центральных областей, порождая вторичные УВ и волны разрежения, которые также вступают во взаимодействия. В итоге в точке

начального контакта происходит вторичное лобовое столкновение двух, но уже слабых УВ, приводящих к малому «всплеску» давления в ней. Интересно, что вторичная УВ, распространяющаяся вверх, догоняет фронт первичной головной УВ, несколько увеличивая его интенсивность; нижняя же вторичная УВ не нагоняет головной фронт по причине формирования за ним зоны отрицательного импульса с давлением, меньшим внешнего давления в атмосфере, и с отрицательной скоростью (см. распределение давления на оси симметрии при $t = 2$ с на рис. 29). Такая ситуация уже исследовалась выше.

Ударно-волновая стадия процесса длится 2–3 с (рис. 30, *a, б*), затем наступает конвективно-ударная стадия, в ходе которой к 10–12 с формируются два термика, а далее происходит конвективная стадия процесса (рис. 30, *в, г*).

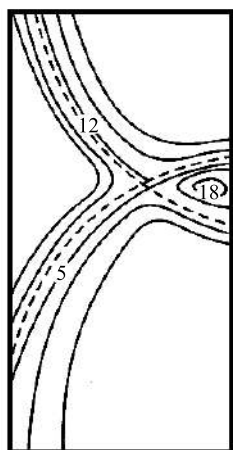


Рис. 26. Схематическое изображение пары исходящих ударных волн и тангенциальных разрывов на регулярной стадии лобового столкновения двух взрывных сферических ударных волн

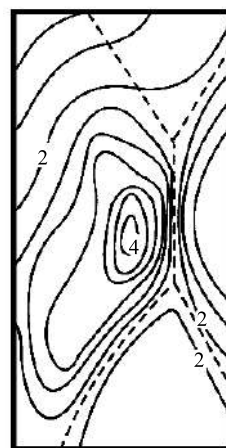


Рис. 27. Схематическое изображение формирования маховской ударной конфигурации с двумя тройными точками, когда каждая сходящаяся взрывная сферическая волна распадается на нерегулярной стадии отражения на две исходящие ударные волны и тангенциальный разрыв

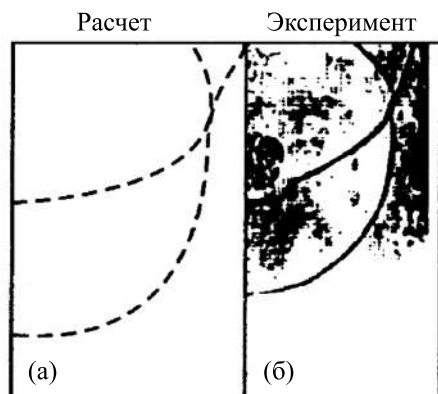


Рис. 28. Сравнение структуры Y-конфигурации, полученной по результатам наших расчетов посредством дифференциальных анализаторов (а), с аналогичной конфигурацией, полученной в ходе лабораторных опытов теньвым способом лазерного просвечивания (б)

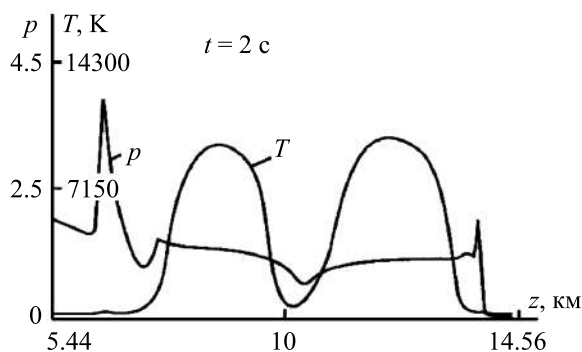


Рис. 29. Функции давления и температуры на оси симметрии при $t = 2$ с

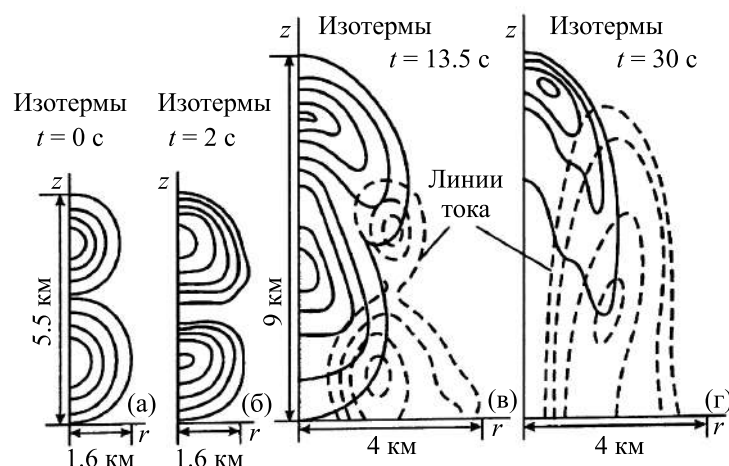


Рис. 30. Картины распределения изотерм в расчетной области на ударно-волновой стадии процесса (а, б) и конвективной стадии (в, г)

Верхний термик всплывает по асимптотике $z_2 \sim t^{1/2}$ (как одиночный объект), а нижний — по асимптотике $z_1 \sim t^2$ (см. рис. 30, в), нагоняя и сливаясь с верхним. И к $t = 30$ с образуется единый объединенный термик, всплывающий по закону одиночного образования $z \sim t^{1/2}$ (см. рис. 30, г).

Интересно, что в случае использования в качестве математической модели уравнений Эйлера в аналогичной ситуации происходит так называемая «игра вихрей», когда нижнее вихревое кольцо, сужаясь, проскакивает через внутренний створ расширяющегося верхнего кольца, и они меняются местами [Андрущенко, Мещеряков, 1991]. Также следует отметить, что при большой разнице в давлениях на фронтах УВ в начальный момент ($p_1 = 2.1$, $p_2 = 17$) горячая центральная область нижнего взрыва после прохождения через нее УВ верхнего взрыва уже на достаточно раннем этапе эволюции процесса трансформируется в вихревое кольцо [Андрущенко, Мещеряков, 1992].

Таким образом, рассмотрены две задачи: два взрыва в одной точке, разнесенные по времени, и два взрыва, разнесенные по вертикали и по времени. Было показано, как можно максимально использовать одно- и двухмерные приближения для исследования наиболее важных физических эффектов взаимодействия двух взрывов в нижней атмосфере, в том числе ее неоднородности.

К настоящему времени вышло достаточно большое количество работ по численному моделированию парных и множественных взрывов. В данном обзоре нами будут представлены только те из них, в которых описаны новые физические эффекты, имеющие научное и прикладное значение и требующие для выявления этих эффектов конструирования новых численных алгоритмов и в той или иной мере связанные с научными интересами авторов.

В последние десятилетия исследования в данном разделе теории взрыва были направлены на решение модельных задач о множественных взрывах в неоднородной атмосфере для случаев их упорядоченного расположения в пространстве в целях более явного проявления эффектов взаимодействия УВ друг с другом (при множественных интерференциях, дифракциях, фокусировках), с другими разрывами и подстилающей плоскостью.

В работе [Андрущенко, Мурашкин, 2014] численно исследуется задача о четырех точечных взрывах в атмосфере на основе системы трехмерных эволюционных уравнений Эйлера в декартовых координатах (x, y, z) . Задача модельная — газ считается идеальным, атмосфера — экспоненциальной, центры взрывов, с одинаковой начальной энергией $E = 15$ кт, расположены в вершинах квадрата со стороной $L = 640$ м на высоте $H = 960$ км над подстилающей поверхностью (начало системы координат — точка $1(0, 0, 960)$ м — центр квадрата). В качестве началь-

ных условий для каждого взрыва выбирается решение задачи для одиночного взрыва в экспоненциальной атмосфере с учетом противодействия до момента времени $t = 0.1$ с, когда радиус его фронта достигает величины $R_0 = 300$ м, а перепад давления на нем $P_\phi / P_a \approx 10$ (начальными условиями для этой задачи бралось решение задачи о сильном взрыве Л. И. Седова). Далее отсчет идет от этого момента времени, принимаемого за $t_0 = 0.0$ с.

Дискретизация исходной системы дифференциальных уравнений осуществляется при помощи явной двухшаговой разностной схемы — трехмерного аналога схемы Лакса–Вендроффа на равномерной сетке $201 \times 201 \times 201$ узлов по каждому направлению.

Опишем процесс взаимодействия четырех ударных волн. На рис. 31, а представлено распределение давления от времени $P(t)$ для точек — середин сторон квадрата. Из графика видно, что в момент времени $t \approx 0.07$ с происходят встречные столкновения пар первичных УВ в этих точках с резким возрастанием давления, а при $t \approx 0.93$ с в них также происходит заметное увеличение давления при соударении уже вторичных пар УВ. Соответственно, на рис. 31, б представлена функция $P(t)$ для точки 1 — центра квадрата. В момент времени $t \approx 0.33$ с в ней реализуется кумулятивный эффект: в результате фокусировки четырех сходящихся интенсивных УВ давление скачком увеличивается по сравнению с атмосферным (см. P при $t = 0.2$ с) более чем в 30 раз, и при $t \approx 1.6$ с в ней также происходит кумуляция вторичных УВ с сильным возрастанием давления (см. на рис. 31, б P при $t = 1.3$ с и при $t = 1.6$ с).

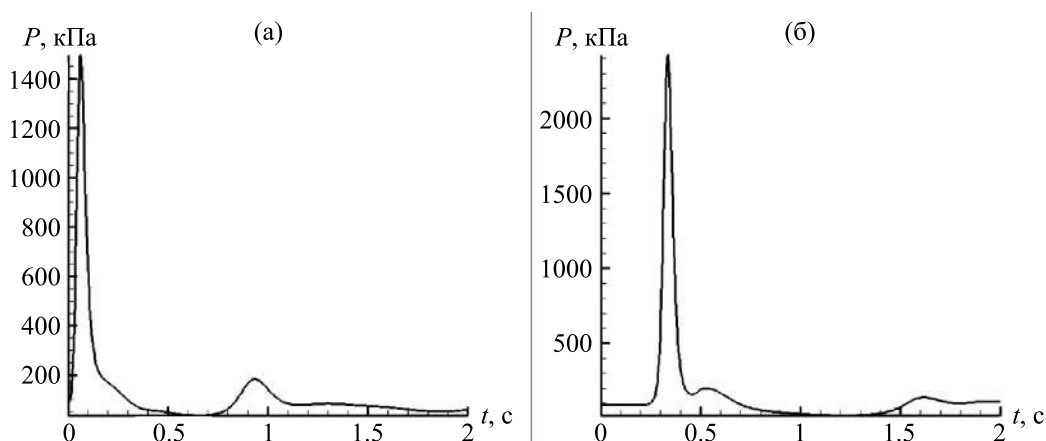


Рис. 31. Графики давления $P(t)$ для точек — середин сторон квадрата (а) и для точки — центра квадрата (б)

На регулярной стадии лобового соударения двух взрывных сферических УВ ($t \approx 0.07$ с) образуются пары исходящих УВ и тангенциальных разрывов [Андрущенко, 1994] для каждой пары взрывов. Далее реализуется нерегулярная стадия отражения с образованием маховских конфигураций с двумя тройными точками (для каждой пары взрывов), когда каждая входящая УВ распадается на две исходящие УВ и тангенциальный разрыв [Андрущенко, 1994] (рис. 31, а).

Развитие ударно-волнового процесса хорошо прослеживается по поведению распределений скорости u , давления P и температуры T по прямой, проходящей через центры взрывов (продолжению диагонали квадрата). На рис. 32 приведены функции $P(d)$ и $T(d)$, для моментов времени после начала столкновения ($t = 0.28$ с и $t = 0.59$ с), где $d = d(x, y)$ — диагональ квадрата. Взаимодействие происходит в относительно плотном газе в зоне с относительно невысокой температурой; в результате образуются две УВ, движущиеся в противоположных направлениях (рис. 32).

Затем УВ взаимодействуют с границами резкого изменения плотности при входе в горячие центральные области взрывов. При этом происходит их распад на УВ, которые продолжают двигаться в прежнем направлении, и волны разрежения, устремляющиеся к зоне начального контакта. Как только фронты попадают в разреженный газ, скорости их распространения суще-

ственно возрастают, интенсивности падают, а сами скачки сильно размываются. При выходе скачков давления из области разрежения газа они взаимодействуют с границами резкого возрастания плотности, распадаясь на пары УВ, идущих в противоположные направления: одни устремляются назад в горячие зоны, другие — вслед за головными фронтами [Андрущенко, 1994]. Скачки давления, проходящие через горячие центральные зоны, опять взаимодействуют с границей резкого возрастания плотности и распадаются на две УВ, одни из которых продвигаются к центру сторон прямоугольника, где газ в этот момент сильно разрежен, другие возвращаются в горячие центральные области.

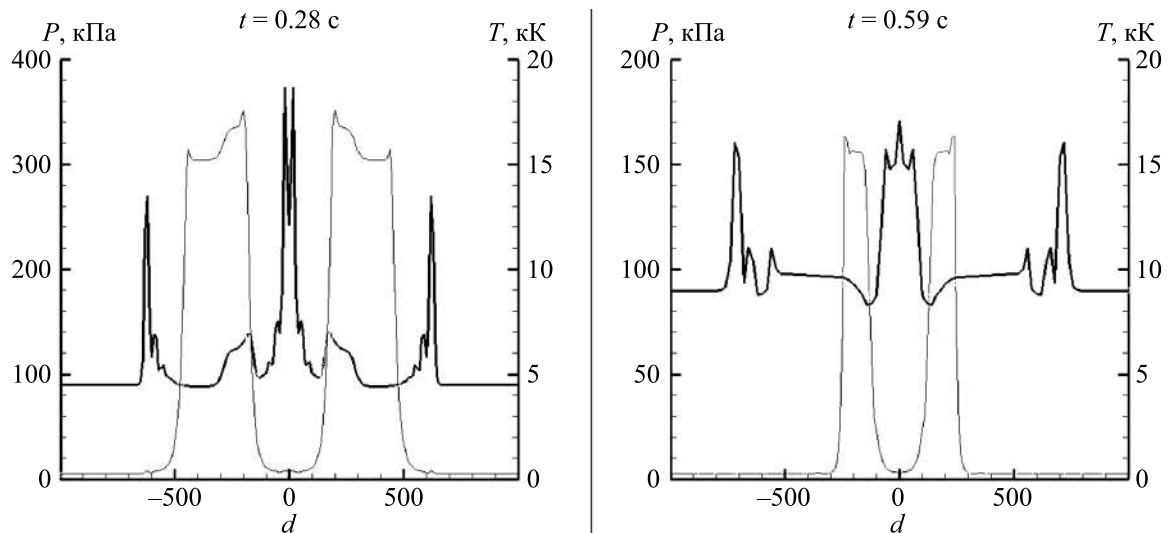


Рис. 32. Графики давления и температуры по диагонали квадрата для двух моментов времени

Качественно аналогично ударно-волновой процесс протекает и в направлении по сторонам квадрата, отличие состоит только в том, что по ней происходят менее интенсивные эффекты столкновения — первичная и вторичная кумуляции в результате фокусировки двух сходящихся УВ, и весь процесс протекает быстрее по причине меньшей длины стороны по сравнению с диагональю квадрата.

Показательны картины распределения изобар в плоскости ($x, y, 960$ м) и нанесенные на них же линии тока (рис. 33, *a–г*) для моментов времени $t = 0.2, 0.3, 1.0, 2.0$ с соответственно. Видны восемь зон сформировавшихся маховских конфигураций (по четыре примыкающих к каждой УВ) с повышенными значениями давления при $t \approx 0.2$ с, линии тока указывают на разлет газа от центров взрывов (рис. 33, *a*). Позже при $t \approx 0.3$ с наблюдается пять участков маховских конфигураций — четыре в зонах взаимодействия на периферии головных УВ, пятый — в окрестности центра квадрата — около точки реализации кумуляции (рис. 33, *б*). К моменту времени $t = 1$ с картина распределения изобар принимает весьма сложный вид, демонстрируя чередование зон повышенного давления очертаниями первичных и нескольких вторичных фронтов УВ и областей резко пониженного (ниже внешнего атмосферного) давления (рис. 33, *в*). К этому же моменту времени внутри сечения плоскостью ($x, y, 960$ м) области газа, охваченного фронтами внешней и внутренней УВ, видны сформировавшиеся в количестве восьми особые точки (типа фокусов), являющиеся центрами вихревых движений газа в этой плоскости (рис. 33, *в*). В итоге к моменту времени $t = 2$ с картина участков повышенного и пониженного давления, а также линий тока в плоскости сечения принимает еще более сложный характер (рис. 33, *г*).

Далее расчет не проводился, поскольку при $t \approx 1.6$ с головные фронты УВ уже достигают подстилающей поверхности ($x, y, 0$ м), взаимодействуют с ней, и отраженные от нее УВ могут исказить картины распределения давления и линий тока в рассматриваемой плоскости ($x, y, 960$ м).

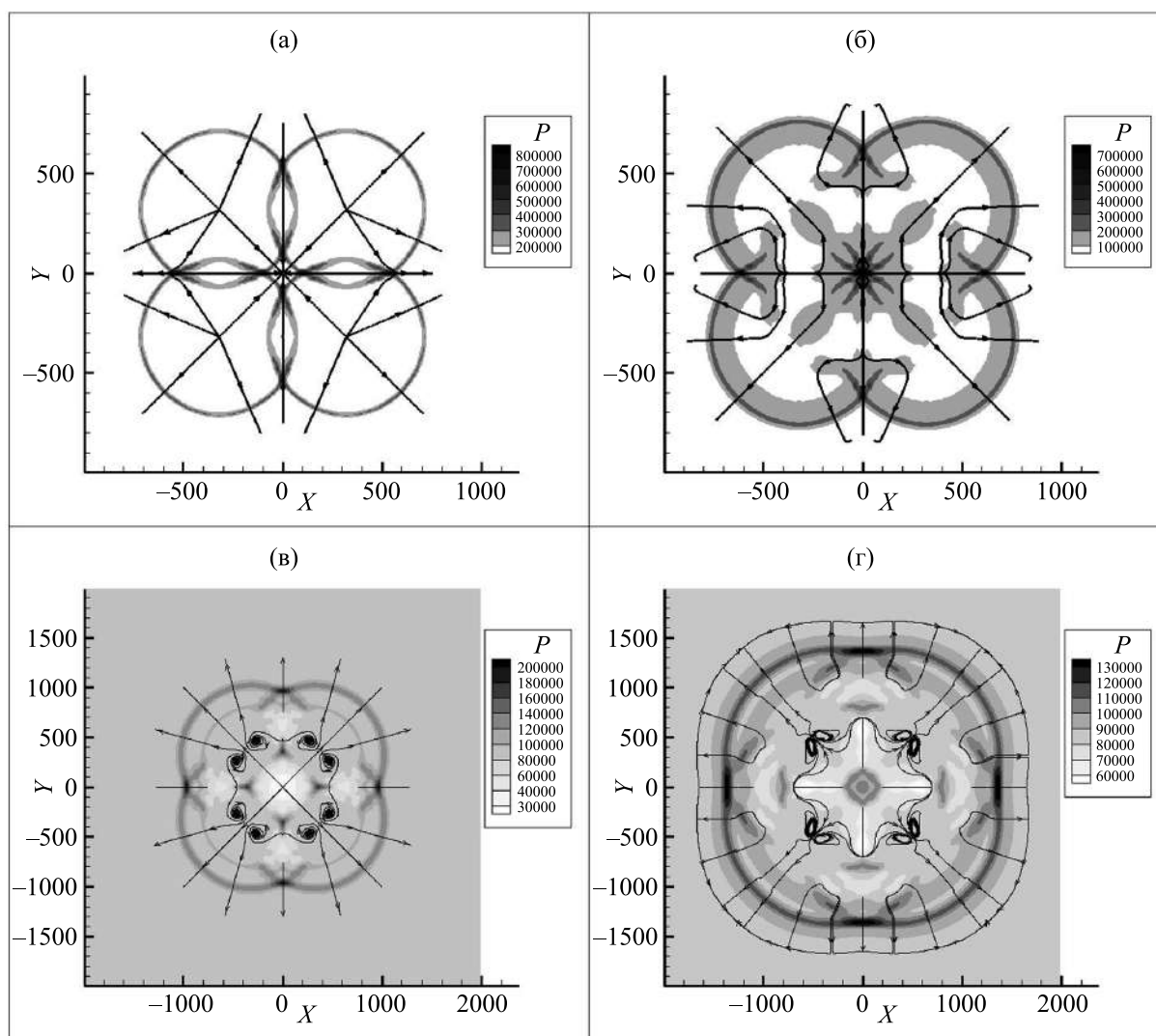


Рис. 33. Картины распределения изобар и нанесенных на них линий тока в горизонтальном сечении расчетной области на высоте взрывов для четырех моментов времени: $t = 0.2$ (а), 0.3 (б), 1.0 (в), 2.0 с (г)

Усложнение геометрии расположения взрывов требовало или использование адаптивных сеток с подробной дискретизацией исходной системы дифференциальных уравнений Эйлера, или более подробных сеток по каждой декартовой координате (x, y, z) .

В работе [Андрущенко, Мурашкин, 2017] численно исследуется задача о четырех точечных взрывах в атмосфере на основе системы трехмерных эволюционных уравнений Эйлера в декартовых координатах (x, y, z) . Задача модельная — газ считается идеальным, атмосфера — экспоненциальной, центры взрывов, с одинаковой начальной энергией $E = 20$ кт, расположены в вершинах правильного тетраэдра $ABCD$ (см. рис. 34) со стороной $L = 710$ м на высоте $H = 1000$ м над подстилающей поверхностью. В качестве начальных условий для каждого взрыва выбирается решение задачи для одиночного взрыва в экспоненциальной атмосфере с учетом противодействия (начальными условиями для этой задачи бралось решение задачи о сильном взрыве Л. И. Седова) до момента времени $t = 0.22$ с, когда радиус его фронта достигает величины $R_0 = 350$ м. Далее отсчет идет от этого момента времени, принимаемого за $t_0 = 0.0$ с. Дискретизация исходной системы дифференциальных уравнений осуществляется по более подробной сетке $401 \times 401 \times 401$ узлов по каждому направлению. Расчеты проводились как с учетом подстилающей поверхности, так и без.

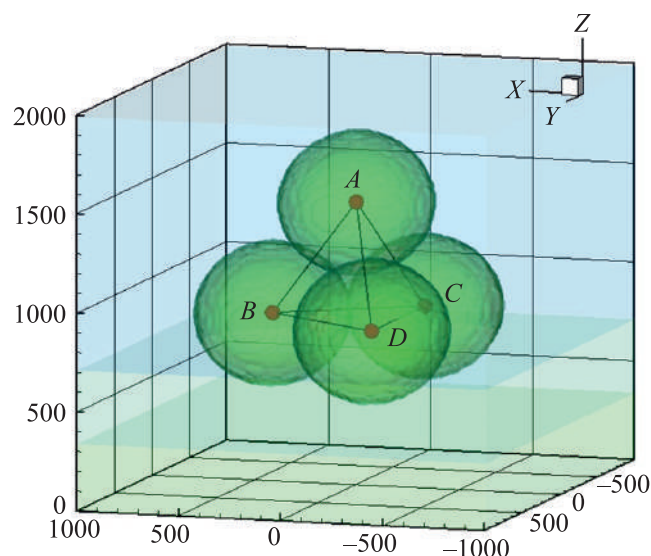


Рис. 34. Картина поверхностей равных давлений в расчетной области для момента времени, выбранного за начальный

Опишем процесс взаимодействия четырех ударных волн. Пусть O — центр описанной вокруг тетраэдра $ABCD$ окружности. В момент времени $t \approx 0.028$ с в серединах ребер тетраэдра $ABCD$ происходят кумулятивные эффекты с резким возрастанием давления из-за столкновения пар первичных УВ. На регулярной стадии лобового соударения двух взрывных сферических УВ образуются пары исходящих УВ и тангенциальных разрывов для каждой пары взрывов [Андрущенко, 1994]. Развитие ударно-волнового процесса хорошо прослеживается по поведению распределений газодинамических показателей вдоль прямой AO (см. рис. 35). В момент времени $t \approx 0.127$ с в центрах граней тетраэдра $ABCD$ происходит еще один кумулятивный эффект за счет схождения троек первичных УВ, отраженные 4 УВ, двигаясь к центру O (см. рис. 35, а), в момент времени $t \approx 0.173$ с сталкиваются с еще 4 первичными УВ, тем самым порождая максимальный кумулятивный эффект процесса, при котором достигается давление в 7.3 МПа (см. рис. 35, б). Далее давление в центре падает, но потом снова возрастает до значений в 5.1 МПа за счет столкновения с 6 вторичными УВ от центров ребер.

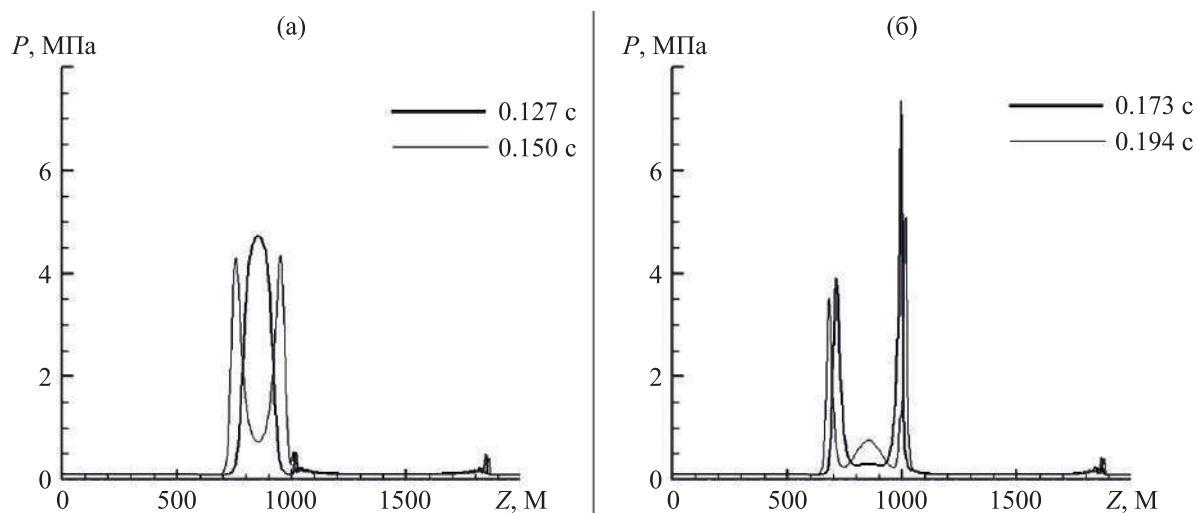


Рис. 35. Графики давления на линии, проходящей через центр системы O и центр верхнего взрыва A , при $t = 0.127$ с и $t = 0.150$ с (а); $t = 0.173$ с и $t = 0.194$ с (б)

Далее множественные ударные волны взаимодействуют друг с другом, с горячими центральными областями и поверхностью, при этом происходят их распады на новые УВ, которые продолжают двигаться в прежних направлениях, и волны разрежения, устремляющиеся к зоне начального контакта, тем самым эволюция течения сильно усложняется (см. рис. 36), плоскость XZ содержит точки AD и середину ребра BC . Расчеты проводились до моментов времени в 20 с.

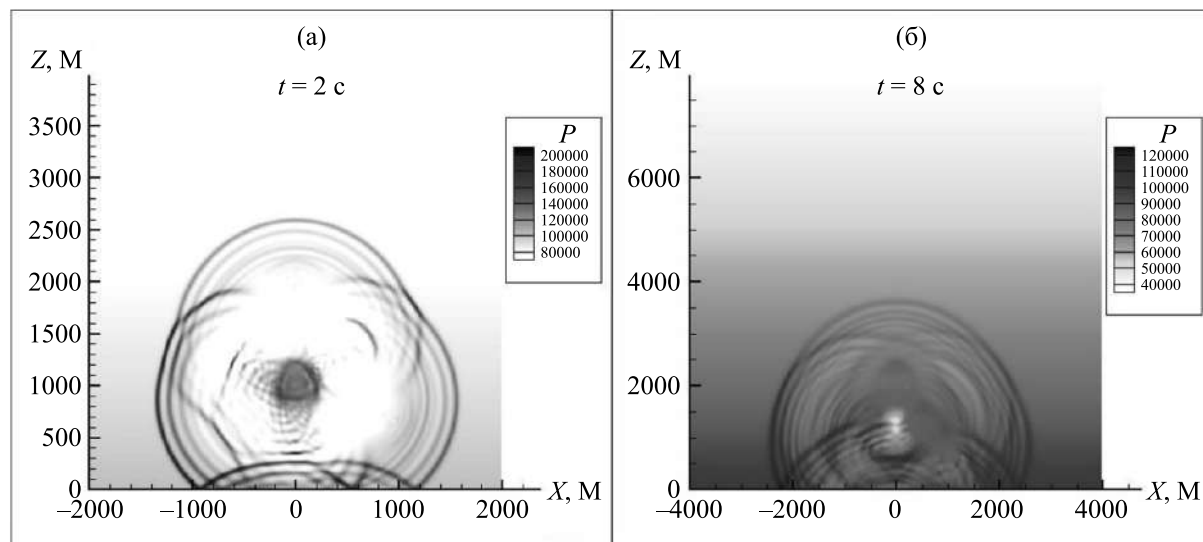


Рис. 36. Картина распределения изобар в вертикальной плоскости сечения расчетной области, проходящей через точки A , B и середину ребра BC , при $t = 2$ с (а) и $t = 8$ с (б)

В работе [Андрущенко, Мурашкин, 2016] выполнено численное исследование взаимодействия множественных сферических УВ друг с другом и подстилающей поверхностью. Рассматривались четыре точечных взрыва в случае их упорядоченного расположения над подстилающей поверхностью. Расчеты показали, в частности, что сформировавшаяся под действием четырех взрывов торообразная тепловая система является весьма устойчивой структурой, сохраняющаяся даже при прохождении через нее множественных УВ. Отметим, что при формировании от множественных взрывов сходящейся ударно-волновой структуры специального исследования требует вопрос об ее устойчивости, так как именно от этого будут зависеть значения максимальных параметров в зоне формирования УВ.

4.2. Взрывы в ионосфере

При взрывах в плотных слоях атмосферы УВ является одним из главных механических поражающих факторов [Физика ядерного взрыва, 2009]. На $h > 100$ км динамическое давление УВ (ρu^2) не может оказать серьезного давления на космическую технику, а главными здесь являются крупномасштабные ионизационно-оптические возмущения. Решение плазмодинамических задач значительно сложнее, чем решение газодинамических задач, так как появляется дополнительная силовая характеристика — магнитное поле.

Первые измерения и пространственные расчеты методом частиц были выполнены применительно к задачам взаимодействия двух сгустков лазерной плазмы высокой удельной энергии [Брюнеткин и др., 1991; Faenov et al., 1992], получено вполне удовлетворительное согласие с экспериментальной ионизационной структурой зоны взаимодействия плазменных сгустков. Так как доля ионизационной энергии в балансе плазмы высока, а кинетические процессы неравновесны, то в едином алгоритме рассчитывались как динамические, так и кинетические процессы [Ступицкий, 2008].

В работе [Моторин, 2016] был модифицирован изложенный выше для одиночного взрыва [Ступицкий и др., 2004а, 2004б; Лавриненко и др., 2007; Холодов и др., 2005; Ступицкий, 2006] трехмерный МГД-алгоритм к описанию взаимодействия двух плазменных областей, образованных взрывами в ионосфере. Расчеты проводились в декартовой системе координат с центром в точке симметрии между начальным положением центров сгустков (рис. 37). Пространственно-временная картина развития и взаимодействия сгустков показана в сечении, которое соответствует плоскости (XOZ), т. е. для меридиональной плоскости $Y = 0$. Наклон силовых линий соответствует $\sim 45^\circ$ к горизонту. Вид результатов на представленных ниже рисунках соответствует положительному направлению оси Y .

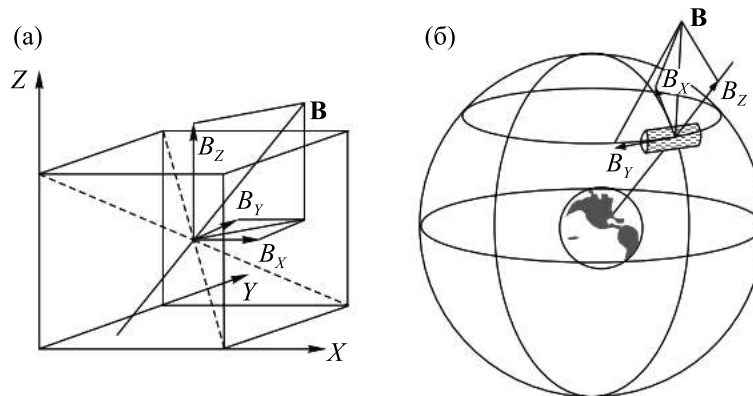


Рис. 37. Геометрия задачи

Основная цель этих расчетных исследований состояла в том, чтобы выяснить, как влияет начальное пространственное положение центров сгустков на характер их последующего взаимодействия. На рис. 38 и 39 представлена общая картина развития двух сгустков, разнесенных по вертикали и по времени. При $t = 0$ на высоте $H = 250$ км начинался разлет первого сгустка, и спустя 1.8 с на высоте $H = 90$ км начинался разлет второго сгустка. Для верхнего сгустка наблюдалось слабое влияние магнитного поля на $t = 3.3$ с. Однако с течением времени плазма нижнего сгустка, расширяясь в значительно более плотной среде, чем плазма верхнего сгустка, формирует восходящую вертикальную струю, которая через определенное время достигает нижней границы первого сгустка. Поскольку его плотность достаточно велика, то давление магнитного поля не оказывает существенного влияния на формирование единой струи.

На рис. 40 и 41 центр нижнего сгустка расположен в более разреженной атмосфере, на высоте $H = 150$ км. Формируемая им вертикальная струя быстро достигает нижней границы верхнего сгустка, а действие магнитного поля становится более существенным. Далее наблюдается постепенное слияние областей от обоих сгустков. После этого практически по всем параметрам границы первого и второго сгустков становятся практически неразличимы.

На рис. 42 показано взаимодействие двух сгустков, расположенных на одной вертикали, но произведенных в обратном по времени порядке. Первый производится на $H = 120$ км в момент времени $t = 0$. После чего через 1.3 с на высоте 230 км генерируется второй сгусток. При данном их расположении до момента времени $t = 7.3$ с плазменные течения развиваются независимо друг от друга. В момент времени $t = 7.3$ с границы возмущений первого и второго сгустков достигают друг друга. С этого момента времени возмущения начинают влиять друг на друга. Как видно из рис. 42, область второго сгустка деформируется меньше, чем первого. Кроме того, заметно, что со временем области возмущения не сливаются, как это происходит в случае, когда первым происходит выброс сгустка на большей высоте.

На момент времени $t = 15.3$ с по всем параметрам отчетливо видны границы возмущения от обоих сгустков. Первый сгусток из-за отсутствия возможности развиваться (вверх) начинается расширяться в горизонтальном направлении. Примерно такая же картина наблюдается и с верхним сгустком, но она не так ярко выражена, как для нижнего сгустка.

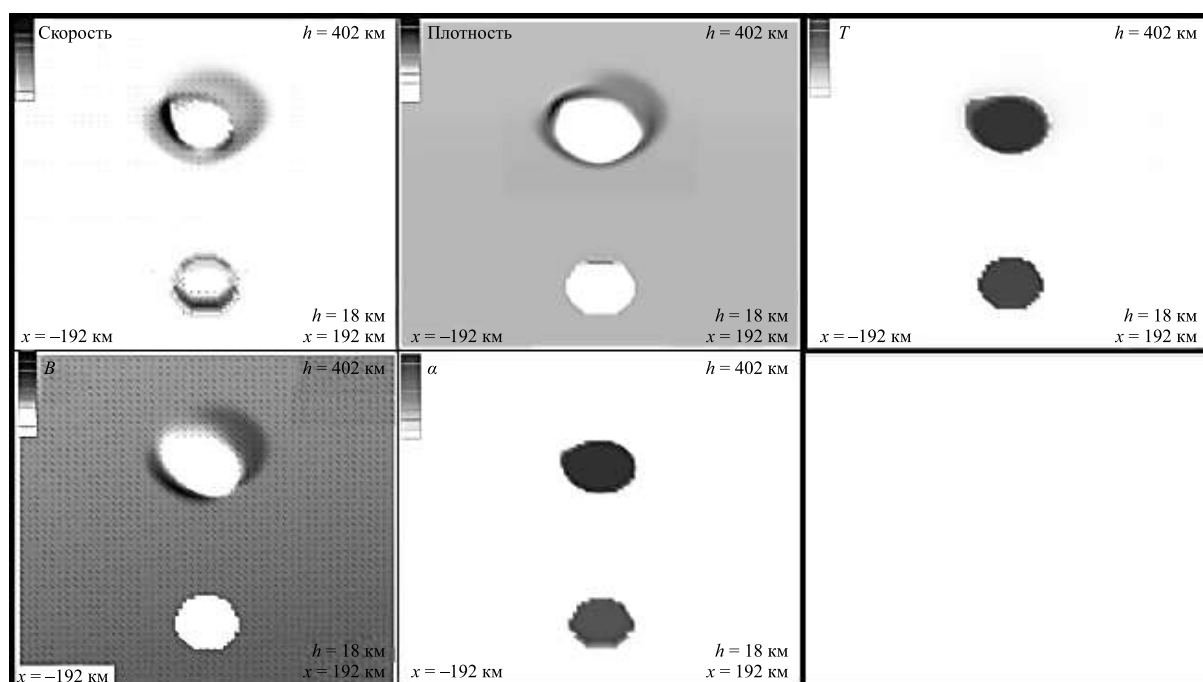


Рис. 38. Распределение безразмерных параметров в плоскости срединного меридиана ($Y = 0$) в момент времени $t = 3.3$ с для двух плазменных сгустков: проекция вектора скорости на плоскость меридиана, плотность, проекция вектора напряженности магнитного поля на плоскость меридиана, степени ионизации α , температуры, К. Первый плазменный сгусток — на высоте $h_1 = 250$ км, второй плазменный сгусток — на высоте $h_2 = 90$ км. Вторая возмущенная область образуется через 1.8 с после первой

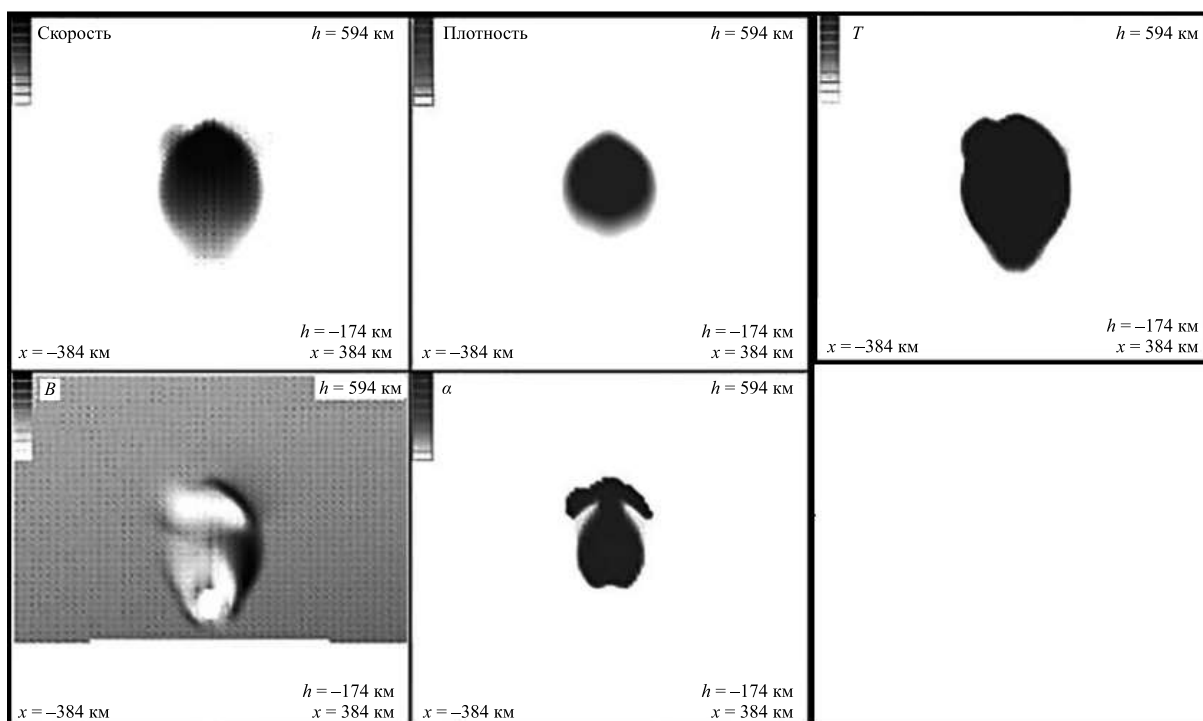


Рис. 39. Распределение тех же параметров, что и на рис. 38, но для момента времени $t = 11$ с. Первый плазменный сгусток — на высоте $h_1 = 250$ км, второй — на высоте $h_2 = 90$ км. Вторая возмущенная область образуется через 1.8 с после первой

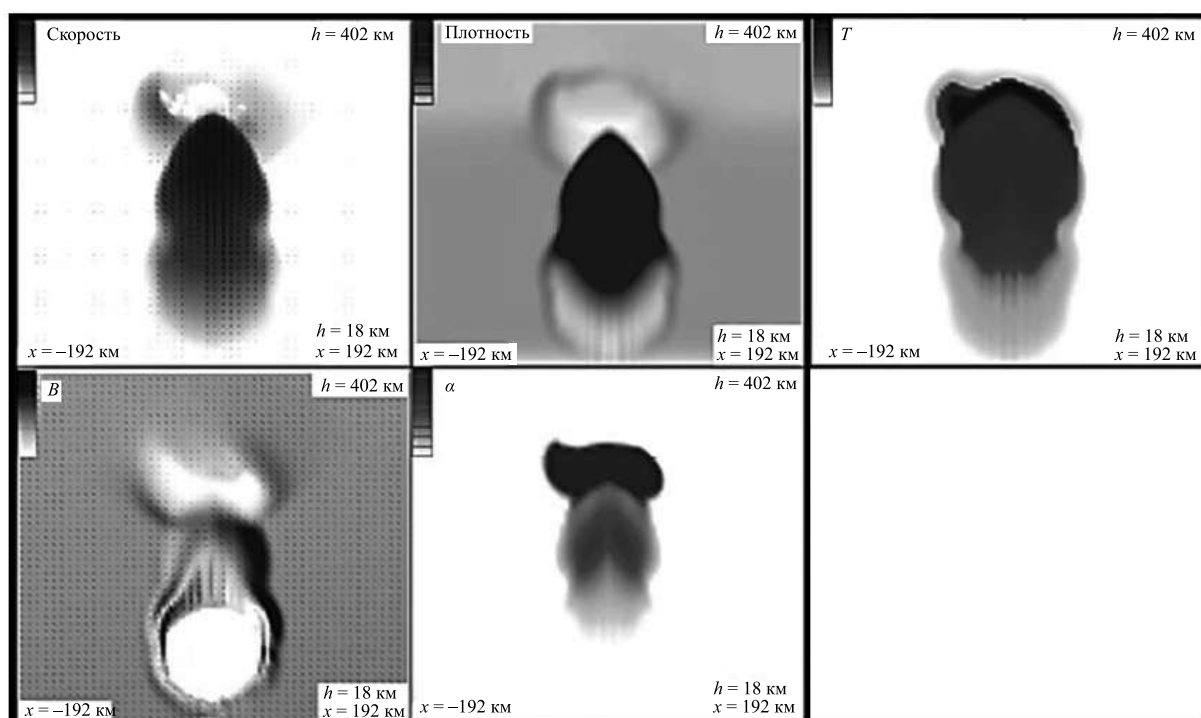


Рис. 40. Распределение тех же параметров, что и на рис. 38, но для момента времени $t = 7.1$ с. Первый плазменный сгусток — на высоте $h_1 = 250$ км, второй — на высоте $h_2 = 150$ км. Вторая возмущенная область образуется через 1.5 с после первой

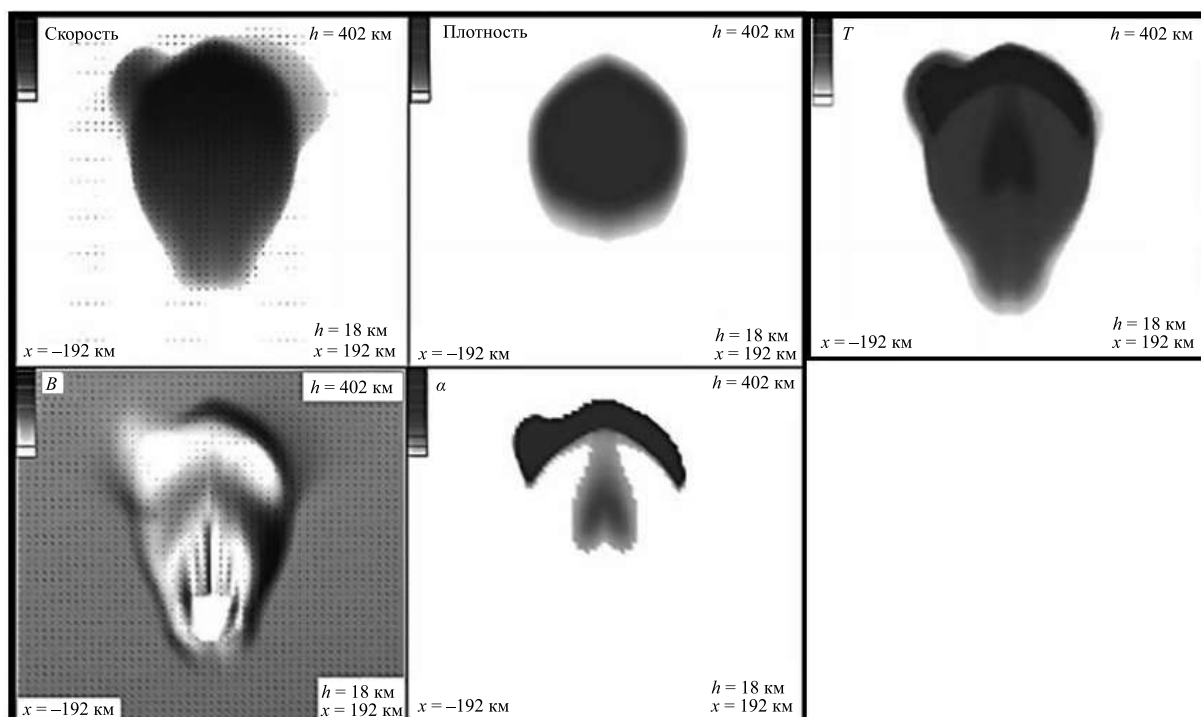


Рис. 41. Распределение тех же параметров, что и на рис. 38, но для момента времени $t = 11.6$ с. Первый плазменный сгусток — на высоте $h_1 = 250$ км, второй — на высоте $h_2 = 150$ км. Вторая возмущенная область образуется через 1.5 с после первой

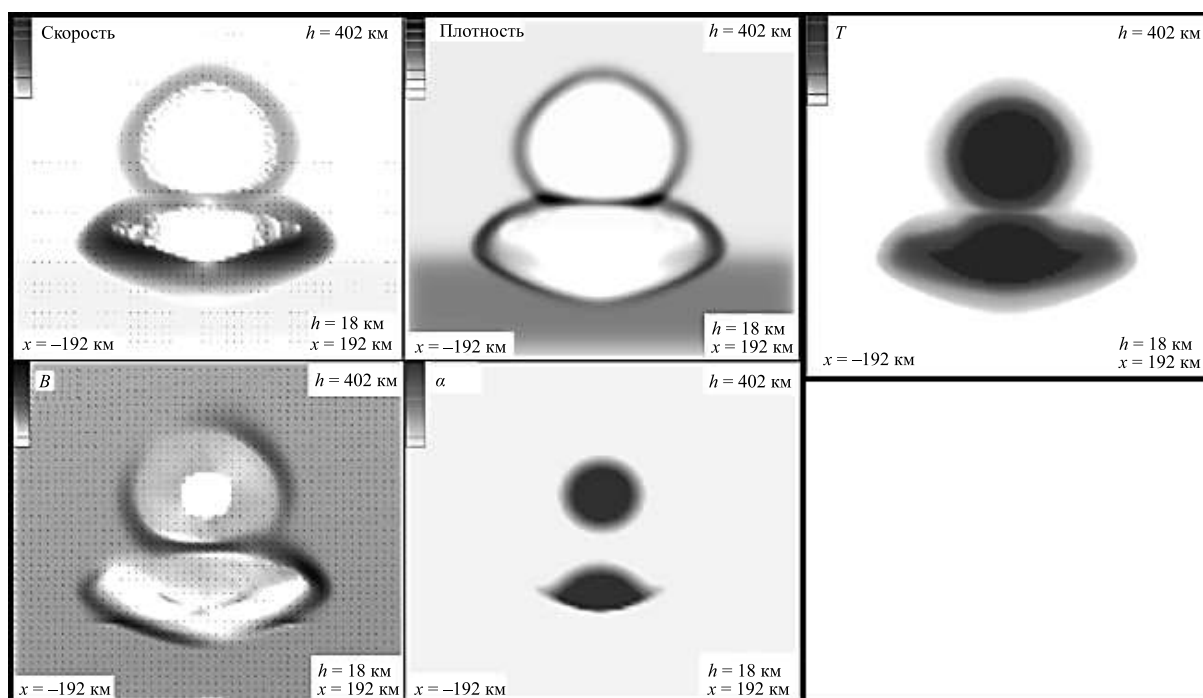


Рис. 42. Распределение тех же параметров, что и на рис. 38, но для момента времени $t = 15.3$ с. Первый плазменный сгусток — на высоте $h_1 = 120$ км, второй — на высоте $h_2 = 230$ км. Вторая возмущенная область образуется через 1.3 с после первой

Этот случай заметно отличается от варианта, когда первым происходит образование верхнего сгустка. До момента контакта возмущенных областей сгустки развиваются независимо друг от друга, как если бы они оба были одиночными. После контакта возмущенные области не объединяются, видны четкие границы обоих возмущений. Влияние верхнего возмущения на нижнее ощущается несколько больше, что заметно из более сильной деформации нижней области по сравнению с верхней.

На рис. 43, 44 рассмотрены случаи взаимодействия одновременно генерируемых сгустков в плоскости срединного меридиана ($Y = 0$). Рассмотрены два варианта. На рис. 43 рассмотрен случай, когда оба сгустка расположены на высоте 300 км, второй находится на расстоянии 100 км от первого. На рис. 44 высота для обоих сгустков равна 400 км, а расстояние между ними составляет 250 км.

В обоих случаях наблюдается примерно одинаковая картина. Сначала возмущенные области развиваются независимо друг от друга, как если бы это были одиночные сгустки. Затем в определенный момент времени (через 0.8 с для первого случая и 1.5 с для второго) происходит контакт двух возмущенных областей. Наблюдается некоторое взаимопроникновение для обоих возмущений, с образованием небольшой пограничной зоны, для которой характерно повышение плотности и снижение скорости. Затем с течением времени эта пограничная область расплывается и становится почти незаметной. Вокруг сгустков образуется общая возмущенная область (рис. 44). Несмотря на это, внутри общей возмущенной области все равно отчетливо видны две струи от первого и второго сгустков. Со временем даже на достаточно больших временах (26 с для первого случая и 12 с для второго) струи не сливаются.

Такая картина характерна для обеих высот и любых расстояний между сгустками. В случае сгустков на высоте 300 км разделение не настолько ярко выражено, как для случая на высоте 400 км, но тем не менее общая струя не образуется.

На рис. 45 представлен случай взаимодействия двух сгустков, происходящих одновременно в плоскости XY . Очевидно существенное влияние магнитного поля.

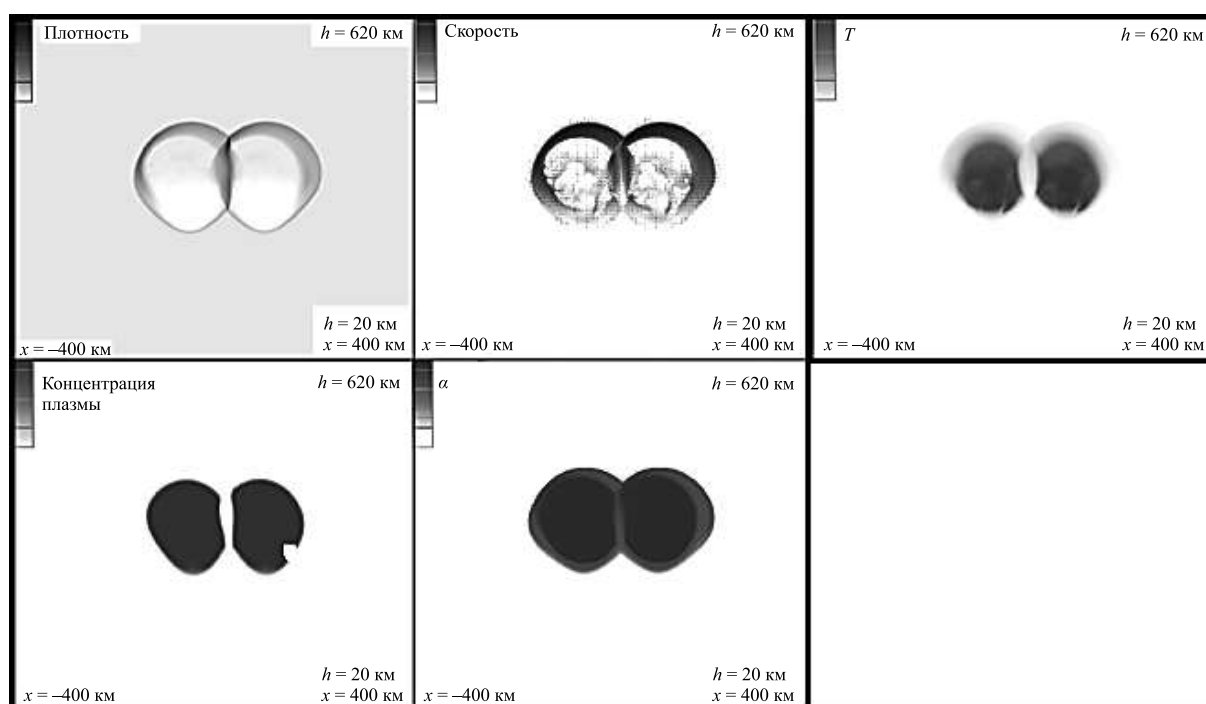


Рис. 43. Распределение безразмерных параметров в плоскости срединного меридиана ($Y = 0$) в момент времени $t = 0.8$ с для двух плазменных сгустков: плотность (сверху слева), проекция вектора скорости на плоскость меридиана (сверху справа), концентрация плазмы (по центру слева), степень ионизации α (по центру справа), температура, К (снизу). Сгустки на высоте $h_1 = h_2 = 300$ км. Возмущенные области образуются одновременно

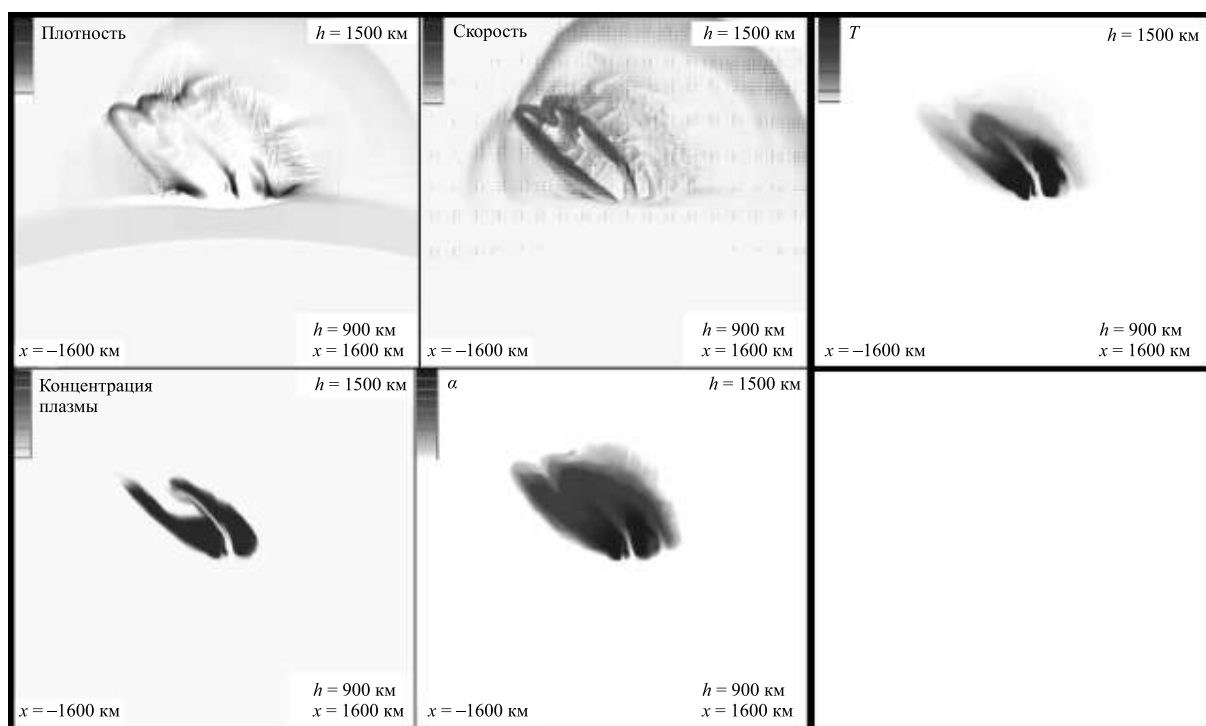


Рис. 44. Распределение тех же параметров, что и на рис. 43, но для момента времени $t = 20$ с. Сгустки — на высоте $h_1 = h_2 = 400$ км. Возмущенные области образуются одновременно

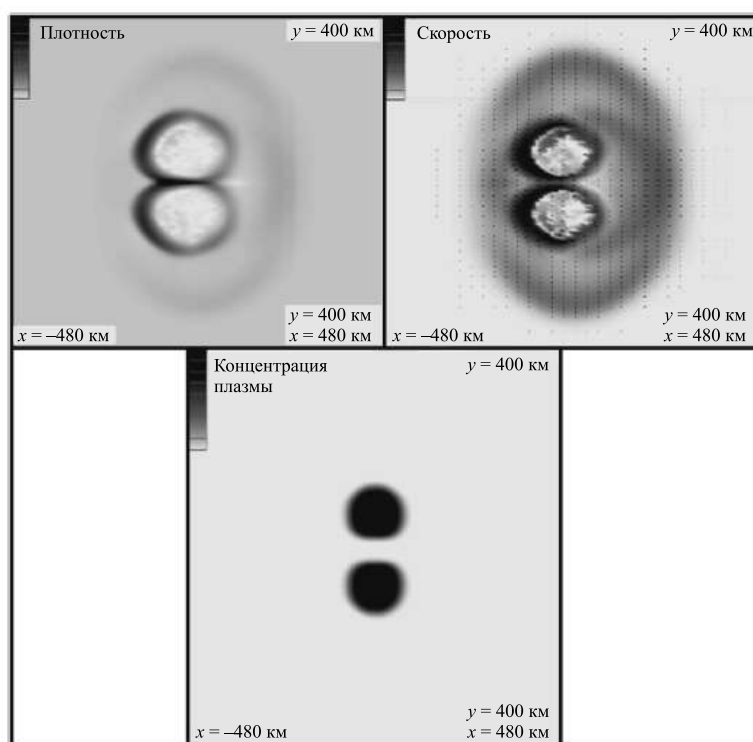


Рис. 45. Распределение безразмерных параметров в плоскости XY ($Z = 0.65$) в момент времени $t = 4$ с для двух плазменных сгустков: плотность (сверху слева), проекция вектора скорости на плоскость меридиана (сверху справа), концентрация плазмы (снизу). Сгустки на высоте $h_1 = h_2 = 300$ км. Возмущенные области образуются одновременно. Расстояние между плазменными сгустками при $t = 0$ — 100 км

Для первого случая (расстояние между сгустками 100 км) в определенный момент времени (рис. 45) образующиеся в результате разлета плазменные струи сталкиваются, образуя узкую пограничную зону, в которой наблюдается небольшое повышение плотности. Со временем объединения этих струй не происходит, и по всем параметрам отчетливо видны две струи от обоих сгустков. Можно предположить, что образованию струй способствует магнитное поле, не дающее разлетаться плазме в направлении Y . Таким образом, на образование струй существенное влияние оказывает взаимодействие сгустков через магнитное поле.

Чтобы проверить, будут ли формироваться струи при отсутствии столкновения между двумя сгустками, был рассчитан еще один вариант, когда начальное расстояние между сгустками — 250 км. Как показали результаты, влияние возмущенных областей друг на друга минимально. В то же время происходит формирование струй.

Таким образом, два сгустка, расположенные в направлении Y на одной и той же высоте, так же как и в случае со сгустками, расположенными в направлении X , формируют две струи плазмы, которые с течением времени не сливаются в одну общую струю за счет действия магнитного поля.

Был выполнен ряд расчетов при расположении сгустков на некотором расстоянии друг от друга вдоль силовой линии магнитного поля. Расчеты показали, что геомагнитное поле на $h < 250$ км оказывает значительно меньше влияния на характер взаимодействия сгустков, чем неоднородность атмосферы в рассматриваемых выше примерах.

Выполненное в работе численное моделирование взаимодействия двух плазменных областей в ионосфере показало работоспособность предложенного ранее 3D-алгоритма для решения такого рода модельных задач на основе МГД-приближения. Разработанный алгоритм может быть использован для решения широкого ряда задач динамики плазмы применительно к лабораторным и крупномасштабным экспериментам [Моисеева и др., 2018].

Заключение

В обзоре приведены и проанализированы результаты расчетно-теоретических работ по исследованию развития плазменного возмущения, создаваемого взрывом в околоземном космическом пространстве на $h = 0\text{--}1000$ км. Основные количественные результаты получены в последние годы в результате мощного расширения вычислительных возможностей. В результате этих исследований выяснены масштабы, основные закономерности и общая картина развития мощного космического взрыва. Получил объяснение целый ряд физических эффектов и особенностей в развитии взрыва и его воздействии на верхнюю ионосферу и магнитосферу, что представляет, кроме прикладного, существенный общенаучный интерес.

Работа В. А. Андрущенко и Е. Л. Ступицкого выполнена в рамках государственного заказа ИАП РАН.

Список литературы (References)

- Ананьин О. Б., Быковский Ю. А., Пекленков В. Д., Ступицкий Е. Л. Пространственно-временные характеристики лазерной плазмы в поперечном магнитном поле // Материалы конференции по ФНТП. — Л.: Наука, 1983.
- Anan'in O. B., Bykovskij Yu. A., Peklenkov V. D., Stupickij E. L. Prostranstvenno-vremennye harakteristiki lazernoj plazmy v poperechnom magnitnom pole [Spatio-temporal characteristics of a laser plasma in a transverse magnetic field] // Materialy konferencii po FNTF [Conference proceedings on low-temperature plasma physics]. — Leningrad: Nauka, 1983 (in Russian).
- Андрианкин Э. И., Мягков Н. Н. Двойной взрыв в совершенном газе // ПМТФ. — 1981. — № 4. — С. 119–125.
- Andriankin E. I., Myagkov N. N. Double explosion in a perfect gas // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 1981. — Vol. 22, No. 4. — P. 545–551. (Original Russian paper: Andriankin E. I., Myagkov N. N. Dvojnoj vzryv v sovershennom gaze // PMTF. — 1981. — No. 4. — P. 119–125.)
- Андрианкин Э. И., Мягков Н. Н. Распространение ударных волн при двойном взрыве в газе с противодавлением // ПМТФ. — 1983. — № 5. — С. 98–103.
- Andriankin E. I., Myagkov N. N. Shock wave propagation upon double explosion in a gas with counterpressure // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 1983. — Vol. 24, No. 5. — P. 698–702. (Original Russian paper: Andriankin E. I., Myagkov N. N. Rasprostranenie udarnyh voln pri dvojnomo vzryve v gaze s protivodavleniem // PMTF. — 1983. — No. 5. — P. 98–103.)
- Андрущенко В. А. и др. Построение приближенного решения задачи о сильном точечном взрыве в однородной атмосфере // Изв. ОГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. — 2013. — № 4. — С. 33–40.
- Andrushchenko V. A. et al. Postroenie priblizhennogo resheniya zadachi o sil'nom tochechnom vzryve v odnorodnoj atmosphere [Constructing an approximate solution to the problem of a strong point explosion in a homogeneous atmosphere] // Izv. OG TU. Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii. — 2013. — No. 4. — P. 33–40 (in Russian).
- Андрущенко В. А. О прохождении сферических ударных волн через термик // ИФЖ. — 1989. — Т. 57, № 2. — С. 270–275.
- Andrushchenko V. A. Passage of spherical shock waves through thermals // Journal of Engineering Physics. — Vol. 57, No. 2. — P. 938–942. (Original Russian paper: Andrushchenko V. A. O prohozhdenii sfericheskikh udarnyh voln cherez termik // IFZH. — 1989. — Vol. 57, No. 2. — P. 270–275.)
- Андрущенко В. А. Парный взрыв в экспоненциальной атмосфере // ИФЖ. — 1994. — Т. 66, № 6. — С. 657–661.
- Andrushchenko V. A. Pair explosion in an exponential atmosphere // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 1994. — Vol. 66, No. 6. — P. 584–587. (Original Russian paper: Andrushchenko V. A. Parnyj vzryv v eksponencial'noj atmosphere // IFZH. — 1994. — Vol. 66, No. 6. — P. 657–666.)
- Андрущенко В. А. Численное моделирование подъема приповерхностных термиков // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1989. — № 2. — С. 129–135.

- Andrushchenko V. A.* Numerical modeling of the ascent of surface thermals // *Fluid Dynamics*. — 1989. — Vol. 24, No. 2. — P. 271–277. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A.* Chislennoe modelirovanie podjema pripoverhnostnykh termikov // *Izv. AN SSSR. MZHG*. — 1989. — No. 2. — P. 129–135.)
- Андрущенко В. А., Баренблатт Г. И., Чудов Л. А.* Автомодельное распространение сильных взрывных волн при наличии излучения или выделения энергии на фронте волны // *Успехи механики деформируемых сред*. — М.: Наука, 1975. — С. 35–44.
- Andrushchenko V. A., Barenblatt G. I., Chudov L. A.* Avtomodel'noe rasprostranenie sil'nykh vzryvnykh voln pri nalichii izlucheniya ili vydeleniya energii na fronte volny [Self-similar propagation of strong blast waves in the presence of radiation or energy release at the wave front] // *Uspekhi mekhaniki deformiruemykh sred*. — Moscow: Nauka, 1975. — P. 35–44 (in Russian).
- Андрущенко В. А., Головешкин В. А., Мурашкин И. В.* Численное решение задачи о взрыве малого космического тела в переменных Лагранжа // *Вестн. Нижегородского ун-та им. Лобачевского*. — 2011. — № 4 (3). — С. 628–630.
- Andrushchenko V. A., Goloveshkin V. A., Murashkin I. V.* Chislennoe reshenie zadachi o vzryve malogo kosmicheskogo tela v peremennykh Lagranzha [Numerical analysis of the problem of explosion of a small-size cosmic body in non-uniform atmosphere in Lagrangian coordinates] // *Vestn. Nizhegorodskogo un-ta im. Lobachevskogo*. — 2011. — No. 4 (3). — P. 628–630 (in Russian).
- Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С.* К расчету отражения волны точечного взрыва от плоскости // *Изв. АН СССР. МЖГ*. — 1982. — № 5. — С. 179–182.
- Andrushchenko V. A., Kestenboim Eh. S.* Calculation the reflection of a point-blast wave from a plane // *Fluid Dynamics*. — 1982. — Vol. 17, No. 5. — P. 806–809. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A., Kestenboim Eh. S.* K raschetu otrazheniya volny tochechnogo vzryva ot ploskosti // *Izv. AN SSSR. MZHG*. — 1982. — No. 5. — P. 179–182).
- Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С., Чудов Л. А.* Движение газа, вызванное точечным взрывом в неоднородной атмосфере // *Изв. АН СССР. МЖГ*. — 1981. — № 6. — С. 144–151.
- Andrushchenko V. A., Kestenboim Eh. S., Chudov L. A.* Motion of gas due to a point explosion in an inhomogeneous atmosphere // *Fluid Dynamics*. — 1981. — Vol. 16, No. 6. — P. 921–927. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A., Kestenboim H. S., Chudov L. A.* Dvizhenie gaza, vyzvanное tochechnym vzryvom v neodnorodnoy atmosphere // *Izv. AN SSSR. MZHG*. — 1981. — No. 6. — P. 144–151.)
- Андрущенко В. А., Мещеряков М. В.* Взаимодействие сферических ударных волн с приповерхностными тепловыми газовыми неоднородностями // *ФГВ*. — 1990. — № 3. — С. 77–82.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* Interaction of spherical shock waves with near-surface thermal gas inhomogeneities // *Combustion, Explosion and Shock Waves*. — 1990. — Vol. 26, No. 3. — P. 321–325. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* Vzaimodejstvie sfericheskikh udarnykh voln s pripoverhnostnymi teplovymi gazovymi neodnorodnostyami // *FGV*. — 1990. — No. 3. — P. 77–82.)
- Андрущенко В. А., Мещеряков М. В.* Динамика взаимодействия двух коаксиальных вихревых колец при естественной конвекции // *Изв. АН СССР. МЖГ*. — 1991. — № 4. — С. 169–171.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* Interaction dynamics of two coaxial vortex rings in the presence of natural convection // *Fluid Dynamics*. — 1991. — Vol. 26, No. 4. — P. 615–618. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* Dinamika vzaimodejstviya dvuh koaksial'nykh vihrevykh kolec pri estestvennoy konvekcii // *Izv. AN SSSR. MZHG*. — 1991. — No. 4. — P. 169–171.)
- Андрущенко В. А., Мещеряков М. В.* О возможности обращенного маховского отражения при лазерном взрыве над плоской поверхностью // *Изв. РАН. МЖГ*. — 1993. — № 6. — С. 129–134.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* O vozmozhnosti obrashchennogo mahovskogo otrazheniya pri lazernom vzryve nad ploskoy poverhnost'yu [On the possibility of reverse Mach reflection for a laser explosion over a plane surface] // *Izv. RAN. MZHG*. — 1993. — No. 6. — P. 129–134 (in Russian).
- Андрущенко В. А., Мещеряков М. В.* Парный взрыв над нагретой поверхностью // *ИФЖ*. — 1992. — Т. 62, № 3. — С. 465–472.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* Double explosion above a heated surface // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. — 1992. — Vol. 62, No. 3. — P. 346–352. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V.* Parnyj vzryv nad nagretoy poverhnost'yu // *IFZH*. — 1992. — Vol. 62, No. 3. — P. 465–472.)
- Андрущенко В. А., Мещеряков М. В., Чудов Л. А.* Взаимодействие ударных волн с тепловыми слоями — численное исследование // *Хим. Физика*. — 2000. — Т. 19, № 1. — С. 22–26.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V., Chudov L. A.* Interaction of shock waves with thermal layers. Numerical investigation // *Chemical physics reports*. — 2001. — Vol. 19, No. 1. — P. 39–46. (Original Russian paper: *Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V., Chudov L. A.* Vzaimodejstvie udarnykh voln s teplovymi sloyami — chislennoe issledovanie // *Him. Fizika*. — 2000. — Vol. 19, No. 1. — P. 22–26.)

- Андрущенко В. А., Мецзяков М. В., Чудов Л. А. Отражение сферической ударной волны от плоскости при наличии на ней слоя нагретого газа // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1989. — № 4. — С. 141–147.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V., Chudov L. A. Spherical shock wave reflection from a surface with a heated gas layer // Fluid dynamics. — 1989. — Vol. 24, No. 4. — P. 607–613. (Original Russian paper: Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V., Chudov L. A. Otrazhenie sfericheskoy udarnoy volny ot ploskosti pri nalichii na nej sloya nagretogo gaza // Izv. AN SSSR. MZHG. — 1989. — No. 4. — P. 141–147.)*
- Андрущенко В. А., Мецзяков М. В., Чудов Л. А. Применение методов конечных разностей к расчету взаимодействия ударных волн с тепловым слоем // Мат. моделирование. — 1990. — Т. 2, № 1. — С. 49–55.
- Andrushchenko V. A., Meshcheryakov M. V., Chudov L. A. Primenenie metodov konechnykh raznostej k raschetu vzaimodejstviya udarnykh voln s teplovym sloem [The application of finite difference methods for the computation of the interaction of shock waves with thermal layer] // Mathematical Models and Computer Simulations. — 1990. — Vol. 2, No. 1. — P. 49–55 (in Russian).*
- Андрущенко В. А., Мурашкин И. В. Численное решение модельной задачи о взаимодействии четырех сферических волн в неоднородной атмосфере // Естественные и технические науки. — 2014. — № 4. — С. 16–18.
- Andrushchenko V. A., Murashkin I. V. Chislennoe reshenie model'noj zadachi o vzaimodejstvii chetyrekh sfericheskikh voln v neodnorodnoj atmosfere [Numerical solution of the model problem of the interaction of four spherical waves in an inhomogeneous atmosphere] // Estestvennye i tekhnicheskie nauki. — 2014. — No. 4. — P. 16–18 (in Russian).*
- Андрущенко В. А., Мурашкин И. В. Численное решение модельной задачи о точечных взрывах, расположенных в вершинах правильного тетраэдра // Материалы XX Юбилейной Международ. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017). — М.: Изд-во МАИ, 2017. — С. 365–367.
- Andrushchenko V. A., Murashkin I. V. Chislennoe reshenie model'noj zadachi o tochechnykh vzryvakh, raspolozhennykh v vershi-nah pravil'nogo tetraedra [Numerical solution of the model problem of point explosions located at the vertices of a regular tetrahedron] // Materials of the XX Anniversary International. conf. on computational mechanics and modern applied software systems (VMSPSPS'2017). — Moscow: MAI Publishing House, 2017. — P. 365–367 (in Russian).*
- Андрущенко В. А., Мурашкин И. В., Шевелев Ю. Д. Численное исследование взаимодействий множественных сферических ударных волн друг с другом и подстилающей поверхностью // ЖВМ и МФ. — 2016. — Т. 16, № 6. — С. 1115–1121.
- Andrushchenko V. A., Murashkin I. V., Shevelev Yu. D. Numerical investigation of interactions of multiple spherical shock waves between themselves and with the underlying surface // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2016. — Vol. 56, No. 6. — P. 1096–1101. (Original Russian paper: Andrushchenko V. A., Murashkin I. V., Shevelev Yu. D. Chislennoe issledovanie vzaimodejstvij mnozhestvennykh sfericheskikh udarnykh voln drug s drugom i podstilayushchej poverhnost'yu // ZhVM i MF. — 2016. — Vol. 16, No. 6. — P. 1115–1121.)*
- Андрущенко В. А., Мурашкин И. В., Шевелев Ю. Д. Численное решение задачи о взрыве в атмосферах планет в переменных Лагранжа // Изв. РАН МЖГ. — 2013. — № 3. — С. 148–156.
- Andrushchenko V. A., Murashkin I. V., Shevelev Yu. D. Numerical solution of the problem of explosion in planetary atmospheres in the Lagrangian variables // Fluid Dynamics. — 2013. — Vol. 48, No. 3. — P. 416–423. (Original Russian paper: Andrushchenko V. A., Murashkin I. V., Shevelev Yu. D. Chislennoe reshenie zadachi o vzryve v atmosferah planet v peremennykh Lagranzha // Izv. RAN MZHG. — 2013. — No. 3. — P. 148–156.)*
- Андрущенко В. А., Чудов Л. А. Взаимодействие плоской ударной волны со сферическим объемом горячего газа // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1988. — № 1. — С. 96–100.
- Andrushchenko V. A., Chudov L. A. Interaction between a plane shock wave and a spherical volume of hot gas // Fluid Dynamics. — 1988. — Vol. 23, No. 1. — P. 78–82. (Original Russian paper: Andrushchenko V. A., Chudov L. A. Vzaimodejstvie ploskoj udarnoy volny so sfericheskim ob'emom goryachego gaza // Izv. AN SSSR. MZHG. — 1988. — No. 1. — P. 96–100.)*
- Артемьев В. И. и др. Формирование новых структур газодинамических течений при возмущении плотности в тонких протяженных каналах перед фронтами ударных волн // Матем. моделирование. — 1989. — Т. 1, № 8. — С. 1–11.
- Artemyev V. I. et al. Formirovanie novykh struktur gazodinamicheskikh techenij pri vozmushchenii plotno-sti v tonkih protyazhennykh kanalakh pered frontami udarnykh voln [Formation of new structures of gas-dynamic flows with perturbation of density in thin extended channels in front of shock wave fronts] // Mathematical Models and Computer Simulations. — 1989. — Vol. 1, No. 8. — P. 1–11 (in Russian).*

- Астапович И. С.* Метеорные явления в атмосфере Земли. — М.: ГИФМЛ, 1958.
Astapovich I. S. Meteornye yavleniya v atmosfere Zemli [Meteor phenomena in the Earth's atmosphere]. — Moscow: GIFML, 1958 (in Russian).
- Бабенко К. И. и др.* Методы решения некоторых двумерных задач // Вопросы вычислительной математики и вычислительной техники. — М.: Машгиз, 1963. — С. 99–103.
Babenko K. I. et al. Metody resheniya nekotoryh dvumernyh zadach [Methods for solving some two-dimensional problems] // Questions of computational mathematics and computer engineering. — Moscow: Mashgiz, 1963. — P. 99–103 (in Russian).
- Баренблатт Г. И.* Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. — Л.: Гидрометеорологическое издательство, 1982.
Barenblatt G. I. Podobie, avtomodel'nost', promezhutochnaya asimptotika [Similarity, self-similarity, intermediate asymptotics]. — Leningrad: Gidrometeoizdat, 1982 (in Russian).
- Бархударов Э. М. и др.* Диссипация слабой ударной волны в лазерной искре в воздухе // Письма в ЖТФ. — 1984. — Т. 10, № 19. — С. 1178–1181.
Barkhudarov E. M. et al. Dissipation of a weak shock wave in a laser spark in air // Soviet Technical Physics Letters. — 1984. — Vol. 10, No. 10. — P. 498–499. (Original Russian paper: *Barhudarov E. M. et al.* Dissipatsiya slaboy udarnoy volny v lazernoj iskre v vozduhe // Pis'ma v ZHTF. — 1984. — Vol. 10, No. 19. — P. 1178–1181.)
- Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П.* Введение в космическую газодинамику. — М.: Госиздат физ.-мат. лит., 1968.
Baum F. A., Kaplan S. A., Stanyukovich K. P. Vvedenie v kosmicheskuyu gazodinamiku [Introduction to space gas dynamics]. — Moscow: Gos. izd-vo fiz.-mat. lit., 1968 (in Russian).
- Белоцерковский О. М., Андрущенко В. А., Шевелев Ю. Д.* Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере. — М.: Янус-К, 2000.
Belocerkovskij O. M., Andrushchenko V. A., Shevelev Yu. D. Dinamika prostranstvennyh vihvrykh techenij v neodnorodnoj atmosfere [Dynamics of spatial vortex flows in an inhomogeneous atmosphere]. — Moscow: Yanus-K, 2000 (in Russian).
- Брюнеткин Б. А., Репин А. Ю., Ступицкий Е. Л., Фаенов А. Я.* Взаимодействие сгустков лазерной плазмы // Квантовая электроника. — 1991. — Т. 18, № 7. — С. 877–881.
Brunetkin B. A., Repin A. Yu., Stupitsky E. L., Faenov A. Ya. Vzaimodejstvie sgustkov lazernoj plazmy [Interaction of laser plasma clots] // Quantum Electronics. — 1991. — Vol. 18, No. 7. — P. 877–881 (in Russian).
- Ворожцов В. Е., Яненко Н. Н.* Методы локализации особенностей при численном решении задач газодинамики. — Новосибирск: Наука, 1985.
Vorozhcvov V. E., Yanenko N. N. Metody lokalizatsii osobennostej pri chislennom reshenii zadach gazodinamiki [Methods for the localization of features in the numerical solution of gas dynamics problems]. — Novosibirsk: Nauka, 1985 (in Russian).
- Головешкин В. А., Андрущенко В. А., Мурашкин И. В.* Об одном приближенном представлении решения задачи о сильном точечном взрыве в однородной атмосфере // Естественные и технические науки. — 2013. — № 1. — С. 15–21.
Goloveshkin V. A., Andrushchenko V. A., Murashkin I. V. Ob odnom priblizhennom predstavlenii resheniya zadachi o sil'nom tochechnom vzryve v odnorodnoj atmosfere [On an approximate representation of the solution of the problem of a strong point explosion in a homogeneous atmosphere] // Estestvennye i tekhnicheskie nauki. — 2013. — No. 1. — P. 15–21 (in Russian).
- Головешкин В. А., Андрущенко В. А., Мурашкин И. В.* Об одном возможном представлении постановки задачи о сильном точечном взрыве в однородной атмосфере // Естественные и технические науки. — 2015. — № 6. — С. 29–34.
Goloveshkin V. A., Andrushchenko V. A., Murashkin I. V. Ob odnom vozmozhnom predstavlenii postanovki zadachi o sil'nom tochechnom vzryve v odnorodnoj atmosfere [On one possible representation of the statement of the problem of a strong point explosion in a homogeneous atmosphere] // Estestvennye i tekhnicheskie nauki. — 2015. — No. 6. — P. 29–34 (in Russian).
- Голубь А. П.* Механизм образования приземного теплового слоя при сильном взрыве в воздухе // ФГВ. — 2006. — Т. 42, № 4. — С. 100–106.
Golub A. P. Mechanism of formation of a heated ground layer by an intense air burst // Combustion, explosion, and shock waves. — 2006. — Vol. 42, No. 4. — P. 456–462. (Original Russian paper: *Golub A. P.* Mekhanizm obrazovaniya prizemnogo teplovogo sloya pri sil'nom vzryve v vozduhe // FGV. — 2006. — Vol. 42, No. 4. — P. 100–106.)

- Губкин К. Е. Распространение взрывных волн // Механика в СССР за 50 лет. — М.: Наука, 1970. — Т. 2. — С. 289–311.
Gubkin K. E. Rasprostraneniye vzryvnykh voln [Blast wave propagation] // *Mechanics in the USSR for 50 years*. — Moscow: Nauka, 1970. — Vol. 2. — P. 289–311 (in Russian).
- Действие ядерного взрыва. — М.: Мир, 1971.
Dejstvie yadernogo vzryva [Action of a nuclear explosion]. — Moscow: Mir, 1971 (in Russian).
- Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Физматлит, 1963.
Zel'dovich Ya. B., Rajzer Yu. P. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinami-cheskikh yavlenij [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena]. — Moscow: Fizmatlit, 1963 (in Russian).
- Кестенбойн Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А. Точечный взрыв (Методы расчета. Таблицы). — М.: Наука, 1974.
Kestenboyn H. S., Roslyakov G. S., Miracles L. A. Tochechnyj vzryv (Metody rascheta. Tablicy) [Point explosion (Calculation methods. Tables)]. — Moscow: Nauka, 1974 (in Russian).
- Компанеец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере // ДАН СССР. — 1960. — Т. 130, № 5. — С. 1001–1003.
Kompaneets A. S. Tochechnyj vzryv v neodnorodnoj atmosfere [A point explosion in an inhomogeneous atmosphere] // *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. — 1960. — Vol. 130, No. 5. — P. 1001–1003 (in Russian).
- Компанеец А. С. Ударные волны в пластически уплотняющейся среде // ДАН СССР. — 1956. — Т. 109, № 1. — С. 49–52.
Kompaneets A. S. Udarnye volny v plasticheski uplotnyayushcheysya srede [Shock waves in a plastically compacted medium] // *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. — 1956. — Vol. 109, No. 1. — P. 49–52 (in Russian).
- Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В. Теория точечного взрыва. — М.: Физматгиз, 1961.
Korobeinikov V. P., Melnikova N. S., Ryazanov E. V. Teoriya tochenogo vzryva [The theory of a precise explosion]. — Moscow: Fizmatgiz, 1961 (in Russian).
- Лавриненко Н. Е., Репин А. Ю., Ступицкий Е. Л., Холодов А. С. Особенности поведения плазменной области, образуемой взрывом в верхней атмосфере на высотах 100–120 км // Мат. моделирование. — 2007. — Т. 19, № 5. — С. 59–71.
Lavrinenko N. E., Repin A. Yu., Stupitsky E. L., Kholodov A. S. Osobennosti povedeniya plazmennoi oblasti, obrazuemoi vzryvom v verkhnei atmosfere na vysotakh 100–120 km [Features of behavior of plasma area, formed by explosion in the top atmosphere at heights of 100–120 km] // *Mat. Model.* — 2007. — Vol. 19, No. 5. — P. 59–71 (in Russian).
- Ляхов В. Н., Подлубный В. В., Титоренко В. В. Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций. — М.: Машиностроение, 1989.
Lyakhov V. N., Podlubny V. V., Titorenko V. V. Vozdejstvie udarnykh voln i struj na elementy konstrukcij [Impact of shock waves and jets on structural elements]. — Moscow: Mashinostroenie, 1989 (in Russian).
- Моисеева Д. С., Моторин А. А., Ступицкий Е. Л., Холодов А. С. Физические исследования и численное моделирование крупномасштабных геофизических экспериментов // Международная конференция «Современные методы вычислительной физики», МФТИ, март–апрель. — М., 2018.
Moiseeva D. S., Motorin A. A., Stupitsky E. L., Kholodov A. S. Fizicheskie issledovaniya i chislennoe modelirovanie krupnomasshtabnykh geofizi-cheskikh eksperimentov [Physical studies and numerical modeling of large-scale geophysical experiments] // *Mezhdunarodnaya konferenciya “Sovremennye metody vychislitel'noj fiziki”* [International conference “Modern Methods of Computational Physics”], MIPT, March–April. — Moscow, 2018 (in Russian).
- Моторин А. А., Ступицкий Е. Л., Холодов А. С. Численное моделирование взаимодействия двух сгустков плазмы высокой удельной энергии в ионосфере // Геомагнетизм и аэронавтика. — 2016. — Т. 56, № 4. — С. 496–506.
Motorin A. A., Stupitsky E. L., Kholodov A. S. Numerical simulation of the interaction between two high-energy plasma bunches in the ionosphere // *Geomagnetism and Aeronomy*. — 2016. — Vol. 56, No. 4. — P. 464–474. (Original Russian paper: *Motorin A. A., Stupitsky E. L., Kholodov A. S. Chislennoe modelirovanie vzaimodejstviya dvuh sgustkov plazmy vysokoj udel'noj energii v ionosfere* // *Geomagnetizm i aeronomiya*. — 2016. — Vol. 56, No. 4. — P. 496–506.)
- Мурашкин И. В. Взрывы космических тел в атмосферах Земли и Юпитера. Вычислительный эксперимент // Естеств. и техн. науки. — 2012. — № 3. — С. 28–30.

Murashkin I. V. Vzryvy kosmicheskikh tel v atmosferah Zemli i Yupitera. Vychislitel'nyj eksperiment [Explosions of cosmic bodies in the atmospheres of Earth and Jupiter. Computational experiment] // *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*. — 2012. — No. 3. — P. 28–30 (in Russian).

Мурашкин И. В. Приближенное представление решения задачи о сильном точечном взрыве в однородной атмосфере для всех видов симметрии // *Труды 56 Научной конференции МФТИ. Управление и прикладная математика*. — 2013. — Т. 2. — С. 104–105.

Murashkin I. V. Priblizhennoe predstavlenie resheniya zadachi o sil'nom tochechnom vzryve v odno-rodnoj atmosfere dlya vseh vidov simmetrii [An approximate representation of the solution of the problem of a strong point explosion in a homogeneous atmosphere for all types of symmetry] // *Trudy 56 Nauchnoj konferencii MFIT. Upravlenie i prikladnaya matematika* [Proceedings of the 56th Scientific Conference of MIPT. Applied mathematics and computer science]. — 2013. — Vol. 2. — P. 104–105 (in Russian).

Охоцимский Д. Е. и др. Расчет точечного взрыва с учетом противодействия // *Тр. Матем. ин-та. Изд-во: АН СССР*. — 1957. — Т. 50. — 66 с.

Okhotsimsky D. E. et al. Raschet tochechnogo vzryva s uchetom protivodavleniya [Calculation of a point explosion taking into account backpressure] // *Tr. Matem. in-ta AN SSSR*. — 1957. — Vol. 50. — 66 p. (in Russian).

Покровский Г. И. О взрыве метеорных тел, движущихся в атмосфере // *Метеоритика*. — 1966. — Вып. 27. — С. 103–108.

Pokrovsky G. I. O vzryve meteornykh tel, dvizhushchihsiya v atmosfere [About the explosion of meteorites moving in the atmosphere] // *Meteoritika*. — 1966. — No. 27 — P. 103–108 (in Russian).

Покровский Г. И. О возможном варианте взрыва метеоров // *Метеоритика*. — 1964. — Вып. 24. — С. 108–111.

Pokrovsky G. I. O vozmozhnom variante vzryva meteorov [About a possible meteor explosion] // *Meteoritika*. — 1964. — No. 24 — P. 108–111 (in Russian).

Седов Л. И. Движение воздуха при сильном взрыве // *ДАН СССР*. — 1946. — Т. 52, № 1. — С. 17–20.

Sedov L. I. Dvizhenie vozduha pri sil'nom vzryve [Air movement during a strong explosion] // *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. — 1946. — Vol. 52, No. 1. — P. 17–20 (in Russian).

Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1977.

Sedov L. I. Metody podobiya i razmernosti v mekhanike [Similarity and dimension methods in mechanics]. — Moscow: Nauka, 1977 (in Russian).

Станюкович К. П. Применение частных решений уравнений газовой динамики к изучению детонационных и ударных волн // *ДАН СССР*. — 1946. — Т. 52, № 7. — С. 593–596.

Stanyukovich K. P. Primenenie chastnykh reshenij uravnenij gazovoj dinamiki k izucheniyu detonacionnykh i udarnykh voln [Application of particular solutions of gas dynamics equations to the study of detonation and shock waves] // *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. — 1946. — Vol. 52, No. 7. — P. 593–596 (in Russian).

Ступицкий Е. Л. Динамика мощных импульсных излучений и плазменных образований. — М.: Физматлит, 2008.

Stupitsky E. L. Dinamika moshchnykh impul'snykh izluchenij i plazmennyykh obrazovaniy [The dynamics of powerful-pulsed radiation and plasma formations]. — Moscow: Fizmatlit, 2008 (in Russian).

Ступицкий Е. Л. Особенности плазменных течений взрывного типа в околоземном космическом пространстве // *Геомагнетизм и аэронавтика*. — 2006. — Т. 46, № 1. — С. 26–43.

Stupitsky E. L. Specific features of explosive plasma flows in the near-earth space // *Geomagnetism and Aeronomy*. — 2006. — Vol. 46, No. 1. — P. 23–40. (Original Russian paper: *Stupitsky E. L. Osobennosti plazmennyykh techenij vzryvnogo tipa v okolozemnom kosmicheskom prostranstve* // *Geomagnetizm i aeronomiya*. — 2006. — Vol. 46, No. 1. — P. 26–43.)

Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю., Холодов А. С., Холодов Я. А. Поведение высокоэнергетического плазменного сгустка в верхней ионосфере. Ч. 1. Начальная стадия разлета и торможения плазменного сгустка // *Мат. моделирование*. — 2004а. — Т. 16, № 7. — С. 43–58.

Stupitsky E. L., Repin A. Yu., Kholodov A. S., Kholodov Ya. A. Povedenie vysokoenergeticheskogo plazmennogo sgustka v verhnjej ionosfere. Ch. 1. Nachal'naya stadiya razleta i tormozheniya plazmennogo sgustka [Behavior of a high-energy plasma clot in the upper ionosphere. 1. Initial stage of plasma clot expansion and breaking] // *Mat. Model*. — 2004a. — Vol. 16, No. 7. — P. 43–58 (in Russian).

Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю., Холодов А. С., Холодов Я. А. Численные исследования поведения высокоэнергетического плазменного сгустка в верхней ионосфере. Ч. 2. Разработка трехмерной модели // *Мат. моделирование*. — 2004б. — Т. 16, № 8. — С. 3–23.

- Stupitsky E. L., Repin A. Yu., Kholodov A. S., Kholodov Ya. A.* Chislennyye issledovaniya povedeniya vysokoenergeticheskogo plazmennogo sgustka v verhnjej ionosfere. 2. Razrabotka trekhmernoj modeli [Numerical studies of the behavior of a high-energy plasma bunch in the upper ionosphere. 2. Development of a three-dimensional model] // *Mat. Model.* — 2004b. — Vol. 16, No. 8. — P. 3–23 (in Russian).
- Ступицкий Е. Л., Холодов А. С.* Моделирование динамики плазменного сгустка высокой удельной энергии в верхней атмосфере. Ч. 1. Ранняя стадия разлета и взаимодействия плазменного сгустка с ионосферой и геомагнитным полем (обзор) // *Геомагнетизм и аэронавтика.* — 2012a. — Т. 52, № 4. — С. 435–455.
- Stupitskii E. L., Kholodov A. S.* Modeling the dynamics of a high specific energy plasma bulge in the upper atmosphere. 1. Physics of the processes and numerical simulation of the early stage of plasma bulge expansion and interaction with the ionosphere and geomagnetic field: A review // *Geomagnetism and Aeronomy.* — 2012a. — Vol. 52, No. 4. — P. 411–430. (Original Russian paper: *Stupitskii E. L., Kholodov A. S.* Modelirovanie dinamiki plazmennogo sgustka vysokoj udel'noj energii v verhnjej atmosfere. 1. Rannaya stadiya razleta i vzaimodejstviya plazmennogo sgustka s ionosferoj i geomagnitnym polem (obzor) // *Geomagnetizm i aeronomiya.* — 2012a. — Vol. 52, No. 4. — P. 435–455.)
- Ступицкий Е. Л., Холодов А. С.* Моделирование динамики плазменного сгустка высокой удельной энергии в верхней атмосфере. Ч. 2. Численное моделирование и физические особенности крупномасштабного плазменного течения на поздней стадии его развития (обзор) // *Геомагнетизм и аэронавтика.* — 2012b. — Т. 52, № 5. — С. 594–625.
- Stupitskii E. L., Kholodov A. S.* Modeling the dynamics of a high specific energy plasma bulge in the upper atmosphere. 2. Numerical simulation and physical features of a large-scale plasma flow at its late development stage: A review // *Geomagnetism and Aeronomy.* — 2012b. — Vol. 52, No. 5. — P. 561–590. (Original Russian paper: *Stupitskii E. L., Kholodov A. S.* Modelirovanie dinamiki plazmennogo sgustka vysokoj udel'noj energii v verhnjej atmosfere. 2. Chislennoe modelirovanie i fizicheskie osobennosti krupnomashtabnogo plazmennogo techeniya na pozdnej stadii ego razvitiya (obzor) // *Geomagnetizm i aeronomiya.* — 2012b. — Vol. 52, No. 5. — P. 594–625.)
- Ступицкий Е. Л., Холодов А. С.* Физические исследования и математическое моделирование крупномасштабных геофизических экспериментов. — Долгопрудный: Интеллект, 2019.
- Stupitskii E. L., Kholodov A. S.* Fizicheskie issledovaniya i matematicheskoe modelirovanie krupnomasshtabnyh geofizicheskikh eksperimentov [Physical research and mathematical modeling of large-scale geophysical experiments]. — Dolgoprudnyj: Intellect, 2019 (in Russian).
- Физика ядерного взрыва.* — М.: Физматлит, 2009. — Т. 1.
- Fizika yadernogo vzryva* [Physics of Nuclear Explosion]. — Moscow: Fizmatlit, 2009. — Vol. 1 (in Russian).
- Фирстов П. П. и др.* Киносъемка выбросов и схема взрывного процесса вулкана Карымского // *Бюл. Вулканолог. Станций АН СССР.* — 1978. — № 55. — С. 151–157.
- Firstov P. P. et al.* Kinos'yemka vybrosov i skhema eksplozivnogo processa vulkana Karymskogo [Filming of emissions and diagram of the explosive process of Karymsky volcano] // *Byul. Vulkanolog. Stancij AN SSSR.* — 1978. — No. 55. — P. 151–157 (in Russian).
- Холодов Я. А., Холодов А. С., Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю.* Численные исследования поведения плазменного облака в верхней ионосфере // *Мат. моделирование.* — 2005. — Т. 17, № 11. — С. 43–62.
- Kholodov Ya. A., Kholodov A. S., Stupitsky E. L., Repin A. Yu.* Chislennyye issledovaniya povedeniya plazmennogo oblaka v verhnjej ionosfere [Numerical studies of the behavior of a plasma cloud in the upper ionosphere] // *Mat. Model.* — 2005. — Vol. 17, No. 11. — P. 43–62 (in Russian).
- Черный Г. Г.* Задача о точечном взрыве // *ДАН СССР.* — 1957. — Т. 112, № 2. — С. 213–216.
- Chernyy G. G.* Zadacha o tochechnom vzryve [The point explosion problem] // *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* — 1957. — Vol. 112, No. 2. — P. 213–216 (in Russian).
- Черный Г. Г.* Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. — М.: Физматлит, 1959.
- Chernyy G. G.* Teleniya gaza s bol'shoj sverhzhvukovoj skorost'yu [Flows of gas with high supersonic rate]. — Moscow: Fizmatlit, 1959 (in Russian).
- Шевелев Ю. Д., Андрущенко В. А., Мурашкин И. В.* Численное решение задачи теории точечного взрыва в переменных Лагранжа. Некоторые новые результаты // *Матем. моделирование.* — 2011. — Т. 23, № 9. — С. 135–147.
- Shevelev Yu. D., Andrushchenko V. A., Murachrin I. V.* Numerical solution of the problem of the theory of point explosion in lagrangian coordinates. Some new results // *Mathematical Models and Computer Simulations.* — 2012. — Vol. 4, No. 2. — P. 210–218. (Original Russian paper: *Shevelev Yu. D., Andrushchenko V. A., Murachrin I. V.* Chislennoe reshenie zadachi teorii tochechnogo vzryva v peremennyh Lagranzha. Nekotorye novye rezul'taty // *Mat. Model.* — 2011. — Vol. 23, No. 9. — P. 135–147.)

- Шуршалов Л. В.* Об учете излучения при расчете взрыва в неоднородной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1980. — № 3. — С. 105–112.
- Shurshalov L. V.* Allowance for radiation in the calculation of an explosion in an inhomogeneous atmosphere // Fluid Dynamics. — 1980. — Vol. 15, No. 3. — P. 407–414. (Original Russian paper: *Shurshalov L. V.* Ob uchete izlucheniya pri raschete vzryva v neodnorodnoj atmosfere // Izv. AN SSSR. MZHG. — 1980. — No. 3. — P. 105–112.)
- Brode H. L.* Numerical solutions of spherical blast waves // J. Appl. Phys. — 1955. — Vol. 26, No. 6. — P. 766–775.
- Faenov A. Ya., Repin A. Yu., Stupitsky E. L.* Interaction of laser-produced plasma clouds in vacuum and background medium // J. Phys. D.: Appl. Phys. — 1992. — Vol. 25. — P. 1583–1590.
- Haas J. F., Sturtewant B.* Shock-Induced Deformation and Mixing of a Helium Sphere Immersed in Air // Phys. Fl. — 1986. — Vol. 29, No. 9. — P. 27–72.
- Hamernik R. P., Dosanjh D. S.* Shock-Induced Dynamics of a Low-Density Heated-Fluid Element // Phys. Fl. — 1972. — Vol. 15, No. 7. — P. 1248–1253.
- Kim K. B. et al.* Boundary-layer theory for blast waves // J. Fluid Mech. — 1975. — Vol. 71, No. 1. — P. 65–88.
- Laumbach D. D., Probstein R. F.* A point explosion in a cold exponential atmosphere // J. Fluid Mech. — 1969. — Vol. 35, No. 1. — P. 53–75.
- Neumann J.* The point source solution // National Defense Research Committee. Div. B, Report AM-9, 30 June 1941.
- Takayama K., Ben-Dor G.* The inverse Mach reflection // AIAA. Journ. — 1985. — Vol. 23, No. 12. — P. 1853–1859.
- Taylor G. I.* The formation of blast wave by a very intense explosion // Ministry of Home Security. Report RC-210. British Civil Defense Research Committee. 27 June 1941 (P. II – 5-153).