

УДК: 519.8

Численное моделирование распространения сейсмических волн в моделях с ледовым полем в зоне арктического шельфа

П. В. Стогний^а, И. Б. Петров^б

Московский физико-технический институт (Научно-исследовательский университет),
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

E-mail: ^а stognii@phystech.edu, ^б petrov@mipt.ru

Получено 26.07.2019, после доработки — 17.10.2019.

Принято к публикации 18.10.2019.

В зоне арктического шельфа расположены огромные запасы углеводородов. Проведение исследовательских работ на данной территории осложняется наличием различных ледовых образований, например айсбергов, торосов, ледовых полей. Во время проведения сейсморазведочных работ последние из выше перечисленных ледовых образований, ледовые поля, вносят в сейсмограммы многочисленные отражения сейсмического сигнала от границ «лед–вода» и «лед–воздух», распространяющиеся по всей поверхности льда. Данные многочисленные отражения необходимо учитывать при анализе сейсмограмм, а также уметь их исключать с целью получения отраженных волн от нижележащих геологических слоев, включая залежи углеводородов.

В работе решается задача о распространении сейсмических волн в неоднородной среде. Геологические среды описываются системами уравнений линейной упругости и акустики. Представлено подробное описание численного решения данных систем уравнений с помощью сеточно-характеристического метода. Для решения конечных одномерных уравнений переноса, к которым приводятся системы, применяется схема Русанова третьего порядка точности. В работе рассматривается способ подавления многочисленных отражений во льду путем заглубления источника сейсмического сигнала вплоть до границы с водой. Такой способ подавления кратных волн часто используется в реальных геологических работах. Представлены результаты численных расчетов распространения сейсмических волн в моделях с заглубленным источником импульса, а также в моделях с сейсмическим источником на поверхности льда для трехмерного случая. Результатами численного моделирования являются волновые картины, графики значений продольной компоненты скорости и сейсмограммы для двух рассматриваемых постановок задач. В работе проводится анализ влияния различных постановок источника на уменьшение продольных компонент скорости в слое льда, на результирующие сейсмограммы и волновые поля. Делается вывод о том, что заглубление источника только ухудшает конечный результат при условии помещения источника и приемников сигнала на границе «лед–вода». Уменьшение продольных компонент скорости во льду показала постановка источника на поверхности льда.

Ключевые слова: Арктика, сеточно-характеристический метод, численное моделирование, ледяное поле

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 19-11-00023.

UDC: 519.8

Numerical modelling of seismic waves spread in models with an ice field in the arctic shelf

P. V. Stognii^a, I. B. Petrov^b

Moscow Institute of Physics and Technology (National research university),
9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russia

E-mail: ^a stognii@phystech.edu, ^b petrov@mipt.ru

Received 26.07.2019, after completion – 17.10.2019.

Accepted for publication 18.10.2019.

The Arctic region contains large hydrocarbon deposits. The presence of different ice formations, such as icebergs, ice hummocks, ice fields, complicates the process of carrying out seismic works on the territory. The last of them, ice fields, bring multiple reflections, spreading all over the surface of ice, into seismograms. These multiple reflections are necessary to be taken into account while analyzing the seismograms, and geologists should be able to exclude them in order to obtain the reflected waves from the lower geological layers, including hydrocarbon layers.

In this work, we solve the problem of the seismic waves spread in the heterogeneous medium. The systems of equations for the linear elastic medium and for the acoustic medium describe the geological layers. We present the detailed description of the numerical solution of these systems of equations with the help of the grid-characteristic method. The final 1D transfer equations are solved with the use of the Rusanov scheme of the third order of accuracy. In the work, we examine the way of multiple waves decrease in ice by establishing the source of impulse deep into the ice field on border with water. We present the results of computer modelling of the seismic waves spread in geological layers, where the seismic source of impulse is situated on the contact border between ice and water, and also with the seismic source of impulse on the surface of ice for the 3D case. The results of the numerical modelling are presented by wave fields, graphs of the velocity x-components and seismograms for the two problem formulations. We carry out the analysis of influence of establishing the source of impulse on the border between ice and water on the decrease of the x-components of seismic wave velocities, on seismograms and on wave fields. As a result, the model, where the seismic source of impulse is situated on the contact border between ice and water, makes worse the final result. The model with the source of impulse on the surface of ice demonstrates a decrease of the x-components of seismic wave velocities.

Keywords: the Arctics, grid-characteristic method, numerical modelling, ice field

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 1, pp. 73–82 (Russian).

This work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, project No. 19-11-00023.

Введение

Зона арктического шельфа — важный регион для нашей страны. Там расположены огромные залежи углеводородов. Такие газовые месторождения, как Мурманское, Ледовое, Лудловское, расположенные в Баренцевом море, а также Русановское и Ленинградское — в Карском море, являются наиболее крупными месторождениями арктического шельфа и содержат более 100 млрд м³ газа каждое [Новиков, Гажула, 2008].

Значительным препятствием на пути изучения Арктического региона, помимо суровых климатических условий, являются различные ледовые образования: айсберги, торосы, ледовые поля [Гольдштейн, Осипенко, 2013].

Во время проведения сейсмических работ на поверхности льда или воды устанавливаются источник импульса и ряд приемников, которые ловят отраженные волны от различных геологических пород, в том числе от ледовых образований — айсбергов, торосов и других. На выходе получают сейсмограммы, которые сильно зашумлены отраженными сигналами от ледовых конструкций. Также большой вклад в сейсмограммы вносят кратные волны, возникающие в слое льда в результате отражения от границы «лед–воздух» и «лед–вода».

Еще одной проблемой для исследования зоны арктического шельфа является небольшая глубина северных морей. Средняя глубина Карского моря составляет 50–100 метров, Балтийского моря — 50 м, Северного моря — 95 м. Пока сигнал распространяется от источника импульса вглубь, сигнал успевает многократно отразиться от границы «вода–воздух» («вода–лед») и «вода–грунт». Таким образом, кратные волны [Favorskaya, 2018] в слое воды также сильно зашумляют сейсмограммы, получаемые как результат проведения сейсмологических работ на акватории.

Существуют различные способы подавления данных кратных волн, одним из которых является детерминистический подход М. Бакуса [Bakus, 1959]. В данном подходе кратные волны в водном слое подавляются с помощью операции линейной обратной фильтрации. Также для подавления кратных волн широко применяется параболическое преобразование Радона, подразумевающее применение дополнительных кинематических поправок по незначительно заниженным скоростям [Foster, Mosher, 1992].

Также существует способ подавления кратных волн, который используется непосредственно при проведении сейсмических работ на акватории с ледяным полем на поверхности воды. Ледяное поле — слой льда на поверхности воды, высота которого в отдельных случаях достигает 3 м [Болгов и др., 2007]. На поверхности льда выпиливается углубление, внутрь которого помещается источник сигнала и приемники [Landa et al., 2004]. По предположению, это позволяет почти полностью остановить распространение упругих волн по поверхности ледяного слоя.

В данной работе проводилось моделирование распространения сейсмических волн для трехмерных моделей с водным слоем и ледяным полем на поверхности воды. Был проведен анализ распространения кратных волн в слое льда по пространству. Было проведено моделирование распространения упругих волн для трехмерной модели с источником сейсмических волн на поверхности льда и для трехмерной модели с источником, расположенным на границе «лед–вода». Был проведен сравнительный анализ волновых полей для трехмерных моделей с разным положением источника сейсмических волн.

Также были получены сейсмограммы для трехмерной модели с источником сейсмических волн на поверхности льда и для трехмерной модели с источником, расположенным на границе «лед–вода».

В данной работе все расчеты проводились с помощью сеточно-характеристического метода [Magomedov, Kholodov, 1988] на основе схемы Русанова 3-го порядка точности [Русанов, 1968] на прямоугольных структурированных сетках. Схема Русанова ранее хорошо себя зарекомендовала при решении подобных задач сейсморазведки в зоне Арктики, примеры можно найти в работах [Stognii et al., 2018; Stognii, Khokhlov, 2019].

Математическая модель

Общий вид модели для всех расчетов представлен на рис. 1. На боковых границах модели 1, 2 и на нижней границе 3 были установлены неотражающие граничные условия. На верхней границе 4 использовалось условие свободной границы. На рис. 1 крестом обозначен источник сейсмического сигнала, кругами — приемники сигнала.

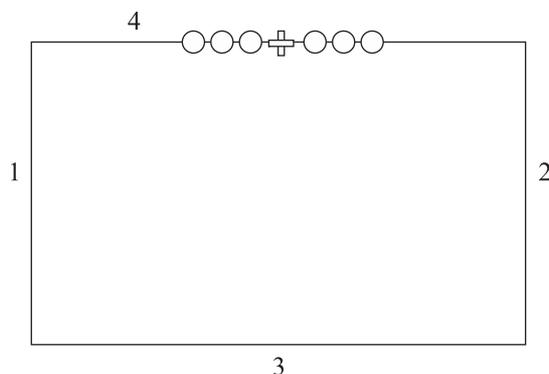


Рис. 1. Схематичное изображение модели: 1, 2 — боковые границы, 3 — нижняя граница, 4 — верхняя граница; крест — источник сейсмического сигнала, круги — приемники сигнала

Определяющие уравнения

Для описания динамических процессов в неоднородной геологической среде использовались система линейно-упругих уравнений (1), (2) и система акустических уравнений (3), (4) [Новацкий, 1975]:

$$\rho \mathbf{v} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^T, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\sigma} = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \otimes \mathbf{v} + (\nabla \otimes \mathbf{v})^T), \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} = -\nabla p, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p = -c^2 \rho (\nabla \mathbf{v}). \quad (4)$$

В (1), (2) \mathbf{v} — скорость, $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений Коши, ρ — плотность материала, λ , μ — параметры Ляме, определяющие свойства упругого материала. В (3), (4) p — давление, \mathbf{I} — единичный тензор, c — скорость звука в среде.

Численный метод расчета всех моделей

Для численного решения линейно-упругой (1), (2) и акустической (3), (4) систем уравнений использовался сеточно-характеристический метод [Magomedov, Kholodov, 1969; Petrov et al., 2019; Favorskaya et al., 2019]. Он позволяет строить корректные численные алгоритмы расчета точек на границах [Golubev et al., 2018] и точек, расположенных на поверхностях раздела двух сред с разными плотностями и разными параметрами Ляме.

Далее, для сокращения математических выкладок, приведен вывод формулы для двумерного случая [Muratov et al., 2018]. Аналогичные преобразования можно сделать для трехмерного пространства.

Рассмотрим систему уравнений (1), (2) [Khokhlov, Golubev 2019]. Ее можно представить в виде уравнений (5), (6):

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_j = \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_i}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{ij} = \lambda \left(\sum_k \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) I_{ij} + \mu (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i). \quad (6)$$

Для двумерного случая система будет иметь вид (7)–(11):

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} v_x = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} v_y = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{xx} = \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{yy} = \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right). \quad (11)$$

Перепишем систему уравнений (7)–(11) в матричном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A}_1 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_1} + \mathbf{A}_2 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_2} = 0, \quad (12)$$

где матрицы \mathbf{A}_j имеют следующий вид:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho} \\ -\lambda - 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda - 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

В (12) вектор \mathbf{q} — вектор, состоящий из двух компонент скорости и трех компонент симметричного тензора напряжений:

$$\mathbf{q} = \{v_x, v_y, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}^T. \quad (15)$$

К уравнению (12) применим метод расщепления по пространственным координатам. В результате получим две одномерные системы уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{A}_j \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_j}, \quad j = 1, 2. \quad (16)$$

Каждая из этих систем гиперболическая и имеет полный набор собственных векторов с действительными собственными значениями. Следовательно, каждую из систем (16) можно представить в виде

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{\Omega}_j^{-1} \mathbf{\Lambda}_j \mathbf{\Omega}_j \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_j}. \quad (17)$$

В (17) Ω_j – матрица из собственных векторов, Λ_j – диагональная матрица с собственными значениями на диагонали. Для всех координат матрица Λ имеет следующий вид:

$$\Lambda = \text{diag} \{-c_1, c_1, -c_2, c_2, 0\}, \quad (18)$$

где $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ – продольная скорость звука в среде, $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – поперечная скорость звука.

После замены переменных $v = \Omega q$ каждая из систем (17) распадается на пять независимых уравнений переноса:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (19)$$

Затем можно найти финальное решение:

$$q^{n+1} = \Omega^{-1} v^{n+1}. \quad (20)$$

Аналогичные преобразования проводятся для системы уравнений (3), (4), описывающей акустическую среду.

Для решения уравнений переноса (19) использовалась схема Русанова 3-го порядка точности [Русанов, 1968].

Трехмерные модели с ледяным полем

Моделировалось распространение сейсмических волн в ледяном поле для трехмерного случая [Miryaha, Petrov, 2018]. Модель состояла из слоя воды и ледяного поля на поверхности. Схематичное изображение модели представлено на рис. 2.

Плотность льда составляла 917 кг/м^3 , плотность воды – 1000 кг/м^3 . Продольная скорость звука в воде равнялась 1500 м/с , во льду – 3940 м/с . Скорость поперечных волн в ледяном поле была равна 2493 м/с . Глубина слоя воды составляла 100 м , слоя льда – 3 м . Общая площадь расчетной области была равна $200 \times 200 \text{ м}^2$. При расчете моделей шаг по осям x и y в воде и во льду составлял 0.5 м , по оси z в ледяном поле – 0.2 м , по оси z в воде – 0.5 м . Шаг по времени был равен 10^{-5} с .

Для моделирования сейсмического сигнала использовался импульс Рикера с центральной частотой 30 Гц . 100 приемников сигнала были расположены в центре расчетной области рядом с источником сейсмического сигнала на расстоянии 1 м друг от друга. Были проведены расчеты трехмерных моделей с ледяным полем для двух положений источника сейсмического сигнала: для источника, расположенного на поверхности льда в центре расчетной области, и для источника, находящегося на границе «лед–вода».

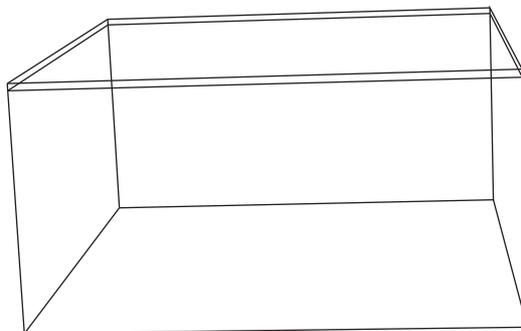
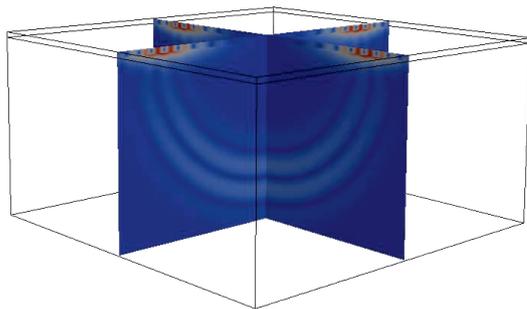
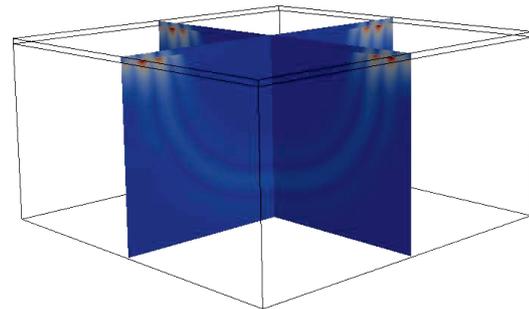


Рис. 2. Схематичное изображение модели с водным слоем и ледяным полем на поверхности

Моделировалось распространение сейсмических волн от источника сигнала в течение 0.15 с. Волновое поле для модели с источником, расположенным на поверхности ледяного поля, представлено на рис. 3, *а*, для модели с источником, расположенным на границе «лед–вода», — на рис. 3, *б*. Из рис. 3 следует, что сейсмический сигнал имеет более выраженную форму при расположении источника импульса на поверхности льда (рис. 3, *а*). Также кратные волны в слое льда хорошо различимы для случая расположения источника на поверхности льда. Для модели с источником на границе «лед–вода» (рис. 3, *б*) волны в слое льда, полученные в результате отражения от границы «лед–воздух» и границы «лед–вода», плохо идентифицируемы.



(а) Волновое поле в момент времени $t = 0.075$ с для модели с ледяным полем. Сейсмический источник — на поверхности льда



(б) Волновое поле в момент времени $t = 0.075$ с для модели с ледяным полем. Сейсмический источник — на границе «лед–вода»

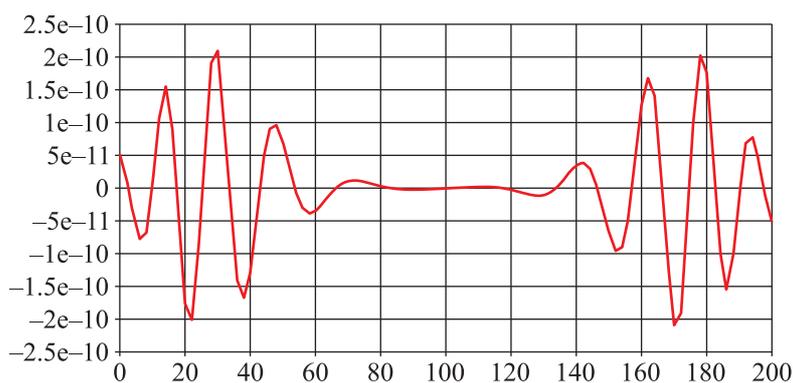
Рис. 3. Волновые поля для моделей с ледяным полем в момент времени $t = 0.075$ с для разных положений источника сейсмического сигнала: а) для источника на поверхности льда; б) для источника на границе «лед–вода»

Изучались значения продольной компоненты скорости сейсмических волн в слое льда для различных положений источника. Были построены графики значений продольной компоненты скорости в слое льда в зависимости от координаты по оси x для центрального среза по оси y . График для модели с сейсмическим источником на поверхности льда представлен на рис. 4, *а*, для модели с источником на границе «лед–вода» — на рис. 4, *б*. Из рис. 4 следует, что максимальные значения продольной компоненты скорости сейсмических волн в слое льда меньше для случая расположения источника импульса на поверхности льда (рис. 4, *а*), чем для случая расположения источника на границе «лед–вода» (рис. 4, *б*).

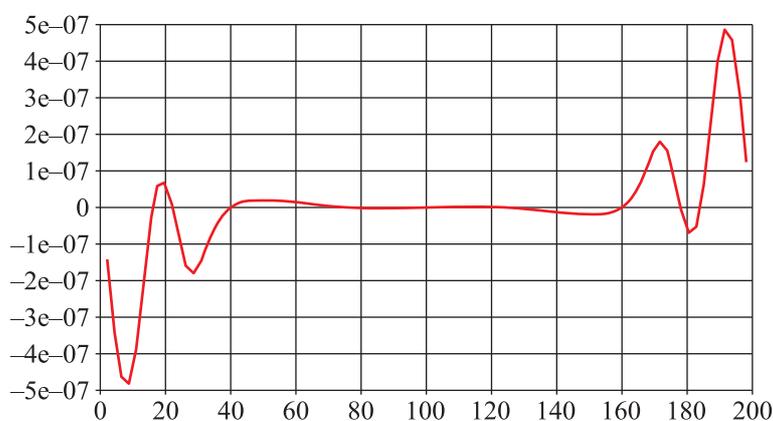
Были получены сейсмограммы горизонтальных компонент скорости для моделей с ледяным полем с различным положением сейсмического источника: с источником на поверхности льда (рис. 5, *а*) и с источником на границе «лед–вода» (рис. 5, *б*). Сейсмограмма на рис. 5, *а* менее зашумлена по сравнению с сейсмограммой на рис. 5, *б*. Аналогично полученным результатам графиков продольных компонент скорости на рис. 4 сейсмограммы также показывают лучшее отображение горизонтальных компонент скорости сейсмических волн для модели с ледяным полем в случае расположения источника импульса на поверхности льда по сравнению с расположением источника на границе «лед–вода».

Выводы

В данной работе приведены результаты численного моделирования распространения сейсмических волн в трехмерных моделях с ледяным полем. Дано подробное описание математической модели и определяющих уравнений, описывающих слои модели. Приведено описание сеточно-характеристического метода, который использовался во всех расчетах.

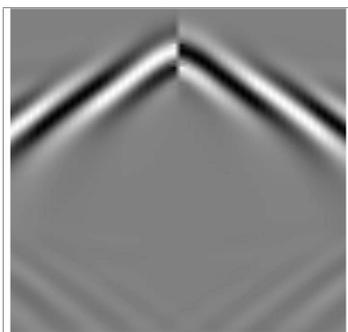


(а) График зависимости значений продольной компоненты скорости сейсмических волн от координаты по оси x в слое льда в момент времени $t = 0.075$ с для модели с ледяным полем. Сейсмический источник — на поверхности льда

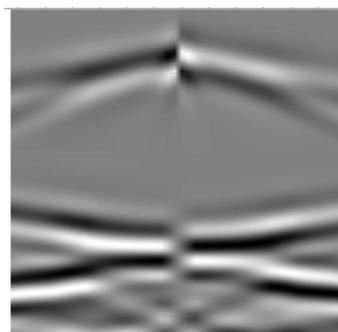


(б) График зависимости значений продольной компоненты скорости сейсмических волн от координаты по оси x в слое льда в момент времени $t = 0.075$ с для модели с ледяным полем. Сейсмический источник — на границе «лед-вода»

Рис. 4. Графики зависимости значений продольной компоненты скорости сейсмических волн от координаты по оси x в слое льда в момент времени $t = 0.075$ с для разных положений источника сейсмического сигнала: а) для источника на поверхности льда; б) для источника на границе «лед-вода»



(а) Сейсмограмма горизонтальных компонент скорости сейсмических волн для модели с ледяным полем. Сейсмический источник — на поверхности льда



(б) Сейсмограмма горизонтальных компонент скорости сейсмических волн для модели с ледяным полем. Сейсмический источник — на границе «лед-вода»

Рис. 5. Сейсмограммы горизонтальных компонент скорости сейсмических волн для разных положений источника сейсмического сигнала: а) для источника на поверхности льда; б) для источника на границе «лед-вода»

Рассмотрены различные способы борьбы с кратными волнами в ледовых образованиях, применяемые во время проведения геологоразведочных работ на акватории арктического шельфа. В данной работе приведены результаты влияния постановки сейсмического источника импульса (на поверхности льда и на границе «лед–вода») на значения продольных компонент скорости в слое льда. Волновые картины и сейсмограммы показали лучшие результаты и, соответственно, меньшие значения продольных компонент скорости в слое льда для случая постановки сейсмического источника на поверхности льда.

В дальнейшем планируется провести моделирование распространения сейсмических волн в модели с ледяным полем с постановкой источника импульса с заглублением во льду на несколько сантиметров для сравнения со случаем постановки источника на поверхности льда.

Список литературы (References)

- Болгов М. В., Красножон Г. Ф., Любушин А. А.* Каспийское море: экстремальные гидрологические события. — М.: Наука, 2007. — С. 381.
Bolgov M. V., Krasnojon G. F., Lubushin A. A. Kaspiskoye more: ekstremal'nye gidrologicheskie sobyitiya [The Caspian sea: extreme hydrological events]. — Moscow: Nauka, 2007. — P. 381 (in Russian).
- Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М.* Вопросы механики разрушения льда и ледяного покрова при анализе ледяных нагрузок // Вести газовой науки. Современные подходы и перспективные технологии в проектах освоения нефтегазовых месторождений российского шельфа. — 2013. — Т. 4, № 3. — С. 104–112.
Goldstein R. V., Osipenko N. M. Voprosy mehaniki razrusheniya l'da i ledyanogo pokrova pri analize ledyanykh nagruzok [Question about mechanics of ice and ice cover destruction during the analysis of ice loads] // Vesti Gazovoy Nauki. Sovremennye podhody i perspektivnyye tehnologii v proektah osvoeniya neftegazovykh mestorozheniy rossiyskogo shelfa. — 2013. — Vol. 4, No. 3. — P. 104–112 (in Russian).
- Новацкий В.* Теория упругости. — М.: Мир, 1975. — С. 872.
Novatskiy V. Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. — Moscow: Mir, 1975. — P. 872 (in Russian).
- Новиков Ю. Н., Гажула С. В.* Особенности оценки месторождений углеводородного сырья Арктического шельфа России и их переоценки в соответствии с новой классификацией запасов // Нефтегазовая геология. Теория и практика. — 2008. — № 3.
Novikov U. N., Gzhula S. V. Osobennosti otcenki mestorozheniy uglevodorodnogo syriya Arkticheskogo shelfa Rossii i ih pereotcenki v sootvetstvi s novoy klassifikatsiey zapasov [Particularities of evaluation of hydrocarbon fields in the Arctic shelf of Russia and their overestimation according to a new deposits classification] // Neftegazovaya geologiya. Teoriya i praktika. — 2008. — No. 3 (in Russian).
- Русанов В. В.* Разностные схемы третьего порядка точности для сквозного счета разрывных решений // Докл. АН СССР. — 1968. — Т. 9, № 4. — С. 85–97.
Rusanov V. V. Raznostnyye shemy tret'ego poriyadka tochnosti dlya skvoznogo scheta razryvnykh resheniy [Differential schemes of third order of accuracy for transparent computations of discontinuous problems] // Dokl. AAN USSR. — 1968. — Vol. 9, No. 4. — P. 85–97 (in Russian).
- Backus M. M.* Water reverbration — their nature and elimination // Geophysics. — 1959. — Vol. 224. — P. 233–261.
- Favorskaya A. V.* The use of multiple waves to obtain information on an underlying geological structure // Procedia Computer Science. — 2018. — Vol. 126. — P. 1110–1119. — DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.048
- Favorskaya A. V., Breus A. V., Galitskii B. V.* Application of the grid-characteristic method to the seismic isolation model // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2019. — Vol. 133. — P. 167–184. — DOI: 10.1007/978-3-030-06228-6_15
- Foster D. J., Mosher C. C.* Suppression of multiple reflections using the Radon transform // Geophysics. — 1992. — Vol. 57, No. 3. — P. 386–395.
- Golubev V., Khokhlov N., Grigorievikh D., Favorskaya A.* Numerical simulation of destruction processes by the grid-characteristic method // Procedia Computer Science. — 2018. — Vol. 126. — P. 1281–1288. — DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.071

- Khokhlov N. I., Golubev V. I.* On the class of compact grid-characteristic schemes // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2019. — Vol. 133. — P. 64–77. — DOI: 10.1007/978-3-030-06228-6_7
- Landa E. I., Neklyudov D. A., Protasov M. I., Reshetova G. V., Khaidukov V. G., Tcheverda V. A.* Seismic shooting on floating ice: peculiarities of waves' propagation and noise suppression // Russian Journal of geophysical technologies. — 2004. — No. 2. — P. 57–68.
- Magomedov K. M., Kholodov A. S.* Grid characteristic methods. — Moscow: Nauka, 1988.
- Magomedov K. M., Kholodov A. S.* The construction of difference schemes for hyperbolic equations based on characteristic relations // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 1969. — Vol. 9, No. 2. — P. 158–176.
- Miryaha V. A., Petrov I. B.* Discontinuous Galerkin method for simulation of ice flow impact on vertical cylinder offshore structure // Matem. Mod. — 2018. — Vol. 30, No. 9. — P. 111–134.
- Muratov V., Petrov I., Leviant V.* Grid-characteristic method as optimal tool of fracture formations research // Saint Petersburg 2018: Innovations in Geosciences; Time for Breakthrough — 2018. — DOI: 10.3997/2214-4609.201800290
- Petrov I. B., Favorskaya A. V., Favorskaya M. N., Simakov S. S., Jain L. C.* Development and Applications of Computational Methods // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2019. — Vol. 133. — P. 3–7. — DOI: 10.1007/978-3-030-06228-6_1
- Stognii P. V., Petrov D. I., Khokhlov N. I., Petrov I. B.* Numerical modeling by grid-characteristic method of influence of ice formations on seismic replies // Matem. Mod. — 2018. — Vol. 30, No. 8. — P. 107–115.
- Stognii P. V., Khokhlov N. I.* 2D Seismic Prospecting of Gas Pockets // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2019. — Vol. 133. — P. 156–166. — DOI: 10.1007/978-3-030-06228-6_14