

УДК: 534.54:536.3

## Моделирование смешанной конвекции жидкости с переменной вязкостью в частично пористом горизонтальном канале с источником тепловыделения

М. С. Астанина, М. А. Шеремет<sup>а</sup>

Научно-исследовательская лаборатория моделирования процессов конвективного теплопереноса,  
Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

E-mail: <sup>а</sup> sheremet@math.tsu.ru

*Получено 17.07.2017, после доработки — 02.08.2018.*

*Принято к публикации 09.10.2018.*

Проведено численное исследование нестационарных режимов смешанной конвекции в открытом частично пористом горизонтальном канале при наличии тепловыделяющего элемента. Наружные поверхности горизонтальных стенок конечной толщины являлись адиабатическими. В канале находилась ньютоновская теплопроводная жидкость, вязкость которой зависит от температуры по экспоненциальному закону. Дискретный тепловыделяющий теплопроводный элемент расположен внутри нижней стенки канала. Температура жидкости равна температуре твердого скелета внутри пористой вставки, и расчеты ведутся в рамках модели теплового равновесия. Пористая вставка изотропна, однородна и проницаема для жидкости. Для моделирования пористой среды использована модель Дарси–Бринкмана. Математическая модель, сформулированная в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность скорости – температура» на основе приближения Буссинеска, реализована численно с помощью метода конечных разностей. Уравнения дисперсии завихренности и энергии решались на основе локально-одномерной схемы А. А. Самарского. Диффузионные слагаемые аппроксимировались центральными разностями, конвективные — с использованием монотонной аппроксимации А. А. Самарского. Разностные уравнения решались методом прогонки. Разностное уравнение Пуассона для функции тока решалось отдельно, с применением метода последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов. Разработанная вычислительная модель была протестирована на множестве равномерных сеток, а также верифицирована путем сравнения полученных результатов при решении модельной задачи с данными других авторов.

Численные исследования нестационарных режимов смешанной конвекции жидкости с переменной вязкостью в горизонтальном канале с тепловыделяющим источником были проведены при следующих значениях безразмерных параметров:  $Pr = 7.0$ ,  $\varepsilon = 0.8$ ,  $Gr = 10^5$ ,  $C = 0-1$ ,  $10^{-5} < Da < 10^{-1}$ ,  $50 < Re < 500$ ,  $\delta = l/H = 0.6-3$ . Все распределения изолиний функции тока и температуры, а также зависимости среднего числа Нуссельта и средней температуры были получены в стационарном режиме, когда наблюдается установление картины течения и теплопереноса. В результате анализа установлено, что введение пористой вставки позволяет интенсифицировать теплосъем с поверхности источника энергии. Увеличение размеров пористой вставки, а также использование рабочих сред с разными теплофизическими характеристиками приводят к снижению температуры в источнике энергии.

Ключевые слова: смешанная конвекция, зависящая от температуры вязкость, тепловыделяющий источник, пористая среда, открытый канал, метод конечных разностей

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-2819.2017.8).

© 2019 Марина Сергеевна Астанина, Михаил Александрович Шеремет

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.  
Чтобы получить текст лицензии, посетите вебсайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>  
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA

UDC: 519.6

## Simulation of mixed convection of a variable viscosity fluid in a partially porous horizontal channel with a heat-generating source

M. S. Astanina, M. A. Sheremet<sup>a</sup>

Laboratory on Convective Heat and Mass Transfer,  
National Research Tomsk State University,  
36 Lenin ave., Tomsk, 634050, Russia

E-mail: <sup>a</sup> sheremet@math.tsu.ru

*Received 17.07.2017, after completion — 02.08.2018.*

*Accepted for publication 09.10.2018.*

Numerical study of unsteady mixed convection in an open partially porous horizontal channel with a heat-generating source was performed. The outer surfaces of horizontal walls of finite thickness were adiabatic. In the channel there was a Newtonian heat-conducting fluid with a temperature-dependent viscosity. The discrete heat-conducting and heat-generating source is located inside the bottom wall. The temperature of the fluid phase was equal to the temperature of the porous medium, and calculations were performed using the local thermal equilibrium model. The porous insertion is isotropic, homogeneous and permeable to fluid. The Darcy–Brinkman model was used to simulate the transport process within the porous medium. Governing equations formulated in dimensionless variables “stream function – vorticity – temperature” using the Boussinesq approximation were solved numerically by the finite difference method. The vorticity dispersion equation and energy equation were solved using locally one-dimensional Samarskii scheme. The diffusive terms were approximated by central differences, while the convective terms were approximated using monotonic Samarskii scheme. The difference equations were solved by the Thomas algorithm. The approximated Poisson equation for the stream function was solved separately by successive over-relaxation method. Optimal value of the relaxation parameter was found on the basis of computational experiments. The developed computational code was tested using a set of uniform grids and verified by comparing the results obtained of other authors.

Numerical analysis of unsteady mixed convection of variable viscosity fluid in the horizontal channel with a heat-generating source was performed for the following parameters:  $Pr = 7.0$ ,  $\varepsilon = 0.8$ ,  $Gr = 10^5$ ,  $C = 0-1$ ,  $10^{-5} < Da < 10^{-1}$ ,  $50 < Re < 500$ ,  $\delta = l/H = 0.6-3$ . Distributions of the isolines of the stream function, temperature and the dependences of the average Nusselt number and the average temperature inside the heater were obtained in a steady-state regime, when the stationary picture of the flow and heat transfer is observed. As a result we showed that an addition of a porous insertion leads to an intensification of heat removal from the surface of the energy source. The increase in the porous insertion sizes and the use of working fluid with different thermal characteristics, lead to a decrease in temperature inside the source.

**Keywords:** mixed convection, temperature-dependent viscosity, heat-generating source, porous medium, open channel, finite difference method

**Citation:** *Computer Research and Modeling*, 2019, vol. 11, no. 1, pp. 95–107 (Russian).

This work was supported by the Grants Council (under the President of the Russian Federation), Grant No. MD-2819.2017.8.

## 1. Введение

Изучение процессов тепломассопереноса в открытых и замкнутых областях при наличии различных осложняющих факторов имеет большое значение в разных отраслях промышленности [Oztop et al., 2015; Miroshnichenko, Sheremet, 2018]. Современный уровень развития приборостроения, энергетики, электроники и других сфер производства требует усовершенствованных методик исследования в области конвективного теплообмена, например, с целью улучшения систем охлаждения тепловыделяющих элементов [Best, Rivera, 2015; Kojok et al., 2016]. Возрастает спрос на новые, современные технологии теплоотвода в различных областях. Подобные исследования позволяют предугадывать работу систем с тепловыделяющими элементами и предотвращать их преждевременный выход из строя. Особое значение имеют задачи, в которых вводятся дополнительные условия: пористые вставки [Kuriyama et al., 2015], рабочие среды с изменяемым фазовым состоянием [Bondareva, Sheremet, 2018], магнитное поле [Abdoli et al., 2017] и др. Задачи такого типа имеют большое поле практического применения. Моделирование теплопереноса в открытых областях находит применение в проектировании активных систем охлаждения, предполагающих наличие подвижного хладагента, контактирующего с корпусом тепловыделяющего элемента и интенсифицирующего теплообмен с поверхностью этого элемента [De Oliveira, Barbosa, 2017; Sarper et al., 2018]. В этом случае теплоотвод осуществляется за счет режимов вынужденной или смешанной конвекции.

В настоящее время проведено небольшое количество исследований конвективного теплопереноса жидкости с переменными теплофизическими свойствами в открытых областях. В основном рассматриваются жидкости с постоянными свойствами. Например, изучению смешанных конвективных течений в каналах систем охлаждения посвящена работа [Байбурин и др., 2013]. Методом конечных элементов Галёркина [Zienkiewicz et al., 2013] авторы решили задачу смешанной конвекции в горизонтальных и вертикальных плоскопараллельных каналах. Особенность задачи заключается в наличии граничных источников тепла конечных размеров. На основе полученных результатов авторы сделали вывод о том, что в рассматриваемой постановке наиболее эффективная теплоотдача наблюдается при вертикальном расположении канала. В [Байбурин и др., 2011] представлены результаты моделирования смешанной конвекции в области с нерегулярной геометрией и неоднородными условиями на границах. Данная задача была решена методом конечных элементов Галёркина. Задача усложнялась наличием выходной границы, условия на которой не определены в явном виде и вычислялись на основе эмпирических моделей. По полученным распределениям изолиний функции тока и температуры авторы сформулировали рекомендации по конструктивному заполнению моделируемой области, имитирующей корпус РЭА, а также расположению термочувствительных элементов. Результаты численного решения уравнений Навье–Стокса и теплопроводности в ограниченном объеме для режимов свободной и вынужденной конвекции представлены в [Жук, 2003]. Численным путем было установлено, что стационарному состоянию в случае вынужденной конвекции соответствуют два решения, переход от 2- к 4-ячеистому режиму возможен благодаря импульсному температурному воздействию, что может быть использовано в технологических установках. Влияние различных условий теплообмена на свободной поверхности при моделировании смешанной конвекции жидкости в водоеме с тепловым насосом исследовано в [Демьянович и др., 2014]. В результате исследования авторы пришли к выводу, что при смене положения стока тепла в водоеме соответственно изменяются и температурные режимы. Таким образом, при различных временах года необходимо менять расположение теплообменника в пространстве водоема для увеличения интенсивности теплообмена и уменьшения вероятности его обмерзания.

В настоящей работе проводится численный анализ режимов смешанной конвекции жидкости с вязкостью, зависящей от температуры, в частично пористом канале при наличии тепловыделяющего элемента и теплопроводных стенок конечной толщины. Полученные результаты показывают различные варианты теплоотвода при варьировании определяющих характеристик:

размеров и свойств пористой вставки, параметра изменения вязкости и числа Рейнольдса (величины скорости на входе в канал). Следует отметить, что рассматриваемая задача имеет непосредственное отношение к оптимизации активных систем охлаждения тепловыделяющих элементов [Cengel, Ghajar, 2015].

## 2. Математическая модель

Рассматривается задача моделирования смешанной конвекции в частично пористом канале длины  $L$  и высоты  $H$  с тепловыделяющим элементом (рис. 1). Считается, что течение жидкости и теплоперенос являются двумерными. Наружные поверхности горизонтальных стенок конечной толщины являются адиабатическими. Нагревательный элемент расположен внутри нижней стенки и имеет постоянную плотность внутреннего объемного тепловыделения  $Q$ . Над источником располагается пористая вставка длины  $l$ . Внутри канала из левого входного отверстия поступает холодная жидкость и выходит через правую открытую границу. Рабочая среда считается ньютоновской теплопроводной жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Вязкость рабочей жидкости представляется зависящей от температуры функцией  $\bar{\mu}(T) = \mu_0 \cdot \exp\left(-C \frac{T - T_c}{\Delta T}\right)$ , где  $C$  — параметр зависимости.

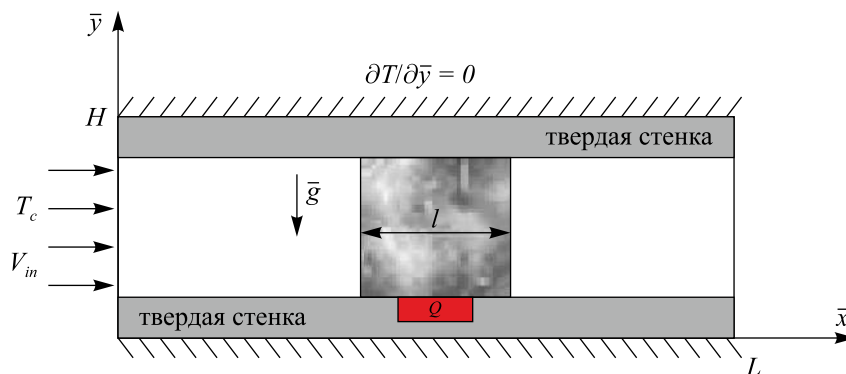


Рис. 1. Область решения задачи — горизонтальный канал, где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  — координаты декартовой системы,  $H$  — высота канала,  $L$  — длина канала,  $l$  — длина пористой вставки,  $g$  — ускорение свободного падения,  $Q$  — плотность внутреннего объемного тепловыделения в источнике энергии,  $T_c$  — температура жидкости на входе в канал,  $V_{in}$  — скорость жидкости на входе в канал

Математическая модель строится на основе безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура» [Пасконов и др., 1984]. Использование такого подхода позволяет исключить из уравнений поле давления. Функция тока и завихренность вводятся следующим способом: функция тока —  $\left(\bar{u} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}, \bar{v} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}}\right)$ , завихренность —  $\left(\bar{\omega} = \text{rot}_z \bar{V} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right)$ . Тогда систему уравнений, описывающую теплоперенос в рассматриваемой области, можно записать в безразмерном виде:

- для чистой среды

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{2}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right); \quad (3)$$

- для пористой среды (модель Дарси–Бринкмана)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (4)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial y^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega}{\text{Da}} \right) + \frac{\varepsilon^2 \text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{2\varepsilon}{\text{Re}} \left[ \frac{\varepsilon \mu}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial y} - \frac{\varepsilon v}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right], \quad (5)$$

$$\eta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{a_{pm}/a_f}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right); \quad (6)$$

- для источника энергии

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a_{hs}/a_f}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + 1 \right); \quad (7)$$

- для твердых стенок

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a_w/a_f}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right). \quad (8)$$

В этой системе уравнений были использованы безразмерные комплексы [Kunes, 2012]:

$$\text{Ra} = \frac{\rho g \beta \Delta T H^3}{a_f \mu_0}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu_0}{\rho a_f}, \quad \text{Da} = \frac{K}{H^2}, \quad \Delta T = \frac{QH^2}{\lambda_{hs}},$$

$$\mu = \exp(-C\theta), \quad \text{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T H^3}{\mu_0^2}, \quad \text{Re} = \frac{\rho H V_{in}}{\mu_0}.$$

Начальные и граничные условия для сформулированной системы дифференциальных уравнений в частных производных (1)–(8) рассматривались в следующем виде:

$\tau = 0$ :

$$\psi = \omega = \theta = 0 \text{ при } 0 \leq x \leq A = L/H \text{ и } 0 \leq y \leq 1;$$

$\tau > 0$ :

$$\psi = y, \quad \omega = \theta = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } 0 \leq y \leq 1,$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \text{ при } x = A \text{ и } 0 \leq y \leq 1,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, 1 \text{ и } 0 < x < A;$$

$$\psi = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}, \quad \begin{cases} \theta_{hs} = \theta_{pm} \\ \frac{\lambda_{hs}}{\lambda_{pm}} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial y} = \frac{\partial \theta_{pm}}{\partial y} \end{cases} \text{ на верхней поверхности источника тепла;}$$

$$\begin{cases} \theta_{hs} = \theta_w \\ \frac{\lambda_{hs}}{\lambda_w} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial n} = \frac{\partial \theta_w}{\partial n} \end{cases} \text{ на остальных поверхностях источника тепла;}$$

$$\begin{cases} \psi_{pm} = \psi_f \\ \frac{\partial \psi_{pm}}{\partial n} = \frac{\partial \psi_f}{\partial n} \end{cases} \begin{cases} \omega_{pm} = \omega_f \\ \frac{\partial \omega_{pm}}{\partial n} = \frac{\partial \omega_f}{\partial n} \end{cases} \begin{cases} \theta_{pm} = \theta_f \\ \frac{\lambda_{pm}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_{pm}}{\partial n} = \frac{\partial \theta_f}{\partial n} \end{cases} \text{ на границе «пористая среда / чистая среда».$$

Для обезразмеривания системы дифференциальных уравнений (1)–(8) и соответствующих начальных и граничных условий были использованы следующие безразмерные переменные:

$$x = \bar{x}/H, \quad y = \bar{y}/H, \quad \tau = tV_{in}/H, \quad \theta = (T - T_c)/\Delta T, \quad \mu = \bar{\mu}/\mu_0,$$

$$u = \bar{u}/V_{in}, \quad v = \bar{v}/V_{in}, \quad \psi = \bar{\psi}/(V_{in}H), \quad \omega = \bar{\omega}H/V_{in},$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  — размерные декартовы координаты;  $x$ ,  $y$  — безразмерные декартовы координаты;  $t$  — размерное время;  $\tau$  — безразмерное время;  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  — размерные компоненты вектора скорости;  $u$ ,  $v$  — безразмерные компоненты вектора скорости;  $\bar{\psi}$  — размерная функция тока;  $\psi$  — безразмерная функция тока;  $\bar{\omega}$  — размерная завихренность;  $\omega$  — безразмерная завихренность;  $T$  — размерная температура;  $\theta$  — безразмерная температура,  $\bar{\mu}$  — размерная вязкость,  $\mu$  — безразмерная вязкость.

При решении краевой задачи (1)–(8) применялся метод конечных разностей на равномерной сетке [Астанина, Шеремет, 2015; Astanina et al., 2015]. Уравнения дисперсии завихренности (2), (5), а также уравнения энергии (3), (6)–(8) решаются на основе локально-одномерной схемы А. А. Самарского. Диффузионные члены аппроксимируются центральными разностями, конвективные — с использованием монотонной аппроксимации А. А. Самарского. Разностные уравнения решались методом прогонки. Дискретные уравнения Пуассона для функции тока, полученные из (1) и (4), решались отдельно, с применением метода последовательной верхней релаксации. Оптимальный параметр релаксации подбирался на основе вычислительных экспериментов.

Сформулированная математическая модель и разработанный вычислительный аппарат были верифицированы на модельной задаче смешанной конвекции в частично пористом открытом канале с изотермическим участком на нижней стенке при  $C = 0$  [Hyun et al., 1995]. На рис. 2 представлено сравнение распределений изолиний функции тока в полости с данными других авторов. По представленным результатам видно, что согласование с данными других авторов хорошее.

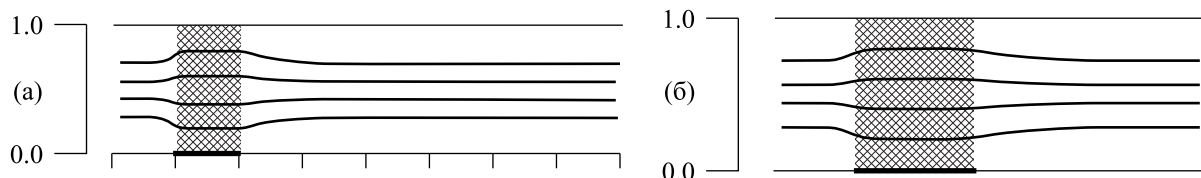


Рис. 2. Линии тока в плоском канале при наличии локального источника энергии и пористой вставки над ним для  $Re = 100$ ,  $C = 0$ ,  $Da = 10^{-5}$ : а) данные из [Hyun et al., 1995]; б) результаты, полученные на основе разработанной модели

### 3. Результаты численного моделирования

Численные исследования краевой задачи (1)–(8) проведены при следующих значениях безразмерных комплексов:  $Pr = 7.0$ ,  $\varepsilon = 0.8$ ,  $Gr = 10^5$ ,  $C = 0, 1$ ,  $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-1}$ ,  $50 \leq Re \leq 500$ ,  $\delta = l/H = 0.6, 1.8, 3$ . Следует отметить, что все распределения были рассмотрены для момента времени  $\tau = 100$ , когда наблюдается полное установление процесса.

На рис. 3 представлены распределения изолиний функции тока и температуры, соответствующие различным значениям проницаемости пористой вставки при  $\delta = 1.8$ ,  $C = 1$ ,  $Re = 500$ .

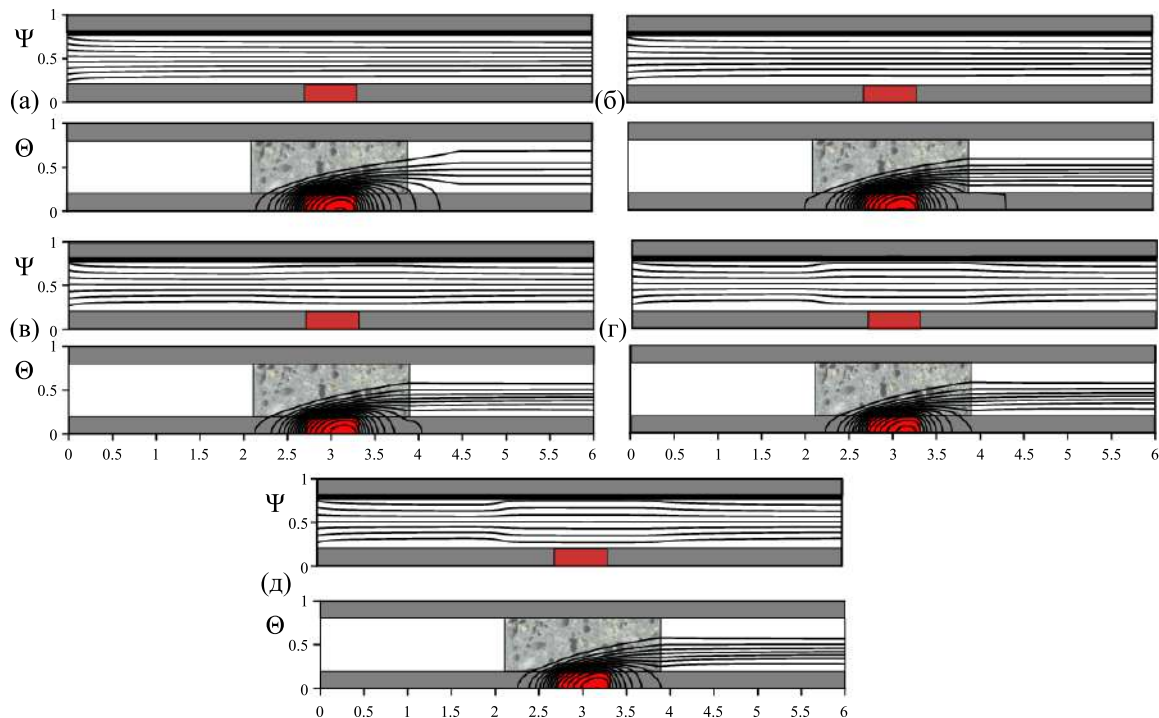


Рис. 3. Изолинии функции тока  $\Psi$  и температуры  $\Theta$  в канале при  $Re = 500$ ,  $C = 1$ : а)  $Da = 10^{-1}$ ; б)  $Da = 10^{-2}$ ; в)  $Da = 10^{-3}$ ; г)  $Da = 10^{-4}$ ; д)  $Da = 10^{-5}$ . Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

По полученным распределениям видно, что для рассматриваемого диапазона чисел Дарси в полости образуется устойчивый ламинарный поток; пористая вставка и нижняя теплопроводная стенка прогреваются в области около источника энергии. За счет интенсивного вынужденного течения волна повышенной температуры сдвигается в сторону выходного отверстия. Анализируя полученные распределения изолиний температуры и функции тока, можно отметить, что увеличение числа Дарси приводит к усилению течения в полости за счет роста проницаемости пористой вставки. При этом для большего числа Дарси (рис. 3, а) прогрев в полости происходит равномерно как для пористой вставки, так и для области с чистой средой. Далее при уменьшении числа Дарси, а следовательно, и проницаемости пористого материала такой эффект не наблюдается. Также происходит прогрев нижней твердой стенки в области около источника энергии за счет механизма теплопроводности. При этом для  $Da = 10^{-1}$  изотермы на нижней стенке охватывают большее пространство, чем для остальных случаев. При уменьшении числа Дарси течение в области с пористой вставкой деформируется, выделяя область вставки в структуре течения, что видно по изолиниям функции тока (рис. 3, в, д). Также уменьшение значений числа Дарси при остальных фиксированных параметрах приводит, как было отмечено выше, к интенсификации течения и вследствие этого к снижению средней температуры внутри источника энергии (рис. 4, а). Можно выделить два заметных скачка: при переходе от значений  $10^{-1}$  к  $10^{-3}$  и от  $10^{-3}$  к  $10^{-4}$ . Такое скачкообразное изменение температуры можно

объяснить изменением взаимодействия режимов теплопереноса в полости: теплопроводности в пористой вставке и горизонтальных стенках и конвекции. Среднее число Нуссельта

$$\left( \text{Nu}_{\text{avg}} = \int_{\sigma} \left( -\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}} \right)_{\sigma} d\zeta, \text{ где } \sigma \text{ — поверхность источника тепла, } \mathbf{n} \text{ — внешняя нормаль к границе}$$

источника,  $\zeta$  — координата по поверхности источника), характеризующее интенсивность теплосъема с источника, наоборот, при уменьшении числа Дарси увеличивается (рис. 4, б), что также свидетельствует о более интенсивном теплосъеме от тепловыделяющего элемента. В совокупности отмеченные наблюдения позволяют сделать вывод о том, что изменение проницаемости пористой вставки позволяет улучшить теплоотвод от тепловыделяющего элемента.

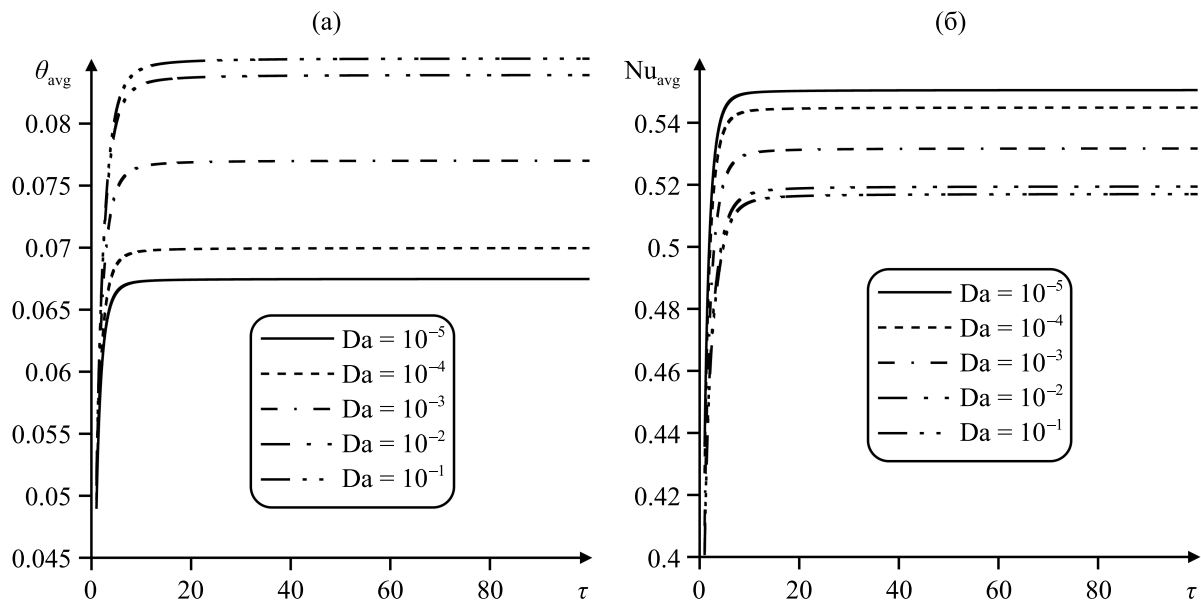


Рис. 4. Временные зависимости ( $0 \leq \tau \leq 100$ ) для средней температуры  $\theta_{\text{avg}}$  внутри источника энергии (а) и числа Нуссельта  $\text{Nu}_{\text{avg}}$  на поверхности тепловыделяющего элемента (б) для разных чисел Дарси (Da) при  $\text{Re} = 500$ ,  $C = 1$ ,  $\delta = 1.8$

Рис. 5 отражает зависимости изолиний функции тока и температуры от числа Рейнольдса при  $\text{Da} = 10^{-5}$ ,  $C = 1$ ,  $\delta = 1.8$ . При малом числе Рейнольдса (рис. 5, а) происходит равномерное прогревание канала в области пористой вставки, твердых стенок и в зоне с чистой жидкостью, расположенной в области справа от пористой вставки, при этом в зоне над источником течение слегка изменяет свою структуру в связи с прохождением через пористую вставку, что видно по распределениям изолиний функции тока. Следует отметить, что такой интенсивный прогрев пористой вставки обусловлен малыми скоростями вынужденного течения. При увеличении  $\text{Re}$  (рис. 5, б) прогрев твердых стенок происходит только в области пористой вставки и в области канала справа от пористого включения. Дальнейший рост числа Рейнольдса (рис. 5, в, г) отражает усиление течения в канале вследствие увеличения скорости на входе и приводит к более интенсивному теплосъему с поверхности тепловыделяющего элемента.

Более детальный анализ влияния числа Рейнольдса на теплоперенос в канале можно провести на основе зависимостей средней температуры внутри источника энергии и среднего числа Нуссельта на поверхности тепловыделяющего элемента при  $\text{Da} = 10^{-3}$ ,  $\delta = 1.8$ ,  $C = 1$  (см. рис. 6). Можно отметить, что теплоперенос внутри канала довольно быстро стабилизируется, к моменту времени  $\tau = 20$  наблюдается достижение постоянных значений  $\theta_{\text{avg}}$  и  $\text{Nu}_{\text{avg}}$ , что характеризует формирование стационарного режима. Увеличение числа Рейнольдса в десять раз приводит к заметному снижению температуры внутри источника энергии (рис. 6, а), сопровождающемуся ростом среднего числа Нуссельта (рис. 6, б).



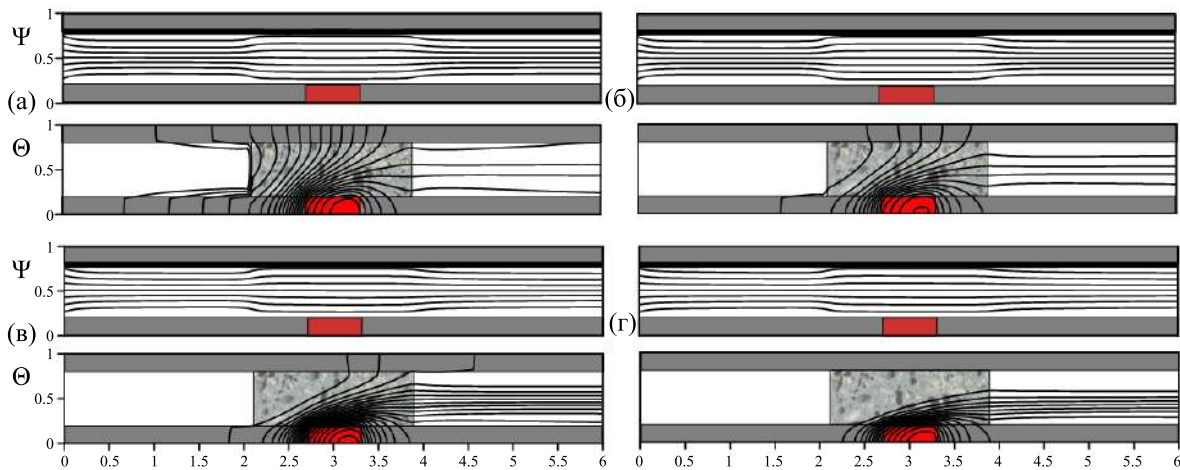


Рис. 5. Изолинии функции тока  $\Psi$  и температуры  $\Theta$  при  $Da = 10^{-3}$ ,  $C = 1$ ,  $\delta = 1.8$ : а)  $Re = 50$ ; б)  $Re = 100$ ; в)  $Re = 200$ ; г)  $Re = 500$ . Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

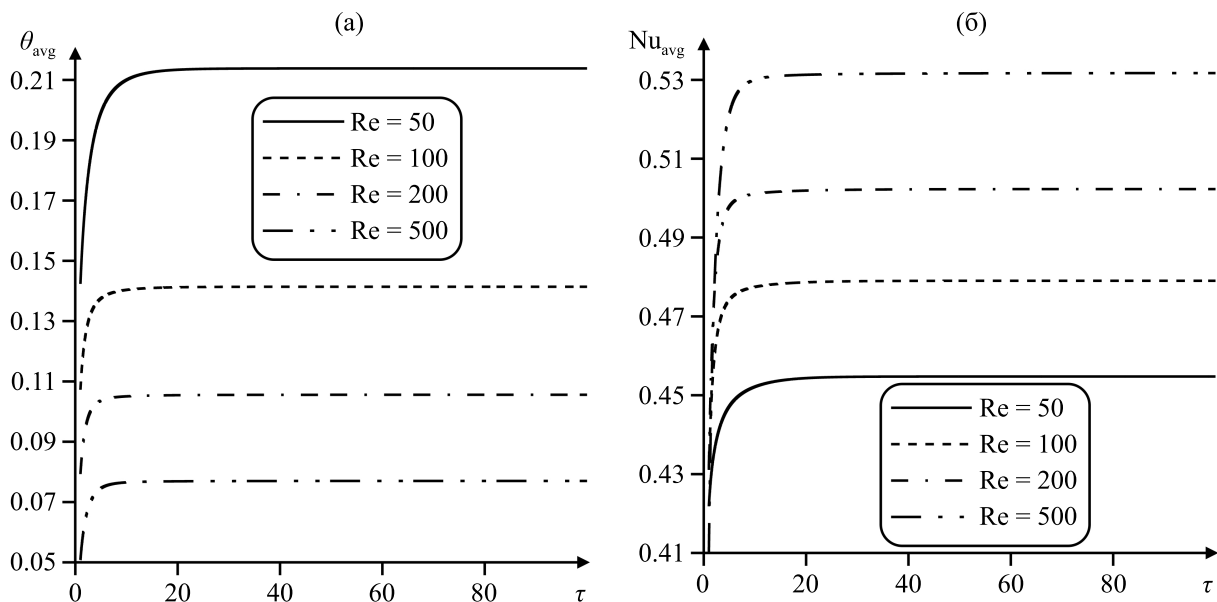


Рис. 6. Временные зависимости ( $0 \leq \tau \leq 100$ ) для средней температуры  $\theta_{avg}$  внутри источника энергии (а) и числа Нуссельта  $Nu_{avg}$  на поверхности тепловыделяющего элемента (б) при  $Da = 10^{-3}$ ,  $C = 1$ ,  $\delta = 1.8$  и разных значениях числа Рейнольдса ( $Re$ )

На рис. 7 отражены влияние параметра изменения вязкости  $C$  и числа Рейнольдса на среднюю температуру внутри тепловыделяющего элемента и среднее число Нуссельта на поверхности источника энергии при  $Da = 10^{-5}$ ,  $\delta = 1.8$ . Видно, что увеличение параметра изменения вязкости  $C$  (переход от жидкости с постоянной вязкостью к жидкости с температурной зависимостью для вязкости) приводит к снижению средней температуры внутри источника энергии и к усилению теплосъема с поверхности источника. Необходимо также отметить, что увеличение числа Рейнольдса приводит к ослаблению влияния параметра температурной зависимости вязкости среды.

Изменение гидродинамики течения при варьировании размеров пористой вставки для  $Da = 10^{-5}$ ,  $Re = 50$ ,  $C = 1$  проиллюстрировано на рис. 8 и 9. В рассматриваемом диапазоне изме-

нения длины пористой вставки (рис. 8) течение сильно изменяет свою структуру в зоне твердого скелета. При этом, вследствие малого значения числа Рейнольдса, прогрев в этой зоне более существенный по сравнению с чистой средой. Для минимального размера включения (рис. 8, а) часть канала справа от пористой среды также прогревается, но неравномерно.

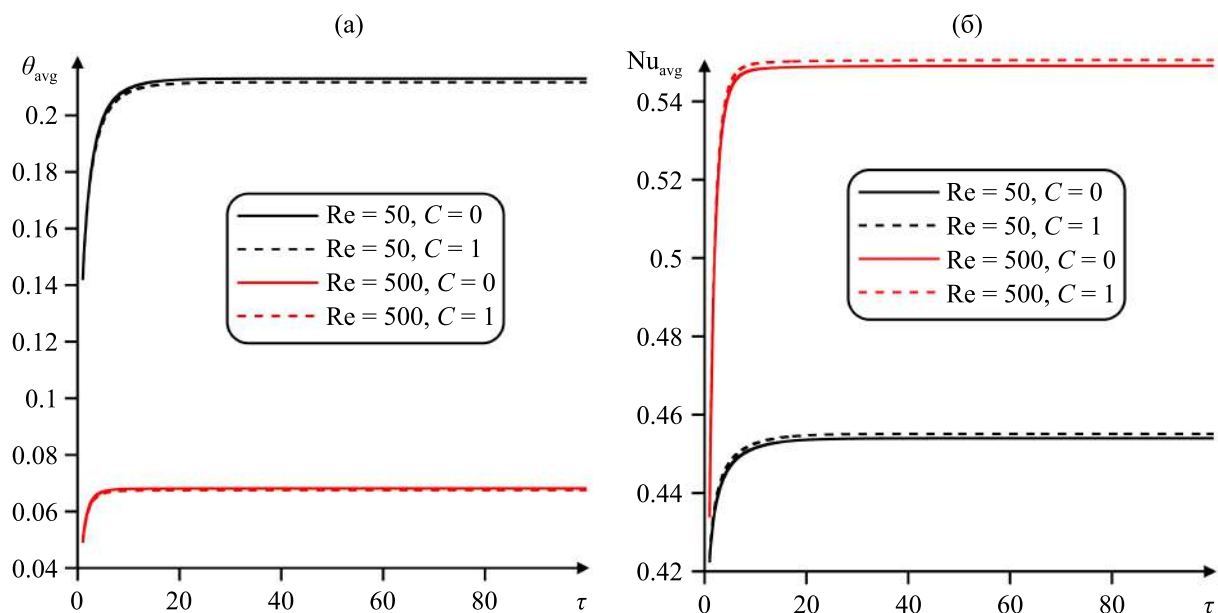


Рис. 7. Временные зависимости ( $0 \leq \tau \leq 100$ ) для средней температуры  $\theta_{avg}$  внутри источника энергии (а) и числа Нуссельта  $Nu_{avg}$  на поверхности тепловыделяющего элемента (б) для разных значений параметра  $C$  и числа Рейнольдса при  $Da = 10^{-5}$ ,  $\delta = 1.8$ . Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

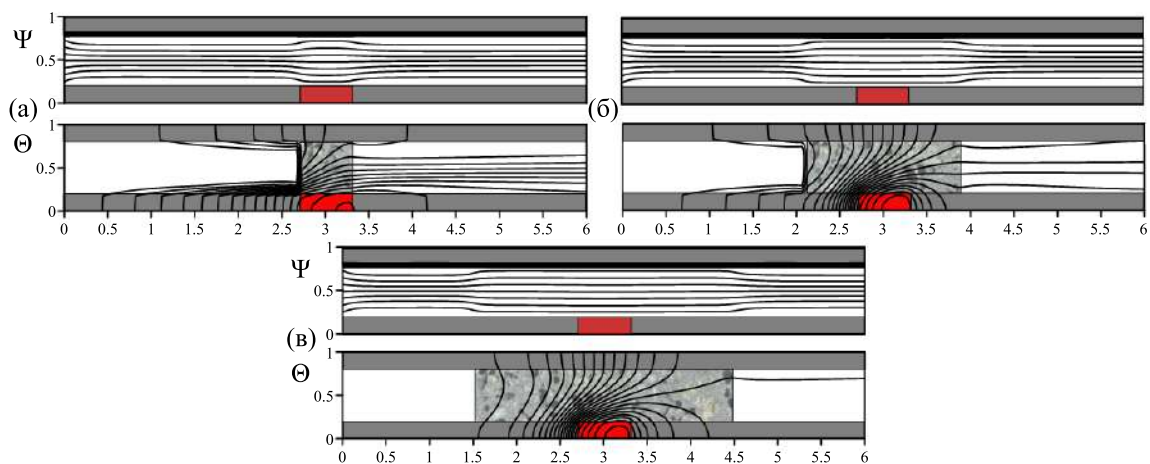


Рис. 8. Изолинии функции тока  $\Psi$  и температуры  $\Theta$  при  $Da = 10^{-5}$ ,  $Re = 50$ ,  $C = 1$ : а)  $\delta = 0.6$ ; б)  $\delta = 1.8$ ; в)  $\delta = 3$ . Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

При  $\delta = 1.8$  прогрев в области с чистой средой справа от пористой вставки становится более равномерным. Для максимального размера вставки (рис. 8, в) практически весь теплосъем с источника происходит за счет пористой среды, при этом твердые стенки прогреваются только в области вставки. Кроме того, увеличение размера пористого включения очень сильно снижает среднюю температуру внутри тепловыделяющего элемента и среднее число Нуссель-

та на поверхности источника энергии (рис. 9) за счет преобладания теплопроводности как основного механизма переноса энергии при рассматриваемых параметрах системы. Отметим, что увеличение длины пористой вставки от 0.6 до 1.8 значительно сказывается на средней температуре внутри нагревателя и числе Нуссельта на поверхности источника энергии. Это обусловлено тем, что внедрение пористого материала не только над источником, но и около него значительно улучшает его охлаждение за счет значительного увеличения поверхности теплосъема. При увеличении значений  $\delta$  от 1.8 до 3 изменения интегральных параметров не так существенны.

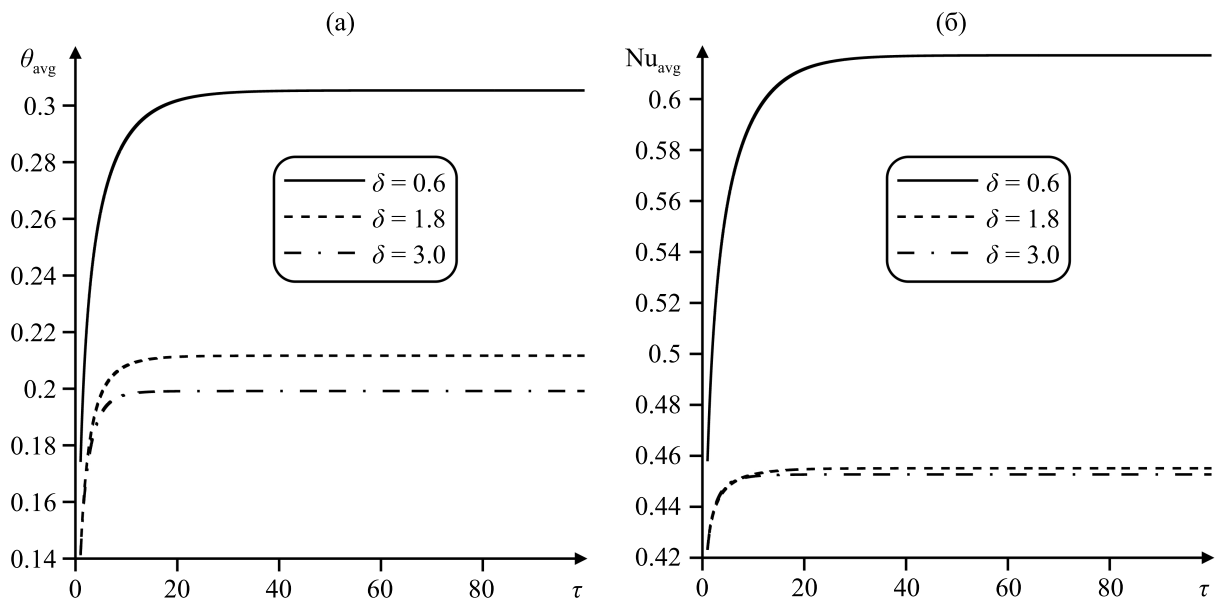


Рис. 9. Временные зависимости ( $0 \leq \tau \leq 100$ ) для средней температуры  $\theta_{avg}$  внутри источника энергии (а) и числа Нуссельта  $Nu_{avg}$  на поверхности тепловыделяющего элемента (б) при  $Da = 10^{-5}$ ,  $Re = 50$ ,  $C = 1$  и разных значениях параметра  $\delta$

## 4. Заключение

Проведен численный анализ процессов смешанной конвекции жидкости с переменной вязкостью в открытом частично пористом канале со стенками конечной толщины и тепловыделяющим источником, расположенным внутри нижней стенки. Выявлены основные закономерности в изменении картины течения в канале под влиянием определяющих параметров. Установлено, что решающую роль играет число Рейнольдса, отвечающее за величину скорости входящего потока в канал, а также проницаемость и размеры пористой вставки. Увеличение данных параметров приводит к интенсификации течения в полости и снижению средней температуры источника энергии. Также было установлено, что увеличение параметра изменения вязкости  $C$  (переход от жидкости с постоянной вязкостью к жидкости с температурной зависимостью для вязкости) приводит к снижению средней температуры внутри источника энергии и к усилению теплосъема с поверхности источника. Для высоких чисел Рейнольдса влияние параметра температурной зависимости вязкости среды становится менее значимым. Полученные результаты могут использоваться при оптимизации активных систем охлаждения за счет введения пористых вставок, в качестве которых может рассматриваться металлическая пена.

## Список литературы (References)

- Астанина М. С., Шеремет М. А.* Моделирование термогравитационной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальным источником энергии // Вестник Пермского университета. Сер. Физика. — 2015. — Вып. 3 (31). — С. 52–59.  
*Astanina M. S., Sheremet M. A.* Modelirovanie termogravitacionnoj konvekcii s peremennoj vyazkostyu v zamknutoj polosti s lokalnym istochnikom energii [Simulation of thermogravitational convection with variable viscosity in a closed cavity with a local energy source] // Vestnik Permskogo universiteta. Ser. Fizika. — 2015. — No. 3 (31). — P. 52–59 (in Russian).
- Демьянович Н. В., Максимов В. И., Нагорнова Т. А.* Математическое моделирование смешанной конвекции жидкости в водоеме с локальным стоком тепла при различных условиях теплообмена на свободной поверхности // Фундаментальные исследования. — 2014. — № 12-9. — С. 1883–1888.  
*Demyanovich N. V., Maksimov V. I., Nagornova T. A.* Matematicheskoe modelirovanie smeshanoj konvekcii zhidkosti v vodoeme s lokalnym stokom tepla pri razlichnykh usloviyakh teploobmena na svobodnoj poverkhnosti [Mathematical modeling of mixed convection of a fluid in a reservoir with a local heat sink under different conditions of heat transfer on a free surface] // Fundamentalnye issledovaniya. — 2014. — Vol. 12-9. — P. 1883–1888 (in Russian).
- Байбурун В. Б., Ермолаев И. А., Шаповалов А. С.* Моделирование смешанных конвективных течений в каналах систем охлаждения методом конечных элементов // Вестник Саратовского государственного технического университета. Сер. Физика, радиотехника и электроника. — 2013. — Вып. 1, № 2 (70). — С. 49–53.  
*Bajburin V. B., Ermolaev I. A., Shapovalov A. S.* Modelirovanie smeshannykh konvektivnykh techenij v kanalakh sistem okhlazhdeniya metodom konechnykh elementov [Simulation of mixed convection flows in the cooling system channels by a finite elements method] // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Fizika, radiotekhnika i elektronika. — 2013. — Vol. 1, No. 2 (70). — P. 49–53 (in Russian).
- Байбурун В. Б., Ермолаев И. А., Шаповалов А. С.* Моделирование смешанной термогравитационной конвекции в области с нерегулярной геометрией и неоднородными условиями на границах // Вестник Саратовского государственного технического университета. Сер. Физика, радиотехника и электроника. — 2011. — Вып. 1, № 4 (59). — С. 88–93.  
*Bajburin V. B., Ermolaev I. A., Shapovalov A. S.* Modelirovanie smeshanoj termogravitacionnoj konvekcii v oblasti s neregulyarnoj geometriej i neodnorodnymi usloviyami na granicakh [Modeling of mixed thermogravitational convection in the area with the irregularly geometry and non-uniform boundaries conditions] // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Fizika, radiotekhnika i elektronika. — 2011. — Vol. 1, No. 4 (59). — P. 88–93 (in Russian).
- Жук В. И.* Анализ численных решений системы уравнений для свободной и вынужденной конвекции в ограниченном объеме // Вестник Приазовского государственного технического университета: сборник научных трудов / ПГТУ. — Мариуполь, 2003. — Вып. 13. — С. 395–398.  
*Zhuk V. I.* Analiz chislennykh reshenij sistemy uravnenij dlya svobodnoj i vynuzhdennoj konvekcii v ogranichenom obeme [Analysis of numerical solutions of the system of equations for free and forced convection in a limited volume] // Vestnik Priazovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta: sbornik nauchnykh trudov / PGU. — Mariupol, 2003. — No. 6. — P. 21–31 (in Russian).
- Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984.  
*Paskonov V. M., Polezhaev V. I., Chudov L. A.* Chislennoe modelirovanie processov teplo- i massoobmena [Numerical simulation of heat and mass transfer processes]. — Moscow: Nauka, 1984 (in Russian).
- Abdoli A., Reddy S. R., Dulikravich G. S., Zeidi S. M. J.* Effect of cooling fluids on high frequency electric and magnetic fields in microelectronic systems with integrated TSVs // Microelectronics Journal. — 2017. — Vol. 64. — P. 19–28.
- Astanina M. S., Sheremet M. A., Umavathi J. C.* Unsteady natural convection with temperature-dependent viscosity in a square cavity filled with a porous medium // Transport in Porous Media. — 2015. — Vol. 110, No. 1. — P. 113–126.
- Best R., Rivera W.* A review of thermal cooling systems // Applied Thermal Engineering. — 2015. — Vol. 75. — P. 1162–1175.

- Bondareva N. S., Sheremet M. A.* Conjugate heat transfer in the PCM-based heat storage system with finned copper profile: Application in electronics cooling // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. — 2018. — Vol. 124. — P. 1275–1284.
- Cengel Y. A., Ghajar A. J.* *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications*. — NY: McGraw-Hill Education, 2015.
- De Oliveira P. A., Barbosa Jr. J. R.* Novel two-phase jet impingement heat sink for active cooling of electronic devices // *Applied Thermal Engineering*. — 2017. — Vol. 112. — P. 952–964.
- Hyun J. M., Kim S. Y., Sung H. J.* Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. — 1995. — Vol. 416. — P. 527–535.
- Kojok F., Fardoun F., Younes R., Outbib R.* Hybrid cooling systems: A review and an optimized selection scheme // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. — 2016. — Vol. 65. — P. 57–80.
- Kunes K.* *Dimensionless Physical Quantities in Science and Engineering*. — London: Elsevier, 2012.
- Kuriyama S., Takeda T., Funatani S.* Study on heat transfer characteristics of the one side-heated vertical channel with inserted porous materials applied as a vessel cooling system // *Nuclear Engineering and Technology*. — 2015. — Vol. 47. — P. 534–545.
- Miroshnichenko I. V., Sheremet M. A.* Turbulent natural convection heat transfer in rectangular enclosures using experimental and numerical approaches: A review // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. — 2018. — Vol. 82. — P. 40–59.
- Oztop H. F., Estelle P., Yan W. M., Al-Salem K., Orfi J., Mahian O.* A brief review of natural convection in enclosures under localized heating with and without nanofluids // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. — 2015. — Vol. 60. — P. 37–44.
- Sarper B., Saglam M., Aydin O.* Experimental and numerical investigation of natural convection in a discretely heated vertical channel: Effect of the blockage ratio of the heat sources // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. — 2018. — Vol. 126. — P. 894–910.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z.* *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. — London: Elsevier, 2013.

