

УДК: 519.777.5; 330.46

## Модель оперативного оптимального управления распределением финансовых ресурсов предприятия

Е. В. Орлова

Уфимский государственный авиационный технический университет,  
Россия, 450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12

E-mail: ekorl@mail.ru

*Получено 08.12.2018, после доработки — 23.12.2018.*

*Принято к публикации 18.01.2019.*

В статье проведен критический анализ существующих методов и моделей, предназначенных для решения задачи планирования распределения финансовых ресурсов в цикле оперативного управления предприятием. Выявлен ряд существенных недостатков представленных моделей, ограничивающих сферу их применения: статический характер моделей, не учитывается вероятностный характер финансовых потоков, не выявляются существенно влияющие на платежеспособность и ликвидность предприятия ежедневные суммы остатков дебиторской и кредиторской задолженности. Это обуславливает необходимость разработки новой модели, отражающей существенные свойства системы планирования финансовых потоков — стохастичность, динамичность, нестационарность. Назначением такой модели является информационная поддержка принимаемых решений при формировании плана расходования финансовых ресурсов по критериям экономической эффективности.

Разработана модель распределения финансовых потоков, основанная на принципах оптимального динамического управления и методе динамического программирования, обеспечивающая планирование распределения финансовых ресурсов с учетом достижения достаточного уровня ликвидности и платежеспособности предприятия в условиях неопределенности исходных данных. Предложена алгоритмическая схема формирования целевого остатка денежных средств на принципах обеспечения финансовой устойчивости предприятия в условиях изменяющихся финансовых ограничений.

Особенностью предложенной модели является представление процесса распределения денежных средств в виде дискретного динамического процесса, для которого определяется план распределения финансовых ресурсов, обеспечивающий экстремум критерия эффективности. Формирование такого плана основано на согласовании платежей (финансовых оттоков) с их поступлениями (финансовыми притоками). Такой подход позволяет синтезировать разные планы, отличающиеся разным сочетанием финансовых оттоков, а затем осуществлять поиск наилучшего по заданному критерию. В качестве критерия эффективности приняты минимальные суммарные затраты, связанные с уплатой штрафов за несвоевременное финансирование расходных статей. Ограничениями в модели являются требование обеспечения минимально допустимой величины остатков накопленных денежных средств по подпериодам планового периода, а также обязательность осуществления платежей в течение планового периода с учетом сроков погашения этих платежей. Модель позволяет с высокой степенью эффективности решать задачу планирования распределения финансовых ресурсов в условиях неопределенности сроков и объемов их поступления, согласования притоков и оттоков финансовых ресурсов. Практическая значимость модели состоит в возможности улучшить качество финансового планирования, повысить эффективность управления и операционную эффективность предприятия.

Ключевые слова: оперативный финансовый план, финансовые потоки, согласованное управление, дискретное оптимальное управление, метод динамического программирования, минимизация рисков

UDC: 519.777.5; 330.46

## Model for operational optimal control of financial recourses distribution in a company

E. V. Orlova

Ufa state aviation technical university,  
12 K. Marks st., Ufa, 450000, Russia

E-mail: ekorl@mail.ru

*Received 08.12.2018, after completion — 23.12.2018.*

*Accepted for publication 18.01.2019.*

A critical analysis of existing approaches, methods and models to solve the problem of financial resources operational management has been carried out in the article. A number of significant shortcomings of the presented models were identified, limiting the scope of their effective usage. There are a static nature of the models, probabilistic nature of financial flows are not taken into account, daily amounts of receivables and payables that significantly affect the solvency and liquidity of the company are not identified. This necessitates the development of a new model that reflects the essential properties of the planning financial flows system — stochasticity, dynamism, non-stationarity.

The model for the financial flows distribution has been developed. It bases on the principles of optimal dynamic control and provides financial resources planning ensuring an adequate level of liquidity and solvency of a company and concern initial data uncertainty. The algorithm for designing the objective cash balance, based on principles of a companies' financial stability ensuring under changing financial constraints, is proposed.

Characteristic of the proposed model is the presentation of the cash distribution process in the form of a discrete dynamic process, for which a plan for financial resources allocation is determined, ensuring the extremum of an optimality criterion. Designing of such plan is based on the coordination of payments (cash expenses) with the cash receipts. This approach allows to synthesize different plans that differ in combinations of financial outflows, and then to select the best one according to a given criterion. The minimum total costs associated with the payment of fines for non-timely financing of expenses were taken as the optimality criterion. Restrictions in the model are the requirement to ensure the minimum allowable cash balances for the subperiods of the planning period, as well as the obligation to make payments during the planning period, taking into account the maturity of these payments. The suggested model with a high degree of efficiency allows to solve the problem of financial resources distribution under uncertainty over time and receipts, coordination of funds inflows and outflows. The practical significance of the research is in developed model application, allowing to improve the financial planning quality, to increase the management efficiency and operational efficiency of a company.

Keywords: operational financial plan, financial flows, coordinated management, discrete optimal control, dynamic programming method, risk minimization

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2019, vol. 11, no. 2, pp. 343–358 (Russian).

## 1. Введение

Важнейшим направлением обеспечения устойчивого функционирования и развития современного предприятия по-прежнему является снижение издержек, сопряженных с его производственной, инвестиционной и финансовой деятельностью. В условиях кризисного и посткризисного периодов развития экономики сокращение себестоимости и необоснованных издержек за счет эффективного оперативного управления финансовыми ресурсами приобретает дополнительную важность и является общезначимой задачей для предприятий разных отраслей и сфер деятельности. Неэффективность контроля и финансового планирования, которая в периоды благоприятной экономической конъюнктуры и в условиях растущего рынка может нивелироваться, в кризисные периоды может обеспечить перерасход бюджета и поставить предприятия на грань банкротства. Оперативное управление финансовыми ресурсами предприятия ставит своей целью на основе анализа текущей ситуации выработку альтернативных вариантов и принятие наилучших в определенном смысле управленческих решений по перераспределению финансовых ресурсов и потоков.

Критический анализ существующих подходов и инструментов, используемых для оперативного управления финансовыми ресурсами и потоками [Зайков, 2008; Логвинова, 2008; Садовская, 2009; Premachandra, 2004; Volosov et al., 2005; Yao et al., 2006; Gormley, Meade, 2007; Liu, Xin, 2008; Vaccarin, 2009; Nagano et al., 2015], определил следующие группы используемых методов и моделей, а также их ограничений.

К первой группе можно отнести методы и модели прогнозирования финансовых ресурсов и потоков. Прогнозный резерв финансовых (денежных) ресурсов определяется на основе традиционных моделей Баумоля [Baumol, 1952], Миллера–Орра, Стоуна [Tobin, 1956; Miller, Orr, 1966]. Недостатками моделей этой группы являются исходные предположения о детерминированности и устойчивости финансовых потоков. Отмеченные модели являются статическими и не учитывают вероятностный характер финансовых потоков как в разрезе времени, так и по объемам средств на конкретные статьи затрат. Объективный стохастический характер движения денежных средств (в части их поступления на счета предприятия) снижает прогностическую способность этих моделей, поскольку делает их неадекватными протекающим экономическим процессам. Кроме того, они не учитывают возникающие риски снижения платежеспособности и ликвидности предприятия.

Ко второй группе относятся модели формирования финансовых потоков с минимальными потерями (издержками) [Веселов, 2002; Чистяков, 2006]. С помощью этих моделей решаются следующие задачи: а) сбалансирование притоков и оттоков денежных средств в определенные моменты времени; б) достижение равномерного распределения сальдо накопленных денежных средств, при котором колебания данной величины в отдельные подпериоды планового периода являются минимальными, позволяет реинвестировать временно доступные денежные средства; в) формирование максимально возможной суммы свободных денежных средств в целях их дальнейшего более эффективного использования. При этом модели данной группы также используют ряд допущений, ограничивающих область их применения: неразграничение денежных потоков по счетам учета денежных средств; не учитываются ежедневные суммы остатков дебиторской и кредиторской задолженности, значения которые определенно влияют на целевой уровень платежеспособности и ликвидности предприятия.

Обзор современных инструментальных средств и программных продуктов для оперативного управления финансовыми ресурсами и денежными потоками [Orlova, 2016, 2017a, 2017b] показал, что математические модели планирования притоков и оттоков денежных средств чаще всего не учитывают их сложный динамический, стохастический и рисковый характер. Поэтому модели формирования бюджета доходов и расходов предприятия должны базироваться на методах динамического стохастического программирования, обеспечивающих их распределение с минимальными рисками потерь финансовых средств. В таблице 1 представлены критерии, цели и задачи, а также альтернативные варианты реализации этих задач в зависимости от структуризации элементов финансового потока на входной, выходной и чистый.

Таблица 1. Элементы системы управления денежным потоком

Критерий управления	Задачи управления	Объекты управления	Субъекты управления
Максимизация притока финансовых ресурсов за время $t_k$ : $\sum_{t=0}^{t=t_k} Cash_{in}(t) \rightarrow \max$	Управление источниками финансирования; обеспечение ликвидности и платежеспособности	Ценовая политика, политика управления ценными бумагами, кредитная политика	Потребители, кредиторы
Минимизация оттока финансовых ресурсов за время $t_k$ : $\sum_{t=0}^{t=t_k} Cash_{out}(t) \rightarrow \min$	Оптимальное распределение во времени денежных выплат	Управление затратами, инвестиционная политика, бюджетно-налоговая политика, амортизационная политика, управление дебиторской задолженностью	Поставщики, работники предприятия, потребители, макроагенты
Максимизация чистого денежного потока за время $t_k$ : $\sum_{t=0}^{t=t_k} (Cash_{in}(t) - Cash_{out}(t)) \rightarrow \max$	Обеспечение прибыльности, оптимального резерва денежных средств, приемлемого уровня финансового риска, ускорение оборачиваемости	Дивидендная политика, управление прибылью, управление финансовым остатком, политика синхронизации поступлений и выплат денежных средств	Акционеры, инвесторы

В целях обеспечения максимальной сбалансированности положительных и отрицательных денежных потоков в каждый момент планируемого периода, а также в достижении заданного уровня платежеспособности и ликвидности предприятия формируется оперативный план денежного оборота предприятия. Объективно система поступления и расходования финансовых ресурсов является стохастической, так как потоки платежей являются неопределенными как по срокам, так и по объемам финансовых ресурсов. Поэтому планирование притока и оттока финансовых ресурсов традиционными методами, основанными на детерминированных, статических схемах, не является эффективным и не соответствует природе рассматриваемой системы.

Любой финансовый поток имеет две характеристики: дата поступления средств (погашения платежей) и объем ресурса. Финансовые потоки разделяются на потоки с фиксированной датой (заработная плата, налоги и сборы, погашение кредиторской задолженности за сырье, материалы, электроэнергию, воду, погашение банковского кредита) и потоки с подвижной датой (премии и вознаграждения, выплаты прочим кредиторам, закупки не по основной деятельности и др.). Потребность в денежных средствах по статьям с фиксированной датой обеспечивается за счет формирования необходимого минимального остатка денежных средств. Распределение финансовых средств по статьям затрат с подвижной датой предлагается обеспечить на основе разработанных модели дискретного оптимального управления распределением финансовых потоков и алгоритма оптимизации целевого остатка денежных средств.

## 2. Управление финансовыми потоками в контексте задачи управления ресурсами предприятия

Решение задачи управления ресурсами предприятия является задачей оперативного управления предприятием, направлено на исследование и моделирование ресурсной подсистемы предприятия. Здесь рассматривается преобразование ресурсов в результаты, а целью управления является обеспечение наиболее рационального распределения ресурсов для производства и реализации продукции и обеспечение эффективного развития предприятия. Для этого используются разнообразные модели, ориентированные на решение конкретных частных подзадач. Комплексный подход к управлению ресурсами предприятия был предложен, например, в [Orlo-

va, 2017a]. В рамках подзадачи управления производственно-экономической деятельностью предприятия обеспечивается достижение требуемого уровня эффективности производства на основе адаптации параметров производственно-экономической деятельности — объемов выпуска продукции, затрат производства. Основное внимание уделяется исследованию ресурсоотдачи и ее влиянию на производственную функцию и ситуационному анализу экономического поведения предприятия. В подзадаче управления финансовыми ресурсами (потоками) определяются оптимальные финансовые стратегии предприятия, обеспечивающие согласование ее экономических интересов с финансовыми возможностями. Здесь формируется оперативный финансовый план, обеспечивающий достижение требуемых уровней ликвидности и платежеспособности предприятия. Укрупненная схема системы управления ресурсами представлена на рис. 1 (обозначения на рисунке:  $\vec{A}$  — вектор стратегических показателей: объем доли рынка, объем производства, эффективность производства, доходность акций;  $\vec{B}$  — вектор показателей по продукту: объем производства, постоянные и переменные затраты, цена, прибыль по видам продукции;  $\vec{N}$  — вектор производственных показателей: объем производства, постоянные и переменные затраты, цена, прибыль;  $\vec{F}$  — вектор финансовых показателей: платежеспособность, ликвидность, объем заемных средств, кредиторская, дебиторская задолженности).

Система управления производственно-экономической и финансовой деятельностью предприятия является двухуровневой. На оперативном уровне управления предприятием отслеживается общее его состояние, оценивается финансовая и операционная эффективность, обеспечивается конкурентоспособность производимой продукции, на стратегическом уровне контроль ведется за инвестиционной привлекательностью предприятия и за ростом его стоимости в долгосрочной перспективе. При этом процессы и соответствующие показатели, рассматриваемые на этих уровнях управления, взаимосвязаны между собой.

Для того чтобы избежать рисков ситуаций вследствие снижения уровня платежеспособности и ликвидности, предприятию необходим комплекс мер, направленных на управление финансовыми ресурсами и потоками денежных поступлений и выплат. Это задача оперативного уровня управления предприятием, и ее решение прямо влияет на эффективность всей системы финансового менеджмента и обеспечивает реализацию стратегических целей. Эффективное управление денежными средствами должно включать согласованные решения задач: 1) по обеспечению потребности предприятия в денежных ресурсах; 2) по оптимальному распределению денежных потоков по статьям затрат. Таким образом, основной задачей краткосрочного финансового планирования на предприятии является обеспечение и поддержание ликвидности как способности предприятия осуществлять денежные выплаты в нужном объеме и в заданные сроки. Эта задача включает планирование поступления и использования ликвидных ресурсов для того, чтобы иметь возможность вовремя и с минимальными потерями погасить свои краткосрочные обязательства.



Рис. 1. Укрупненная схема системы управления ресурсами предприятия

### 3. Модель оптимального управления финансовыми потоками

Решать задачу распределения финансовых потоков по статьям затрат как переборную, с использованием приоритетности тех или иных статей, не корректно, так как у предприятия всегда есть возможность изменять сроки погашения платежей, например, использовать растяжение срока погашения кредиторской задолженности с целью получения дополнительной выгоды. Кроме этого, входной поток платежей не является детерминированной величиной. Поэтому для решения этой задачи необходимо привлекать иные методы, позволяющие в динамике планировать распределение выходного потока.

Задача управления распределением денежных средств является динамической, а управление должно состоять не в оптимизации распределения средств в один момент времени, а в определении оптимального решения на протяжении длительного периода (неделя, месяц, квартал). Не достаточно определить оптимальный план распределения ресурсов в отдельно взятом периоде, ведь вероятно, что в последующие периоды распределение средств будет неоптимальным, так как не учитывались возможности дальнейшего развития производства, риски неплатежей и другие значимые факторы.

Составление ежедневных оптимальных планов более эффективно с учетом предшествующих периодов, так как месячный (годовой) оптимальный план будет результатом оптимальных решений, принятых для всех предыдущих периодов, при этом должны учитываться решения, принятые на предыдущих этапах. Возможность принимать ряд последовательных решений, обеспечивающих оптимальность развития процесса в целом, дает метод динамического программирования. Динамическое программирование является мощной алгоритмической парадигмой оптимизации последовательных процессов принятия решений, которые имеют декомпозиционную природу [Беллман, Калаба, 1969]. Алгоритмическая схема динамического программирования состоит в погружении решаемой сложной задачи в параметризованное семейство подзадач с последующим решением этих подзадач с использованием принципов оптимальности Беллмана и вытекающего из него рекуррентного уравнения Беллмана.

Принцип оптимального управления отражен в функциональном уравнении Беллмана, устанавливающим связь между управлением на  $t$ -м и  $(t - 1)$ -м шагах. Оптимальное управление обладает следующим свойством: какими бы ни были начальное состояние на любом шаге и управление, выбранное на этом шаге, последующие управления должны выбираться оптимальными относительно состояния, к которому система придет к концу данного шага. Это означает, что максимальная выгода (риски) от  $t$ -шагового процесса равна сумме доходов (рисков) от первого и  $(t - 1)$  последующих шагов при условии наилучшего распределения на последующих шагах оставшихся после первого шага ресурсов. Такой  $t$ -шаговый процесс принятия решений является последовательным и состоит из трех компонентов: множества шагов (этапов) принятия решения  $t = 1, \dots, T$ , множества состояний и множества решений (управлений).

Распределение денежных средств можно представить как дискретный динамический процесс, для которого необходимо найти стратегию распределения денежных средств последовательно для каждого подпериода планового периода, обеспечивающую минимальные издержки. Эта стратегия представляет собой многошаговый процесс принятия решений. В этом смысле задача распределения финансовых потоков есть суть задачи дискретного оптимального управления, а методом ее решения является метод динамического программирования.

#### *Содержательная постановка задачи*

Необходимо на плановый период  $T$  предложить план распределения имеющихся в распоряжении предприятия финансовых ресурсов по статьям затрат, который обеспечил бы минимальные суммарные затраты, связанные с уплатой штрафа за несвоевременное погашение платежей. Рассматриваются только платежи с подвижной датой.

**Математическая модель**

Введем следующие обозначения:  $t=1, \dots, T$  — периоды времени планирования;  $i=1, \dots, n$  — число статей финансирования;  $u_{it}$  — объем финансирования  $i$ -й статьи в период  $t$ ;  $u_t = \sum_{i=1}^n u_{it}$  — суммарный объем финансирования всех статей затрат в период  $t$ ;  $out_{it}$  — объем потребности в финансировании  $i$ -й статьи в период  $t$ ;  $in_t$  — объем поступлений средств в период  $t$ ;  $in_0$  — начальный доступный для финансирования объем средств;  $s_T$  — минимальный остаток денежных средств к концу планового периода  $T$ ;  $c_{it}$  — коэффициент штрафных санкций за недофинансирование  $i$ -й статьи в период  $t$ ;  $\xi_{it}$  — объем недофинансирования  $i$ -й статьи в период  $t$ ,  $\xi_{it} = \xi_{i,t-1} + out_{it} - u_{it}$ ,  $\xi_t = \sum_{i=1}^n \xi_{it}$ ;  $\varpi_t$  — объем доступных для распределения денежных средств к концу периода  $t$ ,  $\varpi_t = \varpi_{t-1} - \sum_{i=1}^n u_{it} + in_t$ ;  $f_t(\xi_t, u_t)$  — суммарные затраты от недофинансирования статей в период  $t$ ,  $f_t(\xi_t, u_t) = \sum_{i=1}^n c_{it} \xi_{it}$ .

Математическая модель задачи имеет вид

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n c_{it} \xi_{it} \rightarrow \min,$$

$$\xi_{it} = \xi_{i,t-1} + out_{it} - u_{it}, \quad i=1, \dots, n, \quad t=1, \dots, T-1,$$

$$\varpi_t = \varpi_{t-1} - \sum_{i=1}^n u_{it} + in_t, \quad i=1, \dots, n, \quad t=1, \dots, T,$$

$$\xi_{i,0} = 0, \quad \xi_{i,T} = 0, \quad \varpi_0 = in_0, \quad \varpi_T \geq s_T, \quad u_{it} \geq 0, \quad i=1, \dots, n, \quad t=1, \dots, T. \quad (1)$$

Используем метод динамического программирования для решения задачи (1) оптимального управления распределением средств по статьям затрат за период  $T$ . Общая схема поиска оптимального управления  $u_{it}^*$ , переводящего систему из начального состояния  $\xi_0$  в конечное  $\xi_T$  с наилучшим значением показателя эффективности  $F(\xi, u) = \sum_{t=1}^T f_t(\xi_t, u_t)$ , состоит из следующих этапов.

Этап 1. Способ деления процесса принятия решения на шаги: промежутки времени  $t=1, \dots, T$ .

Этап 2. Параметр состояния  $\xi_{it}$  — объем недофинансирования  $i$ -й статьи к концу периода  $t$ , переменные управления  $u_{it}$  — объем финансирования  $i$ -й статьи в период  $t$ .

Этап 3. Уравнения состояний

$$\xi_{it} = \xi_{i,t-1} + out_{it} - u_{it}, \quad i=1, \dots, n, \quad t=1, \dots, T-1, \quad (2)$$

описывают смену состояний системы в каждый момент времени, а состояние на текущем шаге  $\xi_{it}$  зависит от предыдущего состояния  $\xi_{i,t-1}$  и управления  $u_{it}$ ;  $\xi_{i,0} = 0$ ,  $\xi_{i,T} = 0$  — начальное и конечное состояния системы.

Этап 4. Допустимая область для переменных управления:

$$U_{it} = \left\{ u_{it} : \max \left\{ 0, \sum_{i=1}^n out_{it} - \xi_{t-1} \right\} \leq u_{it} \leq \min \{ in_t, \xi_{it} - \xi_{i,t-1} - out_{it} \} \right\}. \quad (3)$$

Этап 5. Показатель эффективности всего процесса

$$F(\xi, u) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n f_{it}(\xi_{it}, u_{it}) \quad (4)$$

представлен в виде суммы показателей эффективности на каждом шаге  $f_{it}(\xi_{it}, u_{it})$ .

Этап 6. Система рекуррентных соотношений Беллмана в общем виде:

$$F_t^*(\xi_{t-1}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n f_{it}(\xi_{it}, u_{it}) + F_{t+1}^*(\xi_{i,t-1} + out_{it} - u_{it}) \right\}, \quad t = 1, \dots, T-1, \quad (5)$$

$$F_T^*(\xi_{T-1}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n f_{iT}(\xi_{i,T-1}, \xi_{iT} - \xi_{i,T-1} - out_{iT}) \right\},$$

где  $F_t^*(\xi_{t-1})$  — условный максимум показателя эффективности управления на шагах от  $t$ -го до конца процесса.

Подставив выражения для показателя эффективности процесса принятия решения (4) в (5), получим уравнения Беллмана:

$$F_t^*(\xi_{t-1}) = \min_{u_{it} \in U_{it}} \left\{ \sum_{i=1}^n c_{it}(\xi_{i,t-1} + out_{it} - u_{it}) + F_{t+1}^*(\xi_{i,t-1} + out_{it} - u_{it}) \right\}, \quad t = 1, \dots, T-1, \quad (6)$$

$$F_T^*(\xi_{T-1}) = \min_{u_{iT} \in U_{iT}} \left\{ \sum_{i=1}^n c_{iT}(\xi_{i,T-1} + out_{iT} - u_{iT}) \right\},$$

решение которых позволяет определить оптимальный план  $u_{it}^*$  распределения денежных средств по срокам и статьям затрат.

#### 4. Схема формирования целевого остатка денежных средств

Для обеспечения платежеспособности предприятия, а также формирования страхового резерва на случай незапланированных расходов и поддержания компенсационных остатков, определяемых по соглашению с кредитными организациями, необходимо установить целевой (минимально необходимый) остаток денежных средств. Для этого ставится и решается задача оптимизации среднего текущего остатка денежных активов, обеспечивающего решение двух противоречивых, но связанных между собой задач по поддержанию текущего уровня платежеспособности и ликвидности, с одной стороны, и получению дополнительной прибыли от инвестирования свободных денежных средств, с другой стороны. При планировании движения денежных потоков должна быть обеспечена сбалансированность входных и выходных денежных средств и достигнута в процессе моделирования синхронность платежей и поступлений, при которых остаток денежных средств сохраняется на определенном допустимом уровне [Орлова, 2014; Orlova, 2017c, 2017d, 2017e].

Величина текущих и страховых денежных средств зависит от оборота предприятия, неопределенности прогноза относительно денежных потоков и условий получения краткосрочных кредитов. В зависимости от степени детерминированности-стохастичности значений величин потребности предприятия в денежных средствах целевой остаток можно определить с использованием одного из перечисленных ниже методов. Если выплаты денежных средств имеют детерминированный характер, то есть интенсивность денежных выплат  $b$  сохраняется на определенном уровне, то управление состоит в определении оптимального размера средств на счете — целевого остатка, при котором суммарные издержки  $L$ , связанные с недополучением дохода от предоставления имеющихся средств в кредит (альтернативные издержки)  $c_1$  и с издержками по обслуживанию при получении кредита (транзакционные издержки, или штраф

за дефицит)  $c_2$ , будут минимальны. В этой ситуации целевой остаток может быть определен как  $s_t = \sqrt{2c_{2t}b / c_{1t}}$ .

В случае стохастичности потоков денежных расходов оценка минимального остатка денежных средств усложняется. Динамическая задача оптимального управления остатком не ставится, так как величина потребности в ресурсах имеет различные значения параметров распределения в разные моменты времени. Если бы они имели одинаковую плотность распределения, можно было бы найти такую оптимальную стратегию формирования остатка денежных средств в течение  $T$  единиц времени  $t_1, t_2, \dots, t_T$ , чтобы удовлетворить потребности в оттоке денежных ресурсов с минимальными затратами. Поэтому решается задача управления остатком денежных средств с дискретным случайным характером потребности на денежный ресурс по критерию минимальных затрат, связанных с недостатком или излишком ресурса.

Для стохастических потоков расходования денежных средств оценить целевой остаток средств на определенный период предлагается на основе следующей схемы.

Шаг 1. Представим функцию потерь  $L$  как кусочно-линейную функцию требуемого объема денежных средств  $out_t$ :

$$L(s_t, out_t) = \begin{cases} c_{1t}(s_t - out_t), & \text{если } s_t \geq out_t, \\ c_{2t}(out_t - s_t), & \text{если } s_t < out_t, \end{cases}$$

где  $out_t$  — заранее неизвестно.

Шаг 2. На основе статистических наблюдений получим апостериорное распределение требуемого объема средств  $out_t$ . При дискретном  $out_t$ , имеющем закон распределения  $f(out_t)$ , математическое ожидание суммарных затрат имеет вид

$$M(L(s_t, out_t)) = c_{1t} \sum_{out_t=0}^{s_t} (s_t - out_t)p(out_t) + c_{2t} \sum_{out_t=s_t+1}^{\infty} (out_t - s_t)p(out_t). \quad (7)$$

В (7) первое слагаемое учитывает затраты по недополучению дохода от  $(s_t - out_t)$  денежных единиц, а второе — потери, связанные с недостаточным объемом ресурса  $(out_t - s_t)$ . Задача управления остатком денежных средств состоит в нахождении такого остатка  $s_t$ , при котором математическое ожидание (7) принимает минимальное значение.

Шаг 3. С помощью функции распределения  $F(out_t)$  определим квантиль порядка  $\frac{c_{2t}}{c_{1t} + c_{2t}}$ , где  $F(s_t^*) = \frac{c_{2t}}{c_{1t} + c_{2t}}$  — функция апостериорного распределения потребностей в ресурсах,  $s_t^*$  — оптимальный объем необходимых средств или квантиль порядка  $\frac{c_{2t}}{c_{1t} + c_{2t}}$  апостериорного распределения величины  $out_t$ .

При  $c_{1t} = c_{2t}$  оптимальный уровень ресурса  $s_t^*$  соответствует равенству  $F(s_t^*) = \frac{1}{2}$ , то есть остаток денежных средств представляет собой медиану в апостериорном распределении потребности  $out_t$ .

Подробный алгоритм формирования оперативного плана расходования денежных средств, включающий этапы решения задачи распределения денежных средств по статьям затрат и срокам платежей, а также схему определения минимально необходимого остатка денежных средств на конец каждого подпериода планируемого периода, представлен на рис. 2.

В условиях недостаточности денежных средств для финансирования статей затрат с фиксированной датой предприятию необходимо привлекать дополнительный финансовый ресурс. Одним из таких ресурсов является банковский краткосрочный кредит.

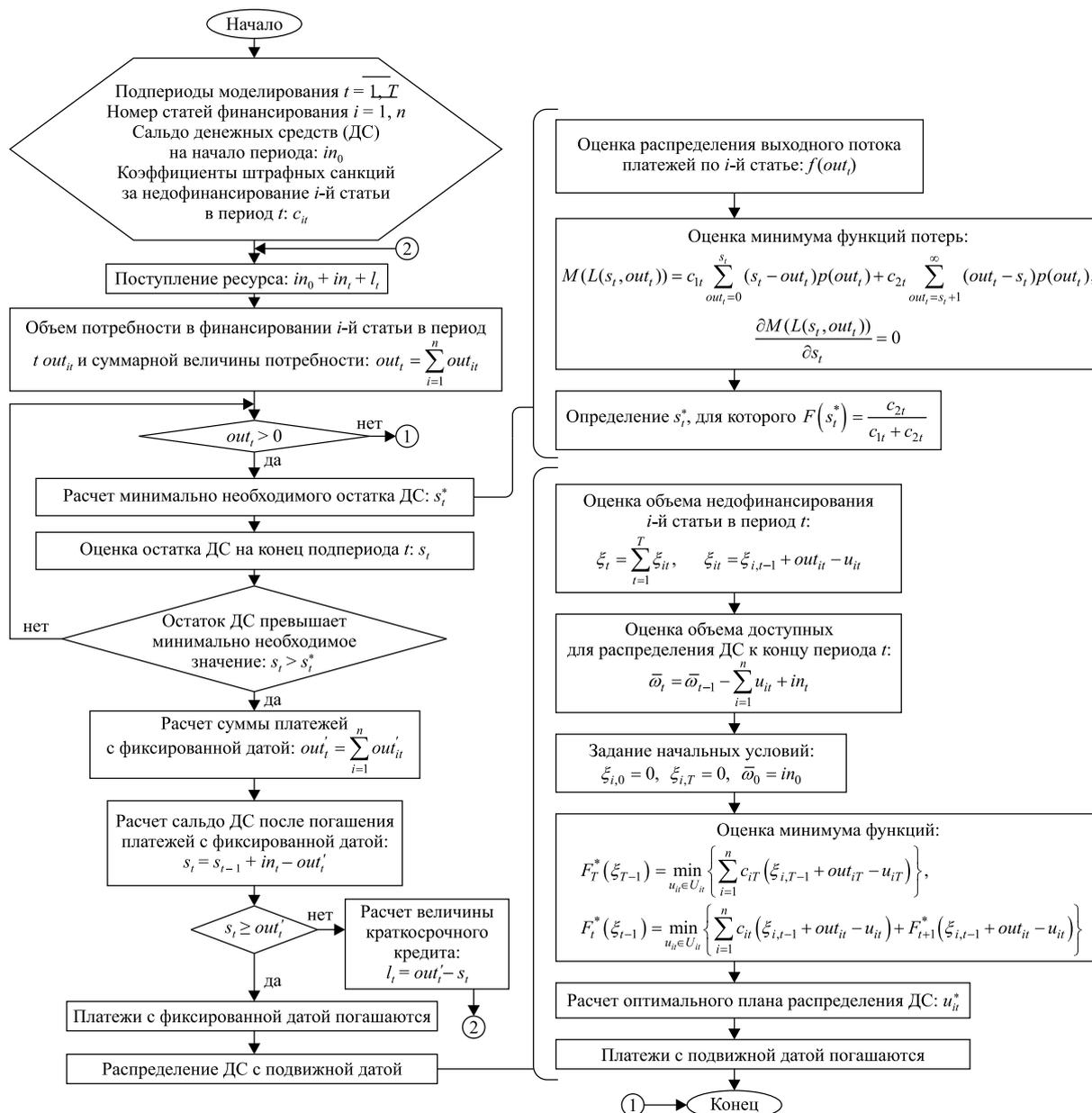


Рис. 2. Алгоритм формирования оперативного плана денежного оборота

Для определения возможности предоставления кредита клиенту банку необходимо убедиться в его кредитоспособности. При этом кредитоспособность определяется как наличие у заемщика предпосылок, возможностей получить кредит и вернуть его в срок. Она определяется экономическим положением компании, ее надежностью, наличием ликвидных активов, возможностью мобилизации финансовых ресурсов.

При моделировании кредитоспособности расчет ставки процента по кредиту осуществляется на основе рейтинговой оценки кредитоспособности заемщика, которая основывается на определении ее класса. Для этого рассматриваются коэффициенты среднесрочной ликвидности, абсолютной ликвидности, текущей ликвидности и автономии. В зависимости от соотношения этих коэффициентов предприятия можно разделить на три класса кредитоспособности. Для оценки уровня кредитоспособности и платежеспособности заемщиков кредитные организации формируют кредитную политику, которая используют различные рейтинги, критериями кото-

рых, как правило, является минимизация рисков невозврата платежей. Один из таких подходов к оценке кредитного риска на основе идентификации ряда значимых факторов, влияющих на платежеспособность заемщиков, предложен в [Орлова, 2013] и базируется на методах многомерного анализа данных.

На первом этапе у всех заемщиков на основе факторного анализа были определены две существенные категории факторов: первая группа факторов имеет максимальную значимость (в смысле максимальных факторных нагрузок) и связана с экономическими характеристиками (рентабельность, размер кредита и др.), вторая группа — с социальными и поведенческими особенностями менеджеров. На втором этапе все заемщики были с помощью методов кластеризации разделены на однородные группы. В основу разбиения положены экономические факторы, определенные на первом этапе. Затем более содержательно были исследованы полученные классы заемщиков, построены отдельные регрессии уровня риска от значимых факторов. На третьем этапе для каждого их определенных классов заемщиков определена своя кредитная политика (процент по кредиту, срок кредита), исходящая из критерия минимального суммарного риска невозврата кредитов.

## 5. Численные эксперименты

В системе управления финансовыми ресурсами отдельно моделируются поступление и расходование финансовых средств, что позволяет проводить анализ денежных потоков, начиная с их притоков в краткосрочном периоде, для того, чтобы затем, при формировании плана платежей, можно было согласовать платежи с поступлениями. Целью моделирования притоков денежных средств является определение потенциальной платежеспособности предприятия в течение оперативного периода управления, которая характеризует максимально доступный объем денежных средств в каждом подпериоде, используемый для обеспечения выплат по статьям затрат в этом подпериоде. Показателями потенциальной платежеспособности являются нарастающие притоки денежных средств с разбивкой на подпериоды, дополненные остатком накопленных денежных средств на начало исследуемого периода. Целью моделирования денежных оттоков является информационная поддержка принимаемых решений при формировании плана платежей по представленным выше критериям экономической эффективности. Между моделями притоков и оттоков существует обратная связь, с помощью которой передается информация о невыполнении ограничений модели оттоков из-за превышения суммы требуемых платежей над поступлениями и для поддержки принятия решений о привлечении заемного финансирования.

Для управления финансовыми ресурсами предприятия была разработана имитационная модель, реализованная в среде Anylogic, с использованием подхода системно-динамического моделирования, в которую встроены оптимизационные схемы и алгоритмы, описанные выше. В качестве входных параметров в модели используются характеристики денежного потока: выручка, себестоимость и ее составляющие, налоговые платежи, кредиторская и дебиторская задолженность, прибыль. Выходные показатели — ликвидность, платежеспособность, рентабельность, устойчивость и конкурентоспособность предприятия. Моделирование проводится по периодам, с разбивкой на дни. Все переменные модели связаны сложными причинно-следственными, структурными и временными связями.

Для оценки эффективности разработанных оптимизационных моделей и схем моделирования использованы данные машиностроительного предприятия г. Уфы. Моделирование реализуется поэтапно: сначала формируется входной поток финансовых ресурсов, затем осуществляется распределение финансового потока по статьям затрат во времени. Входной поток денежных средств имеет стохастический характер, поэтому формирование притока денежных средств осуществляется на основе треугольного распределения, представляющего собой непрерывное распределение, ограниченное с обеих сторон. Треугольное распределение используется для моделирования стохастических величин в условиях неопределенной информации (недостаточ-

ность, неполнота, отсутствие), описывается функцией *triangular* (min, mode, max), которая присваивает переменной значение, принадлежащее интервалу (min, max) с наиболее вероятным значением (mode). Данные о притоке денежных средств и об образовании дебиторской задолженности приведены в таблице 2.

Для моделирования выходного потока финансовых ресурсов необходимо задать исходные значения потребностей в денежных ресурсах и их распределения по статьям затрат. Данные о потребностях в денежных средствах по статьям расходов приведены в таблице 3.

Таблица 2. Данные о притоке денежных средств

Входной поток	Значение входного потока (млн руб.)	Срок поступления ресурса, день
Выручка от реализации продукции	triangular (60, 80, 100)	triangular (1, 4, 31)
Поступление предоплаты (авансы) в текущем периоде	triangular (5.5, 6, 7)	triangular (1, 6, 31)
Отгрузка продукции в счет полученных авансов	triangular (1.5, 1.75, 2)	triangular (1, 10, 31)
Погашение дебиторской задолженности по отгрузкам предыдущего месяца	triangular (2, 2.3, 2.8)	triangular (1, 2, 31)
Возникновение дебиторской задолженности по отгрузкам текущего месяца	triangular (2, 2.5, 3)	triangular (1, 15, 31)
Выручка от реализации основных средств и прочих активов	triangular (1.5, 2, 2.25)	triangular (1, 5, 31)
Выручка от реализации ценных бумаг и иных финансовых вложений	triangular (5, 5.5, 6)	triangular (1, 12, 31)
Полученные арендные платежи	triangular (1.5, 2, 2.5)	triangular (1, 25, 31)
Полученные долгосрочные кредиты и займы	triangular (10, 18, 20)	triangular (1, 26, 31)
Полученные бюджетные субсидии	triangular (2, 2.3, 2.5)	triangular (1, 28, 31)
Погашение прочей дебиторской задолженности (в том числе выданных авансов)	triangular (7, 7.5, 8)	triangular (1, 28, 31)
Возникновение прочей дебиторской задолженности	triangular (7.5, 7.8, 8.2)	triangular (1, 2, 31)
Прочие поступления	triangular (5, 7.5, 10)	triangular (1, 30, 31)

Таблица 3. Данные об оттоке денежных средств

Выходной поток	Значение выходного потока (млн руб.)	Дата платежа	Срок погашения платежа, день	Штраф за дефицит, %/день
Оплата сырья и материалов, услуг сторонних организаций	39	подвижная	triangular (2, 4, 10)	0.25
Закупка иных категорий товаров	60	фиксированная	5	–
Оплата общехозяйственных расходов	38	подвижная	triangular (1, 3, 5)	0.05
Заработная плата (фонд оплаты труда)	240	фиксированная	4	–
Отчисления от фонда оплаты труда	65	подвижная	triangular (2, 7, 10)	0.1
Налоговые платежи и сборы в бюджет	76	фиксированная	20	–
Выплата дивидендов, процентов акционерам	50	подвижная	triangular (1, 11, 31)	0.02
Приобретение основных средств	65	подвижная	triangular (15, 17, 20)	0.01
Приобретение нематериальных средств (активов)	30	подвижная	triangular (20, 24, 31)	0.03

Окончание таблицы 3

Выходной поток	Значение выходного потока (млн руб.)	Дата платежа	Срок погашения платежа, день	Штраф за дефицит, %/день
Предоставление займов другим организациям	80	подвижная	triangular (2, 4, 8)	0.05
Оплата услуг аудиторских организаций	80	подвижная	triangular (11, 15, 19)	0.2
Оплата услуг кредитных организаций (проценты, комиссионные)	130	подвижная	triangular (12, 14, 20)	0.05
Лизинговые платежи	20	подвижная	triangular (1, 15, 31)	0.02
Прочие выплаты (перечисления)	50	подвижная	triangular (1, 14, 30)	0.01

Был проведен ряд экспериментов: 1) оценка влияния изменений выходных параметров потоков средств в зависимости от изменения входных; 2) оценка совокупного влияния изменений переменных на выходные параметры; 3) оценка эластичности выходных показателей по входным переменным. Оценка эффективности моделей и алгоритмов управления финансовыми потоками проводилась путем сравнения выходных параметров модели с включенными моделью оптимального распределения финансовых потоков и алгоритмом (схемой) определения целевого остатка денежных средств (эксперимент 1) с результатами моделирования без использования модели и алгоритма (эксперимент 2), а также с включенной моделью, но без использования алгоритма (эксперимент 3). Результаты экспериментов сведены в таблице 4.

Таблица 4. Результаты экспериментов

Моделируемый показатель	Значение моделируемого показателя		
	Эксперимент 1	Эксперимент 2	Эксперимент 3
Доступные денежные средства	<b>666.25</b>	656.45	483.46
Экономическая добавленная стоимость	<b>869.13</b>	867.13	861.11
Рентабельность собственного капитала	0.12	0.12	0.12
Рентабельность активов	0.15	0.15	0.15
Прибыль до выплаты процентов по займам и налога на прибыль	1645	1645	1645
Коэффициент финансового левериджа	<b>1.3</b>	1.27	1.28
Оборачиваемость активов	<b>0.15</b>	0.14	0.143
Чистая операционная прибыль после уплаты процентов	<b>979.13</b>	977.12	971.11

Результаты имитационных экспериментов демонстрируют, что денежный поток, экономическая добавленная стоимость и чистая прибыль имеют наилучшие значения в условиях применения разработанной модели и алгоритмов. Разработанная модель и алгоритмы управления финансовыми ресурсами позволяют эффективно планировать распределение платежей, сбалансировать притоки и оттоки финансовых средств, обеспечивая кредитоспособность и развитие предприятия.

## 6. Заключение

Управление движением финансовых средств является важным как для бизнес-администрирования, так и для практической финансово-хозяйственной деятельности предприятий. Обзор отечественной и зарубежной литературы подтвердил актуальность данной проблемы. Указывается высокая степень необходимости поддержания баланса денежных средств на сче-

тах предприятий. Однако модели управления денежными средствами, разработанные в течение почти пяти десятилетий, практически являются неизменными и не улучшаются. Отметим несколько треков, по которым развиваются теоретические модели и практические приложения в данной области, и пути их возможного совершенствования.

Во-первых, важным аспектом является методология разработки моделей управления денежными средствами. Литература показывает явное предпочтение детерминированных и стохастических моделей, но исследователи не применяют компьютерные модели. К примеру, использование эволюционных вычислительных алгоритмов, а не только генетических алгоритмов, может уменьшить ограничения при разработке более сложных моделей, упростить выполнение вычислений в системах бухгалтерского учета и финансового управления на предприятиях.

Во-вторых, анализ распределения статей по исследуемой тематике в научных публикациях и журналах показывает, что первоначально статьи были представлены в журналах по экономике и финансам, но с развитием методов и компьютерных технологий в 2000-х годах акцент начал перемещаться на математические модели и вычислительные оптимизационные схемы. Это демонстрирует возрастающий интерес исследователей к методу, а не к содержательной (экономической) сути анализируемой проблемы. Обсуждение классической проблемы оперативного управления финансами с точки зрения бухгалтерского учета, финансовых технологий, экономической эффективности может вернуться в указанные области знаний, с учетом уже устраненных проблем и ограничений, связанных с использованием математических моделей и методов.

В-третьих, проблема денежного (кассового) остатка связана не только с рассмотрением метода оптимизации, но и исследованием его практического применения. Величина остатка денежных средств по-прежнему ограничивается и не рассматривается как инвестиция, имеющая отрицательную доходность (определяемую общей стоимостью денежных средств), снижающая текущую ликвидность и формирующая дополнительный риск, связанный с дефицитом денежных средств. Таким образом, в качестве дальнейших исследований остаток денежных средств можно рассматривать как инвестицию наряду с другими финансовыми инструментами (портфельные инвестиции и др.), а также можно анализировать выбор инвестиций в финансовые инструменты в соответствии с их переменной ликвидностью, доходностью и сопутствующим риском.

В настоящей статье показано, что система поступления и расходования финансовых ресурсов является стохастической, так как потоки платежей являются неопределенными как по срокам, так и по объемам ресурсов. Поэтому планирование притока и оттока финансовых ресурсов традиционными методами, основанными на детерминированных схемах анализа и прогнозирования, не является эффективным и не соответствует природе рассматриваемой системы.

Выработан подход к оперативному управлению финансовыми ресурсами, отличающийся от других тем, что позволяет формировать эффективные оперативные решения по распределению денежных средств по статьям затрат и обеспечивает рост финансовой устойчивости и платежеспособности предприятия. Для обеспечения синхронизации денежных потоков и формирования рациональной стратегии, при которой денежные оттоки сочетаются с притоками, разработана модель дискретного оптимального управления финансовыми потоками. Новизна модели состоит в том, что она, во-первых, обеспечивает определение необходимого и достаточного объема денежных ресурсов на счетах предприятия, во-вторых, дает необходимые рекомендации финансовым аналитикам по обеспечению контроля за денежными выплатами, по работе с кредиторами и дебиторами, в-третьих, обеспечивает минимизацию рисков финансовых потерь вследствие неэффективного управления финансовыми потоками предприятия. Разработана схема оптимизации остатка денежных средств на счетах предприятия с учетом случайного характера потребности в денежных ресурсах по критерию минимизации затрат. Получена аналитическая зависимость оптимального объема остатка от альтернативных издержек, связанных с недополучением дохода от иного использования оставшихся после удовлетворения всех потребностей (статей затрат) денежных средств и транзакционных издержек по обслуживанию дополнительного кредита.

## Список литературы (References)

- Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современная теория управления. — М.: Наука, 1969. — 120 с.  
*Bellman R., Calaba R. Dinamicheskoye programmirovaniye i sovremennaya teoriya upravleniya* [Dynamic Programming and Modern Control Theory]. — Moscow: Science, 1969. — 120 p. (in Russian).
- Веселов М. А. Моделирование денежных потоков для оперативного управления финансами промышленного предприятия: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13. — СПб., 2002. — 164 с.  
*Veselov M. A. Modelirovaniye denezhnykh potokov dlya operativnogo upravleniya finansami promyshlennogo predpriyatiya* [Cash flow Modeling for Operational Management of Industrial Enterprise finances]: dis. ... cand. econ sciences: 08.00.13. — St. Petersburg, 2002. — 164 p. (in Russian).
- Зайков В. П. Теория и методология управления финансовыми ресурсами: автореф. ... д-ра эконом. наук. — СПб.: ИНЖЭКОН, 2008. — 35 с.  
*Zaikov V. P. Teoriya i metodologiya upravleniya finansovymi resursami* [Theory and Methodology of Financial Resource Management]: abstract ... dr. econom. sciences. — St. Petersburg: ENGECON, 2008. — 35 p. (in Russian).
- Логвинова Т. В. Моделирование стратегии формирования и управления финансовыми ресурсами компании // Финансовый менеджмент. — 2008. — № 2. — С. 42–49.  
*Logvinova T. V. Modelirovaniye strategii formirovaniya i upravleniya finansovymi resursami kompanii* [Modeling the Strategy of Forming and Managing Financial Resources of the Company] // Financial Management. — 2008. — No. 2. — P. 42–49 (in Russian).
- Орлова Е. В. Оценка кредитного риска на основе методов многомерного анализа // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5. — № 5. — С. 893–901.  
*Orlova E. V. Otsenka kreditnogo riska na osnove metodov mnogomernogo analiza* Credit Risk Assessment on the Basis of Multidimensional Analysis // Computer Research and Modeling. — 2013. — No. 5. — P. 893–901 (in Russian).
- Орлова Е. В. Идентификация и прогнозирование рисков экономической системы на основе имитационного моделирования // Проблемы анализа риска. — 2014. — № 1. — С. 40–49.  
*Orlova E. V. Identifikatsiya i prognozirovaniye riskov ekonomicheskoy sistemy na osnove imitatsionnogo modelirovaniya* [Identification and Forecasting of Risks of an Economic System Based on Simulation Modeling] // Problems of risk analysis. — 2014. — No. 1. — P. 40–49 (in Russian).
- Садовская Т. Г. Применение математических методов и моделей в управлении организационно-экономическими факторами конкурентоспособности промышленного предприятия // Аудит и финансовый анализ. — 2009. — № 3. — С. 364–379.  
*Sadovskaya T. G. Primeneniye matematicheskikh metodov i modeley v upravlenii organizatsionno-ekonomicheskimi faktorami konkurentosposobnosti promyshlennogo predpriyatiya* [The use of Mathematical Methods and Models in the Management of Organizational and Economic Factors of Industrial Enterprise Competitiveness] // Audit and financial analysis. — 2009. — No. 3. — P. 364–379 (in Russian).
- Чистяков Н. В. Составление платежного календаря с помощью имитационного моделирования // Вестник Новгородского государственного университета. — 2006. — № 37. — С. 61–65.  
*Chistyakov N. V. Sostavlениye platezhnogo kalendarya s pomoshch'yu imitatsionnogo modelirovaniya* [Drawing up a Payment Calendar Using Simulation Modeling] // Bulletin of Novgorod State University. — 2006. — No. 37. — P. 61–65 (in Russian).
- Baccarin S. Optimal impulse control for a multidimensional cash management system with generalized cost functions // European Journal of Operational Research. — 2009. — Vol. 196. — P. 198–206.
- Baumol W. J. The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach // Quarterly Journal of Economics. — 1952. — P. 545–556.
- Gormley F. M., Meade N. The utility of cash flow forecasts in the management of corporate cash balances // European Journal of Operational Research. — 2007. — Vol. 182. — P. 923–935
- Liu B., Xin C. An online model for managing cash: an alternative approach to the Miller-Orr model // Proceedings of international conference on computing, networking and communications (ICNC). — 2008. — P. 314–317.

- Miller M. H., Orr D.* A model of the demand for money by firms // *Quarterly Journal of Economics*. — 1966. — P. 413–435
- Nagano M. S., Sobreiro V. A., Moraes M. B.* Stochastic Cash Flow Management Models: A Literature Review Since the 1980s. — Chapter in book «Decision Models in Engineering and Management». — 2015. — P. 11–28. — DOI: 10.1007/978-3-319-11949-6\_2
- Orlova E. V.* Simulation Model for the Firms' Financial Resource Management // *Proceedings of the 28th International Business Information Management Association Conference on Vision 2020: Innovation Management, Development Sustainability, and Competitive Economic Growth, IBIMA*. — 2016. — P. 1317–1321.
- Orlova E. V.* Modeling and Coordinated Control for the Production and Economic System // *Proceedings of the Mathematical Modeling Session at the International Conference Information Technology and Nanotechnology (MM-ITNT 2017)*. — Samara, Russia, 2017a. — Vol. 1904. — P. 1–6.
- Orlova E. V.* Control over Chaotic Price Dynamics in a Price Competition Model // *Automation and Remote Control*. — 2017b. — Vol. 78. — No. 1. — P. 16–28.
- Orlova E. V.* The AI model for Identification the Impact of Irrational Factors on the Investor's Risk Propensity // *Proceedings of the 30th International Business Information Management Association Conference (IBIMA). Vision 2020: Sustainable Economic development, Innovation Management, and Global Growth*. — Spain, Madrid, 2017c. — P. 713–721.
- Orlova E. V.* Mechanism for Credit Risk Management // *Proceedings of the 30th International Business Information Management Association Conference (IBIMA). Vision 2020: Sustainable Economic development, Innovation Management, and Global Growth*. — Spain, Madrid, 2017d. — P. 827–837.
- Orlova E. V.* Economic Efficiency of the Mechanism for Credit Risk Management // *Computer Modeling in Decision Making 2017*. — Aachen, 2017e. — Vol. 2018 of CEUR Workshop Proceedings. — P. 139–150.
- Premachandra I. M.* A diffusion approximation model for managing cash in firms: an alternative approach to the Miller-Orr model // *European Journal of Operational Research*. — 2004. — Vol. 157. — P. 218–226.
- Tobin J.* The interest-elasticity of transactions demand for cash // *Review of Economics and Statistics*. — 1956. — P. 241–247.
- Volosov K., Mitra G., Spagnolo F., Lucas C.* Treasury management model with foreign exchange exposure // *Computational Optimization and Applications*. — 2005. — Vol. 32. — P. 179–207
- Yao J. S., Chen M. S., Lu H. F.* A fuzzy stochastic single-period model for cash management // *European Journal of Operational Research*. — 2006. — Vol. 170. — P. 72–90.