

УДК:519.6:536.24

Численное моделирование естественной конвекции неньютоновской жидкости в замкнутой полости

Д. С. Лоечко, М. А. Шеремет^а

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

E-mail: ^а sheremet@math.tsu.ru

Получено 02.08.2019, после доработки — 19.10.2019.

Принято к публикации 19.11.2019.

В настоящей работе рассматривался нестационарный процесс естественно-конвективного теплопереноса в замкнутой квадратной полости, заполненной неньютоновской жидкостью, при наличии локального изотермического источника энергии, который располагался на нижней стенке рассматриваемой области. Вертикальные границы считались изотермически охлаждающими, горизонтальные — полностью теплоизолированными. Характер поведения неньютоновской жидкости соответствовал степенному закону Оствальда–де-Вилла. Исследуемый процесс описывался нестационарными дифференциальными уравнениями в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура». Данная методика позволяет исключить поле давления из числа неизвестных параметров, а безразмеривание позволяет обобщить полученные результаты на множество физических постановок. Сформулированная математическая модель с соответствующими граничными условиями решалась на основе метода конечных разностей. Алгебраическое уравнение для функции тока решалось методом последовательной нижней релаксации. Дискретные аналоги уравнений дисперсии завихренности и энергии решались методом прогонки. Разработанный численный алгоритм был детально протестирован на классе модельных задач и получил хорошее согласование с другими авторами. Также в ходе исследования был проведен анализ влияния сеточных параметров на структуру течения в полости, на основе которого была выбрана оптимальная размерность сетки.

В результате численного моделирования нестационарных режимов естественной конвекции неньютоновской степенной жидкости в замкнутой квадратной полости с локальным изотермическим источником энергии был проведен анализ влияния характеризующих параметров: числа Рэлея в диапазоне 10^4 – 10^6 , индекса степенного закона $n = 0.6$ – 1.4 , а также положения нагревающего элемента на структуру течения и теплопереноса внутри полости. Анализ проводился на основе полученных распределений линий тока и изотерм в полости, а также на основе зависимостей среднего числа Нуссельта. В ходе работы установлено, что псевдопластические жидкости ($n < 1$) интенсифицируют теплообмен с поверхности нагревателя. Увеличение числа Рэлея и центральное расположение нагревающего элемента также соответствуют охлаждению источника тепла.

Ключевые слова: естественная конвекция, неньютоновская жидкость, локальный источник энергии

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-821.2019.8).

UDC: 519.6:536.24

Numerical modeling of the natural convection of a non-Newtonian fluid in a closed cavity

D. S. Loenko, M. A. Sheremet^a

National Research Tomsk State University,
36 Lenin av., Tomsk, 634050, Russia

E-mail: ^a sheremet@math.tsu.ru

Received 02.08.2019, after completion — 19.10.2019.

Accepted for publication 19.11.2019.

In this paper, a time-dependent natural convective heat transfer in a closed square cavity filled with non-Newtonian fluid was considered in the presence of an isothermal energy source located on the lower wall of the region under consideration. The vertical boundaries were kept at constant low temperature, while the horizontal walls were completely insulated. The behavior of a non-Newtonian fluid was described by the Ostwald de Ville power law. The process under study was described by transient partial differential equations using dimensionless non-primitive variables “stream function – vorticity – temperature”. This method allows excluding the pressure field from the number of unknown parameters, while the non-dimensionalization allows generalizing the obtained results to a variety of physical formulations. The considered mathematical model with the corresponding boundary conditions was solved on the basis of the finite difference method. The algebraic equation for the stream function was solved by the method of successive lower relaxation. Discrete analogs of the vorticity equation and energy equation were solved by the Thomas algorithm. The developed numerical algorithm was tested in detail on a class of model problems and good agreement with other authors was achieved. Also during the study, the mesh sensitivity analysis was performed that allows choosing the optimal mesh.

As a result of numerical simulation of unsteady natural convection of a non-Newtonian power-law fluid in a closed square cavity with a local isothermal energy source, the influence of governing parameters was analyzed including the impact of the Rayleigh number in the range 10^4 – 10^6 , power-law index $n = 0.6$ – 1.4 , and also the position of the heating element on the flow structure and heat transfer performance inside the cavity. The analysis was carried out on the basis of the obtained distributions of streamlines and isotherms in the cavity, as well as on the basis of the dependences of the average Nusselt number. As a result, it was established that pseudoplastic fluids ($n < 1$) intensify heat removal from the heater surface. The increase in the Rayleigh number and the central location of the heating element also correspond to the effective cooling of the heat source.

Keywords: natural convection, non-Newtonian fluid, local heat source

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 1, pp. 59–72 (Russian).

This work was supported by the Grants Council (under the President of the Russian Federation), Grant No. MD-821.2019.8.

1. Введение

Применение жидкостей в различных отраслях технических приложений является распространенным явлением, так же как и процесс естественной конвекции. Многие жидкости, встречающиеся в широком спектре научных отраслей, проявляют неньютоновские свойства. Более того, было установлено, что в жизни человека неньютоновские жидкости встречаются чаще, чем ньютоновские [Gangawane, Manikandan, 2017]. В качестве примера неньютоновских жидкостей можно рассмотреть различные суспензии, краски, масла, соусы, эмульсии, пены и т. д.

Так как неньютоновские жидкости отличаются от ньютоновских сред нелинейной зависимостью между напряжением сдвига и скоростью сдвига, то тепломассоперенос в них намного сложнее. В связи с этим изучение свойств течения и теплопередачи неньютоновских степенных жидкостей имеет большую значимость в развитии современного этапа науки в различных областях. Так, например, термогидравлические характеристики течения неньютоновских жидкостей в гофрированных каналах подробно рассматриваются в [Shubham et al., 2018]. Результаты показывают, что интенсификация теплопередачи для гофрированных каналов незначительна в случае малых амплитуд волнистости стенки канала, в то время как для более высокой амплитуды наблюдается значительное усиление теплообмена. Рост интенсивности теплообмена в таких каналах по сравнению с эквивалентными прямыми каналами уменьшается с увеличением индекса степенного закона. В работе [Dejam, 2018] проведено математическое моделирование течения неньютоновской степенной жидкости в канале с пористыми стенками. В результате было выявлено, что относительный коэффициент дисперсии для каналов с пористыми и чистыми стенками отражает формирование трех различных транспортных режимов: диффузионного, переходного и адвективного.

Явление конвективного тепломассопереноса в жидкостях играет важную роль в различных технических приложениях (охлаждение электронного оборудования; интенсификация теплообмена в солнечных коллекторах, теплообменном оборудовании; создание эффективной теплоизоляции зданий). Так, например, в работах [Мартюшев, Шеремет, 2012; Мартюшев и др., 2014] было проведено математическое моделирование сопряженной термогравитационной конвекции и поверхностного излучения в прозрачных для излучения средах. Авторами были получены распределения изолиний функции тока и температуры, отражающие интенсификацию теплообмена с ростом степени черноты ограждающих стенок. Численный анализ естественной конвекции неньютоновской жидкости над вертикальным проницаемым конусом в пористой среде в условиях равномерного выдува/всасывания был проведен в работе [Huang, 2018] с учетом эффектов Соре и Дюфура. В результате было установлено, что с увеличением показателя поведения степенной жидкости возрастают и число Нуссельта, и число Шервуда. В случае всасывания оба безразмерных комплекса увеличиваются, а выдувание оказывает обратное действие. Режимы вынужденной конвекции неньютоновской жидкости внутри пористой среды в условиях влияния однородного магнитного поля проанализированы в работе [Krishna, Reddy, 2018]. Было установлено, что для низких значений пористости преобладает кондуктивный механизм теплопереноса, при этом для более высоких значений пористости интенсивность конвекции существенно возрастает. Численный анализ сопряженной естественной конвекции в пористой среде, насыщенной газом, проведен в работе [Трифенова, Шеремет, 2013]. В ходе исследования выявлено доминирование кондуктивного механизма переноса тепла с уменьшением проницаемости среды, что приводит к снижению среднего числа Нуссельта.

Известно, что неньютоновская жидкость играет важную роль в пищевой, фармацевтической и нефтяной промышленности, поэтому существуют работы, посвященные различным технологиям обработки и транспорта таких жидкостей. Например, в исследовании [Zhang et al., 2017] рассматривается теплоперенос неньютоновских жидкостей в трубах с различным поперечным сечением. В результате было установлено, что распределение температуры во всех вариантах поперечного сечения трубы является аналогичным. Температура на стенках трубы высокая, а в центре осевого сечения — низкая. В работе [Klein et al., 2017] проводится поиск

оптимального расстояния между двумя прямыми трубками эллиптического сечения при вынужденной тепловой конвекции неньютоновской жидкости. В результате исследования было установлено, что в случае неньютоновских жидкостей трубы должны быть более тонкими с целью улучшения характеристик теплопередачи, чем для ньютоновских жидкостей. Результаты экспериментального и численного анализа гидродинамики неньютоновской жидкости внутри центробежного насоса представлены в [Aldi et al., 2017]. Эксперименты показали, что при высоких скоростях потока неньютоновских жидкостей с низким содержанием каолина наблюдалось небольшое снижение производительности насоса, а при высоком содержании — сильное снижение. В ходе исследования выявлено, что численные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. В статье [Lin et al., 2018] были проведены численные исследования гидродинамики и теплопереноса неньютоновской жидкости внутри кожухотрубного теплообменника при наличии эллиптических трубок и винтовых перегородок. Результаты показали, что увеличение геометрического параметра улучшает теплопередачу, но также приводит к более высокому падению давления.

Представленный небольшой обзор литературы отражает актуальность задач конвективного теплопереноса, а также показывает необходимость изучения транспортных процессов в неньютоновских средах. При этом глубина исследований поведения неньютоновских сред значительно уступает степени проработки ньютоновских жидкостей.

В настоящей работе рассмотрена естественная конвекция неньютоновской жидкости в квадратной полости при наличии изотермического источника энергии. Данная задача является первым приближением к изучению вопросов охлаждения тепловыделяющих элементов в электронном оборудовании, теплообменной аппаратуре с использованием неньютоновских сред. Следует также отметить, что в рассматриваемой постановке задача имеет отношение также и к вопросам исследования теплопереноса в солнечных коллекторах, при обработке пищевых продуктов.

2. Математическая модель

В работе исследуется процесс свободно-конвективного теплопереноса в замкнутой квадратной полости при наличии локального изотермического источника энергии. Нагреватель расположен на нижней стенке и имеет постоянную высокую температуру T_h . Вертикальные стенки поддерживаются при постоянной температуре охлаждения T_c ($T_h > T_c$). Горизонтальные стенки считаются адиабатическими. Сила тяжести направлена вертикально вниз. Схема расчетной области представлена на рис. 1.

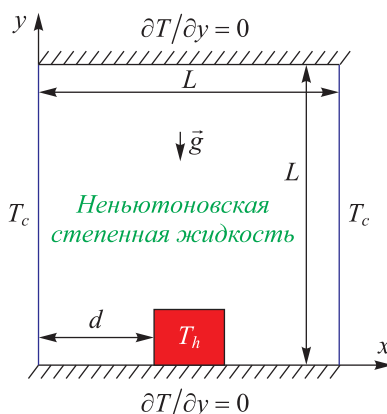


Рис. 1. Область решения задачи — замкнутая квадратная полость с характерным размером L , где x, y — декартовы координаты, T_c, T_h — температура охлаждающих стенок и источника соответственно ($T_h > T_c$), d — расстояние между левой вертикальной стенкой области и нагревателем, \vec{g} — ускорение свободного падения, $\partial T / \partial y = 0$ характеризует теплоизоляцию горизонтальных стенок

При математическом моделировании предполагается, что среда в полости является неньютоновской степенной жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Для описания неньютоновского характера течения применяется степенной закон Оствальда–де-Вилла [Khez-zar et al., 2012]:

$$\tau_{ij} = 2\mu_{eff} D_{ij} = 2K (2D_{kl} D_{kl})^{\frac{n-1}{2}} D_{ij}. \quad (1)$$

Здесь $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ — компоненты тензора скоростей деформации; u_i, u_j — компоненты вектора скорости, соответствующие координатам x_i, x_j ; μ_{eff} — эффективный коэффициент вязкости; K — коэффициент густоты потока; n — показатель поведения жидкости.

Дифференциальные уравнения, описывающие анализируемый процесс в размерных переменных «скорость–давление», имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + g\beta(T - T_0), \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (5)$$

Здесь x, y — координаты декартовой системы; t — время; u, v — составляющие вектора скорости в проекциях на оси x, y соответственно; p — давление; ρ — среднее значение плотности; $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$ — компоненты девиаторной части тензора напряжений; T — температура.

С целью исключения поля давления и сокращения времени счета вводятся следующие гидродинамические функции: функция тока ψ ($u = \partial\psi/\partial y, v = -\partial\psi/\partial x$) и завихренность ω ($\omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$).

При обезразмеривании уравнений (2)–(5) в качестве масштаба длины выберем L , тогда безразмерные координаты приобретут вид $X = x/L, Y = y/L$. Масштаб скорости — $v_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}$, где $\Delta T = T_h - T_c$, масштаб времени — $t_0 = L/v_0$, масштаб функции тока — $\psi_0 = v_0 L$, масштаб завихренности — $\omega_0 = v_0/L$. Тогда безразмерные искомые функции могут быть определены следующим образом: $\Psi = \psi/\psi_0, \Omega = \omega/\omega_0$ и $\Theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$.

Нестационарные дифференциальные уравнения, описывающие анализируемый процесс в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура», примут вид

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \left(\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \right)^{\frac{n-2}{2}} \left[\nabla^2 (\tilde{M}\Omega) + S_\Omega \right] + \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (8)$$

Безразмерная вязкость \tilde{M} и источниковый член S_Ω имеют вид

$$\tilde{M} = \left[4 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{и} \quad S_\Omega = 2 \left[\frac{\partial^2 \tilde{M}}{\partial X^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{M}}{\partial Y^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} - 2 \frac{\partial^2 \tilde{M}}{\partial X \partial Y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right].$$

Критерии подобия для системы (6)–(8): число Рэлея — $Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\tilde{\nu}a}$ и число Прандтля — $Pr = \frac{\tilde{\nu}}{a}$. Коэффициент эффективной кинетической вязкости определяется следующим образом

$$[\text{Khezzar et al., 2012}]: \tilde{\nu} = \left(\frac{K}{\rho} \right)^{\frac{1}{(2-n)}} \cdot L^{\frac{2(1-n)}{(2-n)}}.$$

Начальные и граничные условия для сформулированной системы дифференциальных уравнений (6)–(8) в безразмерном виде выглядят следующим образом:

$$\tau = 0 \rightarrow \Psi = \Omega = 0, \quad \Theta = 1;$$

$$\tau > 0 \rightarrow$$

$$X = 0 \text{ и } X = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Theta = 0;$$

$$Y = 0, \quad 0 \leq X \leq d/L \text{ и } d/L + 0.2 \leq X \leq 1, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0; \quad (9)$$

$$X = d/L \text{ и } X = d/L + 0.2, \quad 0 \leq Y \leq 0.2, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Theta = 1;$$

$$Y = 0.2, \quad d/L \leq X \leq d/L + 0.2, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \Theta = 1;$$

$$Y = 1, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0.$$

Сформулированная краевая задача для уравнений математической физики (6)–(9) решалась с помощью метода конечных разностей. Производные по пространственным координатам аппроксимировались со вторым порядком точности, а производные по времени — с первым порядком точности. Дискретный аналог уравнения Пуассона для функции тока (6) решался методом последовательной нижней релаксации [Пасконов и др., 1984; Шеремет, 2011]. Оптимальное значение параметра релаксации выбиралось с помощью численных экспериментов. Для преобразования двумерных уравнений параболического типа (7) и (8) в систему одномерных уравнений применялась локально-одномерная схема Самарского [Самарский, 1977; Шеремет, 2011]. Конвективные слагаемые аппроксимировались на основе схемы с донорными ячейками [Роуч, 1980]. Полученная система линейных алгебраических уравнений решалась с помощью метода прогонки [Шеремет, 2011].

Разработанный численный алгоритм и сформулированная математическая модель для решения поставленной задачи были протестированы на классе модельных задач. В качестве тестовой задачи было проведено исследование явления естественной конвекции неньютоновской степенной жидкости, находящейся в квадратной дифференциально-обогреваемой полости (левая стенка полости изотермически нагревается, правая стенка полости изотермически охлаждается, а горизонтальные стенки являются адиабатическими (рис. 2)). Было проведено сравнение распределений линий тока в полости (рис. 3) при следующих параметрах: $Ra = 10^5$, $Pr = 10^2$, $n = 1.0$, $n = 1.4$. На рис. 3, а — результаты, полученные в настоящей работе на основе разработанного вычислительного алгоритма; на рис. 3, б — результаты, полученные в работе [Khezzar et al., 2012]. Верификация также проводилась на основе сравнения значений среднего числа

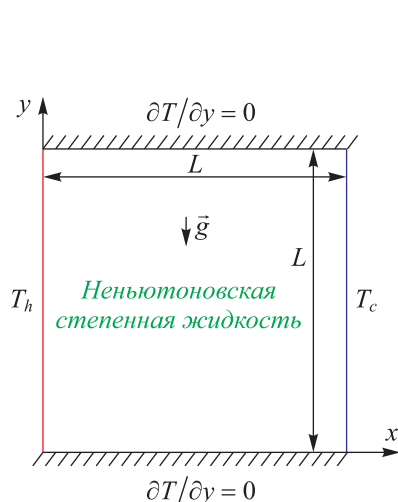


Рис. 2. Область решения тестовой задачи — замкнутая квадратная полость с характерным размером L , где x, y — декартовы координаты, T_c, T_h — температуры боковых стенок ($T_h > T_c$), \bar{g} — ускорение свободного падения, $\partial T/\partial y = 0$ характеризует теплоизоляцию горизонтальных стенок

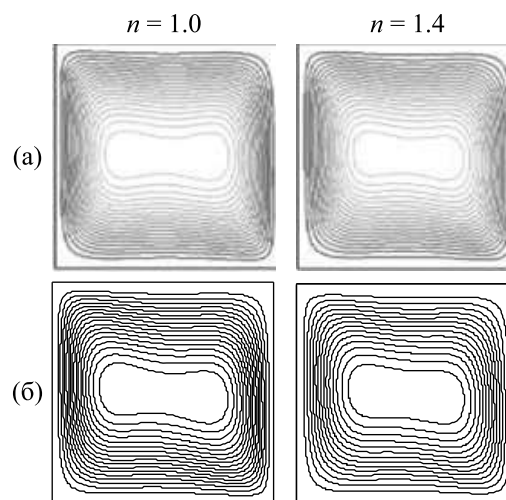


Рис. 3. Распределения линий тока, полученные в работе [Khezzar et al., 2012] (а), настоящие результаты (б) при $Ra = 10^5$, $Pr = 10^2$, $n = 1.0$ и 1.4

Таблица 1. Значения среднего числа Нуссельта на изотермической стенке в зависимости от показателя поведения жидкости n

n	Настоящие результаты	[Khezzar et al., 2012]	[Sojoudi et al., 2013]
0.6	7.3823	6.9345	7.020
0.8	5.6201	5.5127	—
1.0	4.7662	4.6993	4.741
1.2	4.2227	4.1709	—
1.4	3.8464	3.7869	3.770

Нуссельта на изотермической стенке полости, полученных в данном исследовании и авторами работ [Khezzar et al., 2012; Sojoudi et al., 2013]. Результаты данного сравнения приведены в таблице 1. Разработанный метод показал хорошее согласование с работами других авторов, что говорит о возможности его применимости в дальнейших исследованиях.

Для исследования влияния сеточных параметров была проведена оценка значений среднего числа Нуссельта на поверхности источника энергии $Nu_{avg} = \int_{\xi} \left(-\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{n}} \right) d\xi$. Зависимость

среднего числа Нуссельта от шага по времени $\delta\tau$ при $Ra = 10^5$, $Pr = 100$, $n = 0.8$ представлена на рис. 4. Видно, что шаги по времени 10^{-3} и 10^{-4} не приводят к значительным расхождениям, поэтому для сокращения времени вычислений был выбран оптимальный шаг по времени 10^{-3} .

Анализ влияния параметров пространственной сетки был проведен с использованием следующих разбиений области: 50×50 , 100×100 и 150×150 . Рис. 5 отражает влияние сеточных параметров при $Ra = 10^5$, $Pr = 100$, $n = 0.8$ на поведение среднего числа Нуссельта. Принимая во внимание представленные распределения, для проведения исследований была выбрана равномерная сетка размерности 100×100 .

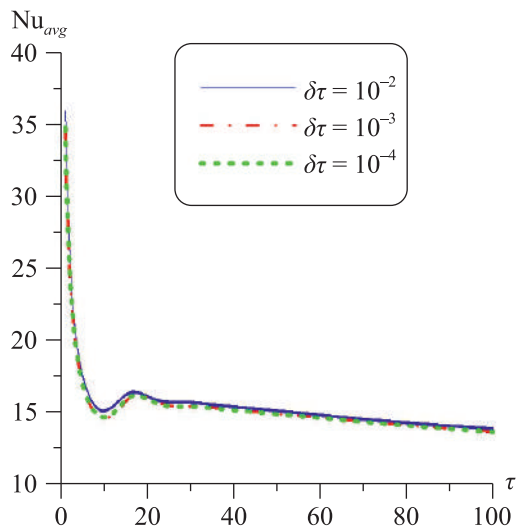


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта Nu_{avg} от шага по времени $\delta\tau$

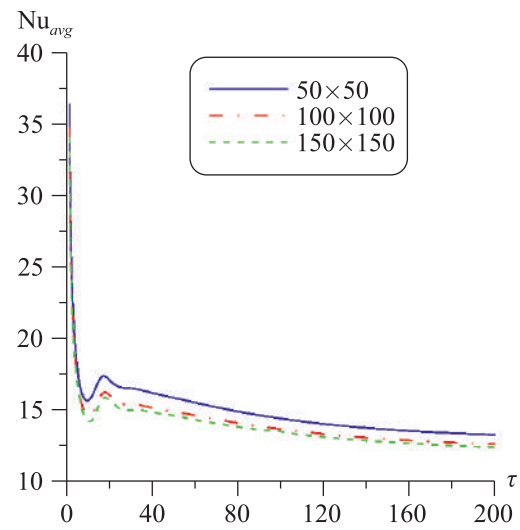


Рис. 5. Зависимость среднего числа Нуссельта Nu_{avg} от пространственных параметров

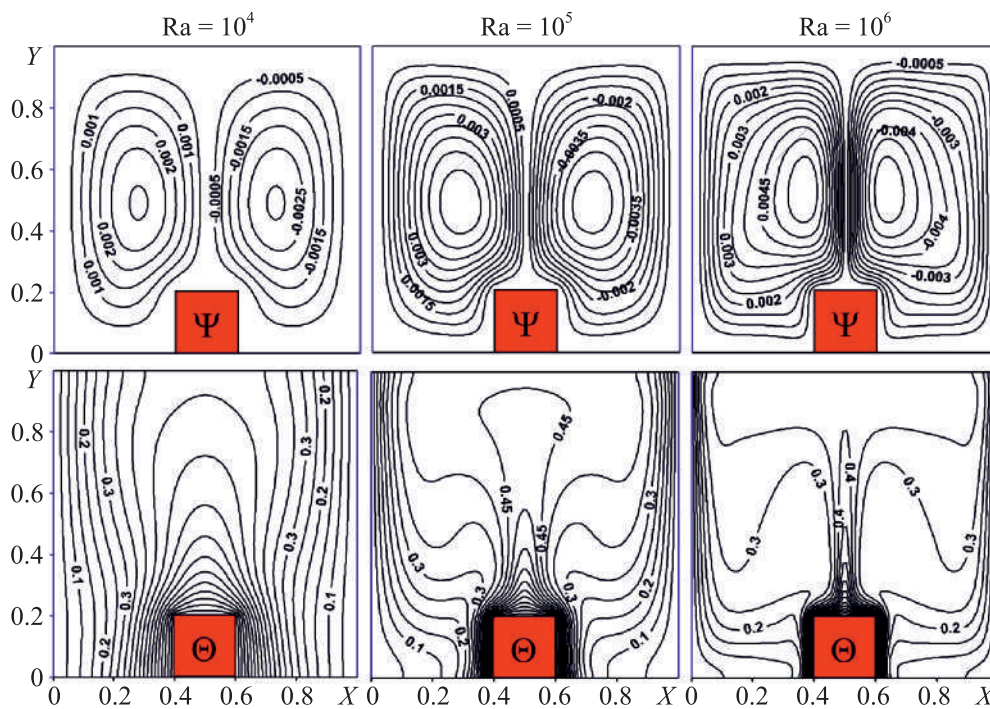
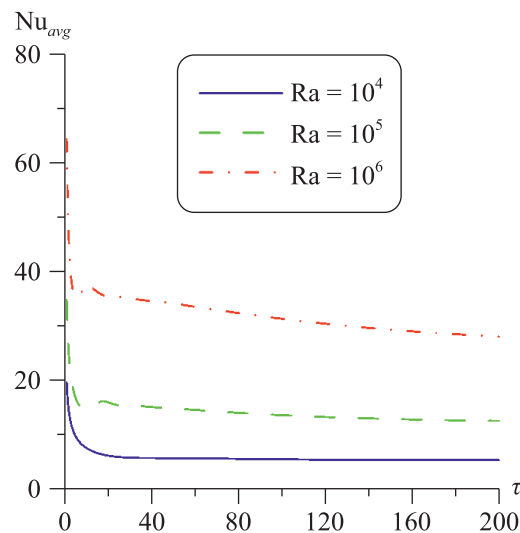
3. Результаты численного моделирования

Для исследования нестационарных режимов естественной конвекции в полости, заполненной неньютоновской средой, при наличии локального источника энергии был проведен анализ влияния числа Рэлея (Ra), показателя поведения жидкости (n) и расположения источника (d/L) на структуру течения и теплоперенос неньютоновской среды. Моделирование было проведено при следующих значениях определяющих параметров: число Рэлея $Ra = 10^4$ – 10^6 , число Прандтля $Pr = 100$, показатель поведения жидкости $n = 0.6$ – 1.4 . Следует отметить, что все рассматриваемые изолинии функции тока и температуры соответствуют стационарному режиму.

На рис. 6 представлено распределение линий тока и изотерм в зависимости от числа Ra при $n = 0.8$. Видно, что при $Ra = 10^4$ изотермы внутри полости распределяются квазипараллельно охлаждающим вертикальным стенкам, что соответствует доминированию кондуктивного механизма переноса энергии, а значит, интенсивность течения достаточно низкая. Соответственно, с ростом числа Рэлея происходит интенсификация теплообмена и конвективного течения жидкости в полости. Над источником энергии развивается двумерный тепловой факел, отражающий формирование зон температурной стратификации слева и справа от источника энергии. Однако, независимо от значения числа Рэлея, внутри полости образуются две рециркуляционные зоны, которые иллюстрируют формирование двух нисходящих потоков, вблизи охлаждающих вертикальных изотермических стенок и восходящего потока в центральной части полости над источником энергии. Ядра конвективных ячеек с ростом числа Рэлея смещаются в горизонтальном направлении, приближаясь к оси симметрии задачи.

На рис. 7 представлена зависимость среднего числа Нуссельта от времени и значений числа Рэлея. С ростом числа Рэлея наблюдается увеличение значений среднего числа Нуссельта, что говорит об усилении теплоотвода от источника энергии. А также, с увеличением Ra , процесс медленнее достигает установления.

На рис. 8 представлено влияние показателя поведения жидкости n на структуру течения и теплоперенос при $Ra = 10^5$. Следует отметить, что параметр n отражает характер связи между компонентами тензора скоростей деформации и тензора напряжений. Анализируя рис. 8, можно отметить, что увеличение показателя степени n приводит к ослаблению конвективного течения. Основная структура течения не терпит особых изменений: конвективные ячейки также расположены симметрично друг относительно друга, в центре области также присутствует восходящий поток от источника энергии, а вблизи охлаждающих вертикальных стенок — два

Рис. 6. Распределение линий тока Ψ и изотерм Θ при $n = 0.8$ для различных чисел РэлеяРис. 7. Зависимость среднего числа Нуссельта Nu_{avg} от числа Рэлея при $n = 0.8$

нисходящих потока. Следует также отметить, что с ростом показателя поведения жидкости пространственная ориентация конвективных ячеек не изменяется и не происходит смещения в горизонтальном направлении, как это было при увеличении числа Рэлея. С увеличением n возрастает вязкость неньютоновской среды внутри полости, вследствие чего можно наблюдать уменьшение скорости конвективного течения. При этом распределение температуры также изменяется, заметен более интенсивный прогрев полости.

Зависимость среднего числа Нуссельта на поверхности источника энергии от времени и показателя поведения жидкости представлена на рис. 9. Увеличение показателя поведения степенной жидкости приводит к уменьшению среднего значения числа Нуссельта, что соответствует ослаблению конвективного теплопереноса вблизи источника энергии. При этом уменьшается время, необходимое для установления процесса.

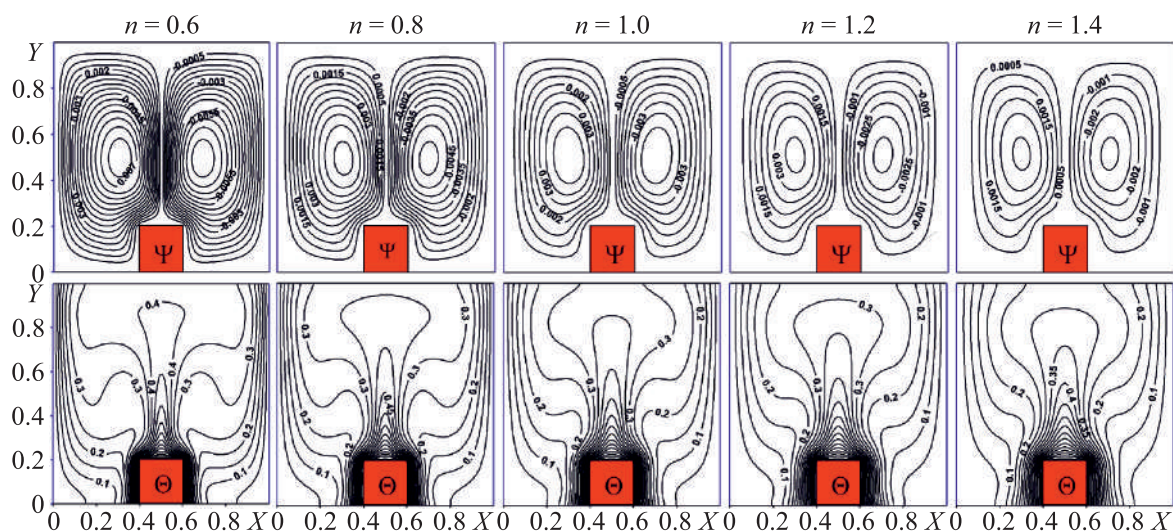


Рис. 8. Распределение линий тока Ψ и изотерм Θ при $Ra = 10^5$ и различных n

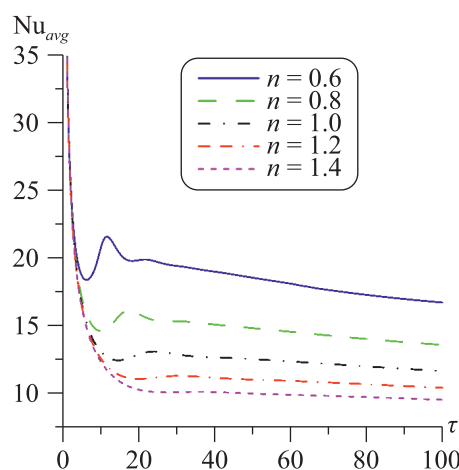


Рис. 9. Зависимость среднего числа Нуссельта Nu_{avg} от показателя поведения жидкости n при $Ra = 10^5$

Принимая во внимание отмеченную интенсификацию теплосъема с поверхности источника энергии в случае псевдопластической жидкости ($n < 1$), на рис. 10 изображены изолинии функции тока и температуры при $Ra = 10^5$, $n = 0.6$ и различных положениях нагревательного элемента.

Структура течения является симметричной относительно смещения нагревателя вдоль нижней адиабатической стенки на расстояние $\delta = d/L$ от левой вертикальной границы области. Наличие симметрии в представленных распределениях еще раз отражает правильную работу разработанного программного кода. Видно, что при малом отдалении нагревателя от охлаждающих стенок в центре квадратной полости образуется одна большая область конвективного течения. При этом для $\delta = 0.1$ и $\delta = 0.7$ формируется одна вторичная рециркуляционная зона вблизи охлаждающей стенки в верхнем левом и правом углу соответственно. При $\delta = 0.2$ и $\delta = 0.6$ образуется еще одна вторичная рециркуляционная ячейка между локальным источником энергии и ближайшей охлаждающей стенкой. В случае $\delta = 0.3$ и $\delta = 0.5$ рециркуляционные зоны сливаются в одну конвективную ячейку, что обусловлено наличием оптимального расстояния между источником энергии и вертикальной охлаждающей стенкой.

Изотермы также расположены симметрично относительно смещения источника энергии. Видно, что двумерный тепловой факел, формирующийся над источником энергии, стремится к охлаждающей стенке в случае смещения нагревательного элемента.

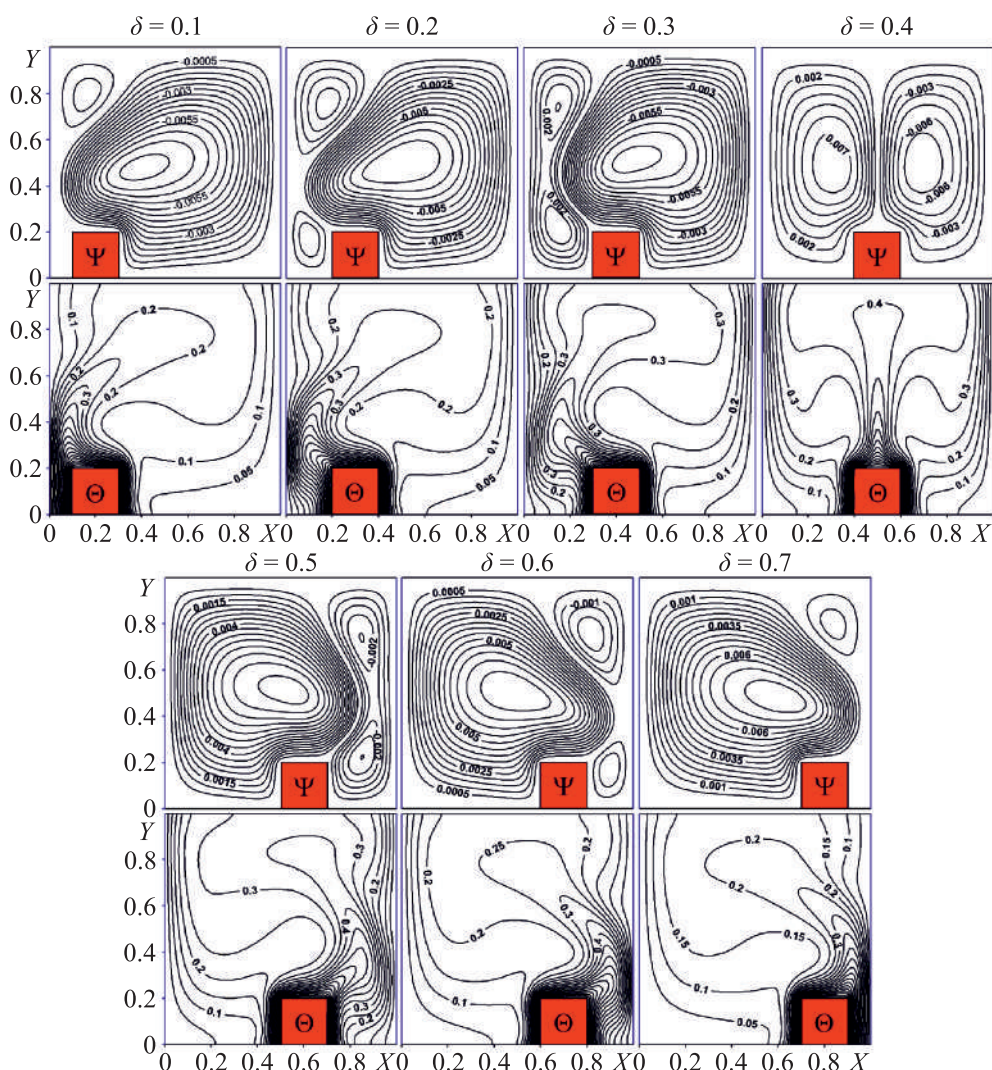


Рис. 10. Распределение линий тока Ψ и изотерм Θ при различных положениях источника энергии для $n = 0.6$ и $Ra = 10^5$

На рис. 11 представлено изменение среднего числа Нуссельта на поверхности источника энергии в зависимости от расположения нагревателя при $Ra = 10^5$ и различных n .

Следует отметить, что при симметричных положениях источника, таких как $\delta = 0.1$ и $\delta = 0.7$, $\delta = 0.2$ и $\delta = 0.6$, $\delta = 0.3$ и $\delta = 0.5$, распределения для среднего числа Нуссельта полностью совпадают, поэтому на рис. 11 представлены кривые, соответствующие только смещению источника энергии относительно левой вертикальной стенки. Рис. 11 полностью соответствует распределениям, представленным на рис. 8, где с ростом показателя поведения среды n значения среднего числа Нуссельта уменьшаются. При $n = 0.6$ требуется дополнительное время для теплового установления процесса, в то время как при $n = 1.4$ установление происходит очень быстро. Последнее можно объяснить существенным увеличением вязкости среды при $n > 1$ с ростом скоростей деформации. Однако с уменьшением индекса степенного закона $n < 1$ среднее значение числа Нуссельта увеличивается, что также соответствует усилению теплоотвода от источника.

Анализируя рис. 11, можно сделать вывод, что при смещении нагревающего элемента уменьшение значения среднего числа Нуссельта при увеличении показателя поведения жидкости происходит интенсивнее, чем при центральном положении. Данное явление связано с геометрией области решения задачи: в смещенном случае охлаждающая стенка находится ближе к нагревателю, чем в центральном положении.

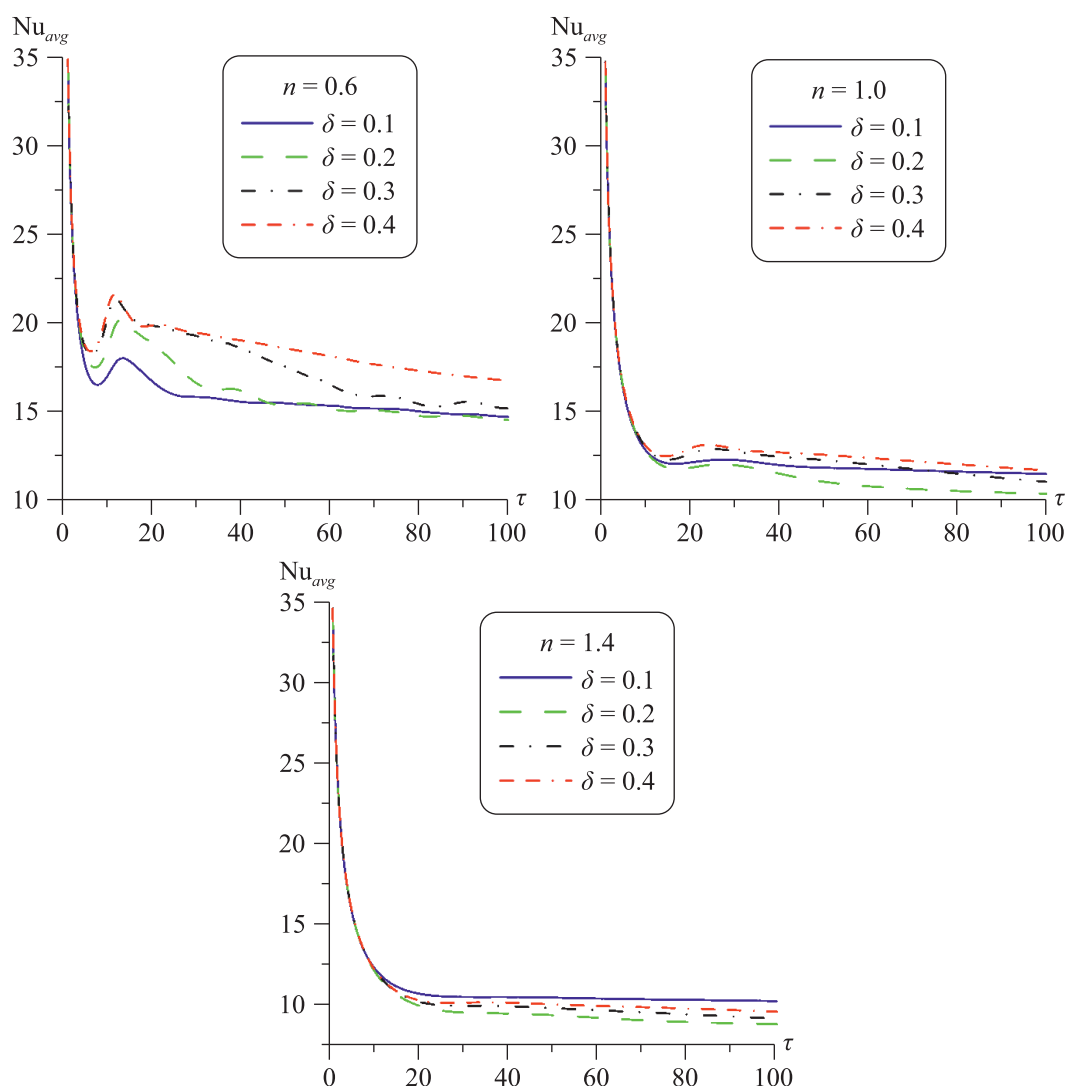


Рис. 11. Зависимость среднего числа Нуссельта для различных положений источника и различных n при $Ra = 10^5$

4. Заключение

Проведен численный анализ нестационарных режимов свободной конвекции степенной неньютоновской жидкости в замкнутой полости при наличии изотермического локального источника энергии. Анализ проводился в широком диапазоне изменения числа Рэлея $Ra = 10^4$ – 10^6 , показателя поведения жидкости $n = 0.6$ – 1.4 и положения источника энергии $\delta = d/L = 0.1$ – 0.7 . В результате исследования были получены распределения изолиний температуры и функции тока, а также установлены зависимости среднего числа Нуссельта от перечисленных выше параметров. Показано, что увеличение числа Рэлея приводит к интенсификации конвективного теплопереноса и гидродинамики. С ростом показателя поведения жидкости n происходит ослабление конвективного течения и теплопередачи. С ростом n значение среднего числа Нуссельта уменьшается, как и время, необходимое для установления процесса. При смещении локального источника энергии изолинии функции тока и температуры отражают формирование теплового факела, прижимающегося к вертикальной изотермической стенке. Уменьшение числа Нуссельта и скорости течения с ростом показателя поведения жидкости происходит интенсивнее в смещенном положении, чем в случае центрального расположения нагревателя.

Список литературы (References)

- Мартюшев С. Г., Шеремет М. А.* Численный анализ конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой воздушной полости с локальным источником энергии // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 3. — С. 383–396.
Martyushev S. G., Sheremet M. A. Chislennyy analiz konvektivno-radiatsionnogo teploperenosa v zamknutoy vozduшной polosti s lokalnim istochnikom energii [Numerical analysis of convective-radiative heat transfer in an air enclosure with a local heat source] // Komp'yuternyye Issledovaniya i Modelirovanie. — 2014. — Vol. 6, No. 3. — P. 383–396 (in Russian).
- Мартюшев С. Г., Мирошниченко И. В., Шеремет М. А.* Численный анализ сопряженной термогравитационной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутом кубе, заполненном диатермической средой // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2014. — Вып. 2. — С. 111–120.
Martyushev S. G., Miroshnichenko I. V., Sheremet M. A. Chislennyy analiz sopryazhennoy termogravitatsionnoy konveksii i teplovogo poverkhnostnogo izlucheniya v zamknutom kube, zapolnennom diatermicheskoy sredoy [Numerical analysis of conjugate thermogravitational convection and thermal surface radiation in a closed cube filled with diathermic medium] // Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternyye nauki. — 2014. — Vol. 2. — P. 111–120 (in Russian).
- Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984.
Paskonov V. M., Polezhaev V. I., Chudov L. A. Chislennoe modelirovanie processov teplo- i massoobmena [Numerical simulation of heat and mass transfer processes]. — Moscow: Nauka, 1984 (in Russian).
- Роуч П. Дж.* Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980. — 616 с.
Rouch P. Dzh. Vychislitel'naya gidrodinamika [Computational Fluid Dynamics]. — Moscow: Mir, 1980. — 616 p. (in Russian).
- Самарский А. А.* Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
Samarskiy A. A. Teoriya raznostnykh skhem [Theory of difference schemes]. — Moscow: Nauka, 1977. — 656 p. (in Russian).
- Трифонов Т. А., Шеремет М. А.* Сравнительный анализ моделей Дарси и Бринкмана при исследовании нестационарных режимов сопряженной естественной конвекции в пористой цилиндрической области // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 4. — С. 623–634.
Trifonova T. A., Sheremet M. A. Sravnitel'nyy analiz modelei Darsi i Brinkmana pri issledovanii nestacionarnih rezhimov sopryazhennoi estestvennoy konveksii v poristoi cilindricheskoy oblasti [Comparative analysis of Darcy and Brinkman models for simulation of transient conjugate natural convection in a porous cylindrical region] // Computer Research and Modeling. — 2013. — Vol. 5, No. 4. — P. 623–634 (in Russian).
- Шеремет М. А.* Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. — Саарбрюккен: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. — 176 с.
Sheremet M. A. Sopryazhennyye zadachi yestestvennoy konveksii. Zamknutyye oblasti s lokal'nymi istochnikami teplovydeleniya [Conjugate problems of natural convection. Closed areas with local heat sources]. — Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. — 176 p.
- Aldi N., Buratto C., Casary N., Dainese D., Mazzanti V., Mollica F., Munary E., Occari M., Pinelli M., Randi S., Spina P. R., Suman A.* Experimental and Numerical Analysis of a non-Newtonian Fluids processing pump // Energy Procedia. — 2017. — Vol. 126. — P. 762–769.
- Dejam M.* Dispersion in non-Newtonian fluid flows in a conduit with porous walls // Chemical Engineering Science. — 2018. — Vol. 189. — P. 296–310.
- Gangawane K. M., Manikandan B.* Laminar natural convection characteristics in an enclosure with heated hexagonal block for non-Newtonian power law fluids // Chin. J. Chem. Eng. — 2017. — Vol. 25. — P. 555–571.
- Huang C.-J.* Effects of internal heat generation and Soret/Dufour on natural convection of non-Newtonian fluids over a vertical permeable cone in a porous medium // Journal of King Saud University — Science. — 2018. — Vol. 30. — P. 106–111.

- Khezzar L., Siginer D., Vinogarov I.* Natural convection of power law fluids in inclined cavities // International Journal of Thermal Sciences. — 2012. — Vol. 53. — P. 8–17.
- Klein R. J., Bisemi C., Zinani F. S. F., Rocha L. A. O.* Design of tube arrangements for heat transfer to non-Newtonian fluids // International Journal of Mechanical Sciences. — 2017. — Vol. 133. — P. 590–597.
- Krishna M. V., Reddy G. S.* Forced Convective flow of Non-Newtonian fluid through Stumpy Permeable Porous Medium // Material Today: Proceeding. — 2018. — Vol. 5. — P. 175–183.
- Lin W., Ling Z., Fang X., Gao X., Zhang Zh.* Numerical investigation on non-Newtonian fluid flowing in heat exchanger with different elliptic aspect ratios and helical angles // Applied Thermal Engineering. — 2018. — Vol. 141. — P. 164–173.
- Shubham, Saikia A., Dalal A., Pati S.* Thermo-hydraulic transport characteristic of non-Newtonian fluid flows through corrugated channels // International Journal of Thermal Sciences. — 2018. — Vol. 129. — P. 201–208.
- Sojoudi A., Saha S. C., Gu Y. T., Hossian M. A.* Steady natural convection of non-Newtonian power law fluid in a trapezoidal enclosure // Advances in Mechanical Engineering. — 2013. — Vol. 2013. — P. 8.
- Zhang H., Kang Y., Xu T.* Study on Heat Transfer of Non-Newtonian Power Law Fluid in Pipes with Different Cross Section // Procedia Engineering. — 2017. — Vol. 205. — P. 3381–3388.