

УДК 519.6:532.5:533.6.011

Численное моделирование обледенения в программном комплексе FlowVision

К. Э. Сорокин¹, П. М. Бывальцев², А. А. Аксенов³, С. В. Жлуктов^{3,а},
Д. В. Савицкий³, А. А. Бабулин⁴, В. И. Шевяков⁴

¹ ООО «ВИП», Россия, 125373, г. Москва, территория инновационного центра «Сколково», ул. Нобеля, д. 7

² ООО «ТЕСИС», Россия, 127083, г. Москва, ул. Юннатов, д. 18, оф. 705

³ Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412, г. Москва, ул. Ижорская, д. 13

⁴ АО «ГСС», Россия, 115280, г. Москва, ул. Ленинская слобода, д. 26

E-mail: ^а sz@flowvision.ru

Получено 20.09.2019, после доработки — 29.11.2019.

Принято к публикации 02.12.2019.

Процедура сертификации самолетов транспортной категории для полетов в условиях обледенения требует проведения расчетов форм и размеров ледяных наростов, образующихся на поверхностях самолетов в различные моменты времени. В настоящее время отсутствует программный продукт российской разработки, предназначенный для численного моделирования обледенения, признанный российскими сертификационными органами. В данной работе описывается методика расчета обледенения самолетов IceVision, созданная на базе программного комплекса FlowVision.

Главное отличие методики IceVision от известных подходов заключается в использовании технологии Volume Of Fluid (VOF — объем жидкости в ячейке) для отслеживания нарастания льда. В этой методике решается нестационарная задача непрерывного нарастания льда в эйлеровой постановке. Лед присутствует в расчетной области явно, в нем решается уравнение теплопереноса. В других (известных из литературы) подходах изменение формы льда учитывается путем модификации аэродинамической поверхности с использованием лагранжевой сетки, а для учета теплоотдачи в лед используется некоторая эмпирическая модель.

Реализованная во FlowVision математическая модель предполагает возможность моделирования сухого и влажного режимов обледенения. Модель автоматически определяет зоны сухого и влажного льда. В сухой зоне температура контактной поверхности определяется с учетом сублимации льда и теплопереноса во льду. Во влажной зоне учитывается течение водяной пленки по поверхности льда. Пленка замерзает за счет испарения, теплоотдачи в лед и в воздух. Методика IceVision учитывает отрыв пленки. Для моделирования двухфазного течения воздуха и капель используется многоскоростная модель взаимопроникающих континуумов в рамках эйлерова подхода. Методика IceVision учитывает распределение капель по размерам. Численный алгоритм учитывает существенное различие временных масштабов физических процессов, сопровождающих обледенение самолета: двухфазного внешнего течения (воздуха и капель), течения водяной пленки, роста льда. В работе приводятся результаты решения тестовых задач, демонстрирующие эффективность методики IceVision и достоверность результатов FlowVision.

Ключевые слова: обледенение, переохлажденные капли воды, поверхность самолета, коэффициент захвата

UDC: 519.6:532.5:533.6.011

Numerical simulation of ice accretion in FlowVision software

**K. E. Sorokin¹, P. M. Byvaltsev², A. A. Aksenov³, S. V. Zhlukto^{3,a},
D. V. Savitskiy³, A. A. Babulin⁴, V. I. Shevyakov⁴**

¹«NEP» LLC, 7 Nobelja st., territory of innovation center Skolkovo, Moscow, 125373, Russia

²«TESIS» LLC, off. 705, 18 Unnatov st., Moscow, 127083, Russia

³Joint Institute for High Temperatures RAS, 13 Izhorskaya st., Moscow, 125412, Russia

⁴JSC Sukhoi Civil Aircraft, 26 Leninskaya Sloboda st., Moscow, 115280, Russia

E-mail: ^asz@flowvision.ru

Received 20.09.2019, after completion — 29.11.2019.

Accepted for publication 02.12.2019.

Certifying a transport airplane for the flights under icing conditions requires calculations aimed at definition of the dimensions and shapes of the ice bodies formed on the airplane surfaces. Up to date, software developed in Russia for simulation of ice accretion, which would be authorized by Russian certifying supervisory authority, is absent. This paper describes methodology IceVision recently developed in Russia on the basis of software FlowVision for calculations of ice accretion on airplane surfaces.

The main difference of methodology IceVision from the other approaches, known from literature, consists in using technology Volume Of Fluid (VOF — volume of fluid in cell) for tracking the surface of growing ice body. The methodology assumes solving a time-depended problem of continuous grows of ice body in the Euler formulation. The ice is explicitly present in the computational domain. The energy equation is integrated inside the ice body. In the other approaches, changing the ice shape is taken into account by means of modifying the aerodynamic surface and using Lagrangian mesh. In doing so, the heat transfer into ice is allowed for by an empirical model.

The implemented mathematical model provides capability to simulate formation of rime (dry) and glaze (wet) ice. It automatically identifies zones of rime and glaze ice. In a rime (dry) ice zone, the temperature of the contact surface between air and ice is calculated with account of ice sublimation and heat conduction inside the ice. In a glaze (wet) ice zone, the flow of the water film over the ice surface is allowed for. The film freezes due to evaporation and heat transfer inside the air and the ice. Methodology IceVision allows for separation of the film. For simulation of the two-phase flow of the air and droplets, a multi-speed model is used within the Euler approach. Methodology IceVision allows for size distribution of droplets. The computational algorithm takes account of essentially different time scales for the physical processes proceeding in the course of ice accretion, viz., air-droplets flow, water flow, and ice growth. Numerical solutions of validation test problems demonstrate efficiency of methodology IceVision and reliability of FlowVision results.

Keywords: ice accretion, super-cooled water droplets, airplane surface, collection efficiency

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 1, pp. 83–96 (Russian).

© 2020 Konstantin E. Sorokin, Peter M. Byvaltsev, Andrey A. Aksenov,
Sergey V. Zhlukto, Dmitriy V. Savitskiy, Dmitriy V. Savitskiy, Andrey A. Babulin, Vladimir I. Shevyakov
This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.

To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

1. Введение

Условия, при которых возникает возможность обледенения самолета, формируются в тропосфере на высотах до 7 км у полюсов и до 16 км на экваторе. В ней сосредоточено примерно 7/10 всей массы воздуха. В тропосфере, помимо воздуха, присутствуют водяной пар, капли воды, кристаллы льда и различные примеси (мельчайшая пыль, продукты сгорания различных топлив, споры растений, соли и пр.). Дисперсные примеси являются ядрами конденсации и кристаллизации воды. Их количество существенно изменяется по времени, по высоте и вдоль поверхности земли. Мощные тепловые вертикальные потоки воздуха, непрерывное перемешивание воздушных масс с различными значениями температуры и давления, понижение температуры и давления воздуха с высотой обуславливают изменение концентрации воды в воздухе и, соответственно, влияют на процесс формирования облаков, тумана, дождя, снега и града. При определенных условиях вода может находиться в переохлажденном состоянии. Морфологическая классификация облаков включает в себя 10 основных форм, которые в свою очередь подразделяются на виды и разновидности. В зависимости от высоты нижнего основания различают 3 яруса облаков: верхний, средний и нижний. К отдельной группе относятся облака вертикального развития — кучевые, кучево-дождевые.

Высокие, или перистые, облака, которые находятся на высоте около 6000 м, состоят из ледяных кристаллов, которые не приводят к образованию льда на холодной поверхности самолета. В целом обледенение наиболее вероятно при полете в облаках нижнего яруса, также оно вероятно в облаках среднего яруса и маловероятно в облаках верхнего яруса. При этом к основным видам облаков, в которых возможно обледенение, относят кучевые и слоистые облака. Кучевые облака состоят преимущественно из капелек воды, имеющих температуру около -20 °С. Только что сформированные облака содержат большее количество жидких капель, чем зрелые облака. Риск обледенения поверхности летательного аппарата в кучевых облаках высок в диапазоне температур от 0 °С до -20 °С. Обледенение при температурах ниже -40 °С маловероятно. Вертикальное перемещение облака изменяет его состав. Восходящие потоки переносят капли в более высокие слои атмосферы и способствуют увеличению их размеров. Поэтому риск обледенения высок в достаточно широком диапазоне высот. В слоистых облаках преобладают капельки с температурой около -15 °С. Возникновение слоистых облаков связано с движением активного фронта или орографическим подъемом влажного морского воздуха. Попадание самолета в зону слоистых облаков повышает вероятность обледенения при температурах ниже -20 °С. Капли дождя или морось из любого типа облаков вызывают обледенение при контакте с поверхностью, имеющей температуру ниже 0 °С. Опасность обледенения возрастает с увеличением размера капель.

Таким образом, обледенение самолетов и вертолетов в большинстве случаев происходит при полете в среде, содержащей капли воды при отрицательной температуре окружающего воздуха, в основном в облаках или в условиях переохлажденного дождя. В общем случае интенсивность обледенения зависит от метеорологических условий, скорости полета летательного аппарата, его геометрии и размеров. При моделировании процессов обледенения необходимо рассматривать все режимы полета: взлет, набор высоты, крейсерский режим, снижение, ожидание, посадку. Однако наиболее опасным с точки зрения обледенения является режим ожидания (над аэродромом). Основными метеорологическими параметрами, от которых зависит интенсивность обледенения, являются: количество сконденсированной воды, содержащееся в единице объема облака (водность), температура воздуха и размер капель.

Процедура сертификации самолетов транспортной категории для полетов в условиях обледенения предполагает испытания аэродинамических моделей самолетов в аэродинамических трубах и летные испытания реальных самолетов с имитаторами ледяных наростов. Формы и размеры ледяных наростов определяются в полетах в естественных условиях обледенения, в полетах за танкерами, разбрызгивающими воду, и при продувках элементов самолетов в специальных климатических аэродинамических трубах, предназначенных для моделирования образования льда. Все эти экспериментальные исследования являются очень дорогостоя-

щими и требуют много времени для их проведения. Поэтому в настоящее время процедура сертификации самолетов признает результаты расчетов форм ледяных отложений на поверхностях самолета с дальнейшим их подтверждением в полетах в естественных условиях обледенения.

Первые алгоритмы и методы, предназначенные для расчетов форм и размеров ледяных наростов, образующихся на различных твердых поверхностях, были опубликованы в конце 40-х – начале 50-х годов [Ludlam, 1951; Messinger, 1953]. Эти методы относительно простые. Тем не менее в указанных публикациях впервые были определены сухой и влажный режимы обледенения. Помимо этого, в них были сформулированы основные идеи по моделированию обледенения. Более совершенные модели обледенения появились в конце 70-х — см., например, [Lozowski et al., 1979]. В этой работе представлена термодинамическая модель нестационарного роста льда на неподвижном цилиндре вследствие выпадения на его поверхность переохлажденных капель воды. Предложенная численная модель использует уравнение энергии, допускает наличие сухой и влажной зон на поверхности льда и учитывает различные физические явления, влияющие на рост льда. На сегодняшний день различными исследовательскими группами разработаны 2D- и 3D-модели, методы и алгоритмы, предназначенные для расчетов форм ледяных наростов на твердых поверхностях самолетов в сухом и влажном режимах. Они реализованы в следующих программах вычислительной гидродинамики (ВГД/CFD): LEWICE (США) [Wright, Rutkowski, 1999; Wright et al., 2015], ONERA (Франция) [Villedieu, 2014], TRAJICE (Великобритания) [Wright et al., 1997], CANICE (Канада) [Pueyo, 2001], CIRA (Италия) [Mingione, Brandi 1998], FENSAP-ICE (Канада) [Aliaga et al., 2011], 2DFOIL-ICE (Нидерланды) [Hospers, Hoeijmakers, 2011], NSMB-ICE (Франция) [Pena et al., 2016], NSCODE-ICE (Канада) [Lavoie, 2018]. Развитие программ, моделирующих обледенение самолетов, стимулируется ужесточением требований к конструкции самолетов, предназначенных для полетов в условиях обледенения.

В настоящее время большая часть расчетов обледенения твердых поверхностей проводится в коммерческих программных комплексах (ПК) ANSYS FENSAP-ICE и SIEMENS STAR-CCM. Эти ПК широко используются во всем мире для 3D-моделирования образования ледяных наростов на поверхностях самолетов. При этом аналогичный программный продукт отечественного производства, который был бы признан российскими сертификационными органами, отсутствует.

В данной статье описан подход к решению 3D-задач обледенения, реализованный в Российском ВГД ПК FlowVision [Аксёнов, 2017]. Для решения задачи обледенения во FlowVision развиты соответствующий функционал и набор математических моделей, которые описаны в данной работе. Методика применения FlowVision для решения задач обледенения включает в себя не только специальные настройки эмпирических констант математических моделей, реализующих расчет обледенения, но и требования к расчетным сеткам и к стратегии процесса расчета обледенения. Методика названа IceVision.

Главное отличие методики IceVision от известных подходов заключается в использовании технологии Volume Of Fluid (VOF — объем жидкости в ячейке) для отслеживания движения поверхности льда. В этой методике решается нестационарная задача непрерывного нарастания льда в эйлеровом подходе. При этом лед присутствует в расчете явно, в нем решается уравнение теплопереноса.

Реализованная во FlowVision математическая модель предполагает возможность моделирования сухого и влажного режимов обледенения. Модель автоматически определяет зоны сухого и влажного льда. В сухой зоне температура контактной поверхности определяется с учетом сублимации льда. Во влажной зоне учитывается течение водяной пленки по поверхности льда. Замерзание пленки происходит за счет испарения воды и теплоотдачи в лед и в воздух. Методика учитывает отрыв пленки. Для моделирования двухфазного течения воздуха и капель используется многоскоростная модель взаимопроникающих континуумов в рамках эйлерова подхода. Методика IceVision учитывает распределение капель по размерам. Численный алгоритм учитывает существенное различие временных масштабов физических процессов, сопро-

возрастающих обледенение самолета: двухфазного внешнего течения (воздуха и капель), течения водяной пленки, роста льда.

В статье представлены результаты тестирования методики IceVision. Результаты расчетов в ПК FlowVision хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами расчетов в других ПК.

2. Методика IceVision

Методика IceVision имеет ряд отличительных особенностей.

1. Динамика изменения формы льда моделируется с использованием метода VOF.

2. Образование и нарастание льда моделируются одновременно с непрерывным расчетом обтекания объекта двухфазным потоком. Внешняя граница льда перемещается по расчетной области малыми скачками (меньше размера локальной расчетной ячейки). Поэтому разработанный метод можно условно охарактеризовать как метод расчета непрерывного нарастания льда.

3. Расчетная сетка перестраивается локально. Подавляющее большинство ячеек сохраняет свою форму. Исключением являются ячейки сетки, через которые проходит контактная поверхность (поверхность льда). Поверхность льда делит исходную расчетную ячейку на две. Формы этих ячеек определяются положением и ориентацией поверхности раздела «воздух–лед». Смещение поверхности инициирует автоматическую локальную перестройку сетки. Ячейки расчетной сетки, не содержащие поверхность льда, сохраняют свою первоначальную форму.

4. Решается нестационарное уравнение теплопроводности для льда.

5. Методика учитывает распределение капельной фазы по размерам, количество полос спектра размеров ограничено только ресурсами компьютера.

6. Методика предусматривает возможность реализации на поверхности обтекаемых тел трех режимов обледенения: сухого, влажного и жидкого [Алексеев, Приходько, 2013]. В сухом режиме капли воды, ударяясь о поверхность льда, мгновенно затвердевают. В жидком режиме температура обтекаемой поверхности выше температуры замерзания воды, лед не образуется, вода присутствует в виде пленки. Во влажном режиме, представляющем наибольший практический интерес, переохлажденные капли на твердой поверхности образуют пленку, часть которой в нижних слоях превращается в лед, а оставшаяся часть перетекает в направлении внешнего потока под действием аэродинамических сил. В этом режиме скорость нарастания льда определяется балансом энергии, в котором учитываются энергия капель, теплообмен пленки с воздухом и со льдом, испарение воды и скрытая энергия фазовых переходов. Пленка может перетекать на сухой лед и замерзать.

7. Методика учитывает срыв пленки с поверхности самолета либо с поверхности льда.

8. Математическая модель включает уравнения для внешнего установившегося двухфазного течения с учетом взаимодействия несущей (воздух + пар) и дисперсной (переохлажденные капли воды) фаз. К моделированию двухфазного течения применяется эйлеров подход (взаимопроникающих континуумов). Межфазный обмен импульсом и энергией моделируется соответствующими источниковыми членами.

Численное интегрирование уравнений в ПК FlowVision основано на методе конечных объемов и методе расщепления по физическим переменным [Aksenov et al., 2015]. Во всех ячейках решаемые уравнения в частных производных аппроксимируются разностной схемой высокого порядка точности. Решение в областях с большими градиентами характеристик течения и геометрическими особенностями границ уточняется посредством автоматической локальной адаптации расчетной сетки. При адаптации расчетные ячейки либо разбиваются на более мелкие, либо сливаются в более крупные. Криволинейная граница расчетной области обрезает исходные шестигранные ячейки без упрощения формы границы. Обзор технологий FlowVision представлен в работе [Аксёнов, 2017].

3. Математическая модель

Математическая модель IceVision предполагает, что в расчетной области присутствуют 4 фазы: газ (смесь воздуха с водяным паром), переохлажденные капли воды, лед и пленка воды, в общем случае частично покрывающая поверхность льда. Криволинейная поверхность льда разделяет две среды: двухфазную жидкую среду «газ + капли» и однофазную твердую среду «лед». В каждой среде решается своя система уравнений. Движущаяся по неподвижной (эйлеровой) сетке поверхность льда разрезает расчетные ячейки на многогранники произвольной формы, принадлежащие разным средам. Отметим, что исходная (целая) ячейка может быть многогранником произвольной формы, если она примыкает к криволинейной границе расчетной области (к поверхности самолета). Пленка течет по поверхности льда и по поверхности самолета. На поверхности льда выполняются балансы массы, энергии и импульса между всеми 4-мя фазами. Эти балансовые соотношения определяют граничные условия для уравнений, решаемых в двух средах. Таким образом, решается многофазная сопряженная задача.

Движение поверхности льда рассчитывается с использованием технологии VOF. Метод VOF, реализованный в ПК FlowVision, является усовершенствованной версией метода [Hirt, Nicholls, 1981]. Перенос границы между двумя средами (поверхности льда) описывается уравнением для объемной доли льда в расчетной ячейке (переменной VOF). Переменная VOF для льда (F) принимает значения от 0 («газ + капли») до 1 («лед»). Ячейка, в которой $0 < F < 1$, содержит поверхность льда. Ее перенос описывается уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\dot{m}_i S_{cell,base}}{\rho_i F \Omega_{cell}}. \quad (1)$$

Здесь \dot{m}_i — удельная массовая скорость кристаллизации воды / плавления льда, $S_{cell,base}$ — площадь поверхности льда в ячейке, Ω_{cell} — объем ячейки, ρ_i — плотность льда. Поверхность льда реконструируется по распределению переменной VOF на каждом шаге по времени. В программе поверхность льда в ячейке представлена плоской поверхностью. Поверхность разрезает ячейку на две. В них решаются разные системы уравнений.

Модель предполагает, что на поверхности льда выполняется баланс потоков энергии:

$$\begin{aligned} & \left[(h_d - h_f) + \frac{1}{2} V_d^2 \right] \dot{m}_d + (\lambda_g + \lambda_{g,t}) \frac{T_{cell,g} - T_f}{y_{cell,g}} - \dot{m}_{evap(subl)} \Delta h_{evap(subl)} = \\ & = \lambda_i \frac{T_f - T_{cell,i}}{y_{cell,i}} - \dot{m}_i \Delta h_{fusion}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \dot{m}_d — удельный поток массы капель на поверхность льда, $\dot{m}_{evap(subl)}$ — удельный поток массы пара с поверхности льда, обусловленный испарением пленки или сублимацией льда, h_d — термодинамическая энтальпия воды при температуре капель, h_f — термодинамическая энтальпия воды при температуре пленки или поверхности льда, $\Delta h_{evap(subl)}$ — скрытая теплота испарения пленки или сублимации льда, Δh_{fusion} — скрытая теплота плавления льда, V_d — скорость капель, $T_{cell,g}$ и $T_{cell,i}$ — температуры газа и льда в центрах соседних ячеек, примыкающих к поверхности льда с двух сторон, T_f — температура пленки или поверхности льда, $y_{cell,g}$ и $y_{cell,i}$ — расстояния от центров примыкающих ячеек до поверхности льда, λ_g — молекулярный коэффициент теплопроводности газа, $\lambda_{g,t}$ — турбулентный коэффициент теплопроводности газа, λ_i — коэффициент теплопроводности льда.

В сухом режиме

$$\dot{m}_i = \dot{m}_d - \dot{m}_{subl}, \quad (3)$$

и соотношение (2) используется для вычисления температуры поверхности льда $T_f < 273.15$ К. Во влажном режиме температура пленки $T_f = 273.15$ К, и соотношение (2) используется для вычисления \dot{m}_i (удельной массовой скорости кристаллизации воды / плавления льда).

Удельный поток массы пара с поверхности льда вычисляется с использованием алгебраического соотношения

$$\dot{m}_{evap(subl)} \cdot (1 - Y_{f,vap}) = \left(\frac{\mu_g}{Sc_g} + \frac{\mu_{g,t}}{Sc_{g,t}} \right) \frac{Y_{f,vap} - Y_{cell,vap}}{Y_{cell,g}}. \quad (4)$$

Здесь μ_g , $\mu_{g,t}$, Sc_g , $Sc_{g,t}$ — соответственно, динамический коэффициент молекулярной вязкости газа, динамический коэффициент турбулентной вязкости газа, молекулярное и турбулентное числа Шмидта для газа. Массовая доля пара в центре примыкающей ко льду ячейки $Y_{cell,vap}$ находится в результате решения соответствующего уравнения для газовой фазы (см. ниже). Массовая доля пара на поверхности пленки или сухого льда определяется выражением

$$Y_{f,vap} = X_{f,vap} \frac{m_{vap}}{m_{f,g}}, \quad (5)$$

где $m_{f,g} = X_{f,vap} m_{vap} + (1 - X_{f,vap}) m_{air}$ — локальная молярная масса газа на поверхности пленки или сухого льда, m_{vap} — молярная масса пара, m_{air} — молярная масса воздуха. Молярная доля пара на поверхности пленки или сухого льда определяется выражением

$$X_{f,vap} = \frac{p_{vap}(T_f)}{p}, \quad (6)$$

где $p_{vap}(T)$ — затабулированная зависимость парциального давления насыщенного пара от температуры.

В среде «лед» решается уравнение энергии:

$$\rho_i \frac{\partial h_i}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\lambda_i}{C_{p,i}} \nabla h_i \right). \quad (7)$$

Здесь h_i — термодинамическая энтальпия льда, $C_{p,i}$ — удельная теплоемкость льда.

Течение газа (несущей фазы в среде «газ + капли») описывается уравнением неразрывности, уравнением для массовой доли пара, уравнением импульсов и уравнением энергии:

$$\frac{\partial (\phi_g \rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_g \rho_g \mathbf{V}_g) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial (\phi_g \rho_g Y_{vap})}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_g \rho_g Y_{vap} \mathbf{V}_g) = -\nabla \cdot (\phi_g \mathbf{J}_{vap}), \quad (9)$$

$$\frac{\partial (\phi_g \rho_g \mathbf{V}_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_g \rho_g \mathbf{V}_g \otimes \mathbf{V}_g) = -\phi_g \nabla p + \phi_g \rho_g \mathbf{g} + \nabla \cdot (\phi_g \hat{\boldsymbol{\tau}}) - \mathbf{Q}_V, \quad (10)$$

$$\frac{\partial (\phi_g \rho_g h_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_g \rho_g h_g \mathbf{V}_g) = -\nabla \cdot (\phi_g \mathbf{J}_q) + \phi_g \frac{dp}{dt} + \phi_g (\hat{\boldsymbol{\tau}} : \hat{\mathbf{S}} + \rho \varepsilon) - \mathbf{Q}_T. \quad (11)$$

Здесь $\phi_g = 1 - \phi_d$ — относительный объем несущей фазы, ϕ_d — относительный объем дисперсной фазы, ρ_g — плотность газа, \mathbf{V}_g — скорость газа, Y_{vap} — массовая доля пара, $\mathbf{J}_{vap} = -(\mu_g / Sc_g + \mu_{g,t} / Sc_{g,t}) \nabla Y_{vap}$ — диффузионный поток пара, p — давление,

$\hat{\boldsymbol{\tau}} = (\mu_g + \mu_{g,t}) (2\hat{\boldsymbol{S}} - 2/3(\nabla \cdot \mathbf{V}_g) \hat{\mathbf{I}})$ — тензор вязких напряжений, $\hat{\boldsymbol{S}}$ — тензор скоростей деформации, $\hat{\mathbf{I}}$ — единичный тензор, \mathbf{Q}_V — источниковый член, обусловленный обменом импульсом между фазами (см. ниже), h_g — термодинамическая энтальпия газа, $\mathbf{J}_q = -(\lambda_g + \lambda_{g,t}) \nabla T_g$ — тепловой поток, \mathbf{Q}_T — источниковый член, обусловленный обменом энергией между фазами (см. ниже).

Дополнительно для несущей фазы решаются уравнения модели турбулентности. В ВГД ПК FlowVision [Аксёнов, 2017] реализовано 7 моделей турбулентности, используемых в рамках подхода URANS. В том числе стандартная k - ε модель, модель SA, и модель SST k - ω . Представленные ниже расчеты проводились на относительно грубых расчетных сетках с использованием стандартной k - ε модели и модели пристеночных функций FlowVision [Жлуктов, Аксёнов, 2015; Жлуктов и др., 2018]. Такие расчеты называются высокорейнольдсовыми. Использование пристеночных функций позволяет не разрешать сеткой часть пограничного слоя, непосредственно примыкающую к твердой поверхности. Вместо этого используются предопределенные профили скорости, температуры, турбулентной вязкости, турбулентной теплопроводности и переменных используемой модели турбулентности (в данном случае профили величин k и ε). Такой подход экономит вычислительные ресурсы без потери точности в значениях касательного напряжения и теплового потока на обтекаемой поверхности.

Течение капель (дисперсной фазы в среде «газ + капли») описывается в континуальном приближении уравнением переноса частиц, уравнением импульсов и уравнением энергии:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot (n_d \mathbf{V}_d) = \nabla \cdot \left(\frac{v_{t,d}}{\text{Sc}_{t,d}} \nabla n_d \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial (V_{d,i} n_d)}{\partial t} + \nabla \cdot (V_{d,i} n_d \mathbf{V}_d) = \nabla \cdot \left(\frac{v_{t,d}}{\text{Sc}_{t,d}} \nabla (V_{d,i} n_d) \right) - n_d \frac{1}{\rho_d} \nabla_i p + n_d g_i + Q_{Vi}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial (T_d n_d)}{\partial t} + \nabla \cdot (T_d n_d \mathbf{V}_d) = \nabla \cdot \left(\frac{v_{t,d}}{\text{Sc}_{t,d}} \nabla (T_d n_d) \right) + \frac{1}{C_{p,d}(T_d) M_d} Q_T. \quad (14)$$

Здесь n_d — объемная концентрация капель, ρ_d — плотность воды, V_{di} — i -я декартова компонента скорости капель, \mathbf{g} — ускорение свободного падения, $v_{t,d}$ — кинематический коэффициент турбулентной вязкости дисперсной фазы, который полагается равным кинематическому коэффициенту турбулентной вязкости несущей фазы, $\text{Sc}_{t,d}$ — турбулентное число Шмидта дисперсной фазы, M_d — масса капель, T_d — температура капель, $C_{p,d}$ — удельная теплоемкость воды. Источники межфазного обмена импульсом и энергией имеют вид

$$Q_{Vi} = n_d \frac{\rho_g}{\rho_d} \frac{3}{4} \frac{C_D}{d} |\mathbf{V}_g - \mathbf{V}_d| (V_{gi} - V_{di}), \quad (15)$$

$$Q_T = n_d \pi d^2 \text{Nu}_d \frac{\lambda_g}{d} (T_g - T_d). \quad (16)$$

Здесь d — диаметр капель. В расчетах используются следующие корреляции для коэффициента сопротивления [Crowe et al., 1998] и для числа Нуссельта [Abramzon, Sirignano, 1989]:

$$C_D = \frac{21.12}{\text{Re}_d} + 6.3 \text{Re}_d^{-0.5} + 0.25, \quad (17)$$

$$\text{Nu}_d = 2 + 0.55 \text{Re}_d^{1/2} \text{Pr}_g^{1/3}. \quad (18)$$

Здесь $Re_d = (\rho_g |V_g - V_d| d) / \mu_g$ — число Рейнольдса для капель, $Pr_g = \mu_g C_{p,g} / \lambda_g$ — число Прандтля для газа, $C_{p,g}$ — удельная теплоемкость газа. В рассматриваемых условиях испарение капель не влияет на установившееся двухфазное течение. Поэтому уравнение для массы капель в данной работе не решается.

Совместное решение системы (8)–(18) позволяет определить удельный поток массы капель на обтекаемую поверхность (локальный коэффициент захвата капель) $\dot{m}_d = -\phi_d \rho_d V_d \cdot \mathbf{n}$, где \mathbf{n} — локальная нормаль к поверхности. Эта величина используется в балансовых соотношениях (2) и (3).

Во влажном режиме поток воды в пленку определяется выражением

$$\dot{m}_f = \dot{m}_d - \dot{m}_i - \dot{m}_{evap(subl)}. \tag{19}$$

Расчетной сеткой пленка не разрешается. Уравнение переноса относительного объема пленки f (переменной VOF для пленки) выводится из закона сохранения массы пленки. Дискретная форма этого уравнения имеет вид

$$\frac{f_{cell}^{n+1} - f_{cell}^n}{\Delta \tau_f} + \sum_{sides} F_{side} = \frac{S_{cell,base}}{\Omega_{cell} \rho_d} \dot{m}_f. \tag{20}$$

Здесь Ω_{cell} — объем ячейки, примыкающей к поверхности льда со стороны среды «газ + капли» и являющейся частью исходной ячейки эйлеровой сетки, $S_{cell,base}$ — площадь поверхности льда, ограничивающей данную ячейку, $\Delta \tau_f$ — шаг интегрирования уравнения (20) по времени.

Поток пленки в соседнюю ячейку, примыкающую к поверхности льда, вычисляется с использованием противопотоковой разностной схемы:

$$F_{side} = \begin{cases} (|\mathbf{V}_{cell,f} \cdot \mathbf{n}| \cdot h_{cell,f} \cdot L_{side}) / \Omega_{cell}, & \mathbf{V}_{cell,f} \cdot \mathbf{n} > 0, \\ (|\mathbf{V}_{nei,f} \cdot \mathbf{n}| \cdot h_{nei,f} \cdot L_{side}) / \Omega_{cell}, & \mathbf{V}_{nei,f} \cdot \mathbf{n} < 0. \end{cases} \tag{21}$$

Здесь индексом $cell$ обозначены значения величин в центре текущей ячейки, индексом nei обозначены значения величин в центре соседней ячейки, вектор \mathbf{n} — нормаль к разделяющей грани, направленная из текущей ячейки в соседнюю. Профиль скорости в пленке полагается линейным. Соответственно, средняя скорость пленки линейно зависит от ее толщины $h_{cell,f}$:

$$\mathbf{V}_{cell,f} = \frac{h_{cell,f}}{2\mu_f} \boldsymbol{\tau}_{cell,w}. \tag{22}$$

Здесь $\boldsymbol{\tau}_{cell,w}$ — вектор касательного напряжения, действующего на лед/корпус со стороны газа, μ_f — вязкость воды при температуре 273.15 К. Толщина пленки определяется выражением

$$h_{cell,f} = \frac{f \cdot \Omega_{cell}}{S_{cell,base}}. \tag{23}$$

Пленка может перетекать в зоны сухого льда и замерзать. Модель учитывает срыв пленки. Предполагается, что срыв происходит там, где поток пленки не может быть определен по формуле (21) из-за того, что проекции скоростей в соседних ячейках на нормаль к разделяющей грани имеют противоположные знаки.

4. Тестирование

С использованием описанной выше методики расчета обледенения, реализованной в ПК FlowVision, было решено несколько тестовых задач, в которых моделируется рост льда на поверхностях цилиндра и профиля NASA0012 в сухом и влажном режимах. При решении всех тестовых задач была исследована сеточная сходимость, то есть каждая задача решалась на нескольких последовательно сгущающихся сетках. Сетки, на которых были получены представленные ниже результаты, обеспечивают расчетную точность $\sim 5\%$.

Задачи 1 и 2: моделируются образование и рост льда на поверхности цилиндра диаметром 0.025 м в сухом и влажном режимах обледенения. Цилиндр обтекается потоком воздуха, содержащим переохлажденные капли воды. Задачи решаются в двухмерной постановке. Параметры набегающего потока следующие: давление $p_\infty = 101000$ Па, скорость $V_\infty = 70$ м/с, средний объемный диаметр частиц дисперсной фазы $MVD = 20$ мкм, водность $LWC = 0.5$ г/м³. Температура набегающего потока в сухом режиме $T_\infty = 253.15$ К, во влажном режиме $T_\infty = 265.15$ К. Сравнение значений коэффициента захвата и форм ледяных наростов, представленное на рис. 1 и рис. 2, демонстрирует хорошее качественное и количественное соответствие результатов, полученных в ПК FlowVision и в программе ANSYS FENSAP-ICE. Для сухого режима обледенения отдельно показана сходимость результатов, полученных с использованием ANSYS FENSAP-ICE при увеличении количества шагов роста льда (shots), к результатам расчета в ПК FlowVision.

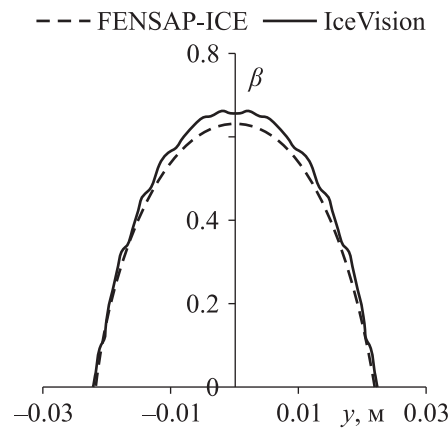


Рис. 1. Распределение локального коэффициента захвата β по поверхности цилиндра

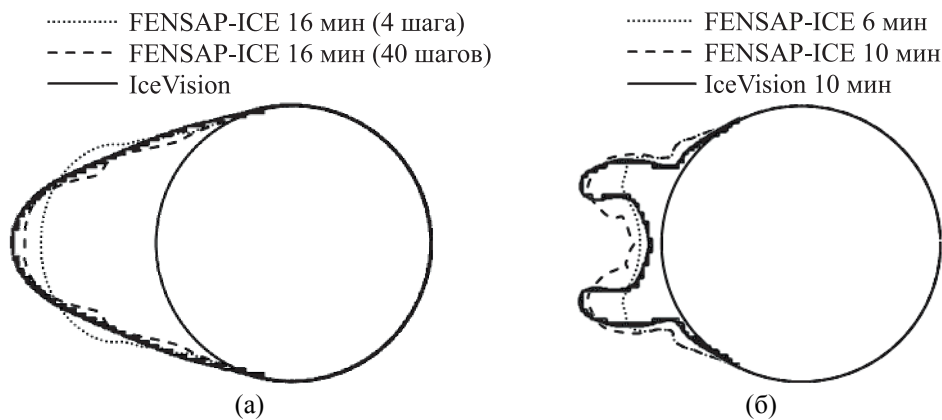


Рис. 2. Формы льда, образовавшегося на цилиндре в различные моменты времени, отсчитываемого от начала обледенения, в сухом режиме (а) и во влажном режиме (б)

Задачи 3, 4, 5: моделируются образование и рост льда на поверхности аэродинамического профиля NASA0012 в сухом и влажном режимах обледенения. Задачи решаются в двухмерной постановке. Условия соответствуют экспериментам, проведенным в климатической аэродинамической трубе *NASA Glenn Icing Research Tunnel (IRT)* [Wright, Rutkowski, 1999]: run 425, run 308, run 403. Параметры набегающего потока:

- сухой режим, соответствующий эксперименту IRT RUN 425: давление $p_\infty = 101000$ Па, скорость $V_\infty = 67.1$ м/с, средний объемный диаметр частиц дисперсной фазы $MVD = 20$ мкм, водность $LWC = 1$ г/м³, температура $T_\infty = 244.51$ К;
- влажный режим, соответствующий эксперименту IRT RUN 308: давление $p_\infty = 90760$ Па, скорость $V_\infty = 102.8$ м/с, средний объемный диаметр частиц дисперсной фазы $MVD = 20$ мкм, водность $LWC = 1$ г/м³, температура $T_\infty = 262.04$ К;
- влажный режим, соответствующий эксперименту IRT RUN 403: давление $p_\infty = 101000$ Па, скорость $V_\infty = 102.8$ м/с, средний объемный диаметр частиц дисперсной фазы $MVD = 20$ мкм, водность $LWC = 0.55$ г/м³, температура $T_\infty = 262.04$ К.

Результаты указанных экспериментов использовались в качестве референсных данных при тестировании наиболее известных программных продуктов, предназначенных для численного решения задач обледенения, включая коммерческие пакеты LEWICE и FENSAP-ICE. Выбор указанных режимов обледенения обусловлен существенным различием характерных результирующих форм ледяных наростов. В сухом режиме рост льда приводит к образованию на профиле относительно равномерной ледяной шапки. Выбранные влажные режимы характеризуются образованием рогообразных ледяных наростов различной формы. Отличия форм ледяных наростов обусловлены различиями в количестве выпадающей влаги и в характере растекания водяной пленки.

Размеры расчетной области, подготовленной для проведения расчетов в ПК FlowVision, — 45×45 хорд. С помощью автоматического генератора сетки построена расчетная сетка со сгущением к обтекаемому профилю. Характерный размер примыкающих к профилю ячеек соответствует значению $Y^+ \approx 50$. На рис. 3 значения коэффициента захвата β , полученные в ПК FlowVision, сравниваются с результатами расчетов в программе LEWICE, опубликованными в литературе [Wright, Rutkowski, 1999]. На рис. 4–6 формы ледяных наростов, полученные в ПК FlowVision, сравниваются с результатами экспериментов и с результатами расчетов, проведенными в программе LEWICE.

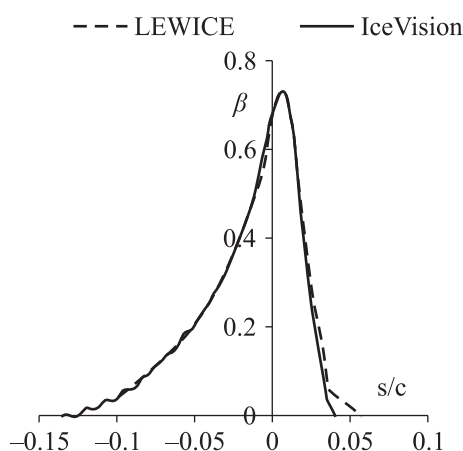


Рис. 3. Распределение локального коэффициента захвата β по поверхности профиля NASA0012

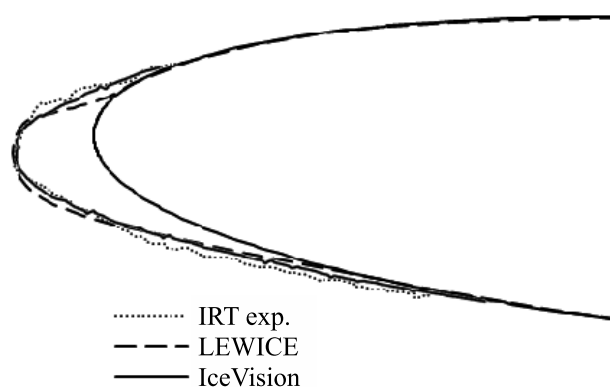


Рис. 4. Формы льда, образовавшегося на поверхности профиля NACA0012 через 6 мин после начала обледенения, в условиях, соответствующих эксперименту IRT RUN 425 (сухой режим)

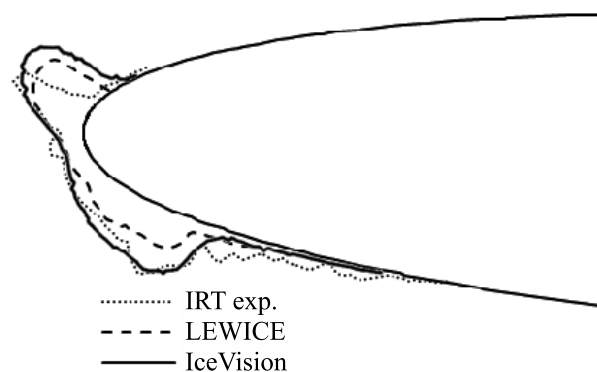


Рис. 5. Формы льда, образовавшегося на поверхности профиля NACA0012 через 5 мин после начала обледенения, в условиях, соответствующих эксперименту IRT RUN 308 (влажный режим, водность $LWC = 1 \text{ г/м}^3$)

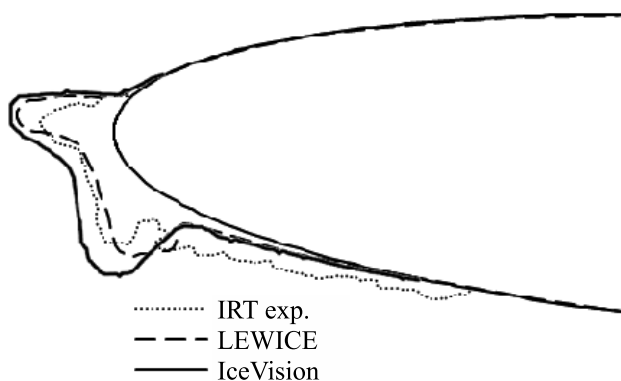


Рис. 6. Формы льда, образовавшегося на поверхности профиля NACA0012 через 8 мин после начала обледенения, в условиях, соответствующих эксперименту IRT RUN 403 (влажный режим, водность $LWC = 0.55 \text{ г/м}^3$)

Из рисунков видно, что результаты, полученные в ПК FlowVision с использованием методики IceVision при моделировании обледенения профиля NACA0012 в различных режимах, хорошо согласуются с экспериментальными данными и расчетами в программе LEWICE.

5. Заключение

В работе представлены математическая модель и методика расчета процесса обледенения IceVision, реализованные в ПК FlowVision. Двухфазное течение влажного воздуха и переохлажденных капель воды моделируется в рамках многоскоростной модели взаимопроникающих континуумов. В твердой фазе «лед» решается нестационарное уравнение теплопроводности. Движение поверхности льда рассчитывается с использованием технологии VOF. На поверхности льда выполняются балансы массы и энергии. Методика предоставляет возможность моделировать как сухой, так и влажный режимы обледенения. При моделировании влажного режима обледенения математическая модель автоматически определяет зоны сухого и влажного льда. В сухой зоне температура контактной поверхности определяется с учетом сублимации льда. Во влажной зоне учитывается течение водяной пленки по поверхности льда. На поверхности самолета пленка может нагреваться или замерзать соответственно локальному балансу энергии. На поверхности льда пленка имеет постоянную температуру 273.15 К. Здесь баланс энергии позволяет вычислить локальную скорость намерзания или таяния ледяной корки. Методика IceVision учитывает возможность отрыва пленки и позволяет задавать распределение капель по размерам. Численные решения пяти задач, полученные в ПК FlowVision с использованием методики IceVision, хорошо согласуются с экспериментальными данными и с результатами численного моделирования в других программах.

Список литературы (References)

- Аксёнов А. А.* FlowVision: индустриальная вычислительная гидродинамика // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 1. — С. 5–20.
Aksenov A. A. FlowVision: industrial'naja vychislitel'naja gidrodinamika [FlowVision: Industrial computational fluid dynamics] // Computer Research and Modeling. — 2017. — Vol. 9, No. 1. — P. 5–20 (in Russian).
- Алексеенко С. В., Приходько А. А.* Численное моделирование обледенения цилиндра и профиля. Обзор моделей и результаты расчетов // Ученые записки ЦАГИ. — 2013. — Т. XLIV, № 6. — С. 25–57.
Alekseenko S. V., Prihod'ko A. A. Chislennoje modelirovanije obledeneniya tsylindra i profilja. Obzor modeley i rezul'taty raschetov [Numerical simulation of ice accretion on cylinder and airfoil. Review of models and calculations] // Proceedings of TsAGI. — 2013. — Vol. XLIV, No. 6. — P. 25–57 (in Russian).
- Жлуктов С. В., Аксёнов А. А.* Пристеночные функции для высокорейнольдсовых расчетов в программном комплексе FlowVision // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7, № 6. — С. 1221–1239.
Zhluktov S. V., Aksenov A. A. Pristenochnye funkicii dlja vysoko-reynoldsovyh raschetov v pro-grammnom komplekse FlowVision [Wall functions for high-Reynolds calculations in FlowVision software] // Computer Research and Modeling. — 2015. — Vol. 7, No. 6. — P. 1221–1239 (in Russian).
- Жлуктов С. В., Аксёнов А. А., Савицкий Д. В.* Высокорейнольдсовые расчеты турбулентного теплопереноса в программном комплексе FlowVision // Компьютерные исследования и моделирование. — 2018. — Т. 10, № 4. — С. 461–481.
Zhluktov S. V., Aksenov A. A. Vysokoreinoldsovyje raschety turbulentnogo teploperenosa v programmnom komplekse FlowVision [High-Reynolds number calculations of turbulent heat transfer in FlowVision software] // Computer Research and Modeling. — 2018. — Vol. 10, No. 4. — P. 461–481 (in Russian).
- Abramzon B., Sirignano W. A.* Droplet vaporization model for spray combustion calculations // Int. J. of Heat and Mass Transfer. — 1989. — Vol. 32, No. 9. — P. 1605–1618.
- Aksenov A. A., Zhluktov S. V., Savitskiy D. V., Bartenev G. Y., Pokhilko V. I.* Simulation of 3D Flows past Hypersonic Vehicles in FlowVision Software // Journal of Physics: Conference Series. — 2015. — Vol. 653, No. 012072. — <http://iopscience.iop.org/1742-6596/Y2015>
- Aliaga C. N., Aubé M. S., Baruzzi G. S., Habashi W. G.* FENSAP-ICE-Unsteady: Unified In-Flight Icing Simulation Methodology for Aircraft, Rotorcraft, and Jet Engines // Journal of Aircraft. — 2011. — Vol. 48, No. 1. — P. 119–126.

- Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Yu.* Multiphase Flows with Droplets and Particles. — CRC Press LLC, 1998. — 471 p.
- Hirt C. W., Nicholls B. D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* — 1981. — Vol. 39. — P. 201.
- Hospers J., Hoeijmakers H. W. M.* Numerical Simulation of SLD Ice Accretions // *Proceedings SAE 2011* (online). — Chicago, USA, 2011. — P. 1–18.
- Lavoie P., Bourgault-Côté S., Laurendeau E.* Numerical algorithms for infinite swept wing ice accretion // *Computers and Fluids.* — 2018. — Vol. 161. — P. 189–198.
- Lozowski F. H., Stallabras J. R., Hearty P. F.* The icing of an unheated non-rotating cylinder in liquid water droplet-ice crystal clouds // *National Research Council (NRC). Laboratory report LTR-LT-96.* — 1979.
- Ludlam F. H.* The heat economy of a rimed cylinder // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.* — 1951. — Vol. 77, No. 1. — P. 663–666.
- Messinger B. L.* Equilibrium Temperature of an Unheated Icing Surface as a Function of Air Speed // *Journal of the Aeronautical Sciences.* — 1953. — Vol. 20, No. 1. — P. 29–42.
- Mingione G., Brandi V.* Ice accretion prediction on multielement airfoils // *Journal of Aircraft.* — 1998. — Vol. 35, No. 2. — P. 240–246.
- Pena D., Haorau Y., Laurendeau E.* A Single Step Ice Accretion Model Using Level-Set Method // *Journal of Fluids and Structures.* — 2016. — Vol. 65. — P. 278–294.
- Pueyo A., Chocron D., Kafyeke F.* Improvements to the ice accretion code CANICE // *Proceedings of the 8th Canadian Aeronautics and Space Institute (CASI) Aerodynamic Symposium.* — Toronto, Canada, 2001. — P. 9.
- Villedieu P., Trontin P., Chauvin R.* Glaciated and mixed-phase ice accretion modeling using ONERA 2D icing suite // *6th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference.* — Atlanta, GA, 2014. — AIAA Paper 2014-2199.
- Wright W., Rutkowski A.* Validation results for LEWICE 2.0 // *NASA, Tech. rep. CR 1999-208690.* — 1999.
- Wright W., Struk P., Bartkus T., Addy G.* Recent advances in the LEWICE icing model // *SAE Technical Paper 2015-01-2094.* — 2015.
- Wright W., Gent R., Guffond D.* DRA/NASA/ONERA collaboration on icing research part II — prediction of airfoil ice accretion // *NASA, Tech. rep. CR-202349.* — 1997.