

УДК: 51-77

Режимы с обострением в истории человечества или воспоминания о будущем

С. Ю. Малков

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, факультет глобальных процессов,
Россия, 119991, ГСП-1, г. Москва, Ленинские горы, д. 1

E-mail: s@malkov.org

Получено 09.03.2019, после доработки — 03.08.2019.

Принято к публикации 05.08.2019.

В статье рассмотрены режимы с обострением в социальной и биологической истории. Проведен анализ возможных причин резкого ускорения биологических и социальных процессов в определенные исторические эпохи. С использованием математического моделирования показано, что гиперболические тренды в социальной и биологической эволюции могут быть следствием переходных процессов в периоды расширения экологических ниш. Ускорение биологического видообразования связано с тем, что более ранние виды своей жизнедеятельностью изменяют среду обитания, делая ее более разнообразной, насыщая органикой, тем самым создавая благоприятные условия для появления новых видов. В социальной истории расширение экологических ниш связано с технологическими революциями, важнейшими из которых были: неолитическая революция — переход от присваивающего хозяйства к производящему (10 тыс. лет назад), «городская революция» — переход от неолита к бронзовому веку (5 тыс. лет назад), «осевое время» — переход к массовому освоению железных орудий (2.5 тыс. лет назад), промышленная революция — переход от ручного труда к машинному (200 лет назад). Все эти технологические революции сопровождались резким демографическим ростом, изменениями в социальной и политической сферах. Так, наблюдаемый в последние столетия гиперболический характер роста некоторых демографических, экономических и других показателей мировой динамики — это следствие переходных процессов, начавшихся вследствие промышленной революции (замены ручного труда машинным) и предвещающих переход общества на новую стадию своего развития. Точка сингулярности гиперболического тренда характеризует окончание начального этапа этого процесса и переход к завершающей его стадии. Предложена математическая модель, описывающая демографические и экономические изменения в эпохи перемен. Показано, что прямым аналогом современной ситуации в этом смысле является «осевое время» (период с 8 века до нашей эры до начала нашей эры). Наличие такой аналогии позволяет заглянуть в будущее, изучая прошлое.

Ключевые слова: биологическая и социальная эволюция, гиперболический рост, переходные процессы, стабилизация

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-06-00464).

UDC: 51-77

Regimes with exacerbation in the history of mankind or memories of the future

S. Yu. Malkov

Lomonosov Moscow State University, the department of global processes,
1 Leninskiye Gory, GSP-1, Moscow, 119991, Russia

E-mail: s@mallkov.org

Received 09.03.2019, after completion — 03.08.2019.

Accepted for publication 05.08.2019.

The article describes the modes with the exacerbation of social and biological history. The analysis of the possible causes of the sharp acceleration of biological and social processes in certain historical periods is carried out. Using mathematical modeling shows that hyperbolic trends in social and biological evolution may be the result of transitional processes in periods of expansion of ecological niches. Accelerating biological speciation due to the fact that its earlier life change inhabitancy, making it more diverse, saturating the organic, thus creating favourable conditions for the emergence of new species. In the social history of the expansion of ecological niches associated with technological revolutions, of which the most important were: Neolithic revolution — the transition from appropriating economy to producing economy (10 thousand years ago), “urban revolution” — a shift from the Neolithic epoch to the bronze epoch (5 thousand years ago), the “axial age” — transition to the development of iron tools (2.5 thousand years ago), the industrial revolution — the transition from manual labor to machine production (200 years ago). All of these technological revolutions have been accompanied by dramatic population growth, changes in social and political spheres. So, observed in the last century, hyperbolic nature of some demographic, economic growth and other indicators of world dynamics is a consequence of the transition process, which began as a result of the industrial revolution and to prepare for the transition of the society to a new stage of its development. Singularity point of hyperbolic trend shows the end of the initial phase of the process and marks the transition to the final stage. The mathematical model describing the demographic and economic changes in the era of change is proposed. It is shown that a direct analogue of the contemporary situation in this sense is the “axial age” (since 8 century BC to the beginning of our era). The existence of this analogy allows you to see into the future by studying the past.

Keywords: biological and social evolution, hyperbolic growth, transients, stabilization

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2019, vol. 11, no. 5, pp. 931–947 (Russian).

The work was supported by RFBR (No. 17-06-00464).

1. Введение. Загадка сингулярности

В последние годы в научной и популярной литературе все чаще обсуждается тема сингулярности в истории. Различные авторы пишут о биологической [Марков, Коротаев, 2007, 2008; Марков и др., 2010; Grinin et al., 2013], эволюционной [Панов, 2005, 2008; Добролюбов, 2016; Коротаев, 2006; Коротаев и др., 2007b; Цирель, 2012], демографической [Белавин и др., 1998; Коротаев и др., 2008; Куркина, Куретова, 2013; Foerster et al., 1960], технологической [Kurzweil, 2005; Назаретян, 2013, 2015] сингулярности, и этот список только расширяется. Суть проблемы в том, что проводимая различными исследователями математическая экстраполяция в будущее некоторых глобальных процессов дает удивительный результат. Оказывается, что эти процессы развиваются с ускорением, но не просто с ускорением экспоненциального типа, которое является привычным и естественным для многих природных и социально-экономических процессов, а с ускорением по гиперболическому закону, имеющему *точку сингулярности*¹, причем эта гипербола уходит в бесконечность в ближайшие годы или десятилетия. То есть формально получается, что в ближайший период времени должно произойти что-то из ряда вон выходящее, что кардинально изменит ход событий, имевший место на протяжении тысяч, миллионов и даже сотен миллионов лет. В качестве примера можно привести данные из работы А. Д. Панова [Панов, 2008] (см. таблицу 1).

Данные из таблицы можно представить в виде графика (см. рис. 1).

На рисунке представлен ряд, отображающий «планетарные революции» по классификации А. Д. Панова [Панов, 2008], и гиперболическая аппроксимация этого ряда в предположении, что точка сингулярности t^* имеет место в 2019 году (в координатах рисунка гиперболическая аппроксимация имеет вид прямой линии). Видно, что качество гиперболической аппроксимации очень высокое.

Таблица 1. «Планетарные революции» по А. Д. Панову [Панов, 2008]

№ п/п	Планетарная революция	Количество лет от 2019 г.
0	Возникновение жизни на Земле: около $4 \cdot 10^9$ лет назад	4000000000
1	Кислородный кризис или неопротерозойская революция: $1.5 \cdot 10^9$ лет назад	1500000000
2	Кембрийский взрыв: $590-510 \cdot 10^6$ лет назад	550000000
3	Начало мезозойской эры, революция пресмыкающихся: $235 \cdot 10^6$ лет назад	232000000
4	Начало кайнозойской эры, революция млекопитающих: $66 \cdot 10^6$ лет назад	66000000
5	Начало неогена: $25-20 \cdot 10^6$ лет назад	22500000
6	Начало четвертичного периода (антропоген): $4.4 \cdot 10^6$ лет назад	4400000
7	Олдувай, палеолитическая революция: $2.0-1.6 \cdot 10^6$ лет назад	1800000
8	Шелль: $0.7-0.6 \cdot 10^6$ лет назад	650000
9	Ашель: $0.4 \cdot 10^6$ лет назад	400000
10	Мустье (культурная революция неандертальцев): 150–100 тыс. лет назад	125000
11	Верхнепалеолитическая революция (культурная революция кроманьонцев): 40 тыс. лет назад	40000
12	Неолитическая революция: 12–9 тыс. лет назад	10000
13	Городская революция, начало Древнего мира: IV–III тыс. до н. э.	5500
14	Железный век, эпоха империй, революция Осеевого времени: 800–500 лет до н. э.	2650
15	Гибель Древнего мира, начало Средневековья: 400–630 гг.	1500
16	Первая промышленная революция: 1450–1550 гг.	520
17	Вторая промышленная революция: 1830–1840 гг.	184
18	Информационная революция: 1950 г.	69
19	Кризис и распад социалистического лагеря, информационная глобализация: 1991 г.	28

¹ Точка сингулярности — точка на числовой оси, в которой график гиперболической функции уходит в бесконечность (поскольку знаменатель функции становится равным нулю).

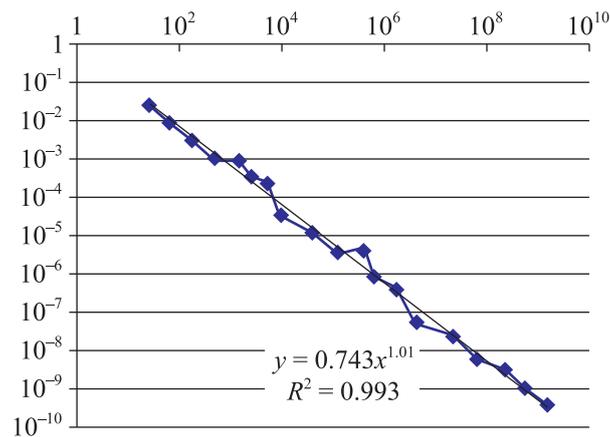


Рис. 1. Гиперболическая аппроксимация «планетарных революций» по А. Д. Панову [Панов, 2008]: точки на графике соответствуют событиям из таблицы 1; по оси ординат — величина, обратная времени от рассматриваемого события до 2019 г., по оси абсцисс — интервал времени между событиями (время измеряется в годах)

Аналогичные графики приводят и другие авторы (см., например, [Kurzweil, 2005; Назаретян, 2015]). Можно, конечно, подвергнуть сомнению правильность подбора событий, на основе которых делаются заключения этих авторов о приближении точки сингулярности, но есть и более аргументированные свидетельства, основанные на объективных статистических данных. Так, в работе [Марков, Коротаев, 2008] приведены количественные данные о динамике разнообразия фанерозойской биоты за период с 550 млн лет до нашей эры до наших дней. В работе показано, что эти данные хорошо (с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.95$) аппроксимируются гиперболой $N_t = 434\,635/(30 - t)$, где N_t — число родов морской и континентальной фанерозойской биоты, время t измеряется в млн лет, за нулевую точку на временной оси принята современная эпоха.

Еще одним примером являются данные о динамике численности населения Земли, приведенные на рис. 2.

В этом случае данные тоже на удивление хорошо аппроксимируются гиперболой. Фон Ферстер, впервые сделавший такую аппроксимацию для численности населения Земли, даже назвал свою статью, в которой были приведены результаты расчета, «Судный день: пятница, 13 ноября 2016 года» [Foerster et al., 1960], где дата 13.11.2026 г. означает вычисленную им точку сингулярности, когда гиперболический тренд уходит в бесконечность.

Возникает вопрос: что является причиной столь удивительного результата аппроксимации, является ли возникновение точек сингулярности при анализе глобальных процессов артефактом или это отражение реальной закономерности?

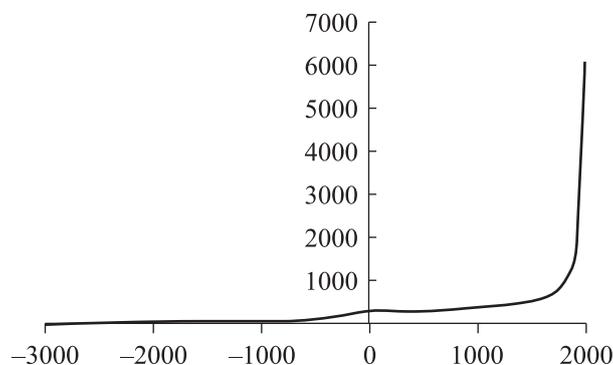


Рис. 2. Динамика численности населения Земли, млн чел.: по оси абсцисс — годы от начала нашей эры (источник данных: [Коротаев и др., 2007b; www.ggdc.net/maddison])

К настоящему времени высказано много комментариев по поводу опубликованных в научной и популярной литературе гиперболических аппроксимаций. Приведем лишь некоторые высказанные соображения.

1. В том случае, когда гиперболические аппроксимации опираются на выборку знаковых событий в истории, многое зависит от того, какие события считать знаковыми. В работе [Добролюбов, 2016] на эту тему был приведен остроумный мысленный эксперимент. Приведем отрывок из этой работы (см. [Добролюбов, 2016, с. 249–250]):

«Можно привести и другие примеры того, как различное толкование «быстрых» для современников изменений меняет результат всей «планетарной эволюции». Например, если бы мы оказались в Англии в разгар промышленной революции XIX в. и не знали о будущей цифровой революции, то фазовые переходы в самых разных сферах деятельности могли интерпретировать как вход технологической эволюции в режим с обострением, и тогда точка сингулярности эволюции оказалась бы в $t^* = 1834$ г. ...Можно и поток фазовых переходов начала XX в. (автомобиль, самолет, танк, кино, радио, ядерная физика, теория относительности и т. д.), которые, собственно, и породили современный мир, вывести в сингулярность 1914 г. и связать с социальной катастрофой Первой мировой войны. Но очевидно, что подобная связь технологического прогресса и социальных отношений слишком спекулятивна».

Действительно, выбор набора «быстрых» изменений во многом субъективен, но именно он определяет определяемую в результате аппроксимации конкретную дату сингулярности. Можно привести еще один любопытный пример (см. рис. 3).

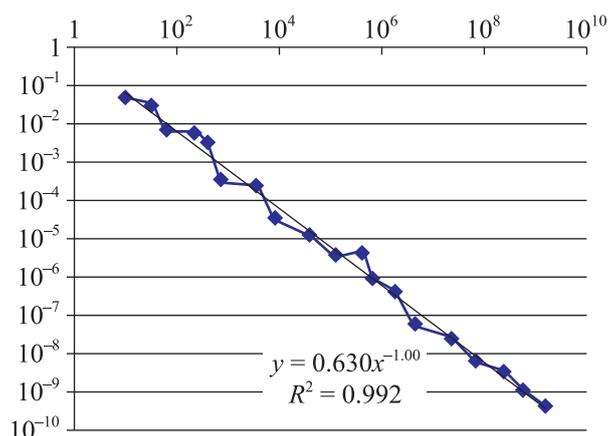


Рис. 3. Гиперболическая аппроксимация знаковых событий в истории с точки зрения христианина, жившего в Римской империи в эпоху правления Нерона: по оси ординат — величина, обратная времени от знакового события до 64 г., по оси абсцисс — интервал между знаковыми событиями (время измеряется в годах)

На рисунке представлены ряд, отображающий знаковые события с точки зрения христианина в первом веке нашей эры (см. таблицу 2), и гиперболическая аппроксимация этого ряда с точкой сингулярности в 64 году, когда Нерон поджег Рим и потом обвинил в этом христиан (таблица 2 получается из таблицы 1, которую использовал А. Д. Панов, путем замены пяти последних «быстрых» изменений на те, которые были актуальными для жителя Римской империи).

Видно, что рис. 1 и 3 практически идентичны (включая качество гиперболических аппроксимаций), но предрекают совершенно разные точки сингулярности: соответственно в 2019 и 64 г. н. э. Между прочим, христианами – современниками Нерона — этот император воспринимался как антихрист во плоти, а гонения на христиан после поджога Рима воспринимались как начало конца света, т. е., в современных терминах, как точка сингулярности. Недаром Апокалипсис был написан в первом веке в ожидании Армагеддона и второго пришествия Христа (т. е. в ожидании сингулярности, конца времен).

Таблица 2. «Планетарные революции» с точки зрения жителя Римской империи начала первого тысячелетия

№ п/п	Планетарная революция	Количество лет от 64 г. н. э.
0	Возникновение жизни на Земл: около $4 \cdot 10^9$ лет назад	4000000000
1	Кислородный кризис или неопротерозойская революция: $1.5 \cdot 10^9$ лет назад	1500000000
2	Кембрийский взрыв: $590-510 \cdot 10^6$ лет назад	550000000
3	Начало мезозойской эры, революция пресмыкающихся: $235 \cdot 10^6$ лет назад	232000000
4	Начало кайнозойской эры, революция млекопитающих: $66 \cdot 10^6$ лет назад	66000000
5	Начало неогена: $25-20 \cdot 10^6$ лет назад	22500000
6	Начало четвертичного периода (антропоген): $4.4 \cdot 10^6$ лет назад	4400000
7	Олдувай, палеолитическая революция: $2.0-1.6 \cdot 10^6$ лет назад	1800000
8	Шелль: $0.7-0.6 \cdot 10^6$ лет назад	650000
9	Ашель: $0.4 \cdot 10^6$ лет назад	400000
10	Мустье (культурная революция неандертальцев): 150–100 тыс. лет назад	123000
11	Верхнепалеолитическая революция (культурная революция кроманьонцев): 40 тыс. лет назад	38050
12	Неолитическая революция: 12–9 тыс. лет назад	8050
13	Городская революция, начало Древнего мира: IV–III тыс. до н. э.	3550
14	Железный век, эпоха империй, революция Осевого времени: 800–500 лет до н. э.	700
15	Александр Македонский: 330 г. до н. э.	490
16	Экспансия Рима: с середины II в. до н. э.	210
17	Рождение Иисуса: 0 г.	60
18	Распятие Иисуса: 33 г.	27
19	Нерон, император: 54 г.	6

2. Увеличение интервала между знаковыми событиями в прошлом отчасти объясняется тем, что близкие события нам кажутся более значащими. Кроме того, чем более удален в прошлое рассматриваемый период, тем меньше у нас о нем информации, и поэтому кажется, что значащих изменений на единицу времени было меньше. Это одна из причин того, что в один ряд помещаются такие события, как кембрийский взрыв и распад социалистического лагеря (см. таблицу 1).

3. Что касается рядов количественных показателей, подобных ряду на рис. 2, то тут необходимо иметь в виду следующее. При попытке аппроксимации процесса, состоящего из фаз медленного и быстрого развития, наилучший результат, как правило, дает аппроксимация гиперболой, а не экспонентой или полиномом. Обычно такие ситуации возникают, когда стабильный процесс завершается переходом в нестабильное состояние и запускается интенсивный переход системы в другое фазовое состояние. Здесь уместно соображение из работы [Добролюбов, 2016, с. 231]:

«При желании... быстрый процесс можно объединить с предыдущим стабильным состоянием системы и описать их одной гиперболической кривой, чем, собственно, и грешат математические подходы к реальным явлениям».

При всей справедливости этих комментариев остается загадкой то, почему аппроксимации разных авторов при всей субъективности используемых ими подходов дают схожий результат, а показатели степени гиперболических функций, получаемых в ходе аппроксимации, чрезвычайно близки к единице (речь идет о том, что наилучшими оказываются аппроксимирующие гиперболические функции вида

$$x(t) = \frac{C}{(t' - t)^m}, \quad (1)$$

где C — константа, t' — точка сингулярности (момент времени, когда функция $x(t)$ превращается в бесконечность), $m \approx 1$ — показатель степени).

Попробуем разобраться с этой ситуацией.

2. Режимы с обострением в биологической эволюции

Сразу озвучим предлагаемую гипотезу: гиперболический рост типа (1) возникает тогда, когда происходит фазовый переход сложной биологической системы из одного относительно стабильного состояния в другое. При этом показатель степени m в формуле (1) примерно равен единице, поскольку данный переходный процесс зависит от *взаимодействия* ключевых акторов. Ситуация взаимодействия на языке динамических уравнений описывается выражением типа

$$\frac{dx}{dt} \approx ax^2, \tag{2}$$

решением которого является функция $x(t)$ с показателем степени $m \approx 1$. Пока мы находимся в стадии переходного процесса, мы не знаем, чем и когда он окончится; мы видим только, что он идет по гиперболе (1), имеющей точку сингулярности t' , которая вызывает у нас тревожные ожидания и трепет. В действительности при приближении к точке сингулярности происходит переструктурирование системы, она преобразуется, меняет свой облик и продолжает жить в новом качестве.

Ниже приведено обоснование предлагаемой гипотезы.

Начнем с долгопериодных макроприродных процессов (первые семь позиций в таблице 1). Сделаем важное замечание, что последовательность «планетарных революций» выстроена в таблице 1 по отношению к биологической (а не, к примеру, геологической) эволюции. Поэтому в таблице замешаны геологические эры, периоды, эпохи, имеющие разный таксономический смысл, что, вообще говоря, некорректно. Если по той же методике, что на рис. 1, расположить не позиции таблицы 1, а геологические периоды от кембрия до четвертичного периода (антропогена)², отражающие геологическую и климатическую историю, то получится картина, представленная на рис. 4.

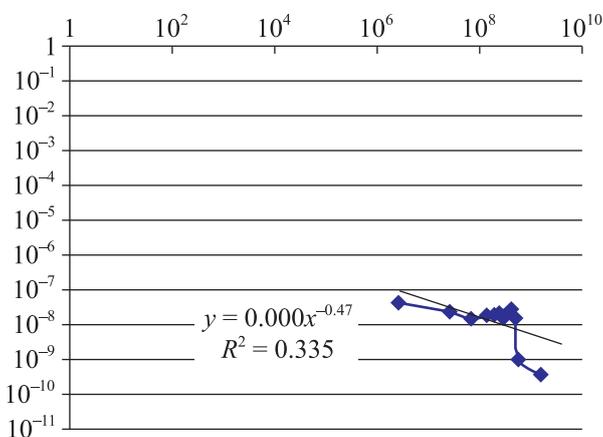


Рис. 4. Гиперболическая аппроксимация геологических периодов: по оси ординат — величина, обратная времени от рассматриваемого события до 2019 г., по оси абсцисс — интервал времени между событиями (время измеряется в годах)

Из рис. 4 (особенно при сопоставлении его с рис. 1) видно, что о гиперболической аппроксимации и о сингулярности в эволюции геологических процессов говорить не приходится: они живут своей жизнью, слабо связанной с жизнью биосферы.

В отношении биосферы действительно наблюдается гиперболическое убыстрение эволюции и увеличение многообразия. Но это биологическое многообразие не связано с человеческой

² Кембрий, ордовик, силур, девон, карбон, пермь, триас, юра, мел, палеоген, неоген, антропоген.

эволюцией³. Это следует из того, что в соответствии с приведенной выше аппроксимацией из работы [Марков, Коротаев, 2008] гиперболическая сингулярность биологической эволюции наступит примерно через 30 млн лет, а не в первой половине XXI века (как это следует из анализа человеческой эволюции [Панов, 2005, 2008]).

Причина гиперболического характера биологической эволюции, по-видимому, заключается в следующем. Увеличение видового многообразия — это процесс с обратной положительной связью. В биологии возникновение новых видов происходит за счет и благодаря уже существующим видам. Более ранние виды своей жизнедеятельностью изменяют среду обитания, делая ее более разнообразной, насыщая ее органикой, порождая новые биологические ниши (так, плодородные почвы есть продукт жизнедеятельности огромного количества предыдущих поколений живых организмов; кислород, без которого невозможна жизнь на Земле, — это продукт фотосинтеза растений и т. п.). Процесс увеличения видового многообразия с помощью упрощенной базовой математической модели может быть описан следующим образом. Рассмотрим эволюцию двух биологических сообществ, развивающихся в изолированных экологических нишах [Ризниченко, 2011]. На базовом уровне видовая динамика этих сообществ может быть описана уравнениями

$$\frac{dn_1}{dt} \approx \alpha_1 n_1 - \beta_1 n_1 - \gamma_1 n_1^2, \quad (3)$$

$$\frac{dn_2}{dt} \approx \alpha_2 n_2 - \beta_2 n_2 - \gamma_2 n_2^2, \quad (4)$$

где n_i — количество видов каждого из двух сообществ ($i = 1, 2$); α_i — коэффициенты, характеризующие скорость появления новых видов (например, в результате мутаций); β_i, γ_i — коэффициенты, характеризующие скорость гибели видов, причем член $\gamma_i n_i^2$ отражает эффект тесноты, то есть увеличение скорости гибели видов, когда экологическая ниша заполнена и ресурсы исчерпаны. Решение уравнений (3)–(4) имеет вид логистических кривых, вид которых изображен на рис. 5.

Логистическая динамика характеризуется тем, что после периода роста происходит торможение и стабилизация n_i вследствие исчерпания экологической ниши. При наступлении стабильного состояния рост видового разнообразия прекращается:

$$\frac{dn_1}{dt} = 0, \quad \frac{dn_2}{dt} = 0.$$

Т. е. в соответствии с (3)–(4) выполняются соотношения

$$\alpha_i n_i - \beta_i n_i - \gamma_i n_i^2 \approx 0, \quad (5)$$

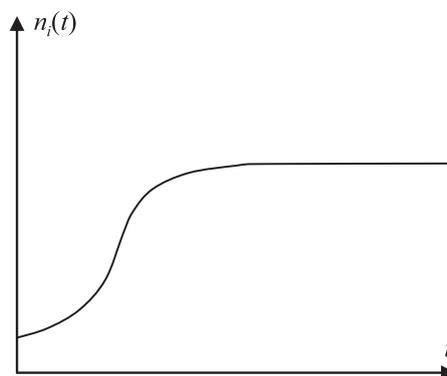


Рис. 5. Логистическая кривая динамики n_i в отсутствие расширения экологической ниши

³ Если не считать того, что в последние тысячелетия человек стал ощутимо влиять на биологическое многообразие в результате своего активного воздействия на природу.

а значения n_i устанавливаются на максимальном для них уровне:

$$n_{i \max} = \frac{\alpha_i - \beta_i}{\gamma_i}, \quad i = 1, 2.$$

Если же биологические сообщества начинают взаимодействовать, не конкурируя, а расширяя экологические ниши друг друга, то уравнения (3)–(4) преобразуются к виду

$$\frac{dn_1}{dt} \approx \alpha_1 n_1 - \beta_1 n_1 - \gamma_1 n_1^2 + \delta_1 n_1 n_2, \quad (6)$$

$$\frac{dn_2}{dt} \approx \alpha_2 n_2 - \beta_2 n_2 - \gamma_2 n_2^2 + \delta_2 n_1 n_2, \quad (7)$$

где δ_i — коэффициент, отражающий интенсивность взаимодействия, влияющего на расширение экологических ниш. Вследствие такого взаимодействия ограничения на рост n_i снимаются. Возникающую после этого динамику иллюстрирует рис. 6, где на фоне стабильного состояния в момент времени t_1 включается взаимодействие биологических сообществ, приводящее к расширению экологических ниш.

Естественно, после определенного времени возникнут ограничения на расширение экологических ниш, но на начальном этапе рост n_i идет в соответствии с приближенными уравнениями:

$$\frac{dn_1}{dt} \approx \delta_1 n_1 n_2, \quad \frac{dn_2}{dt} \approx \delta_2 n_1 n_2, \quad (8)$$

поскольку в исходном стабильном состоянии выполняется условие (4) и система (6)–(7) преобразуется в (8).

Можно показать, что система (8) при достаточно общих допущениях может быть преобразована в систему уравнений (9):

$$\frac{dn_1}{dt} \approx \delta_2 n_1^2, \quad \frac{dn_2}{dt} \approx \delta_1 n_2^2, \quad (9)$$

которые аналогичны (2) и соответственно описывают гиперболический рост $n_i(t)$ по типу (1) с показателем $m \approx 1$.

Так как биологические сообщества в результате своей жизнедеятельности постоянно насыщают среду обитания органикой, порождая новые экологические ниши, то процесс, описываемый уравнениями (6)–(7), не останавливается, создавая непрерывный переходный процесс увеличения многообразия и повышения специализации новых биологических видов (при том что в отдельные периоды могут наблюдаться определенные спады).

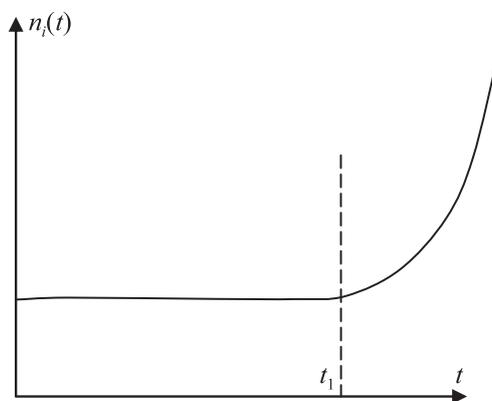


Рис. 6. Динамика n_i в случае, когда в момент времени t_1 начинается расширение экологических ниш в результате взаимодействия биологических сообществ в соответствии с уравнениями (6)–(7)

3. Режимы с обострением в истории человечества

Перейдем к процессам средней и относительно малой длительности, связанным с эволюцией человеческого общества (с восьмой по девятнадцатую позицию в таблице 1). Здесь основным количественным показателем является численность населения Земли (см. рис. 2). Отличие от рассмотренного выше случая биологической эволюции заключается в том, что человек научился *сам* расширять свою экологическую нишу и ресурсную базу, используя орудия труда и создавая новые технологии. В условиях ограниченной ресурсной базы численность человеческой популяции изменяется по логистическому закону (см. рис. 5) в соответствии с уравнением

$$\frac{dN}{dt} \approx \alpha N - \beta N - \gamma N^2, \quad (10)$$

где N — численность человеческой популяции, α — усредненный коэффициент рождаемости, β, γ — коэффициенты, характеризующие скорость гибели населения от природных (старость, болезни) и социальных (войны) причин, причем член γN^2 отражает эффект тесноты, т. е. увеличение скорости гибели населения, когда наблюдается острый дефицит ресурсов (голод, народные восстания, гражданские войны и т. п.) [Коротаев и др., 2007а; Малков, 2009]. Технологический прогресс снимает ресурсные ограничения и позволяет осваивать новые природные экологические ниши. В терминах модели технологический прогресс в основном влияет на снижение коэффициента γ , отражающего ограниченность ресурсов [Подлазов, 2002, 2017].

При этом нужно иметь в виду, что технологический прогресс происходит не непрерывно, а рывками, воспринимаемыми как «технологические революции», которые запускают целый пучок связанных друг с другом инноваций, преобразующих мир и инициирующих фазовый переход общества в качественно иное экономическое, социальное, политическое состояние. Динамика фазового перехода такова. Сначала общество находится в стабильном состоянии, определяемом уровнем традиционно используемых технологий. В этом состоянии численность населения стабильна, и справедливы соотношения

$$\frac{dN}{dt} \approx 0, \quad \alpha N - \beta N - \gamma N^2 \approx 0, \quad N \approx \frac{\alpha - \beta}{\gamma}. \quad (11)$$

Технологическая революция расширяет ресурсную базу общества и снижает значение γ до уровня γ' ($\gamma - \gamma' = \Delta\gamma$). Численность населения начинает расти от уровня $N = (\alpha - \beta)/\gamma$ в соответствии с уравнением

$$\frac{dN}{dt} \approx \alpha N - \beta N - \gamma' N^2, \quad (12)$$

где γ' становится переменной величиной, постепенно снижающейся по мере разворачивания технологической революции и реализации инноваций.

Динамика, описываемая этим уравнением, отражена на рис. 7.

Рисунок показывает, что в результате «технологической революции» (и соответствующего снижения значения γ) происходит своеобразный демографический взрыв, заканчивающийся тем, что численность популяции выходит на новый уровень, обеспечиваемый новыми технологиями, и стабилизируется на нем. Для нового стабильного состояния характерны соотношения

$$\frac{dN}{dt} \approx 0, \quad \alpha N - \beta N - \gamma' N^2 \approx 0, \quad N \approx \frac{\alpha - \beta}{\gamma'}, \quad (13)$$

которые будут выполняться до следующей «технологической революции»⁴.

⁴ Следует отметить, что уровень нового стабильного уровня численности населения определяется не только новым значением γ , но и новыми значениями α и β , определяющими динамику рождаемости и естественной смертности в «новом» обществе, изменившем свою социально-экономическую и демографическую структуру в результате произошедшей «технологической революции». Так, в современных развитых странах значение α снижается (в силу перехода от многодетной к малодетной модели семьи) при одновременном снижении значения β (в силу улучшения медицины и повышения продолжительности жизни).

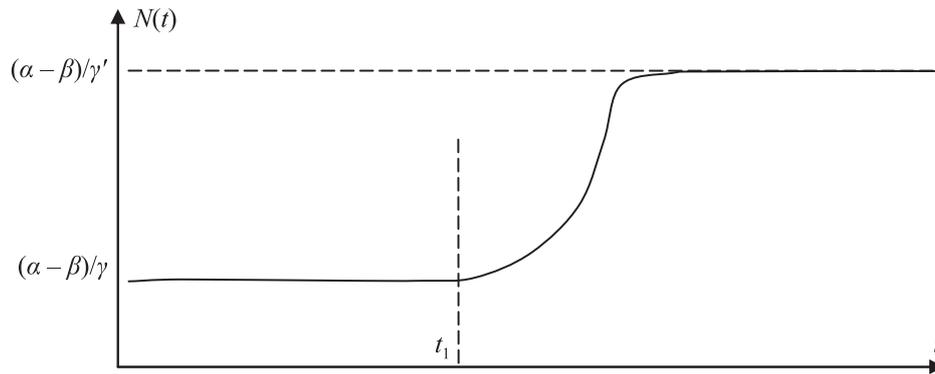


Рис. 7. Динамика N в случае, когда в исторический момент t_1 произошла технологическая революция

При этом, пока общество находится в переходной стадии и еще не знает, что его ожидает, ему будет казаться, что идет гиперболический рост N с близкой сингулярностью. Действительно, на начальной стадии переходного процесса, в силу справедливости соотношения (11), рост N описывается приближенным уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &\approx \alpha N - \beta N - \gamma' N^2 = \alpha N - \beta N - (\gamma - \Delta\gamma) N^2 = \\ &= (\alpha N - \beta N - \gamma N^2) + \Delta\gamma N^2 \approx \Delta\gamma N^2, \end{aligned} \tag{14}$$

которое является аналогом уравнения (2), т. е. уравнением гиперболического роста с показателем степени $m \approx 1$. Конечно, уравнение (14) носит весьма приближенный характер, кроме того, в нем не учтена в явном виде зависимость величины γ' от времени. Поэтому возникает вопрос: будет ли изменение величины γ' в процессе технологической революции таким, чтобы динамика N имела в переходный период вид гиперболы или чего-то близкого к гиперболе. Для ответа на этот вопрос необходимо дать содержательную и математическую трактовку процессам, которые отражает член γN^2 . Для этого представим (10) в виде

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N - \beta N - \gamma N^2 = rN \left(1 - \frac{\gamma}{r} N \right) = rN(1 - cN), \tag{15}$$

где r — коэффициент естественного прироста населения⁵ при отсутствии ресурсных ограничений ($r = \alpha - \beta$), c — переменный коэффициент, отражающий влияние эффекта тесноты, обусловленного с ресурсными ограничениями. В ряде работ (см., например, [Малков, 2009; Grinin et al., 2013]) предложена следующая трактовка члена cN в уравнении (15): этот член характеризует отношение ресурсной базы R_c , критически необходимой для устойчивого функционирования общества численностью N , к актуально имеющейся в рассматриваемый период времени ресурсной базе $R(t)$. То есть $cN = R_c/R(t) = x_c N/R(t)$, где x_c — величина ресурса, необходимого для физического выживания одного члена общества. Если $R_c/R(t) < 1$, то имеющихся ресурсов достаточно, и имеет место демографический рост (предполагается, что $r > 0$); если $R_c/R(t) = 1$, то ресурсы на пределе, и имеет место простое воспроизводство населения; если $R_c/R(t) > 1$, то ресурсов для простого воспроизводства недостаточно, и имеет место депопуляция⁶ [Нефедов, 2002, 2007]. С учетом этого уравнение может быть (15) представлено в виде

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{x_c N}{R(t)} \right). \tag{16}$$

⁵ Конкретное значение r для разных обществ может быть разным, поскольку оно определяется культурными факторами (малодетная или многодетная модель семьи), состоянием здравоохранения и т. д.

⁶ Здесь важно отметить, что депопуляция возможна и при $R_c/R(t) < 1$, если $r < 0$, т. е. если в обществе происходит переход от многодетной к малодетной модели семьи.

При $R(t) = R_0 = \text{const}$ (это условие имеет место, когда уровень развития жизнеобеспечивающих технологий не изменяется или меняется очень медленно, как это было, например, в Средневековье) уравнение (16) эквивалентно уравнению (10) с неизменным коэффициентом γ . В этом случае в конечном итоге в рассматриваемом регионе устанавливается численность населения, соответствующая максимальной демографической емкости территории: $N = R_0/x_c$.⁷

При наличии глобальных климатических изменений $R(t)$ может изменяться⁸, что неизбежно приводит к колебаниям в численности аграрных обществ [Малков, 2009], к массовым миграциям.

В эпохи «технологических революций» происходит рост величины $R(t)$, что влечет за собой рост $N(t)$. Динамика увеличения $R(t)$ в эпохи «технологических революций» может быть описана следующим образом. Пусть до «технологической революции» с помощью традиционных технологий⁹ был достигнут уровень ресурсного обеспечения R' . Пусть «технологическая революция», начавшаяся в момент времени t_0 , в конечном счете подняла ресурсное обеспечение до уровня R'' , который затем остается относительно стабильным до следующей «технологической революции». Тогда уравнение для роста ресурсной базы $R(t)$ с момента t_0 можно записать в виде

$$\frac{dR}{dt} = f(N, R) \left(1 - \frac{R}{R''}\right), \quad (17)$$

где первый множитель в правой части отражает скорость роста технологических нововведений (изобретений), расширяющих ресурсную базу, второй множитель отражает последующее торможение роста $R(t)$ вследствие исчерпания возможностей «технологической революции». Выражение для $f(N, R)$ по аналогии с [Kremer, 2005; Коротаев и др., 2007b] может быть записано в виде

$$f(N, R) = kN(R - R'), \quad (18)$$

где k — постоянный коэффициент. В соответствии с (18) скорость роста технологических нововведений пропорциональна количеству инноваторов (изобретателей), количество которых пропорционально N^{10} , а также уже имеющейся новой технологической базе (поскольку новые инновации и изобретения появляются как продолжение и развитие уже имеющихся). Таким образом, результирующее выражение для динамики $R(t)$ в эпоху технологической революции имеет вид

$$\frac{dR}{dt} = kN(R - R') \left(1 - \frac{R}{R''}\right). \quad (19)$$

В результате совместного решения уравнений (19) и (16) определяются изменения $R(t)$ и $N(t)$ в эпохи перемен (типичные графики приведены на рис. 8).

Видно, что в ходе технологической революции $N(t)$ растет по закону, близкому к гиперболическому (гиперболическая зависимость с точкой сингулярности $t' = 138$ изображена на рис. 8 пунктирной линией). Серьезные отклонения $N(t)$ от гиперболического закона начинают наблюдаться лишь в близкой окрестности от точки сингулярности.

Для современной эпохи гиперболическая асимптота была выявлена эмпирически фон Ферстером на основе статистической обработки демографических данных [Foerster et al., 1960]. Значение t' (точка сингулярности) оказалось при этом равным 2026 г. Понятно, что это не

⁷ При этом важно понимать, что в ходе «технологической революции», кроме всего прочего, происходит изменение величины x_c (достаточно сравнить ресурсы, необходимые для физического выживания одного члена аграрного общества и одного члена развитого индустриального общества, например жителя современного мегаполиса).

⁸ Это связано с изменением урожайности сельскохозяйственных культур, с изменением вегетационного периода, повышением/снижением засушливости и т. п.

⁹ Предполагается, что инновационный потенциал традиционных технологий уже исчерпан.

¹⁰ Количество изобретателей хотя и составляет небольшой процент от численности населения, но тем не менее чем больше N , тем больше изобретателей и, соответственно, тем больше изобретений.

«Судный день», а ориентировочная дата завершения начальной стадии переходного процесса, начавшегося двести лет назад промышленной революцией, к его завершающей стадии, которая должна закончиться формированием «нового» общества. Признаками перехода к завершающей стадии являются начавшееся торможение демографического роста, трансформация индустриального общества в информационное, глобализация экономических, информационных, политических процессов [Малков, Максимов, 2018]. По поводу того, каким будет «новое» общество, написано много работ, высказано много гипотез (см., например, [Добролюбов, 2016; Назаретян, 2015; Малков, Максимов, 2018] и др.); ясно одно — что оно будет принципиально новым.

Любопытно, что переходные демографические процессы, подобные тому, который происходит сейчас, в человеческой истории уже были [Коротаев и др., 2007b; Малков, Максимов, 2018]. Речь идет о неолитической революции (10 тыс. лет назад, переход от общества охотников-собирателей к обществу животноводов-земледельцев), о «городской революции» (5 тыс. лет назад, переход от эпохи неолита к эпохе бронзы, появление городов и ремесел), об «осевом времени» (2.5 тыс. лет назад, широкое распространение железных орудий и связанных с ними технологий). Каждый раз причиной изменений в обществе были «технологические революции», резко повышавшие производительность труда и возможности человека в различных сферах жизни, расширявшие ресурсную базу и приводящие к резкому увеличению численности человеческой популяции. Демографических данных, относящихся к первым двум революциям, немного, поэтому о количественном моделировании говорить сложно. Интересно более внимательно рассмотреть демографическую динамику «осевого времени», по которой есть более надежные и точные данные [Коротаев, Малков, Халтурина, 2007]. Уже на рис. 2 видно, что с 8 по 1 век до нашей эры происходил интенсивный рост населения. Масштабы этого роста кажутся незначительными, если сравнивать их с демографическим взрывом последних двух веков. Но ситуация сильно изменится, если рассматривать ее глазами современников тех событий. На рис. 9 показана демографическая динамика, как она виделась современникам в 200 г. до нашей эры, в 1 г. нашей эры и в 600 г. нашей эры.

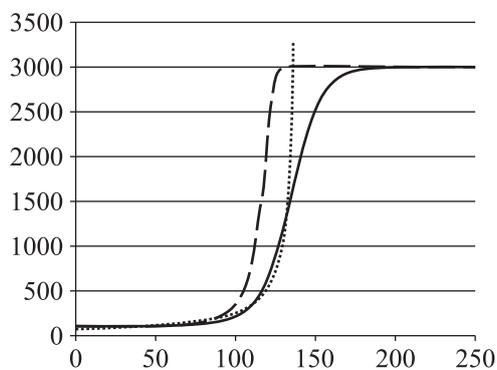


Рис. 8. Типовая динамика $N(t)$ (сплошная линия) и $R(t)$ (штриховая линия) в соответствии с уравнениями (16) и (19): по оси абсцисс — годы, по оси ординат — отн. ед., пунктирная линия — гипербола

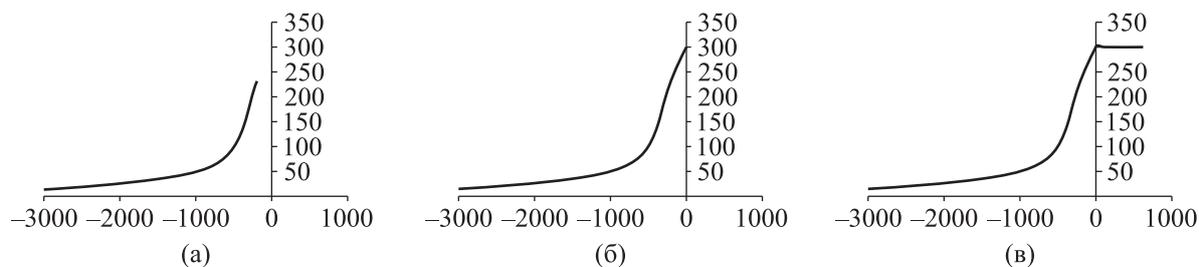


Рис. 9. Население Земли к 200 BC (а), к 1 AD (б) и к 600 AD (в), млн чел.: по оси абсцисс — время в годах (источник данных: [Коротаев и др., 2007b])

Видно, что к 600 г. н. э. переходный демографический процесс уже завершился (при этом произошел переход от Античности к Средневековью), к 1 г. н. э. стало явным торможение демографического роста (это время трансформации Римской республики в Римскую империю, завершение «локальной глобализации» на пространстве Средиземноморья). А в 200 г. до н. э. переходный процесс был еще в разгаре, демографическая кривая отлично аппроксимировалась гиперболой с точкой сингулярности в 1 г. н. э. и с показателем степени $m = 1.00$ (см. рис. 10).

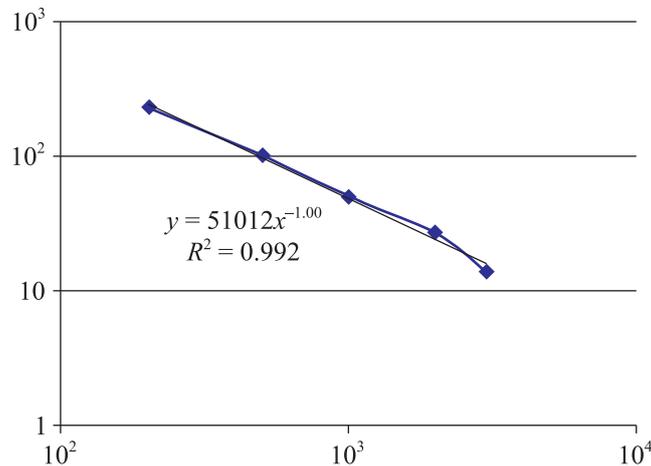


Рис. 10. Гиперболическая аппроксимация численности населения Земли в период с 3000 г. до н. э. до 200 г. до н. э., см. рис. 9, а (по данным [Коротаев и др., 2007b]): по оси ординат — величина, обратная времени от рассматриваемого события до 1 г. н. э., по оси абсцисс — интервал времени между событиями (время измеряется в годах)

Таким образом, рубеж тысячелетий — это эпоха, чрезвычайно схожая с нынешним временем [Малков, Максимов, 2018]: эпоха бурного экономического, технологического, демографического роста и одновременно эсхатологических предчувствий и ожидания конца света (см. рис. 3). В конечном итоге мир действительно кардинально изменился: произошел фазовый переход в новое состояние — от Античности к Средневековью. Начался новый исторический период, который длился до конца XVIII века, когда произошла очередная «технологическая революция», запустившая очередной фазовый переход.

Осталось разобраться, почему интервалы между очередными «технологическими революциями» уменьшаются: неолитическая революция произошла 10 тыс. лет назад, «городская революция» — 5 тыс. лет назад, «осевое время» — 2.5 тыс. лет назад, промышленная революция — 200 лет назад (мы используем такой перечень революций потому, что именно эти революции сопровождалась глобальными демографическими взрывами). На этот счет, как уже упоминалось выше, существует весьма аргументированное соображение, что скорость роста изобретений пропорциональна количеству изобретателей, которое составляет небольшую, но достаточно постоянную часть численности населения N [Kremer, 2005; Коротаев и др., 2007b] и приближенно может быть описана уравнением

$$\frac{dS}{dt} \approx aNS, \quad (20)$$

где S — количество технологических инноваций (это уравнение отражает тот факт, что скорость появления инноваций пропорциональна текущему технологическому уровню развития общества). Таким образом, получается, что рост числа инноваций и связанные с ними «технологические революции» приводят к росту населения, который в свою очередь убыстряет появление инноваций. Данная положительная обратная связь сокращает время между «технологическими революциями», что и наблюдается в человеческой истории.

4. Заключение

Все вышесказанное позволяет сформулировать следующие выводы.

1. Часто проводимое объединение биологической и социальной эволюций в публикациях, посвященных феномену сингулярности, является большой натяжкой (точнее, некорректностью). Общее между ними лишь то, что скорость изменений и в том и в другом случае носит **ускоряющийся** характер.

2. При этом эволюции живых организмов характерны обратные положительные и отрицательные связи в результате их **взаимодействия** (то есть пропорциональные N^2). Это приводит к зависимостям гиперболического типа в фазах ускорения и логистического типа в фазах замедления.

3. Общее ускорение **биологического** видообразования связано с тем, что более ранние виды своей жизнедеятельностью изменяют среду обитания, делая ее более разнообразной, насыщая органикой, порождая новые биологические ниши, тем самым создавая благоприятные условия для появления новых видов. Математическое моделирование и имеющиеся эмпирические данные показывают, что к настоящему времени динамика разнообразия биоты достаточно хорошо описывается гиперболическим трендом, который формально уходит в бесконечность примерно через 30 млн лет [Марков, Коротаев, 2008].

4. Для **социальной** эволюции тоже характерно ускорение, но широко обсуждаемые феномены технологической, демографической, социальной сингулярности во многом носят спекулятивный характер. Как показывает математическое моделирование, наблюдаемый в последние столетия гиперболический характер роста некоторых демографических, экономических и др. показателей — это следствие **переходных процессов**, начавшихся вследствие промышленной революции (замены ручного труда машинным) и предвещающих переход общества на новую стадию своего развития. Точка сингулярности гиперболического тренда характеризует окончание начального этапа этого процесса и переход к завершающей его стадии. Прямым аналогом современной ситуации в этом смысле является «осевое время» (период с 8 века до нашей эры до начала нашей эры). Наличие такой аналогии позволяет заглянуть в будущее при изучении прошлого.

Список литературы (References)

- Белавин В. А., Капица С. П., Курдюмов С. П. Математическая модель глобальных демографических процессов с учетом пространственного распределения // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1998. — № 38 (6). — С. 885–902.
- Belavin V. A., Kapitsa S. P., Kurdyumov S. P. Matematicheskaya model' global'nykh demograficheskikh processov s uchetom prostranstvennogo raspredeleniya [Mathematical model of global demographic processes, taking into account the spatial distribution] // Journal of computational mathematics and mathematical physics. — 1998. — No. 38 (6). — P. 885–902 (in Russian).
- Добролюбов С. В. Глобальное общество как точка сингулярности и фазового перехода к новому типу социальной эволюции // Эволюция. — 2016. — № 8. — С. 229–262.
- Dobrolyubov S. V. Global'noe obshchestvo kak tochka singulyarnosti i fazovogo perexoda k novomu tipu social'noj evolyucii [Global society as the point of singularity and a phase transition to a new type of social evolution] // Evolution. — 2016. — No. 8. — P. 229–262 (in Russian).
- Коротаев А. В. Периодизация истории Мир-Системы и математические макромоделли социально-исторических процессов // История и математика. Проблемы периодизации исторических макропроцессов / ред. Л. Е. Гринин, А. В. Коротаев, С. Ю. Малков. — М.: УРСС, 2006. — С. 116–167.
- Korotaev A. V. Periodizaciya istorii Mir-Sistemy i matematicheskie makromodeli social'no-istoricheskikh processov [Periodization of the history of the world-system and mathematical macromodel socio-historical processes] // History, and mathematics. The problem of historical periodization macroprocesses / eds. L. E. Grinin, A. V. Korotaev, S. Yu. Mal'kov. — Moscow: URSS, 2006. — P. 116–167 (in Russian).

- Коротаев А. В., Комарова Н. Л., Халтурина Д. А.* Законы истории. Вековые циклы и тысячелетние тренды. Демография. Экономика. Войны. — М.: КомКнига/URSS, 2007a.
Korotaev A. V., Komarova N. L., Khalturina D. A. Zakony istorii. Vekovye cikly i tysyacheletnie trendy. Demografiya. Ekonomika. Vojny [The laws of history. Secular cycles and millennial trends. Demography. Economy. War]. — Moscow: KomKniga/URSS, 2007a (in Russian).
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А.* Законы истории. Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура. — М.: КомКнига, 2007b.
Korotaev A. V., Malkov A. S., Khalturina D. A. Zakony istorii. Matematicheskoe modelirovanie razvitiya Mir-Sistemy. Demografiya, ekonomika, kul'tura [Laws history: mathematical modeling of development of world-system. Demography, economy, culture]. — Moscow: KomKniga, 2007b (in Russian).
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А.* Компактная математическая модель экономического и демографического развития Мир-Системы (1–1973 гг.) // Экономика и математические методы. — 2008. — № 44 (4). — С. 90–101.
Korotaev A. V., Malkov A. S., Khalturina D. A. Kompaktnaya matematicheskaya model' ekonomicheskogo i demograficheskogo razvitiya Mir-Sistemy (1–1973 gg.) [Compact mathematical model of economic and demographic development of the world-system (1–1973)] // Economics and mathematical methods. — 2008. — No. 44 (4). — P. 90–101 (in Russian).
- Куркина Е. С., Куретова Е. Д.* Математические модели эволюции Мир-Системы // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. — 2013. — Т. 21, № 6. — С. 93–113.
Kurkina E. S., Kuretova E. D. Matematicheskie modeli evolyucii Mir-Sistemy [Mathematical model of the evolution of the world-system] // Proceedings of higher educational establishments. Applied Nonlinear Dynamics. — 2013. — Vol. 21, No. 6. — P. 93–113 (in Russian).
- Малков С. Ю.* Социальная самоорганизация и исторический процесс: возможности математического моделирования. — М.: Либроком, 2009.
Malkov S. Yu. Social'naya samoorganizaciya i istoricheskij process: vozmozhnosti matematicheskogo modelirovaniya. [Social and historical process of self-organization: the ability of mathematical modeling]. — Moscow: Librokom, 2009 (in Russian).
- Малков С. Ю., Максимов А. А.* Контуры грядущего миропорядка // История и современность. — 2018. — № 4 (30). — С. 3–29.
Malkov S. Yu., Maksimov A. A. Kontury gryadushhego miroporjadka [The contours of the coming world order] // History and modernity. — 2018. — No. 4 (30). — P. 3–29 (in Russian).
- Марков А. В., Анисимов В. А., Коротаев А. В.* Взаимосвязь размера генома и сложности организма в эволюционном ряду от прокариот к млекопитающим // Палеонтологический журнал. — 2010. — № 4. — С. 3–14.
Markov A. V., Anisimov V. A., Korotaev A. V. Vzaimosvyaz' razmera genoma i slozhnosti organizma v evolyucionnom ryadu ot prokariot k mlekopitayushhim [The relationship of the size and complexity of the genome of an organism in an evolutionary series from prokaryotes to mammals] // Paleontological journal. — 2010. — No. 4. — P. 3–14 (in Russian).
- Марков А. В., Коротаев А. В.* Динамика разнообразия фанерозойских морских животных соответствует модели гиперболического роста // Журнал общей биологии. — 2007. — № 68 (1). — С. 3–18.
Markov A. V., Korotaev A. V. Dinamika raznoobraziya fanerozojskikh morskikh zhitvotnykh sootvetstvuet modeli giperbolicheskogo rosta [The dynamics of diversity fanerozojskikh of marine animals to model hyperbolic growth] // Journal of general biology. — 2007. — No. 68 (1). — P. 3–18 (in Russian).
- Марков А. В., Коротаев А. В.* Гиперболический рост разнообразия морской и континентальной биот фанерозоя и эволюция сообществ // Журнал общей биологии. — 2008. — № 69 (3). — С. 175–194.
Markov A. V., Korotaev A. V. Giperbolicheskij rost raznoobraziya morskoy i kontinental'noj biot fanerozoya i evolyuciya soobshhestv [Hyperbolic growth of marine and continental BIOT fanerozoja and community evolution] // Journal of general biology. — 2008. — No. 69 (3). — P. 175–194 (in Russian).
- Назаретян А. П.* Середина XXI века: загадка сингулярности // Философские науки. — 2013. — № 9. — С. 15–24.
Nazaretyan A. P. Seredina XXI veka: zagadka singulyarnosti [The middle of the twenty-first century: the Enigma of the singularity] // Philosophical Sciences. — 2013. — No. 9. — P. 15–24 (in Russian).

- Назаретян А. П.* Мегаистория и ее «загадочная сингулярность» // Вестник Российской академии наук. — 2015. — № 85 (8). — С. 755–764.
Nazaretyan A. P. Megaistoriya i ee «zagadochnaya singulyarnost'» [Megaistorija and its mysterious singularity] // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. — 2015. — No. 85 (8). — P. 755–764 (in Russian).
- Нефедов С. А.* О теории демографических циклов // Экономическая история. — 2002. — № 8. — С. 116–121.
Nefedov S. A. O teorii demograficheskix ciklov [On the theory of demographic cycles] // Economic history. — 2002. — No. 8. — P. 116–121 (in Russian).
- Нефедов С. А.* Концепция демографических циклов. — Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2007.
Nefedov S. A. Konceptiya demograficheskikh ciklov [The concept of demographic cycles]. — Ekaterinburg: Izd. UGGU, 2007 (in Russian).
- Панов А. Д.* Сингулярная точка истории // Общественные науки и современность. — 2005. — № 1. — С. 122–137.
Panov A. D. Singulyarnaya tochka istorii [Singular point in history] // Social science and modernity. — 2005. — No. 1. — P. 122–137 (in Russian).
- Панов А. Д.* Универсальная эволюция и проблема поиска внеземного разума. — М.: ЛКИ, 2008.
Panov A. D. Universal'naya evolyuciya i problema poiska vnezemnogo razuma [Universal evolution and the problem of search of extraterrestrial intelligence]. — Moscow: LKI, 2008 (in Russian).
- Подлазов А. В.* Теоретическая демография. Модели роста народонаселения и глобального демографического перехода // Новое в синергетике. Взгляд в третье тысячелетие / ред. Г. Г. Малинецкий, С. П. Курдюмов. — М.: Наука, 2002. — С. 324–345.
Podlazov A. V. Teoreticheskaya demografiya. Modeli rosta narodonaseleniya i global'nogo demograficheskogo perekhoda [Theoretical demography. Models of population growth and the global demographic transition] // New in synergetic. Look in the third Millennium / ed. G. G. Malinetskij, S. P. Kurdyumov. — Moscow: Nauka, 2002. — P. 324–345 (in Russian).
- Подлазов А. В.* Теория глобального демографического процесса // Вестник Российской академии наук. — 2017. — № 6. — С. 520–531.
Podlazov A. V. Teoriya global'nogo demograficheskogo processa [Theory of global demographic process] // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. — 2017. — No. 6. — P. 520–531 (in Russian).
- Ризниченко Г. Ю.* Лекции по математическим моделям в биологии. — М.–Ижевск: РХД, 2011.
Riznichenko G. Yu. Lekcii po matematicheskim modelyam v biologii [Lectures on mathematical models in biology]. — Moscow–Izhevsk: RCD, 2011 (in Russian).
- Цирель С. В.* Скорость эволюции: пульсирующая, замедляющаяся, ускоряющаяся // Универсальная и глобальная история. Эволюция Вселенной, Земли, жизни, общества. — Волгоград: Учитель, 2012. — С. 167–196.
Cirel' S. V. Skorost' evolyucii: pul'siruyushhaya, zamedlyayushhayasya, uskoryayushhayasya [The speed of evolution: a throbbing, slowing, accelerating] // Universal and global history. The evolution of the universe, Earth, life, and society. — Volgograd: Uchitel', 2012. — P. 167–196 (in Russian).
- von Foerster H., Mora P. M., Amiot L. W.* Doomsday: Friday, 13 November, AD 2026 // Science. — 1960. — No. 132. — P. 1291–1295.
- Grinin L., Markov A., Korotayev A.* On Similarities between Biological and Social Evolutionary Mechanisms: Mathematical Modeling // Cliodynamics: the Journal of Theoretical and Mathematical History. — 2013. — No. 4 (2). — P. 185–228.
- Kremer M.* Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990 // The Quarterly Journal of Economics. — 1993. — No. 108. — P. 681–716.
- Kurzweil R.* The Singularity Is Near: When Humans Transcend Biology. — New York: Viking Penguin, 2005.
- Maddison Historical Statistics [Electronic resource]. — URL: <http://www.ggdc.net/maddison> (accessed: 02.03.2019).

