

УДК: 550.388.2

Численные исследования параметров возмущенной области, образующейся в нижней ионосфере под действием направленного потока радиоизлучения от наземного источника

Д. С. Моисеева^{1,a}, А. А. Моторин^{2,b}, Е. Л. Ступицкий^{2,c}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),
Россия, 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

² Институт автоматизации проектирования Российской академии наук,
Россия, 123056, г. Москва, ул. 2-ая Брестская, д. 19/18

E-mail: ^a moiseevads@rambler.ru, ^b vansp91@gmail.com, ^c stup@bk.ru

Получено 24.09.2018, после доработки — 04.10.2018.

Принято к публикации 05.10.2018.

В результате всесторонних теоретических исследований в работе создана достаточно подробная физико-математическая модель возмущенной области, образованной в нижнем D-слое ионосферы под действием направленного потока радиоизлучения от наземного источника мегагерцового диапазона частот. Модель основана на рассмотрении широкого круга кинетических процессов с учетом их неравновесности и в двухтемпературном приближении для описания трансформации энергии радиолуча, поглощаемой электронами. В работе взяты исходные данные по радиоизлучению, достигнутые к настоящему времени на наиболее мощных радионагревных стендах. Кратко описаны их основные характеристики и принципы действия, а также особенности высотного распределения поглощаемой электромагнитной энергии радиолуча. Показана определяющая роль D-слоя ионосферы в поглощении энергии радиолуча. На основе теоретического анализа получены аналитические выражения для вклада различных неупругих процессов в распределение поглощаемой энергии, позволяющая достаточно полно и корректно описывать вклад каждого из учитываемых процессов. В работе учитывается более 60 компонент, для описания изменения концентраций использовалось около 160 реакций. Все реакции разбиты на пять групп в соответствии с их физическим содержанием: ионизационно-химический блок, блок возбуждения метастабильных электронных состояний, кластерный блок, блок возбуждения колебательных состояний и блок примесей. Блоки взаимосвязаны между собой и могут рассчитываться как совместно, так и раздельно. Показано, что в дневных и ночных условиях поведение параметров возмущенной области существенно различно при одной и той же плотности потока радиоизлучения: в дневных условиях максимум электронной концентрации и температуры приходится на высоте ~ 45–55 км; в ночных — на высоты ~ 80 км, при этом температура тяжелых частиц быстро возрастает, что приводит к возникновению газодинамического течения. Поэтому был разработан специальный численный алгоритм для совместного решения двух основных задач рассматриваемой проблемы: кинетической и газодинамической. На основе высотного и временного поведения концентраций и температур алгоритм позволяет определить ионизацию и свечение ионосферы в видимом и ИК-диапазоне спектра, что дает возможность оценить влияние возмущенной области на радиотехнические и оптико-электронные средства, используемые в космической технике.

Ключевые слова: степень ионизации, электронная температура, температура тяжелых частиц, численный алгоритм, нагревные стенды, радиоволны, ионосфера

UDC: 550.388.2

Numerical studies of the parameters of the perturbed region formed in the lower ionosphere under the action of a directed radio waves flux from a terrestrial source

D. S. Moiseeva^{1,a}, A. A. Motorin^{2,b}, E. L. Stupitsky^{2,c}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russia

² Institute of Computer Aided Design of the Russian Academy of Sciences (ICAD RAS),
19/18 2-nd Brestskaya st., Moscow, 123056, Russia

E-mail: ^a moiseevads@rambler.ru, ^b vansp91@gmail.com, ^c stup@bk.ru

Received 24.09.2018, after completion — 04.10.2018.

Accepted for publication 05.10.2018.

The paper presents a physico-mathematical model of the perturbed region formed in the lower D-layer of the ionosphere under the action of directed radio emission flux from a terrestrial stand of the megahertz frequency range, obtained as a result of comprehensive theoretical studies. The model is based on the consideration of a wide range of kinetic processes taking into account their nonequilibrium and in the two-temperature approximation for describing the transformation of the radio beam energy absorbed by electrons. The initial data on radio emission achieved by the most powerful radio-heating stands are taken in the paper. Their basic characteristics and principles of functioning, and features of the altitude distribution of the absorbed electromagnetic energy of the radio beam are briefly described. The paper presents the decisive role of the D-layer of the ionosphere in the absorption of the energy of the radio beam. On the basis of theoretical analysis, analytical expressions are obtained for the contribution of various inelastic processes to the distribution of the absorbed energy, which makes it possible to correctly describe the contribution of each of the processes considered. The work considers more than 60 components. The change of the component concentration describe about 160 reactions. All the reactions are divided into five groups according to their physical content: ionization-chemical block, excitation block of metastable electronic states, cluster block, excitation block of vibrational states and block of impurities. Blocks are interrelated and can be calculated both jointly and separately. The paper presents the behavior of the parameters of the perturbed region in daytime and nighttime conditions is significantly different at the same radio flux density: under day conditions, the maximum electron concentration and temperature are at an altitude of ~45–55 km; in night ~80 km, with the temperature of heavy particles rapidly increasing, which leads to the occurrence of a gas-dynamic flow. Therefore, a special numerical algorithm are developed to solve two basic problems: kinetic and gas dynamic. Based on the altitude and temporal behavior of concentrations and temperatures, the algorithm makes it possible to determine the ionization and emission of the ionosphere in the visible and infrared spectral range, which makes it possible to evaluate the influence of the perturbed region on radio engineering and optoelectronic devices used in space technology.

Keywords: degree of ionization, electron temperature, temperature of heavy particles, numerical algorithm, ionospheric heater, radio waves, ionosphere

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2018, vol. 10, no. 5, pp. 679–708 (Russian).

1. Введение

Активные экспериментальные исследования ионосферы с использованием наземных радионагревных стенов начались в 60-х гг. XX в., сначала в СССР, затем в США. Первый радионагревный стенд был создан в московском Научно-исследовательском институте радио и начал работать в 1961 г. Далее в США были построены стенды «Боулдер» в 1970 г. и «Аресибо» (Корнельский университет, Пуэрто-Рико) в 1971 г. В то же время была создана теория нелинейных эффектов, возникающих в ионосфере при воздействии на нее мощных электромагнитных волн. В настоящее время существует несколько комплексов, предназначенных для данных исследований. К ним относятся: на Аляске (США) — стенды HIPAS (High Power Auroral Simulation) и HAARP (High Frequency Active Auroral Research Program); в Норвегии (г. Тромсё) — стенд EISCAT (European Incoherent Scatter Radar System); вблизи г. Нижний Новгород — стенд «Сура»; на о. Шпицберген — SPEAR (Space Plasma Exploration by Active Radar). Стенд «Сура» является единственным в мире среднеширотным инструментом. Самым мощным является американский комплекс HAARP. Основные характеристики современных радионагревных стенов указаны в таблице 1.

Воздействие (поглощение) мощных коротких электромагнитных волн (длина волны $\lambda \sim 1\text{--}100$ м, частота $f \sim 1\text{--}30$ МГц) приводит к образованию возмущенной области, в которой регистрируются изменение химического состава ионосферы (дополнительная ионизация), температуры электронов и тяжелых частиц, возникновение динамических процессов и возбуждение нелинейных эффектов по всей ее толще. Возмущенная область имеет линейные размеры 10–100 км в диаметре и простирается в диапазоне высот 30–1000 км, то есть от самого основания ионосферы до магнитосферы.

На рис. 1 показано распределение концентрации электронов с высотой для ночной и дневной ионосферы. В D-слое ионосферы ($z \approx 30\text{--}90$ км) n_e невелика, быстро возрастает с высотой и существенно различна для дневных и ночных условий. При проведении расчетов поглощения в диапазоне высот $35 \leq z \leq 150$ км в линейном приближении можно для дневных условий использовать приближенную аппроксимацию

$$\lg n_e (\text{см}^{-3}) = \frac{0,012 \left(\frac{z}{10} \right)^{2,6} + 0,41}{1 + 0,0023 \exp \left[- \left(\frac{109}{z} \right)^{10} \right] \left(\frac{z}{10} \right)^{2,4}},$$

где z — высота в км.

Таблица 1. Современные радионагревные стенов

Название	Географическое расположение	Год начала работы	Частоты излучения	Мощность излучения	Коэффициент усиления антенны	Эффективная мощность излучения
HAARP	Аляска (США), вблизи города Гакона	1990	от 2,8 МГц до 10 МГц	3,6 МВт	240	860 МВт
HIPAS	Аляска (США)	1990	от 2,8 МГц до 5 МГц	1,6 МВт	20	130 МВт
EISCAT	г. Тромсё (Норвегия)	1980	от 2,7 МГц до 8 МГц	1 МВт	240	360 МВт
«Сура»	г. Васильсурск (Россия)	1981	от 4,5 МГц до 9,3 МГц	750 кВт	260 (в середине частотного диапазона)	190 МВт
SPEAR	о. Шпицберген (Норвегия)	2004	от 2 МГц до 6 МГц	0,19 МВт	150	30 МВт

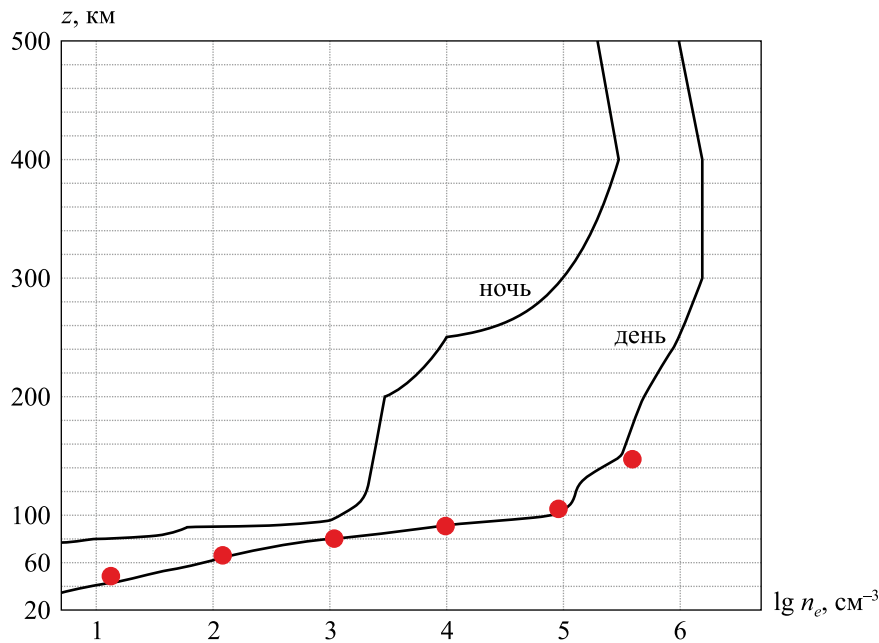


Рис. 1. Зависимость концентрации электронов от высоты в естественной ионосфере (точками показаны аппроксимационные значения n_e)

Благодаря малой концентрации электронов n_e в ионосфере возникает возможность вызывать достаточно сильное локальное возмущение распределения n_e при использовании слабоинтенсивного воздействия. Именно это обстоятельство лежит в основе экспериментальных исследований физики ионосферной плазмы методом воздействия радиоволн. В отличие от излучения радиостанций излучение станций воздействия сфокусировано вблизи вертикального направления. Это дает возможность радиоволнам достичь области резонансов в окрестности максимума n_e в F-слое. В результате в области резонансов происходит сильное возбуждение собственных колебаний электронной плазмы, развивается плазменная турбулентность, что и служит причиной нагрева плазмы, ее структуризации, генерации искусственного радиоизлучения, ускорения электронов, т. е. широкого комплекса нелинейных эффектов, связанных с распространением потока радиоволн от передатчиков сравнительно низкой мощности.

К таким эффектам относятся: кроссмодуляция, когда в результате небольшого временного изменения температуры ($\Delta T / T \sim 5\%$) возникает модуляция радиоволн других станций; явление генерации низкочастотных электромагнитных волн ионосферными токами при воздействии на ионосферу коротковолнового излучения (эффект Гетманцева); генерация искусственного радиоизлучения ионосферы (ИРИ), спектр которого кардинально меняется в узкой области частот волн накачки; образование искусственных периодических неоднородностей и обусловленный ими эффект гигантского ракурсного рассеяния; другие явления, связанные с модификацией ионосферы под воздействием мощных радиоволн [Гуревич, 2007; Фролов, 2007]. В частности, подробно изучен ряд процессов, связанных с резонансом между радиоволнами и вращением электронов в геомагнитном поле с частотой $\omega_H = 10^7$ рад/с. Если вектор электрического поля \vec{E} радиоволны вращается в ту же сторону, что и электрон, то возникает циклотронное ускорение, и энергия электронов может возрастать до 10–15 эВ. В результате становится возможным возбуждение значительного свечения ионосферы.

С ростом высоты плотность излучения падает, но падает и концентрация частиц и, соответственно, уменьшаются частота столкновений и коэффициент поглощения [Ступицкий, 2006] (рис. 2, 3), а следовательно, и выделяемая энергия. Поэтому описанные выше явления модификации ионосферы потоком радиоизлучения, происходящие в основном в F-слое, главным обра-

зом связаны с нелинейными резонансными явлениями и не приводят к существенным тепловым и плазодинамическим процессам.

Основное поглощение энергии радиолуча происходит в D- и E-слоях ионосферы, т. е. на высотах 50–120 км. На рис. 4 показано высотное распределение поглощаемой энергии, рассчитанное в линейном приближении без учета возмущения ионосферы.

В результате в верхние слои ионосферы ($h \geq 110 \div 140$ км) значительная мощность не проходит из-за нелинейного поглощения, ее величина уменьшается примерно в 10^3 раз. В работе [Ступицкий, 2006] выделено три нелинейных режима распространения. Распространение излучения от нагревных стенов связано в основном с режимом слабой нелинейности и допробойного режима изменения электронной концентрации.

Таким образом, научную и практическую важность имеет вопрос о прохождении мощных радиоволн через слой нижней ионосферы, так как от решения именно этого вопроса зависит не только состояние F-слоя ионосферы, определяющего в основном ее радиофизические свойства, но и ионизационно-оптические свойства более нижних слоев, определяющих условия работы практически всех информационных средств военно-космической техники.

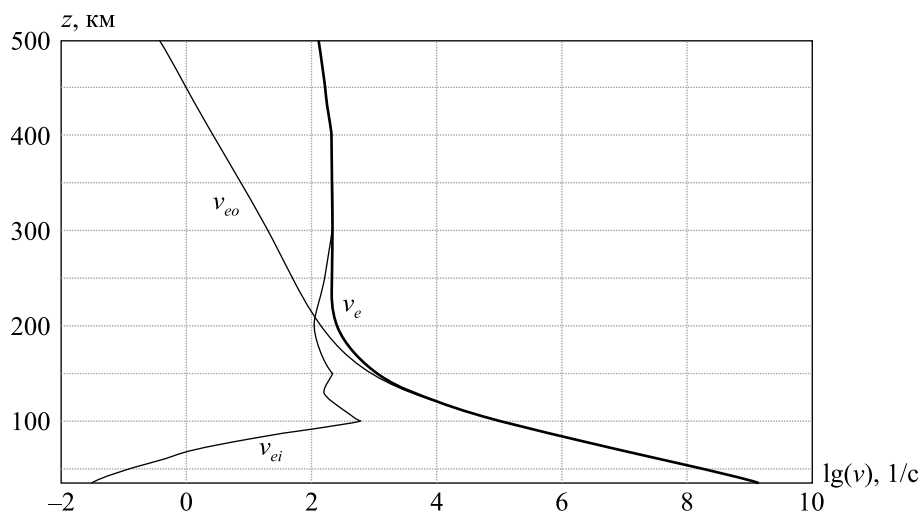


Рис. 2. Распределение частот столкновений в невозмущенной ионосфере: v_{ei} — частота столкновений электронов с ионами, v_{eo} — частота столкновений электронов с нейтральными частицами, $v_e = v_{ei} + v_{eo}$

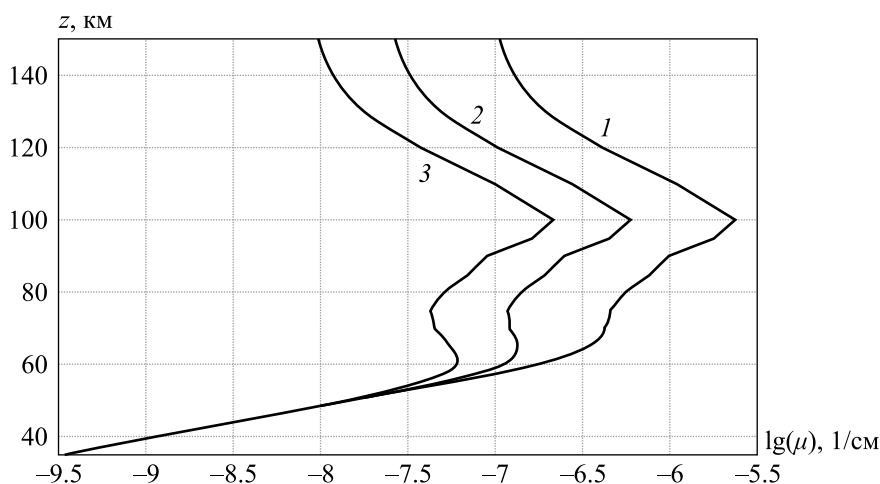


Рис. 3. Зависимость коэффициента поглощения ионосферной плазмы от высоты для различных частот излучения f : 1 — 3 МГц; 2 — 6 МГц; 3 — 10 МГц

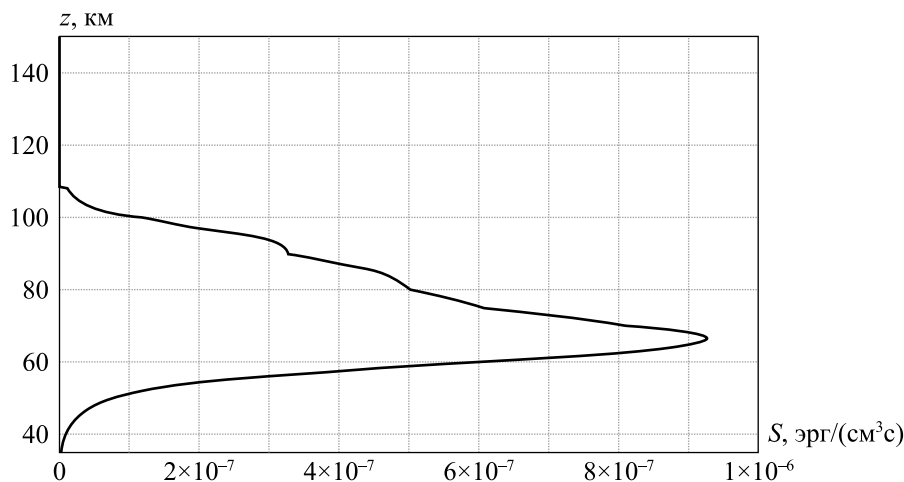


Рис. 4. Распределение поглощаемой энергии вдоль луча для плотности потока радиоволн $q_0 = 2,8 \cdot 10^4$ эрг/(см²с) и частоты излучения $f = 3$ МГц

2. Энергетические и геометрические характеристики луча

Основным элементом нагревающего наземного стенда является излучающая антенна. Рассмотрим кратко основные количественные параметры, характеризующие работу антенны. Известно много типов антенн, отличающихся принципом действия, конструкцией, но работа любой антенны характеризуется ее параметрами, такими как диаграмма направленности, коэффициент направленного действия, коэффициент полезного действия, коэффициент усиления, поляризационные свойства.

Концентрация излучения в узком секторе углов достигается увеличением числа активных элементов антенны (вибраторов), работающих синфазно. В результате интерференции происходит усиление результирующей волны в определенном направлении. Антенны такого типа, в которых число активных элементов велико, носят название фазированных антенных решеток. В установке НААРР их число достигает 180, и они занимают общую площадь $A_0 = 1,3 \cdot 10^5$ м².

Исходя из известного выражения для дифракционной расходимости [Ступицкий, 2006]:

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{L}$$

и принимая в качестве $L = \sqrt{4A_0/\pi} = 407$ м эффективный радиус антенны, получаем для длины волны $\lambda = 43$ м, что соответствует частоте $f = 7$ МГц, т. е. примерно середина реализуемого спектрального диапазона $\theta \approx 0,129$ рад = $7,4^\circ$. При этом скорость сканирования может достигать значений до ~ 1000 град/с.

Формула для изменения плотности энергии луча с высотой, учитывающая начальные размеры антенны и поглощение, получается непосредственно из закона сохранения энергии излучения для вертикального луча (ось z):

$$q(z + dz)A(z + dz) - q(z)A(z) = -q(z)A(z)\mu(z)dz.$$

Разлагая первые слагаемые в ряд до первого порядка малости и интегрируя, получаем

$$q = q_0 \frac{A_0}{A(z)} \exp\left(-\int_0^z \mu(x)dx\right),$$

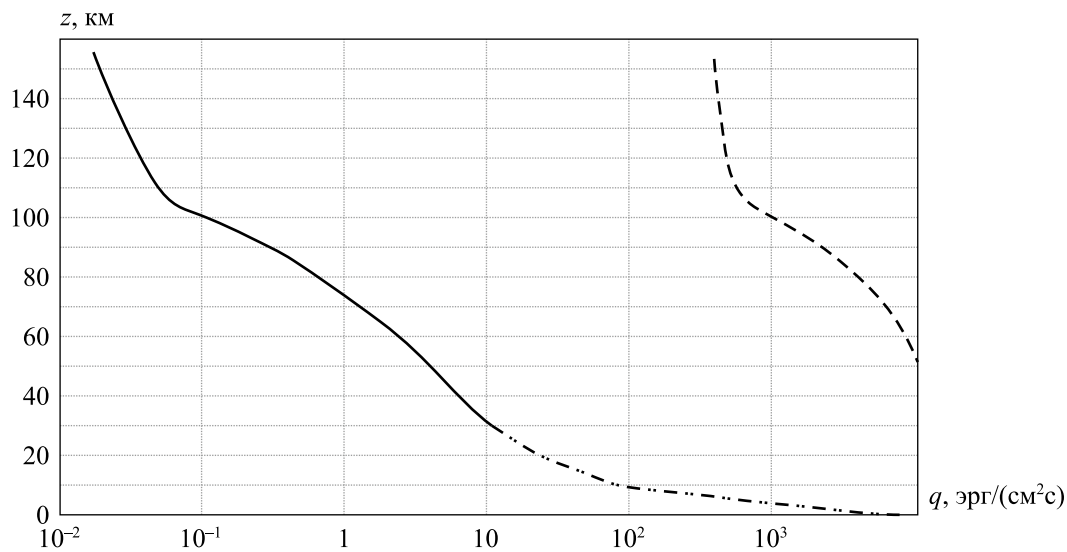


Рис. 5. Распределение плотности потока излучения электромагнитной волны по высоте без расходимости луча (пунктирная линия) и с расходимостью (сплошная линия), начальное значение $q_0 = 10^4$ эрг/(см²с). Штрихпунктир изображает уменьшение плотности потока излучения только за счет дифракционной расходимости

где q_0 — плотность мощности у поверхности Земли, $\mu(x)$ — коэффициент поглощения излучения на высоте x .

Площадь луча на высоте z определяется из

$$A = \frac{\pi L^2}{4},$$

где $L \equiv L_0 + 2\theta z$.

Учитывая, что $\theta = 1,22\lambda / L$, получим

$$A = \frac{\pi L^2}{4} = \frac{\pi L_0^2}{4} \left(1 + \frac{2\theta z}{L_0} \right).$$

Таким образом, за счет расходимости плотность мощности излучения падает с высотой как

$$\frac{A_0}{A(z)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{z_0} \right)^2}, \quad \text{где } z_0 = \frac{L_0^2}{2,44\lambda}. \quad (1)$$

При полной мощности излучения $P_{\text{изл}} = 3,6 \cdot 10^6$ Вт его плотность у поверхности Земли $q_0 = P_{\text{изл}} / A_0 = 27,7 \text{ Вт/м}^2 = 2,77 \cdot 10^4$ эрг/см²с.

Таким образом, с ростом высоты плотность мощности радиолуча, распространяющегося вертикально, уменьшается как за счет его расходимости (в соответствии с формулой (1)), так и за счет поглощения электромагнитной энергии электронами. На рис. 5 показано существенное влияние расходимости луча с $f = 4,2$ МГц на уменьшение плотности его мощности с ростом высоты.

3. Краткий анализ состояния вопроса по исследованию воздействия направленного радиолуча на нижнюю ионосферу

Полное исследование вопросов взаимодействия мощного потока радиоизлучения с ионосферой и связанных с этим эффектов представляет собой достаточно сложную комплексную проблему. Для мегагерцового диапазона частот основная энергия луча поглощается в нижней ионосфере, на высотах $h \approx 40\text{--}100$ км. Поэтому первые количественные теоретические работы по возмущению ионосферы радиоизлучением были выполнены именно для этого диапазона высот, соответствующих D-слою ионосферы.

Статья [Tomko, 1980] является одной из первых в последующей серии работ, посвященных анализу поведения ионизационно-химических процессов и электронной температуры в D-слое ионосферы при воздействии на него радиоволн с частотой 5 МГц и эффективной мощностью 100 МВт. Использовалась упрощенная шестикомпонентная схема, учитывающая процессы прилипания электронов, образование положительных ионных кластеров и взаимодействие электронов с ними. В стационарном приближении получена зависимость относительного изменения электронной концентрации от температуры для различных высот. Расчет нестационарной задачи показал, что за время $\sim 10^{-4}$ с температура T_e выходит на квазистационар, различный для разных высот; наибольшее значение $T_e \approx 1200$ К достигается на высоте ~ 60 км. Аналогичный характер носит работа [Иткина, 1981]. Электронная температура определяется в квазистационарном приближении, причем ионизационно-рекомбинационные процессы не учитываются. Такое приближение неприменимо для анализа воздействия на D-слой ионосферы мощных нагревных стенов, существующих в настоящее время. В работе [Козлов, 1984] проанализировано влияние сезонных изменений на кинетику n_e D-слоя ионосферы при воздействии радиоволн невысокой мощности. В кинематических расчетах использовалась T_e , полученная в [Tomko, 1980]. Влияние T_e на n_e определялось через изменение скоростей основных реакций рекомбинации.

В целом к настоящему времени выполнено большое количество работ, направленных как на анализ конкретных экспериментальных результатов [Беликович, 1986а, 1986б], так и на развитие теоретических представлений и моделей, в частности направленных на объяснение периодических неоднородностей в нижней ионосфере [Виленский, 1987; Беликович, 1987] и их взаимосвязи с акустико-гравитационными волнами. Достаточно подробный обзор ранних работ по данной проблеме дан в материалах Международного симпозиума [Васьков, 1986].

Развитие теоретических представлений шло параллельно увеличению мощности радиоизлучающих стенов в 1990–2010 годы. В частности, большой физический и практический интерес вызывает генерация низкочастотного излучения из возмущенной области. Содержательный обзор за этот промежуток времени дан в работе [Moore, 2007]. В ранних работах, в которых электронная температура в процессе разогрева не превышала 1200–1400 К, был существенно ограничен круг кинетических процессов. При этом температура атомов и молекул оставалась равной атмосферной, а ионизационные процессы при такой T_e отсутствовали. По мере роста мощности стенов (HAARP, HIPAS) электронная температура также возрастала до 4000–6000 К и существенно расширялся спектр кинетических процессов, в частности ионизационно-рекомбинационных. Однако до тех пор, пока степень ионизации остается невысокой, температура тяжелых частиц практически не меняется. Ясно, что если в будущем (следующий этап развития проблемы) мощность еще более возрастет и станет возможным рост температуры тяжелых частиц по сравнению с атмосферной, то существенно изменится весь цикл кинетических и излученческих процессов и важную роль будет играть газодинамическое движение разогретой области.

В данной работе описан методический аппарат, который создан на основе физического анализа и численного моделирования, позволяющий определять ионизационные, химические, температурные, излученческие и газодинамические характеристики возмущенной радиоволнами области в нижней ионосфере и дающий возможность их прогноза при нарастании мощности стенов.

4. Анализ кинетических процессов и разработка достаточно эффективного метода их расчета

Если иметь в виду возможность разогрева воздуха радиоволновым излучением до температур $\sim 1000 \div 10\,000$ К, то необходимо учитывать возбуждение электронных и колебательных состояний атомов и молекул, их диссоциацию и ионизацию и широкий комплекс химических реакций. Так как время воздействия радиоизлучения может составлять от долей до десятков секунд и более, а концентрация электронов мала, то кроме неравновесного описания кинетических процессов необходимо, вообще говоря, учитывать различие в температурах электронов и тяжелых частиц.

Таким образом, развитие физических процессов в области максимального поглощения радиолуча определяется следующими характерными временами: быстрым разогревом электронов низкой концентрации в результате поглощения энергии радиоизлучения τ_μ , временами развития ионизации молекул τ_e , химических процессов τ_x и возбуждения колебаний τ_k , характерным временем передачи энергии от электронов тяжелым частицам τ_{en} , характерным временем передачи энергии электронной теплопроводностью τ_λ и временем развития плазодинамического течения τ_d . Развитие газодинамического течения обусловлено движением тяжелых частиц, температура которых полностью зависит от поступления энергии от электронов. Так как в нижней ионосфере $n_e \ll n$, то ясно, что упругое взаимодействие электронов с молекулами влияет прежде всего на электронную температуру T_e и, пока $n_e \ll n$, слабо влияет на температуру тяжелых частиц T . Как показал анализ, такое соотношение концентраций существенно снижает роль электронной теплопроводности в передаче тепловой энергии по высоте, где градиенты T_e достаточно велики, а также делает невозможным развитие газодинамических процессов.

В нижних слоях ионосферы применимо односкоростное приближение для расчета крупномасштабных газодинамических возмущений, так как в диапазоне высот 40–90 км средняя длина свободного пробега λ составляет $2,2 \cdot 10^{-3} - 2,6$ см, то есть на много порядков меньше, чем возможные масштабы возмущений. При $T = 1000$ К ларморовские радиусы $R_e \approx 2,3$ см, $R_i \approx 502$ см, а при $T = 3000$ К соответственно 3,9 см и 870 см, то есть в среднем значительно больше λ . Следовательно, геомагнитное поле можно не учитывать при анализе динамической структуры течения, которое может развиваться в случае высокого энерговыделения электромагнитной энергии.

Анализ выполненных к настоящему времени работ по нагревным стендам, а также смежных работ, связанных с возмущением верхней ионосферы [Физика ядерного взрыва, 2009; Ступицкий, 2002], позволяет существенно продвинуться в создании достаточно полного методического аппарата для определения параметров возмущенной области. Компонентный состав возмущенной области можно условно подразделить на следующие группы:

- простые атомные, молекулярные и ионные составляющие;
- частицы в метастабильных электронно-возбужденных состояниях;
- положительные и отрицательные ионные связи;
- колебательно возбужденные молекулярные компоненты;
- примеси, привнесенные в атмосферу в результате проведения крупномасштабных экспериментов.

В таблице 2 выписаны компоненты, которые учтены в общей схеме кинетических процессов. Первые четыре группы описывают процессы в естественной ионосфере и используются при расчете состава и других параметров в нижней ионосфере, возмущенной мощным потоком радиоволн от наземного стенда. Последняя группа компонентов может служить дополнительным блоком при внесении в ионосферу примесей (выброс сгустков, плазменных струй или взрывов).

Таблица 2. Компонентный состав кинетических процессов

№	Группа I	№	Группа II	№	Группа III	№	Группа IV	№	Группа V
1	N ₂	22	O ₄ ⁺	33	O(¹ D)	46	N ₂ (1)	60	A
2	O ₂	23	O ₂ ⁺ (H ₂ O)	34	O(¹ S)	47	O ₂ (1)	61	AO
3	N	24	H ₃ O ⁺	35	N(² D)	48	NO(1)	62	AO ₂
4	O	25	H ₃ O ⁺ (OH)	36	N(² P)	49	NO ⁺ (1)	63	A ⁺
5	NO	26	H ₅ O ₂ ⁺	37	O ₂ (<i>a</i> ¹ Δ _g)	50	CO(1)	64	AO ⁺
6	O ₃	27	NO ⁺ (CO ₂)	38	O ₂ (<i>b</i> ¹ Σ _g ⁺)	51	OH(1)		
7	NO ₂	28	NO ⁺ (H ₂ O)	39	N ₂ (<i>A</i> ^b Σ _u ⁺)	52	N ₂ O(001)		
8	N ₂ O	29	O ⁻	40	O ⁺ (² D)	53	N ₂ O(010)		
9	N ₂ ⁺	30	O ₃ ⁻	41	O ⁺ (² P)	54	N ₂ O(100)		
10	O ₂ ⁺	31	NO ₂ ⁻	42	N ⁺ (¹ D)	55	H ₂ O(001)		
11	N ⁺	32	CO ₃ ⁻	43	N ⁺ (¹ S)	56	H ₂ O(010)		
12	O ⁺			44	O ₂ ⁺ (<i>a</i> ⁴ Π _u)	57	O ₃ (001)		
13	NO ⁺			45	N ₂ (<i>a</i> ['] Σ _u ⁻)	58	O ₃ (010)		
14	O ₂ ⁻					59	CO ₂ (001)		
15	C								
16	CO								
17	CN								
18	CO ₂								
19	H								
20	OH								
21	H ₂ O								

Изменение концентрации произвольного k -го компонента n_k , в рамках механики сплошной среды, описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \operatorname{div} n_k \vec{u}_k = S_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где N — количество компонентов: атомов, молекул, ионов, положительных и отрицательных связей, метастабилей с возбуждением на определенный электронный уровень, молекул с возбуждением на определенный колебательный уровень; S_k — скорость изменения n_k в различных столкновительных и излученческих процессах. Аналогичный вид имеет кинетическое уравнение для концентрации электронов n_e .

Так как в нижней ионосфере среду можно считать односкоростной, то есть при возникновении газодинамического движения можно полагать, что направленная скорость всех компонентов одинакова: $\vec{u}_k = \vec{u}_e = \vec{u}$ ($k = 1, \dots, N$), то общая концентрация тяжелых частиц в смеси (таблица 2):

$$n = \sum_{k=1}^N n_k. \quad (3)$$

Как видно из таблицы 2, атомарный (элементный) состав молекул смеси существенно различен, но при отсутствии примеси он состоит только из следующих элементов: N, O, H, C. Если

рассматривается задача с примесью, то ее можно ввести как дополнительный элемент. Таким образом, суммарная концентрация s -го элемента в составе атомов, молекул и ионов будет следующей:

$$n_s = \sum_k n_k \nu_{sk},$$

где $\nu_{sk} = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ — количество атомов и ионов s -го элемента в частице k -го компонента. Например, наибольшее количество $\nu = 5$ атомов водорода в ионе-связке H_5O_2^+ .

Кинетические процессы не изменяют количество любого s -го элемента в единице объема. Это изменение происходит только за счет расширения или сжатия газовой смеси. Таким образом, в односкоростном приближении

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \text{div } n_s \vec{u} = 0. \quad (4)$$

Если просуммировать по всем s , то концентрация атомов воздуха в смеси $n_B = \sum_{s=1}^4 n_s$ и для нее

$$\frac{\partial n_B}{\partial t} + \text{div } n_B \vec{u} = 0, \quad (5)$$

или, умножая (4) на m_s и суммируя, получим для плотности воздуха $\rho_B = \sum_{s=1}^4 m_s n_s$ аналогичное уравнение:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{u} = 0. \quad (6)$$

При численном решении системы кинетических уравнений удобно ввести относительные концентрации $\alpha_k = n_k / n_B$. Тогда уравнение (2) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} = \frac{S_k}{n_B}, \quad (7)$$

а для n_B будем использовать уравнение (5). Если мощность и время воздействия радиоизлучения невелики, то $n_e \ll n_B$ и температура тяжелых частиц практически не отличается от естественной и газодинамическое течение не развивается. Тогда $n_B(\vec{r}, t) = n_B(\vec{r}, 0) = n_B(z)$ и можно использовать атмосферное значение $n_B(z)$ для каждой расчетной высоты z . Основной вклад в $n_B(z)$ дают атомы азота и кислорода, причем для расчетов в диапазоне высот $z = 30\text{--}90$ км можно также использовать концентрацию молекул N_2 и O_2 , которая равна $2n_B$.

Совместный расчет кинетических уравнений для всех блоков одновременно неоправданно усложняет решение задачи по определению концентраций компонентов, указанных в таблице 2. Как в естественной, так и в возмущенной радиоволнами нижней ионосфере основными компонентами являются компоненты, образованные из азота и кислорода. Именно они определяют главным образом ионизационно-химический состав возмущенного воздуха. Молекулы H_2O , OH , CO_2 , CO в основном и колебательно возбужденном состоянии, метастабилы, положительные и отрицательные связи относятся к малым составляющим верхней ионосферы. Их концентрация на несколько порядков меньше концентрации основных компонентов, и они слабо влияют на них. Поэтому их концентрацию можно рассчитывать независимо, на фоне расчета основных компонентов.

Алгоритм расчета построен таким образом, чтобы можно было решать всю кинетическую задачу одновременно или «выключать» блоки малых составляющих ионосферы.

Отладка численного алгоритма расчета кинетического блока производилась на решении релаксационной по времени кинетической задачи для различных начальных температур

и плотности воздушной смеси. Известно, что задача химической кинетики относится к особому классу жестких задач [Калиткин, 2011, 1995; Полак, 1984; Хайпер, 1999]. Особенностью этих задач являются существенно различные времена протекания химических реакций, что приводит к отличию по порядку величины действительных частей собственных значений матрицы Якоби системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение таких задач проводится с использованием исключительно неявных методов, по которым к настоящему моменту существует достаточно обширная литература (например, [Калиткин, 1995; Полак, 1984; Хайпер, 1999]). Рассматриваются две группы методов — одноточечные (в основном методы Рунге–Кутты и методы Розенброка) и многоточечные (формулы дифференцирования назад или методы Гира) [Полак, 1984]. При этом особую популярность приобрели методы с переменным шагом [Полак, 1984].

Численные исследования показали, что использование полностью неявного метода Гира 4-го порядка с постоянным шагом или Розенброка также 4-го порядка приводит к системе линейных алгебраических уравнений, часто с плохо обусловленной матрицей, что создает серьезные трудности в их решении. Хотя многоточечный метод Гира дает высокую точность решения, однако из-за необходимости иметь решение вплоть до сотен секунд и больше приводит к чрезмерно большому времени счета.

Результаты исследований показали, что при записи кинетических уравнений в виде

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} = -\alpha_k R_k + I_k, \quad (8)$$

где $-\alpha_k R_k$ определяет убыль вещества, I_k — образование вещества, наиболее оптимальным по времени счета и точности для решения системы (8) является полуявный метод Эйлера, с реализацией алгоритма автоматического выбора шага интегрирования [Полак, 1984]. При этом функции R_k и I_k могут использоваться в явном виде:

$$[\alpha_k]_{i+1} = \frac{[\alpha_k]_i + \tau I_{ki}}{1 + \tau R_{ki}}, \quad (9)$$

где индексы i и $i+1$ обозначают предыдущий и следующий моменты времени. На каждом шаге интегрирования по формуле (9) проводится расчет концентраций $[\alpha_k]_{i+2}^{(\tau)}$ и $[\alpha_k]_{i+1}^{(2\tau)}$ для момента времени $t+2\tau$ с шагом τ и 2τ соответственно и рассчитывалась максимальная относительная погрешность:

$$\delta = \max_k \left| \frac{[\alpha_k]_{i+2}^{(\tau)} - [\alpha_k]_{i+1}^{(2\tau)}}{[\alpha_k]_{i+2}^{(\tau)}} \right|.$$

Если $\delta < 3\varepsilon/2$, где ε — заданная относительная погрешность на шаге (в расчетах, как правило, полагалось $\varepsilon = 10^{-4}$), то результат, полученный с шагом τ , принимался; если $\delta < \varepsilon/2$, то далее пытаемся увеличить шаг вдвое. Если же $\delta > 3\varepsilon/2$, то результат, полученный с шагом τ , отвергается, расчет повторяется с шагом $\tau/2$.

По ходу расчета проверялось выполнения закона сохранения каждого s -го элемента:

$$\sum_s n_s v_{sk} = \text{const}. \quad (10)$$

Для анализа возможностей используемого алгоритма и оценки характера поведения различных компонентов во времени были выполнены отдельные и совместные расчеты ионизационно-химического, метастабильного и колебательного блоков для различных значений температур в предположении $T_e = T$ для высоты 80 км. Относительная погрешность выполнения соотношения (10) не превосходила 1 %.

На рис. 6 показаны концентрации ионизационно-химического блока для $T = 5000$ К. Время выхода на равновесные значения составило $t_p \approx 10$ с. Наибольшую концентрацию среди ионизованных компонентов имеют O^+ и $NO^+ \sim 10^{-3}$.

На рис. 7 представлены результаты совместного расчета ионизационно-химического, метастабильного и сокращенного колебательного блока. Наибольшего значения достигают концентрации $O_2(^1\Delta_g)$ за $t \approx 0,1$ с.

Представленные результаты не «привязаны» к воздействию радиоволн и дают лишь предварительное представление о роли отдельных процессов.

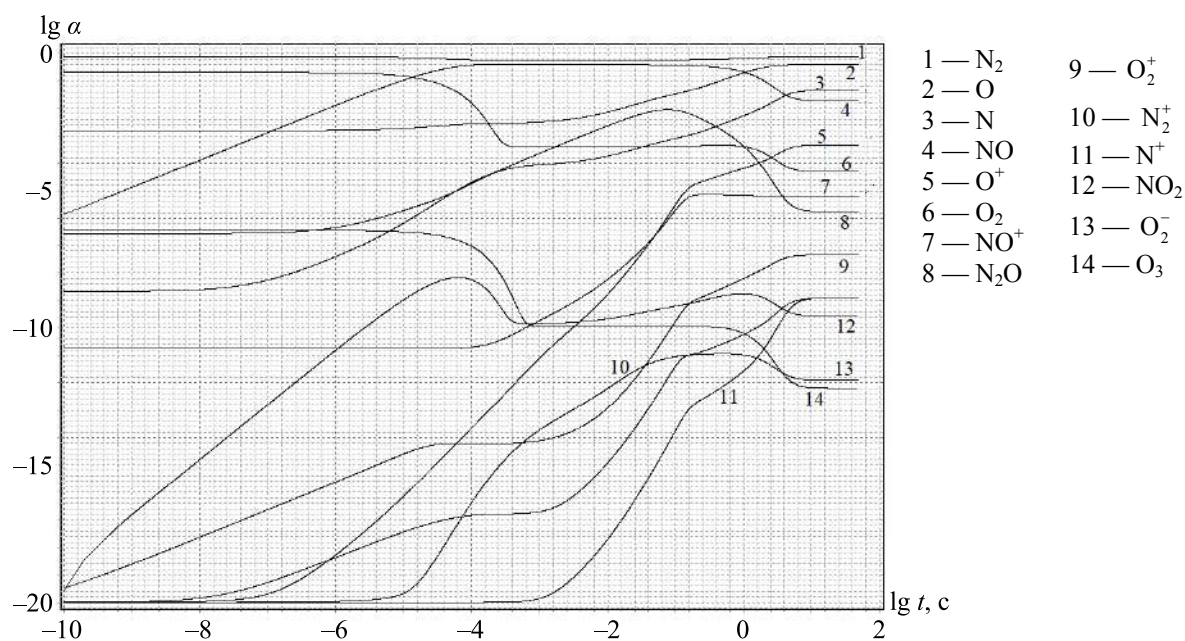


Рис. 6. Результаты расчета ионизационно-химического блока для $n_e = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, без примеси, $T = 5000$ К

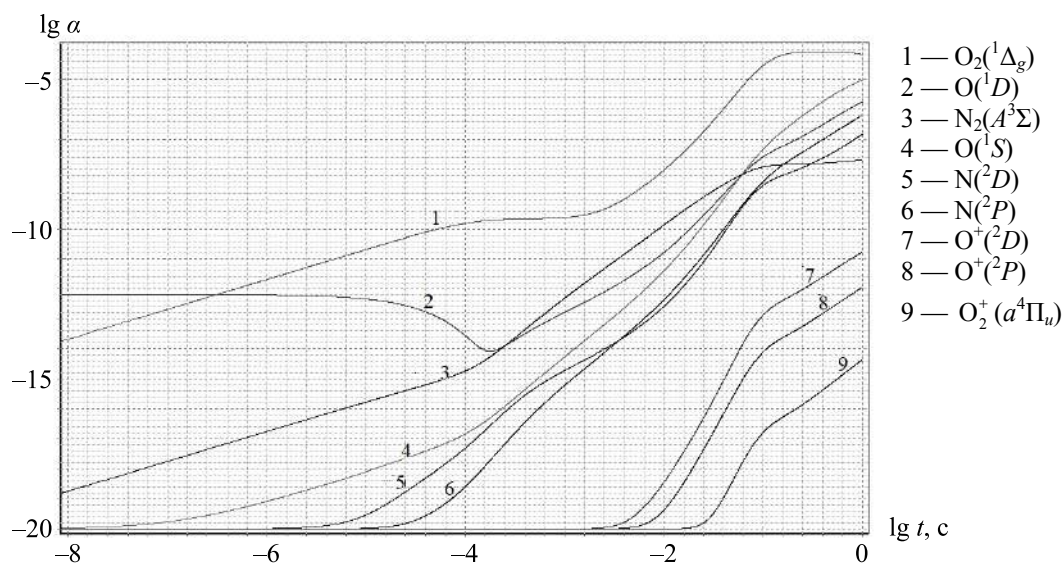


Рис. 7. Результаты расчета метастабильного блока для $n_e = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, без примеси, $T = 5000$ К

5. Уравнения для расчета температуры электронов и тяжелых частиц

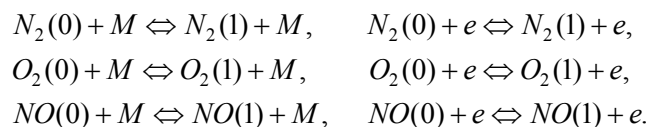
Общая схема рассеяния энергии радиоволн от наземных станций в ионосфере достаточно сложна. Сильная разреженность среды, температурная и кинетическая неравновесность, сравнительно низкая начальная (естественная) электронная концентрация требуют достаточно подробного физического анализа процессов, которые начинаются одновременно с поглощением электромагнитной энергии свободными электронами. Как известно [Гуревич, 2007; Фролов и др., 2007], большое научное и прикладное значение имеет вторичное, особенно низкочастотное, излучение, генерируемое самой возмущенной областью. Эта проблема имеет самостоятельное научно-методическое содержание, и ее решение основано прежде всего на результатах достаточно подробного исследования структуры и параметров основной возмущенной области, образующейся в зоне максимального поглощения радиоволн в нижней ионосфере.

Наиболее важными параметрами, определяющими как динамические, так и кинетические характеристики среды, являются температуры T_e и T . Так как электромагнитная энергия поступает в электроны, а воздух сильно разрежен, то температура электронов T_e и температура тяжелых частиц $T = T_i = T_o$ могут в определенный период развития области существенно различаться. При этом кинетические процессы могут давать существенный вклад в различие температур. Так как уравнения для T_e и T играют определяющую роль в поведении параметров возмущенной области, был выполнен подробный анализ тех процессов, которые влияют на их поведение, и получены достаточно полные уравнения для их расчета.

В достаточно общем случае уравнения для температур T_e и T можно записать в виде

$$\begin{cases} \left(3n_3 + \frac{5}{2}n_2 + \frac{3}{2}n_1 \right) k \frac{dT}{dt} + P_m \operatorname{div} \vec{u} = Q_m, \\ \frac{3}{2}kn_e \frac{dT_e}{dt} + P_e \operatorname{div} \vec{u} = Q_e. \end{cases} \quad (11), (12)$$

Здесь n_1, n_2, n_3 — концентрации одноатомных, двухатомных и трехатомных молекул и ионов. Предполагается, что вращательные степени свободы у n_2 и n_3 полностью возбуждены. Давление — $P_m = \sum n_a kT$, $P_e = n_e kT_e$; общее количество тяжелых частиц — $n = n_1 + n_2 + n_3$; общее количество атомов — $n = \sum \nu_a n_a = n_1 + 2n_2 + 3n_3$. Правые части уравнений описывают скорости изменения температур за счет упругих и неупругих столкновений. В правой части уравнения для T_e , вообще говоря, должна учитываться электронная теплопроводность. Отметим, что, как показали предварительные расчеты, влияние кинетики трехатомных молекул на температуры несущественно из-за их сравнительно низкой концентрации. Анализ также показал, что для учета влияния колебательного возбуждения на T_e и T можно ограничиться следующей системой уравнений:



При этом можно предполагать, что в результате быстрого VV-обмена для каждого сорта молекул «s» существует бальцовское распределение по уровням, соответствующее колебательной температуре T_{VS} , которая определяется концентрацией молекул на первом возбужденном колебательном уровне:

$$n_s(v=1) = n_s e^{-\frac{\Delta E_s}{kT_{VS}}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta E_s}{kT_{VS}}} \right). \quad (13)$$

При температуре 1000–2000 К существенно возбуждение только первого уровня молекул воздуха N_2 , O_2 , NO , поэтому уравнение кинетики для таких молекул можно записать в виде

$$\frac{\partial n_s(1)}{\partial t} + \text{div}(n_s(1)\vec{u}) = \frac{1}{\tau_s} (P_{01}^s n_s(0) + P_{10}^s n_s(1)) + n_e (n_s(0)j_{01} - n_s(1)j_{10}), \quad (14)$$

где P_{01}^s , P_{10}^s — вероятность возбуждения и дезактивации при столкновении молекул; τ_s — среднее время между газокинетическими столкновениями; j_{01} , j_{10} — константы скорости возбуждения и дезактивации электронами; $s = N_2, O_2, NO$ — индекс компонента.

Так как

$$n_s(0) = n_s \left(1 - e^{-\frac{\Delta E_s}{kT_{VS}}} \right), \quad (15)$$

то, исключая $\exp\left(-\frac{\Delta E_s}{kT_{VS}}\right)$ из уравнений (13), (15), получаем

$$n_s(0) = \frac{n_s}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4n_s(1)}{n_s}} \right]. \quad (16)$$

Решая совместно уравнения (13) и (16), определим $n_s(0)$ и $n_s(1)$.

Отметим, что выражения (13) и (15) получены в предположении возможности введения колебательной температуры T_{VS} по соотношению

$$\frac{n_s(1)}{n_s(0)} = \exp\left(-\frac{\Delta E_s}{kT_{VS}}\right).$$

В соответствии с общей структурой правой части уравнения (14) вклад колебательной энергии в скорость изменения температуры тяжелых частиц будет следующим:

$$Q_k = -\sum_s \frac{\Delta E_s}{\tau_s} (P_{01}^s n_s(0) - P_{10}^s n_s(1)).$$

Однако аналогичное выражение из (14) для электронной температуры будет носить характер лишь грубой оценки, так как константы дискретного перехода $\nu \Leftrightarrow \nu + 1$ известны плохо, и существующие экспериментальные данные [Елецкий, 1975] позволяют описывать электронное возбуждение лишь в непрерывном приближении, то есть на всю совокупность колебательных уровней. Поэтому более корректно говорить о колебательной энергии во всей колебательной моде. Тогда, суммируя по уровням, для Q_k получаем

$$Q_k = \sum_s \frac{\varepsilon_{ks}(T) - \varepsilon_{ks}(T_{VS})}{\tau_{ks}}.$$

Колебательная энергия определяется следующими выражениями:

$$\varepsilon_{ks}(T_{VS}) = \frac{n_s \Delta E_s}{\exp\left(\frac{\Delta E_s}{kT_{VS}}\right) - 1}, \quad \varepsilon_{ks}(T) = \frac{n_s \Delta E_s}{\exp\left(\frac{\Delta E_s}{kT}\right) - 1}.$$

Характерное время —

$$\frac{1}{\tau_{ks}} = \sum_s \frac{P_{10}^s \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta E_s}{kT}\right) \right)}{\tau_s}.$$

Для упругого обмена энергией с электронами

$$Q_{0e}^y = 4m_e \bar{V}_e n_e (kT_e - kT) \sum_s \frac{\bar{\sigma}_{0e}^s n_{0s}}{m_{0s}}, \quad Q_{0e}^y = \frac{16e^4 \Lambda}{\bar{V}_e} \frac{kT_e - kT}{kT_e} n_e \sum_s \frac{n_{is}}{m_{is}}.$$

Для рассматриваемого диапазона температур можно принять перечисленные в таблице 3 значения сечений σ_{oe}^α , как средних, для представленных молекул.

Таблица 3. Средние сечения молекул

Элемент	N ₂	O ₂	N	O	Ba	Al	NO
$\langle \sigma_{oe}^\alpha \rangle$, см ²	$8,5 \cdot 10^{-16}$	$5 \cdot 10^{-16}$	$2 \cdot 10^{-16}$	$2,4 \cdot 10^{-16}$	$2 \cdot 10^{-14}$	$1,2 \cdot 10^{-16}$	$7 \cdot 10^{-16}$
$\langle \sigma_{oe}^\alpha \rangle / \sigma_H$	9,66	5,68	2,27	2,73	227	1,36	7,95

Энергия, расходуемая тяжелыми частицами на диссоциацию:

$$Q_d = - \sum_s \sum_m \sum_{i,j} D_s (n_{2s} n_m j_d - n_i n_j n_m j_p).$$

Энергия, расходуемая тяжелыми частицами на ассоциативную ионизацию:

$$Q_a = - \sum_{s,k,m} (J_s - D_s) (n_{1k} n_{1m} j_a - n_e n_{2k} n_m j_{op}).$$

Таким образом, для тяжелых частиц

$$Q_T = Q_k + Q_{0e}^v + Q_{ie}^v + Q_d + Q_a.$$

В уравнении для электронной температуры упругие столкновения и возбуждение вращательных состояний в соответствии с экспериментом имеет смысл описывать единым выражением. Такое выражение приведено в [Ступицкий, 2006] и является аппроксимацией экспериментальных результатов, полученных для условий, близких к нормальной атмосфере [Медведев, 1976]. Подробный обзор аппроксимаций экспериментальных результатов приведен в работе [Rodriguez, 1994; Moore, 2007]

Для возбуждения колебаний в диапазоне $T_e < 10^4$ К получено

$$Q_k(e, N_2) = 4,71 \cdot 10^{-24} n_e n_{N_2} \exp\left(f \frac{T_e - 2000}{2000T}\right) \left(\exp\left(-g \frac{T_e - T}{T_e T}\right) - 1 \right),$$

$$f = 1,06 \cdot 10^4 + 7,51 \cdot 10^3 \operatorname{th}(0,0011(T_e - 1800)),$$

$$g = 3300 + 1,233(T_e - 1000) - 2,056 \cdot 10^{-4} (T_e - 1000)(T_e - 4000),$$

$$Q_k(e, O_2) = 48,32 \cdot 10^{-25} n_e n_{O_2} \exp\left(f \frac{T_e - 700}{700T_e}\right) \left(\exp\left(-2770 \frac{T_e - T}{T_e T}\right) - 1 \right),$$

$$f = 3300 - 839 \sin(0,000191(T_e - 2700)).$$

Для скорости изменения T_e в неупругих процессах имеем выражения

$$Q_g = - \sum_s D_s (n_s n_e j_{gs}^e - n_s^2 n_e j_{ps}^e),$$

$$Q_l = - \sum_0^z \left(J_z + \frac{3}{2} kT_e \right) (n_z n_e j_{ze}^e - n_e^2 n_{z+1} j_{e,z+1}^e),$$

$$Q_{Be} = - \sum_z \sum_k \sum_{m \neq k} E_{zkm} (n_{zk} n_e j_{km}^e - n_{zm} n_e j_{mk}^e),$$

$$Q^v = \left(kT_e - \frac{3}{2} kT_e \right) \sum_s n_s j_{se}^v + kT_e \left(\frac{3}{2} - F \right) \sum_{s,z=1} n_{sz} n_e j_{esz}^v + kT_e \sum n_{Mi}^+ n_e j_{gn} - S_{ev}.$$

Выражение для тормозного излучения S_{ev} дано в [Замышляев, 1984]. Нагрев электронов потоком радиоволн и потери на электронную теплопроводность даются выражением

$$Q_{\lambda\mu} = \mu_\nu q_\nu + \operatorname{div} \lambda_e \nabla T_e,$$

где q_ν — плотность электромагнитных волн в данной точке; μ_ν , λ_e — коэффициент поглощения и электронная теплопроводность [Ступицкий, 2006].

6. Результаты расчета и их анализ при воздействии радиолуча

6.1. Для дневных условий

В самых нижних слоях ионосферы свободные электроны в дневное время возникают начиная с высот 35–40 км. Рассмотрим поведение радиолуча с параметрами $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и частотой $f = 10$ МГц. После включения источника за очень короткое время ($\sim 10^{-4}$ с) происходит сильный прогрев электронного газа естественной ионосферы в высотном диапазоне ~ 40 –90 км. Температура электронов в максимуме на $z = 70$ км достигает 7200 К (рис. 8, а). За это время электронная концентрация не успевает существенно измениться (рис. 8, б). Однако за время $t = 1$ с электронная концентрация в максимуме своего роста на $z = 55$ км уже становится на три порядка больше естественной. Это отражается на изменении $\mu(z, t)$ и, соответственно, на изменении всей структуры $T_e(z, t)$. На $t \sim 10^{-2}$ с наблюдается резкий спад T_e на высотах ~ 65 –80 км главным образом за счет передачи энергии тяжелым частицам. При этом из-за малого отношения $m_e/M \approx 2 \cdot 10^{-5}$ и $\alpha \approx 10^{-11}$ температура тяжелых частиц меняется очень мало. Падение T_e не успевает компенсироваться поглощаемой энергией луча в самой нижней части ионизированного слоя на $z \approx 55$ км. Из-за более низкой концентрации тяжелых частиц на $z = 88$ км уменьшение T_e за счет упругих столкновений на этой высоте меньше, чем на $z = 70$ км, поэтому и возникает «провал» в T_e на $t \sim 10^{-2}$ с. С течением времени T_e в верхней части возмущенной области уменьшается за счет ионизации и упругих столкновений практически до начальной температуры.

Таким образом, на $t \geq 1$ с на высоте около 55 км образуется узкий квазистационарный слой с повышенной электронной температурой (5000 К). Причем, как показывают расчеты на $t = 5$ –10 с, T_e уменьшается очень медленно, так как $Q_\mu \approx Q_{en}$. Этот слой соответствует максимуму $\mu(z)$ (рис. 8, в), и в нем происходит мощное поглощение радиоизлучения. При этом плотность потока $q(z)$ падает на 3–5 порядков, и в верхнюю ионосферу уходит незначительная доля от начальной энергии (рис. 8, г). В приведенных результатах при расчете $\mu(z, t)$ не учитывалась гирочастота $\omega_B = eB/mc = 0,88 \cdot 10^7$ 1/с. Ее учет для $f = 10$ МГц не приводит к существенному изменению результатов в поведении $T_e(z, t)$ и $\alpha(z, t)$. Для необыкновенной волны наблюдается более сильное падение $q(z)$ на $h \approx 60$ –65 км по сравнению с обыкновенной волной (рис. 9, 10). Для той же q_0 проводился также расчет для других f из диапазона 3–10 МГц. Наблюдается определенное изменение в высотном профиле параметров в зависимости от f . Например, при $f = 3$ МГц не наблюдается разделение возмущенной области на две разогретые части при $t \sim 10^{-2}$ с (рис. 11, а), что связано с более растянутым по высоте падением $q(z)$ (рис. 11, в).

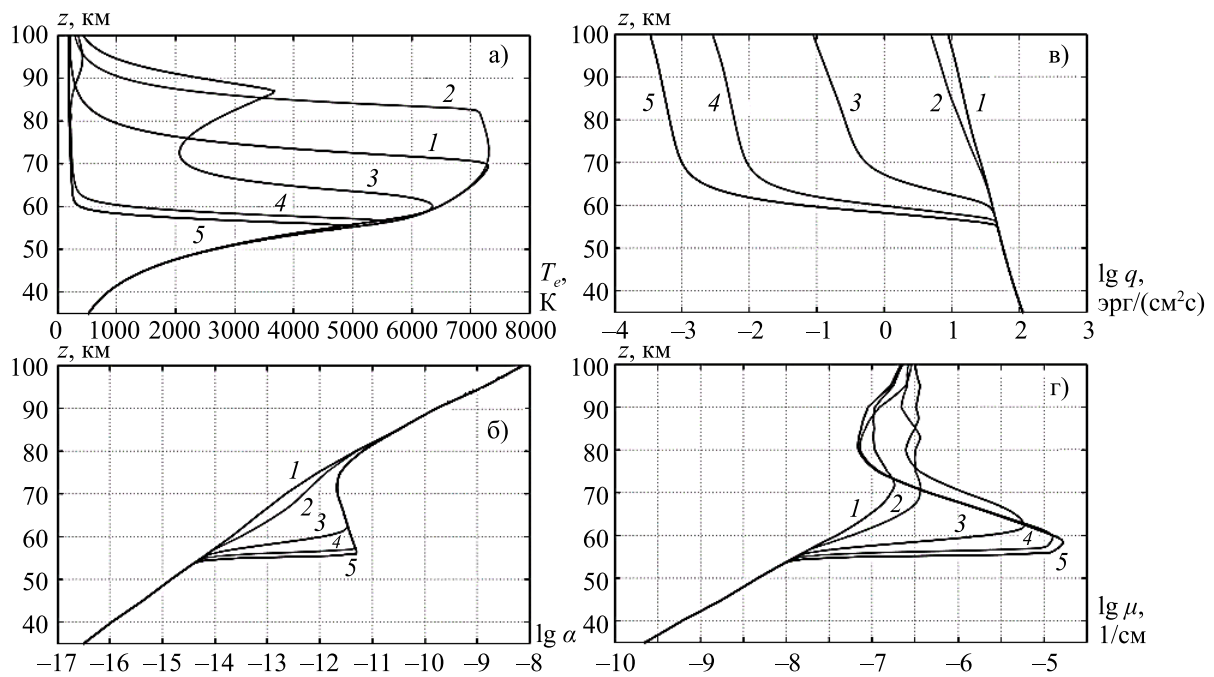


Рис. 8. Изменение основных параметров нижней ионосферы под действием радиолуча с $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц без учета гирочастоты в $\mu(z)$: 1 — 10^{-4} с, 2 — 10^{-3} с, 3 — 10^{-2} с, 4 — 10^{-1} с, 5 — 1 с

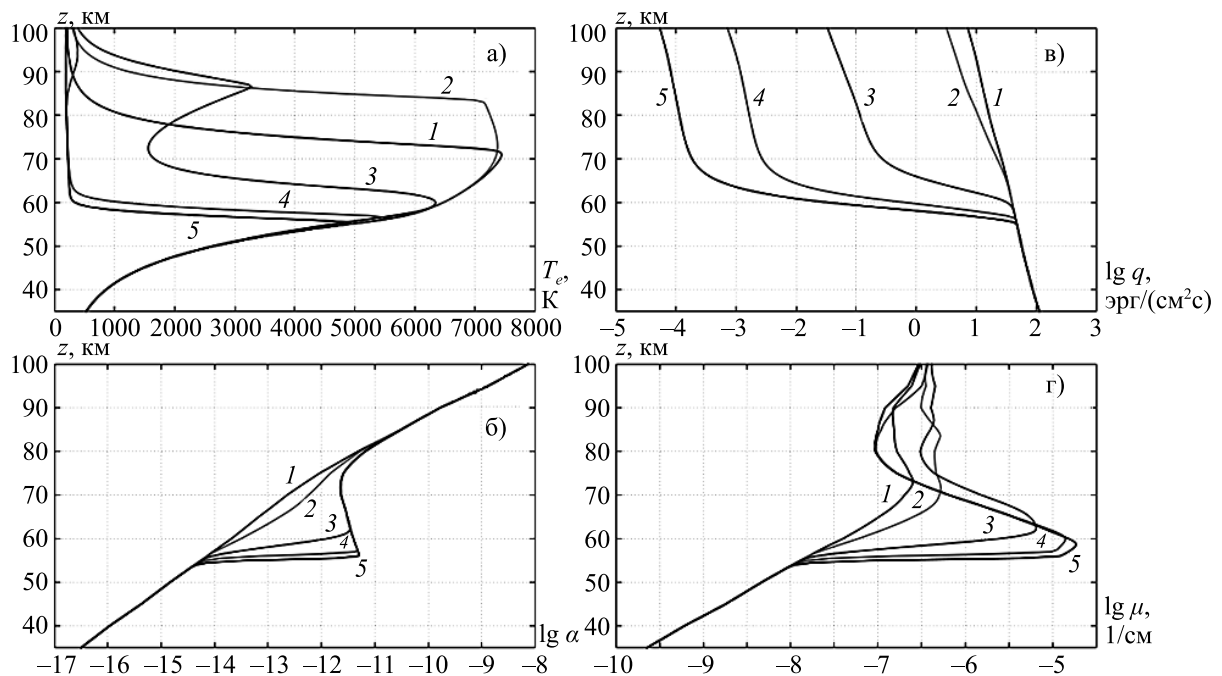


Рис. 9. Изменение основных параметров нижней ионосферы под действием радиолуча с $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц для необыкновенной волны: 1 — 10^{-4} с, 2 — 10^{-3} с, 3 — 10^{-2} с, 4 — 10^{-1} с, 5 — 1 с

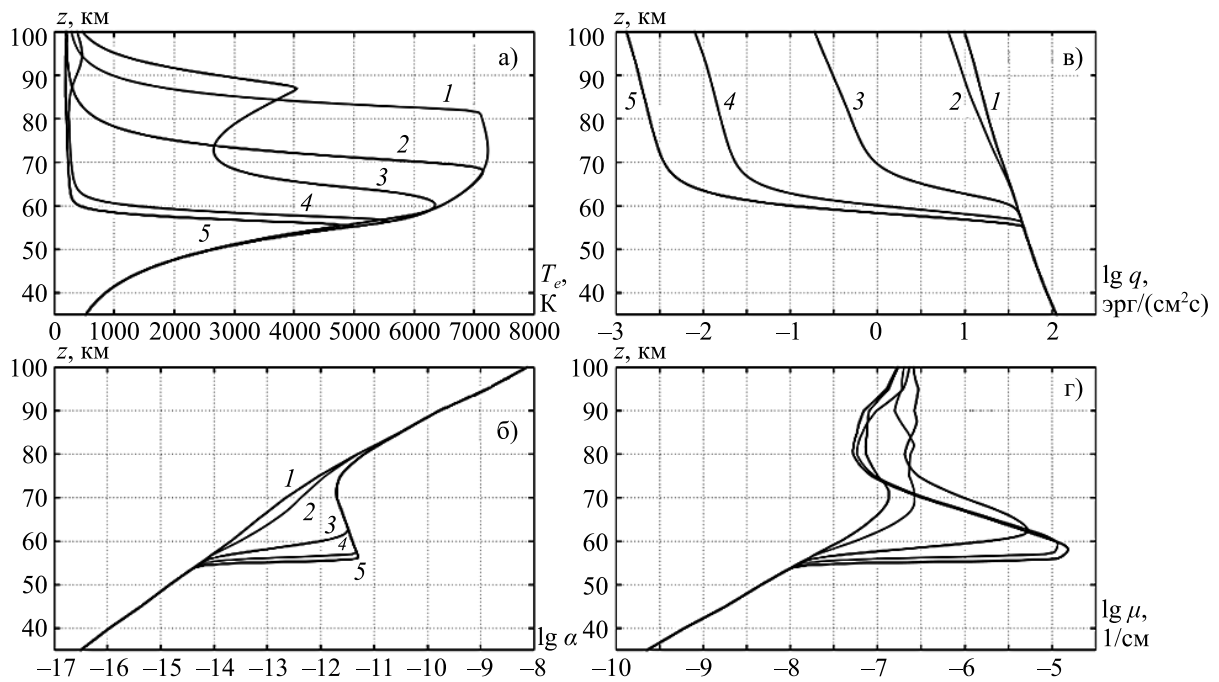


Рис. 10. Изменение основных параметров нижней ионосферы под действием радиолуча с $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц для обыкновенной волны: 1 — 10^{-4} с, 2 — 10^{-3} с, 3 — 10^{-2} с, 4 — 10^{-1} с, 5 — 1 с

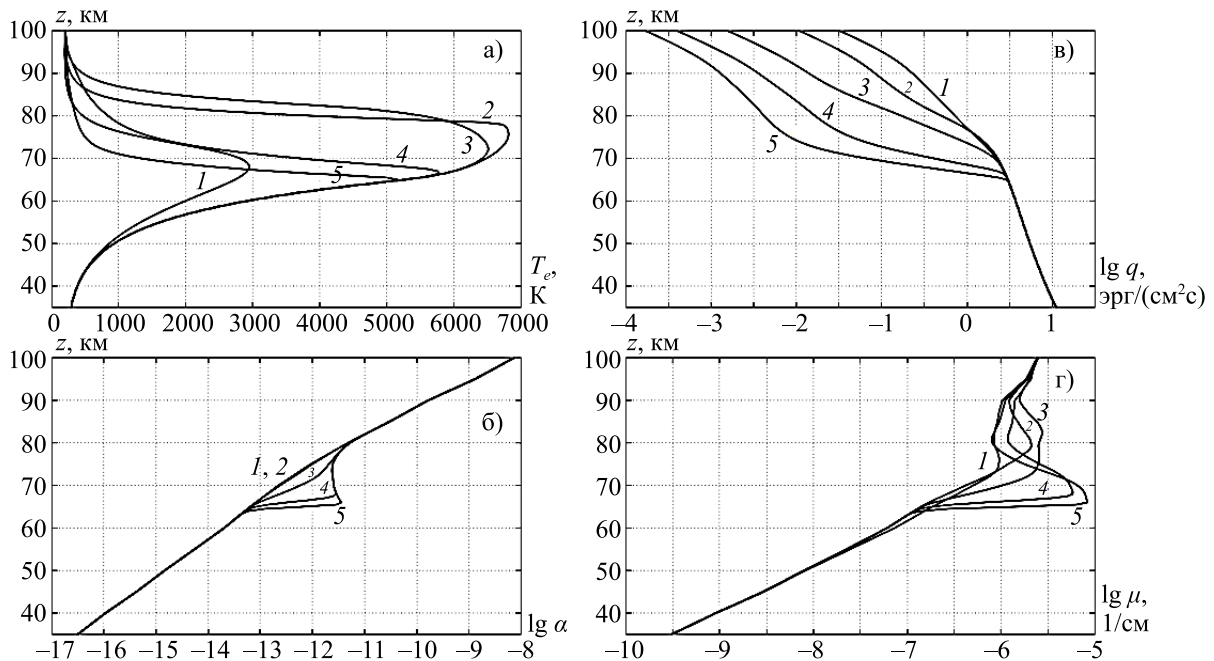


Рис. 11. Изменение основных параметров нижней ионосферы под действием радиолуча с $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 3$ МГц без учета гирочастоты в $\mu(z)$: 1 — 10^{-4} с, 2 — 10^{-3} с, 3 — 10^{-2} с, 4 — 10^{-1} с, 5 — 1 с

6.2. Для ночных условий

Как показали представленные выше результаты расчетов, в дневной ионосфере при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц развитие максимальных значений T_{em} и α_m происходит на высоте ~ 55 км, где начальная электронная концентрация $n_{e0} \approx 45$ см⁻³. В ночной ионосфере такая n_{e0} реализуется примерно на высоте 85–90 км. Таким образом, до высот ≈ 75 –80 км поглощение радиоволн в ночной ионосфере мало, и уменьшение $q(z)$ вплоть до этих высот связано главным образом с расходимостью радиолуча. В соответствии с формулой (1) при $f = 10$ МГц $q(z = 80 \text{ км}) = 22$ эрг/см²с без учета поглощения. Как видно из рис. 8–11, в дневной атмосфере, в результате поглощения на более низких высотах, до 80 км доходит плотность потока на много порядков меньше, чем без поглощения.

С учетом сказанного, по описанной выше методике были выполнены расчеты основных параметров разогреваемой области для $z = 80$ км, $f = 10$ МГц, $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с. Следует отметить большую разницу в концентрации частиц на $h = 55$ км — $n = 1,18 \cdot 10^{16}$ см⁻³, а на $h = 80$ км — $n = 3,96 \cdot 10^{14}$ см⁻³, то есть в 30 раз меньше. Из-за столь значительного различия в концентрации тяжелых частиц существенно меняется значение параметров возмущенной области во времени. Как и на меньших высотах, из-за низкой начальной концентрации электронов их температура за время в несколько миллисекунд достигает ~ 7500 К (рис. 12, а), однако дальнейшее изменения параметров принципиально отличается от того, что было в дневной ионосфере на меньших высотах. Пока $\alpha \ll 1$, частота столкновений электронов определяется столкновениями с нейтралами и $\nu \cong \nu_{eo} \sim 10^6 - 10^7$ 1/с, то есть значительно меньше: $\omega = 6 \cdot 10^7$ 1/с. Определенное время при $T_e = 7500$ К степень ионизации экспоненциально растет (рис. 12, б), так как рекомбинация еще мала. Одновременно возрастает и частота столкновений электронов с ионами ν_{ei} , причем возрастает тоже экспоненциально. Когда степень ионизации достигает значения $\sim 10^{-3}$, ν_{ei} сравнивается с ν_{eo} и далее превосходит частоту электромагнитной волны, $\nu > \omega$. Теперь в коэффициенте поглощения уже можно пренебречь ω^2 по сравнению с ν^2 , и тогда $Q_\mu \sim \frac{1}{\nu}$. Это приводит к немонотонности в поведении T_e и быстрому нарастанию температуры тяжелых частиц из-за высокой степени ионизации.

С уменьшением частоты f наблюдается возникновение переколебаний — резкие изменения T_e и α . На рис. 13 показано поведение $T_e(t)$, $T(t)$, $\alpha(t)$ для $f = 3$ МГц, когда $q(z = 80 \text{ км}) = 1,9$ эрг/см²с. С уменьшением T_e (рис. 13, а) уменьшается и степень ионизации α , а следовательно, уменьшается и частота столкновений. Со временем она сравнивается и потом становится меньше частоты электромагнитной волны, что приводит к новому росту температуры и степени ионизации. Далее процесс повторяется. Периодическое изменение параметров происходит резко, скачками, что является характерным признаком автоколебательных систем релаксационного типа. В таких системах всегда существует так называемый «клапан» — устройство или параметр, попеременно открывающий и закрывающий доступ энергии в систему, причем, когда доступ энергии в систему закрыт, накопленная уже энергия покидает систему. Очевидно, таким «клапаном» в данной задаче является частота столкновений электронов. Так как на этих высотах степень ионизации достигает значений $\sim 10^{-3}$, то весь колебательный процесс сопровождается ростом температуры тяжелых частиц и выходом на равновесие, когда $T_e = T$. Весь же процесс развития автоколебаний происходит в квазистационарном режиме, когда энергия, поступающая от электромагнитной волны, почти компенсируется потерями при упругих столкновениях с тяжелыми частицами и на ионизацию молекул: $Q_\mu = |Q_{en}| + |Q_i|$. Решение этого

нелинейного алгебраического уравнения дает близкое к рассчитанному значение электронной температуры.

На рис. 14 показано поведение параметров для $h = 80$ км и $f = 2$ МГц: количество колебаний возрастает. Однако для $f = 1$ МГц поведение параметров становится более монотонным, и автоколебаний не наблюдается (рис. 15).

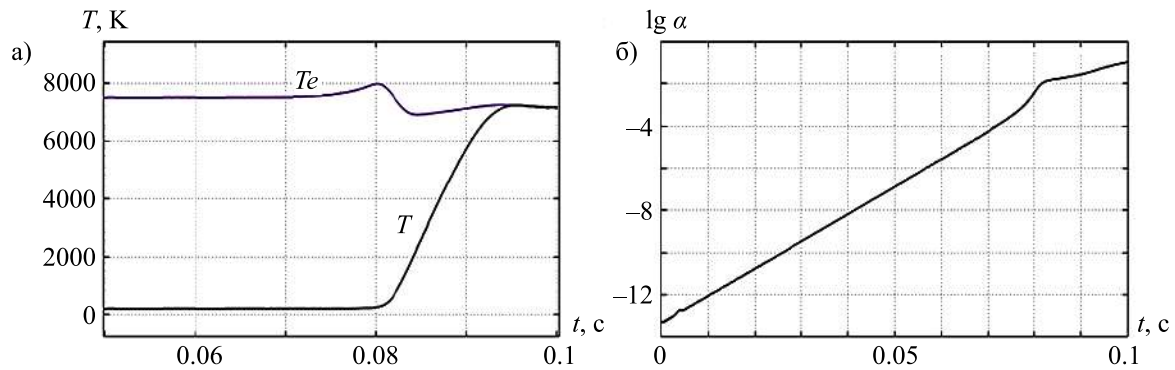


Рис. 12. Изменение температуры (а) и степени ионизации (б) в нижней ионосфере на $z = 80$ км при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц

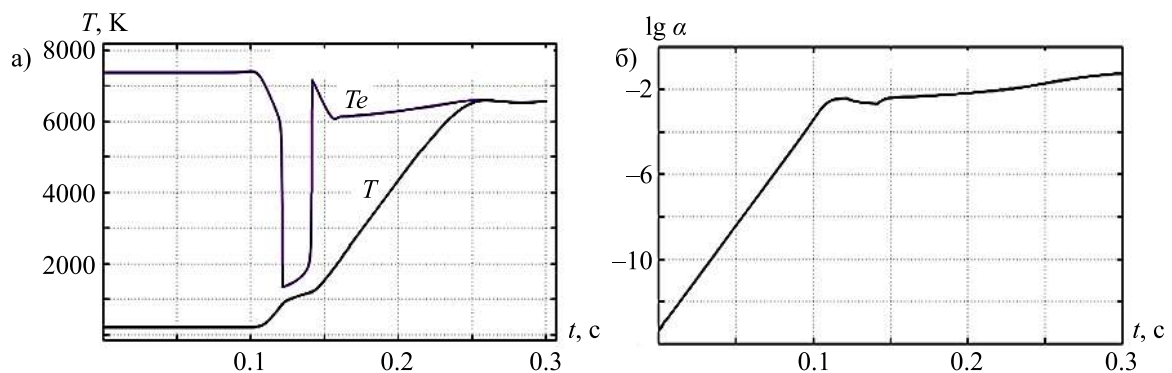


Рис. 13. Изменение температуры (а) и степени ионизации (б) в нижней ионосфере на $z = 80$ км при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 3$ МГц

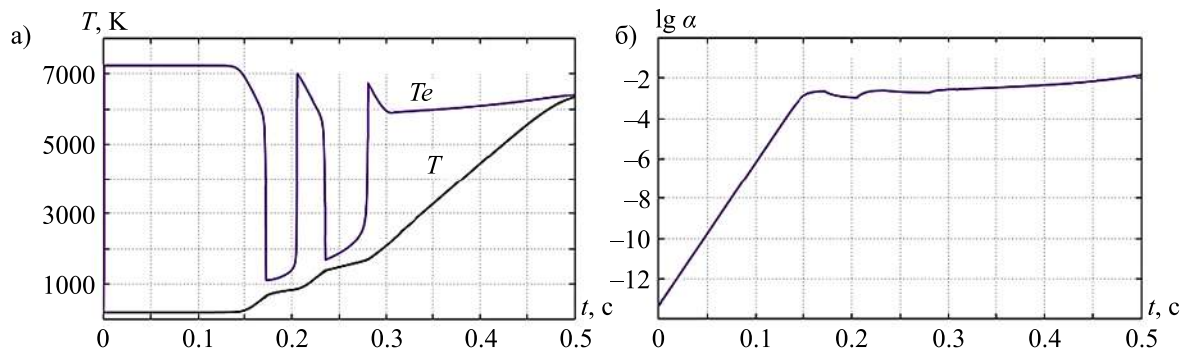


Рис. 14. Изменение температуры (а) и степени ионизации (б) в нижней ионосфере на $z = 80$ км при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 2$ МГц

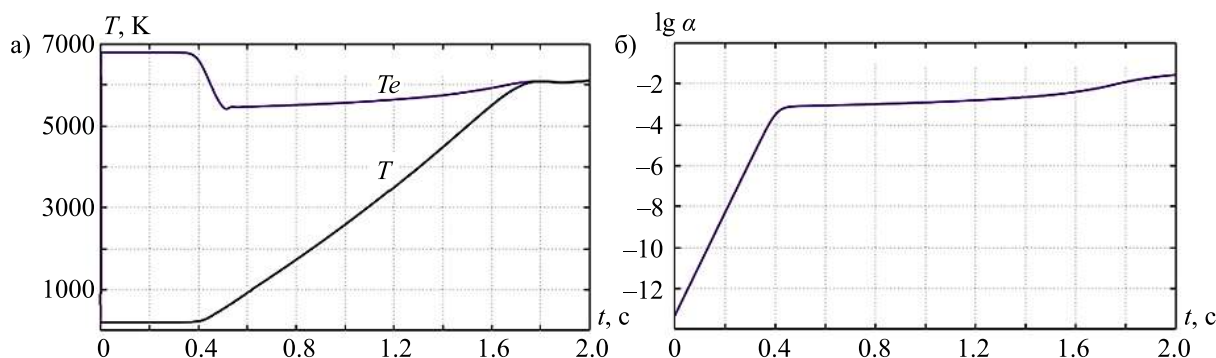


Рис. 15. Изменение температуры (а) и степени ионизации (б) в нижней ионосфере на $z = 80$ км при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 1$ МГц

Следует отметить, что поведение $T(t)$ оказывает заметное влияние на длительность автоколебательного режима. Так, учет влияния диссоциации и возбуждения колебаний тяжелыми частицами уменьшает темп роста $T(t)$ и увеличивает продолжительность автоколебательного режима. Такой режим развития возможен и на больших высотах при достаточном количестве поступающей энергии. Однако расчеты показывают, что при рассматриваемых плотностях потока энергии основная его часть в ночной атмосфере поглощается на высотах около 80 км, где и возможны достижение высокой степени ионизации и развитие автоколебательного режима. Доля энергии, проходящая на большие высоты, невелика.

6.3. Вариация плотности потока радиоизлучения

На рис. 16 показано распределение $T_e(z, t)$ и $\alpha(z, t)$ для дневной ионосферы при $f = 10$ МГц и плотности потока радиоволн у поверхности Земли $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с. Общий характер поведения температуры электронов и степени ионизации аналогичен предыдущим расчетам. Сравним полученные результаты расчетов при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с с частотой излучения $f = 10$ МГц. Как видно из рис. 16, а, при повышении плотности потока радиоволн электронный газ нагревается в более широком диапазоне высот (~ 30 – 95 км). Максимум температуры электронов достигается на $h = 76$ км и равен ≈ 8500 К. К моменту времени $t_6 = 1$ с образуется узкий высокотемпературный слой с повышенной электронной концентрацией на высоте ≈ 47 км. Данная высота находится ниже на 8 км, чем при расчете с меньшей плотностью потока радиоволн. Это объясняется тем, что электронная температура на каждом слое по высоте значительно выше, чем при $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с (рис. 8, а). Температура тяжелых частиц не изменяется. Концентрация электронов на момент времени $t_6 = 1$ с превышает естественную на несколько порядков (рис. 16, б).

На рис. 17 представлены высотные зависимости для $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с и $f = 3$ МГц. В этом случае электронный газ нагревается в меньшем диапазоне высот: ~ 40 – 85 км. Сравнивая графики поведения электронной температуры и степени ионизации при $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с и $f = 3$ МГц с $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц, можно заметить, что на момент времени 1 с они очень близки друг с другом. Как было сказано выше, при уменьшении частоты излучения увеличивается расходимость луча, в результате чего граница разогрева смещается вверх. Таким образом, при параметрах $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с, $f = 3$ МГц и $q_0 = 2,65 \cdot 10^4$ эрг/см²с, $f = 10$ МГц член, учитывающий расходимость луча, будет одинаковым.

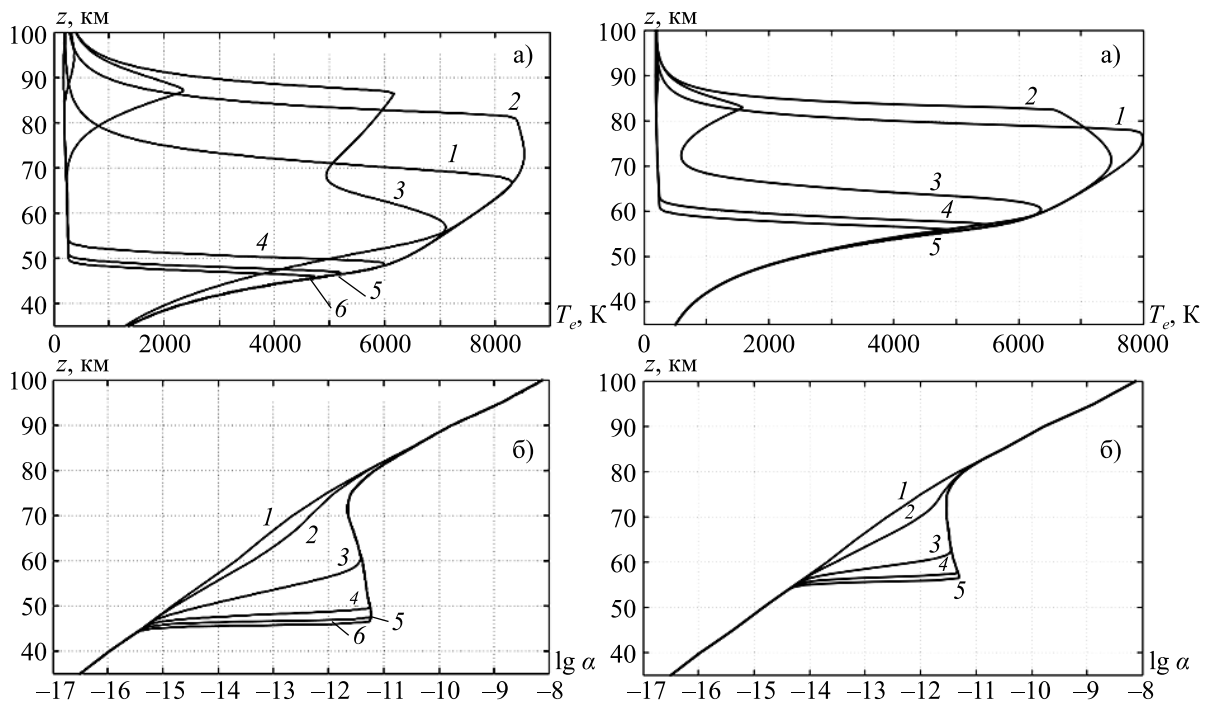


Рис. 16. Изменение основных параметров в нижней ионосфере в дневное время под действием радиолуча с $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с и $f = 10$ МГц, без учета гирочастоты в $\mu(z)$: 1 — 10^{-5} с, 2 — 10^{-4} с, 3 — 10^{-3} с, 4 — 10^{-2} с, 5 — 10^{-1} с, 6 — 1 с

Рис. 17. Изменение основных параметров в нижней ионосфере в дневное время под действием радиолуча с $q_0 = 2,65 \cdot 10^5$ эрг/см²с и $f = 3$ МГц, без учета гирочастоты в $\mu(z)$: 1 — 10^{-5} с, 2 — 10^{-4} с, 3 — 10^{-3} с, 4 — 10^{-2} с, 5 — 10^{-1} с

Таким образом, при анализе влияния различных исходных данных на пространственные и ионизационно-температурные параметры возмущенной области следует иметь в виду, что частота излучения влияет не только на коэффициент поглощения, но и на дифракционную расходимость радиолуча.

6.4. Концентрации возбужденных частиц

По температуре и концентрации частиц рассчитывалось возбуждение метастабилей и колебательных уровней молекул. В целом такой расчет и анализ результатов представляют собой достаточно трудоемкую задачу, так как обмен колебательными квантами между компонентами играет большую роль, а также требует большого расчетного времени. Поэтому здесь приведены лишь некоторые результаты. На рис. 18, а показано высотное распределение относительных концентраций двух наиболее важных метастабильных компонентов для нескольких моментов времени. В области высоких T_e эти концентрации значительно превышают естественные значения, что свидетельствует о высоком уровне соответствующего дневного излучения.

На рис. 18, б показано распределение относительных концентраций колебательно возбужденных двухатомных молекул OH(1) и CO(1). В области нижней ионосферы их степень возбуждения достаточно высока и определяется электронной температурой. Для CO₂ и H₂O (рис. 19), кроме области высокой T_e , наблюдается определенный рост возбуждения в верхней части рассматриваемого диапазона высот, где уменьшается скорость дезактивации.

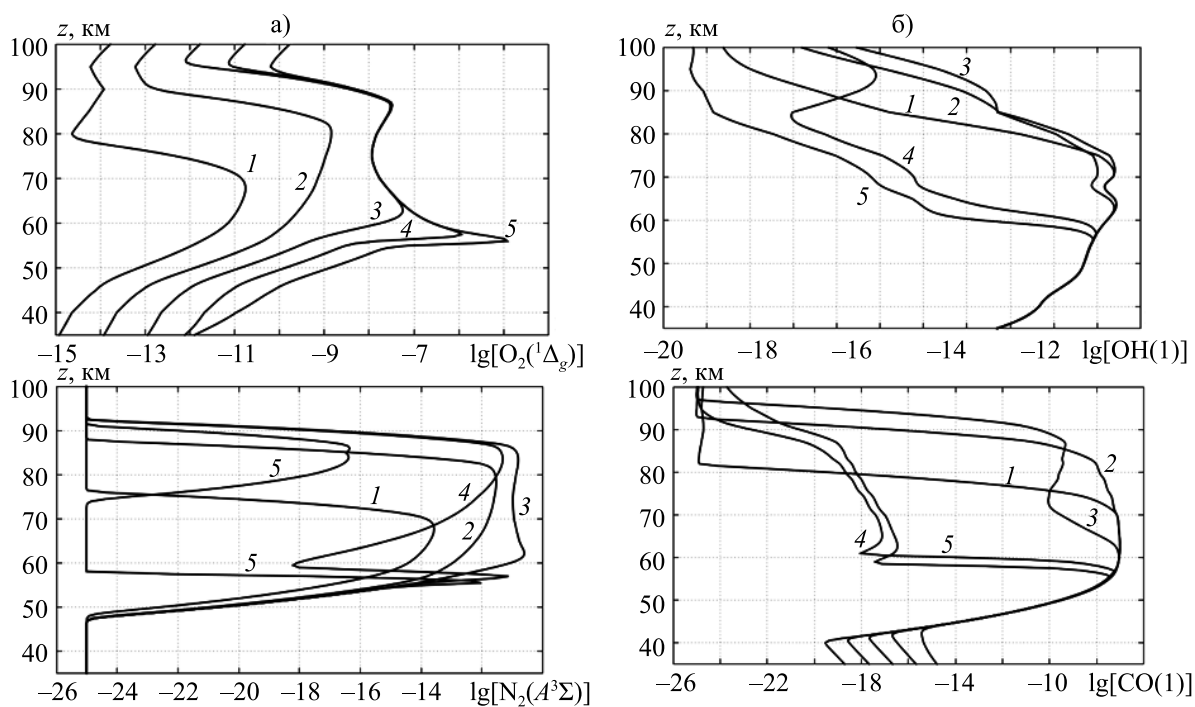


Рис. 18. Высотное распределение относительных концентраций метастабильных (а) и колебательно возбужденных компонентов (б): 1 — 10^{-4} с, 2 — 10^{-3} с, 3 — 10^{-2} с, 4 — 10^{-1} с, 5 — 1 с

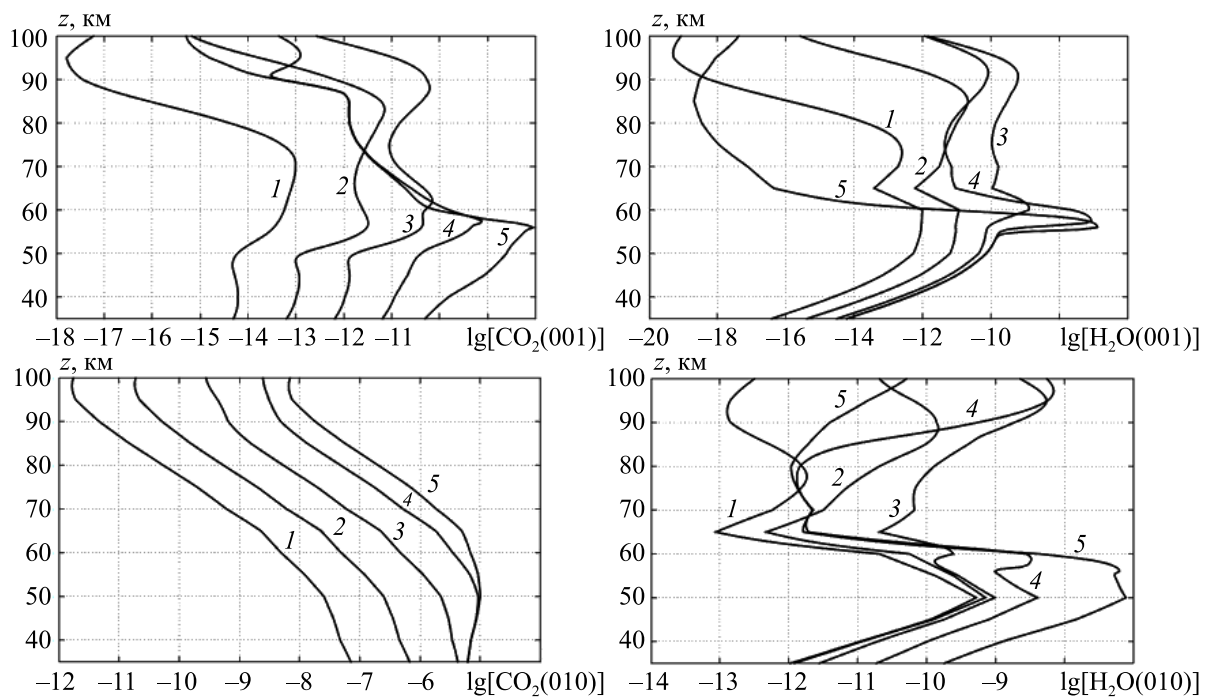


Рис. 19. Высотное распределение относительных концентраций CO_2 и H_2O :
1 — 10^{-4} с, 2 — 10^{-3} с, 3 — 10^{-2} с, 4 — 10^{-1} с, 5 — 1 с

6.5. Развитие разогретой возмущенной области в нижней ионосфере

Подъем нижней границы электронной концентрации в ночной ионосфере на $h = 80$ км приводит к возможности роста температуры тяжелых частиц, а следовательно, к развитию газодинамического движения. Так как в этой области высот геомагнитное поле не оказывает заметного влияния на динамику газа, то она рассматривалась в двумерном приближении.

В работе [Ступицкий, 1985] показано, что при решении задач динамики плазмы с температурной и кинетической неравновесностью удобно использовать метод расщепления по физическим процессам, полагая $T_e = T_g y_e$, $T = T_g y$, где T_g — газодинамическая температура, обусловленная адиабатическим процессом движения идеального газа. Уравнения для y_e , y учитывают кинетические процессы. Таким образом, уравнение для T_g , по существу, соответствует однотемпературному приближению идеального газа $T_g = T$. В приближении двухатомного газа она имеет вид

$$\frac{5}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial z} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) + T \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) = 0. \quad (17)$$

Уравнения (17) совместно с уравнением состояния $P = \rho RT / \mu$, импульса и неразрывности дают замкнутую систему уравнений для расчета задачи в цилиндрической постановке и определения (ρ, u, v, T, P) . Цилиндрическая система координат имела следующие масштабы: от высот 30 км до 160 км и с радиусом 96 км.

При решении поставленной задачи были опробованы три наиболее часто используемые для решения подобных задач конечно-разностные схемы: двухшаговые (предиктор-корректор) схемы Лакса–Вендроффа, Мак–Кормака, а также схема Куранта–Изоксона–Риса (КИР) и сеточно-характеристический метод Холодова А. С. и Петрова И. Б. [Петров, Холодов, 1984а, 1984б; Магомедов, Холодов, 1988]. При выборе схемы учитывались ее точность по сохранению массы и энергии, а также экономичность времени счета. Рассматривались динамика начальной температурной неоднородности и модельная задача с учетом подогрева с последующим его отключением. Так как масштаб задачи $L_x > \Delta$, то, как показал расчетный анализ, возникает существенная трудность, связанная с экспоненциальным изменением плотности с высотой. При задании на таком плотностном профиле температурного возмущения быстро возрастает вычислительная ошибка. Удовлетворительный результат дал прием, заключающийся в обезразмеривании на естественно изменяющиеся плотность и давление. Таким образом, в качестве характерных величин были взяты следующие:

$$L_x = \Delta = \frac{RT}{\mu g}, \quad t_x = \frac{L_x}{U_x}, \quad U_x = \sqrt{gL_x},$$

$$\rho_x = \rho_0 e^{-\frac{z}{\Delta}}, \quad P_x = P_0 e^{-\frac{z}{\Delta}}, \quad T_x = T_0 = 300 \text{ К.}$$

В результате при $t = 0$ $\bar{\rho} = 1$ на всех высотах. При этом возникающие в правой части безразмерных уравнений дополнительные члены не вносят существенной трудности в расчетный алгоритм, который проводился по схеме Мак–Кормака и сеточно-характеристическим методом. С учетом общезначимой точности постановки задачи эти методы давали близкие результаты.

В процессе нагрева ($t = 0-6,5$ с) в расчетной области образуется постоянно растущее температурное возмущение (рис. 20), максимум которого расположен на высоте 80 км на оси цилиндра с $T \sim 5000-10\,000$ К. Расчет T приводит к началу газодинамического течения, которое в целом приводит к образованию разреженной полости (рис. 21). Так как размеры полости больше Δ , то скорость вертикальной конвекции может превышать скорость звука (рис. 22). Радиальная скорость имеет меньшую величину, чем вертикальная, но все же дает существенный вклад в газодинамическое течение с образованием вихреподобной структуры (рис. 23).

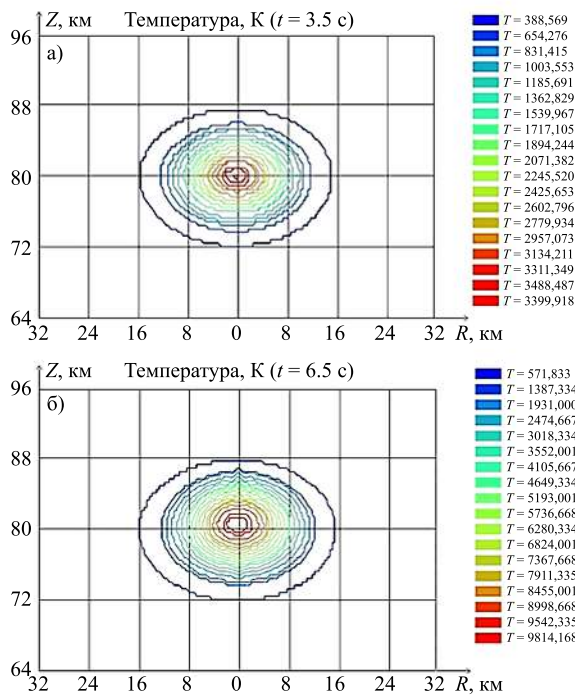


Рис.20. Температура на момент времени: а) $t = 3,5$ с; б) $t = 6,5$ с. Цветная версия рисунка доступна в электронной версии статьи на сайте журнала

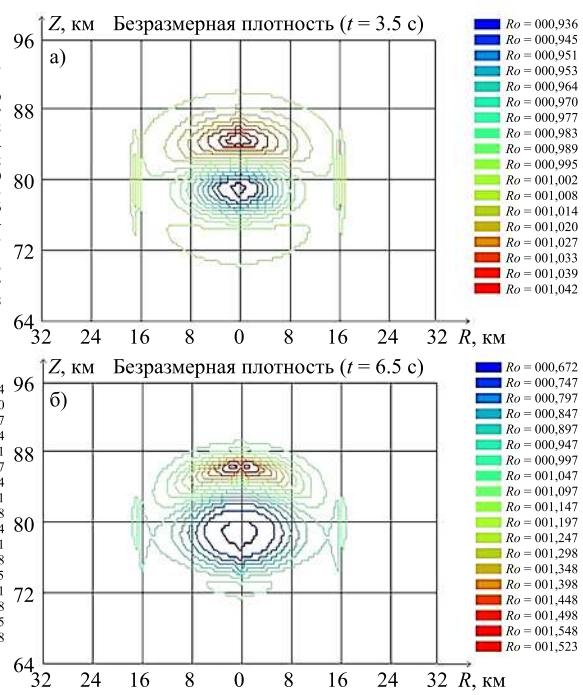


Рис. 21. Безразмерная плотность на момент времени: а) $t = 3,5$ с; б) $t = 6,5$ с. Цветная версия рисунка доступна в электронной версии статьи на сайте журнала

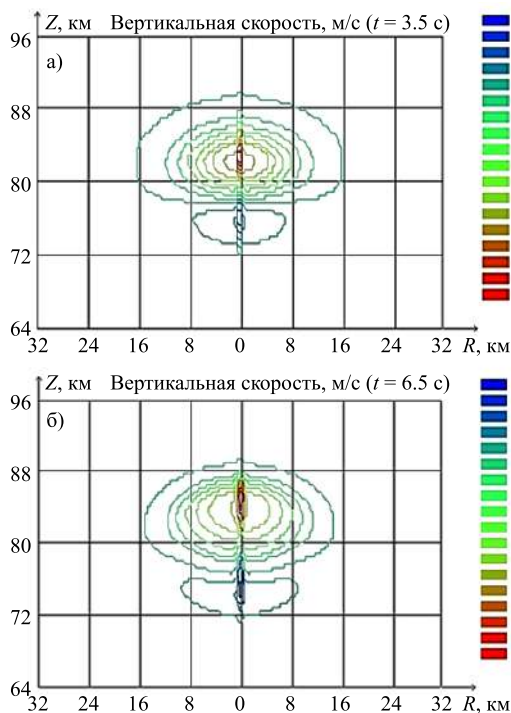


Рис. 22. Вертикальная скорость на момент времени: а) $t = 3,5$ с; б) $t = 6,5$ с. Цветная версия рисунка доступна в электронной версии статьи на сайте журнала

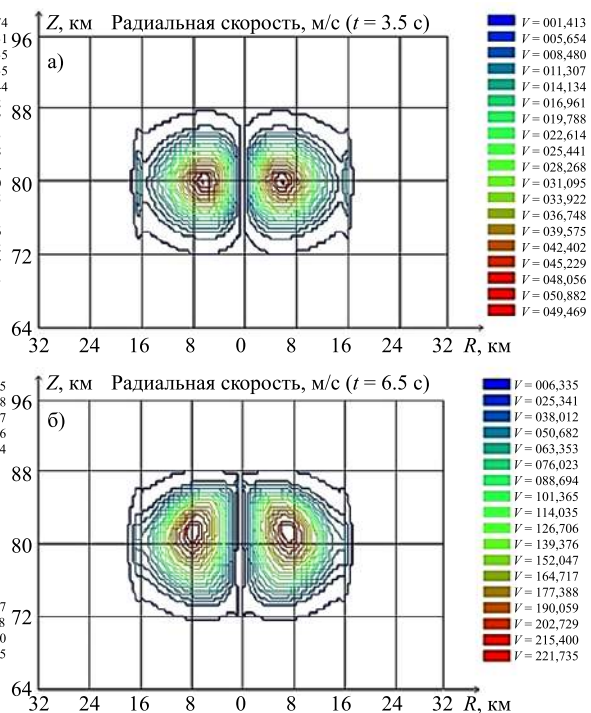


Рис. 23. Радиальная скорость на момент времени: а) $t = 3,5$ с; б) $t = 6,5$ с. Цветная версия рисунка доступна в электронной версии статьи на сайте журнала

После отключения температурного источника конвективное движение развивается: более нагретая область, а следовательно, и менее плотная, начинает подниматься вверх с достаточно большой скоростью. На рис. 24–25 представлены основные параметры течения на $t = 27$ с.

Следует отметить формирование центральной вертикальной струи, которая поднимается значительно выше области максимального энерговыделения. Наличие радиальной скорости приводит к формированию торообразной высокотемпературной структуры. Таким образом, при большой плотности излучения и существенном разогреве верхней части D-слоя ионосферы решение проблемы требует совместного рассмотрения как термодинамической, так и кинематической задачи.

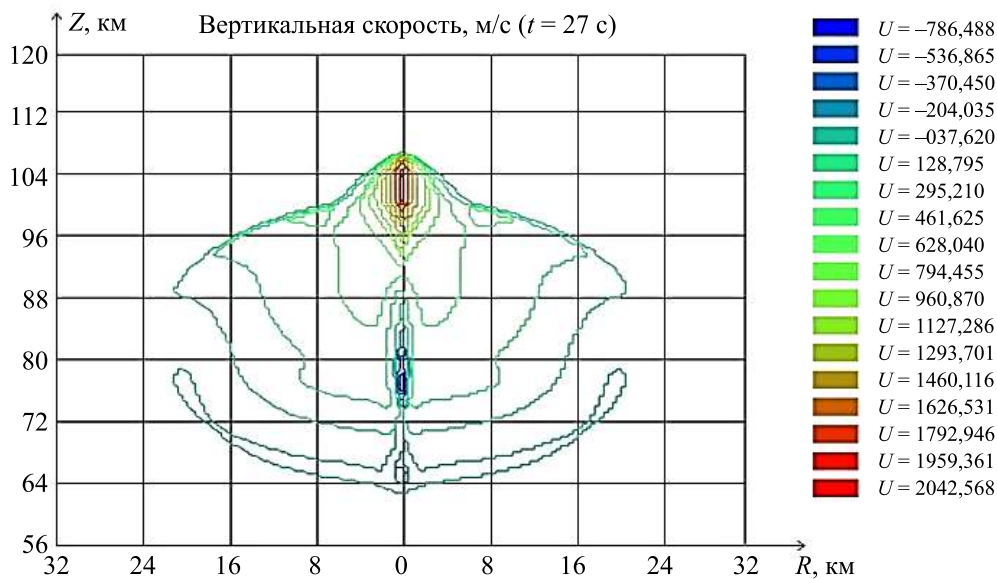


Рис. 24. Вертикальная скорость на момент времени $t = 27$ с. Цветная версия рисунка доступна в электронной версии статьи на сайте журнала

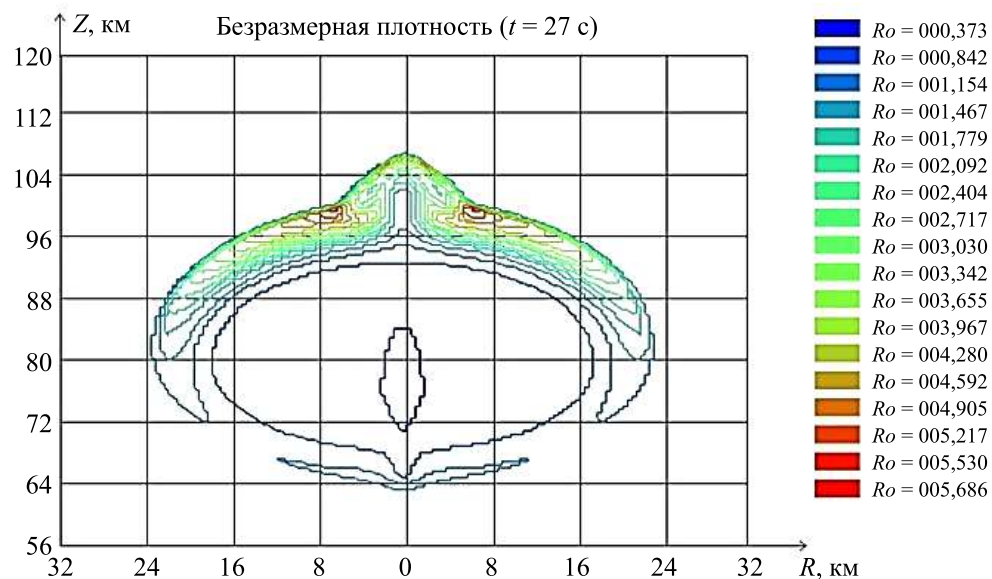


Рис. 25. Безразмерная плотность на момент времени $t = 27$ с. Цветная версия рисунка доступна в электронной версии статьи на сайте журнала

7. Заключение

В данной работе создана достаточно подробная кинетическая и температурная модель развития области ионизации и свечения в нижней ионосфере под действием направленного потока радиоизлучения.

Представленная модель позволила выполнить не только ряд расчетов поведения электронной температуры и концентрации, но и определить концентрацию малых составляющих, определяющих свечение нижней возмущенной ионосферы в видимом и ИК-диапазоне спектра. Это имеет большое прикладное значение для телеметрической диагностики возмущенной области и оценки ее помехового влияния на работу оптико-электронных средств.

Для ночных условий при воздействии радиолуча обнаружены колебательный режим поведения параметров возмущенной области и принципиальное изменение поведения параметров в целом, что связано с увеличением высоты максимального поглощения радиоизлучения.

Дальнейшие исследования будут направлены на усовершенствование газодинамических расчетов и расширение возможностей созданной методики.

Список литературы (References)

- Беликович В. В., Бенедиктов Е. А.* Влияние температуры на состояние плазмы в нижней части D-области ионосферы // Геомagnetизм и аэрoномия. — 1986а. — Т. 26, № 5. — С. 839–841.
Belikovich V. V., Benediktov E. A. Effect of the temperature on the state of the plasma in the lower part of the D-region of the ionosphere // Geomagnetism and Aeronomy. — 1986а. — Vol. 26, No. 5. — P. 839–841. (Original Russian paper: *Belikovich V. V., Benediktov E. A.* Vliyanie temperatury na sostoyanie plazmy v nizhnei chasti D-oblasti ionosfery // Geomagnetism and Aeronomy. — 1986а. — Vol. 26, No. 5. — P. 839–841.)
- Беликович В. В., Бенедиктов Е. А.* Искусственные периодические неоднородности в нижней части D-области на восходе и заходе Солнца // Геомagnetизм и аэрoномия. — 1986б. — Т. 26, № 5. — С. 837–839.
Belikovich V. V., Benediktov E. A. Artificial periodic nonuniformities in the lower part of the D-region at sunset and sunrise // Geomagnetism and Aeronomy. — 1986б. — Vol. 26. — P. 705. (Original Russian paper: *Belikovich V. V., Benediktov E. A.* Iskusstvennye periodicheskie neodnorodnosti v nizhnei chasti D-oblasti na voskhode i zakhode Solntsa // Geomagnetism and Aeronomy. — 1986б. — Vol. 26, No. 5. — P. 837–839.)
- Беликович В. В., Григорьев Г. И.* Искусственные периодические неоднородности и акустико-гравитационные волны в нижней ионосфере // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. — 1987. — Т. XXX, № 3. — С. 347–351.
Belikovich V. V., Grigor'ev G. I. Artificial periodic irregularities and acoustic-gravity waves in the lower ionosphere // Radiophysics and Quantum Electronics. — 1987. — Vol. XXX, No. 3. — P. 271. (Original Russian paper: *Belikovich V. V., Grigor'ev G. I.* Iskusstvennye periodicheskie neodnorodnosti i akustiko-gravitatsionnye volny v nizhnei ionosfere // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Radiofizika. — 1987. — Vol. XXX, No. 3. — P. 347–351.)
- Васьков В. В., Гуревич А. В.* Современное состояние теории воздействия мощных радиоволн на ионосферную плазму. Модификация ионосферы мощным радиоизлучением // Международный симпозиум. — Суздаль, 1986. — С. 10–14.
Vas'kov V. V., Gurevich A. V. Sovremennoe sostoyanie teorii vozdeistviya moshchnykh radiovoln na ionosfernyuyu plazmu. Modifikatsiya ionosfery moshchnym radioizlu-cheniem // Mezhdunarodnyi simpozium. — Suzdal', 1986. — P. 10–14 (in Russian).
- Виленский И. М., Израйлева А. А., Капельзон А. А., Плоткин В. В., Фрейман М. Е.* Искусственные квазипериодические неоднородности в нижней ионосфере // Труды ИГГ. — № 685. — Новосибирск: Наука. — 1987.
Vilenskij I. M., Izrajleva A. A., Kapel'zon A. A., Plotkin V. V., Frejman M. E. Iskusstvennye kvaziperiodicheskie neodnorodnosti v nizhnei ionosfere // Trudy IGG. — No. 685. — Novosibirsk: Nauka. — 1987 (in Russian).
- Гуревич А. В.* Нелинейные явления в ионосфере // УФН. — 2007. — Т. 177, № 11. — С. 1145–1177
Gurevich A. V. Nelineinye yavleniya v ionosfere // UFN. — 2007. — Vol. 177, No. 11. — P. 1145–1177 (in Russian).

- Елецкий А. В., Палкина Л. А., Смирнов Б. М.* Явления переноса в слабоионизированной плазме. — М.: Атомиздат, 1975.
Eletskii A. V., Palkina L. A., Smirnov B. M. Yavleniya perenosa v slaboionizirovannoi plazme. — Moscow: Atomizdat, 1975 (in Russian).
- Замышляев Б. В., Ступицкий Е. Л., Гузь А. Г.* Состав и термодинамические функции плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
Zamyshlyayev B. V., Stupitskii E. L., Guz' A. G. Sostav i termodinamicheskie funktsii plazmy. — Moscow: Energoatomizdat, 1984 (in Russian).
- Иткина М. А., Кротова З. Н.* Изменение параметров нижней ионосферы под действием мощного радиоизлучения // Известия вузов. Радиофизика. — 1981 — Т. XXIV, № 4. — С. 415–419.
Itkina M. A., Krotova Z. N. Izmeneniye parametrov nizhei ionosfery pod deistviem moshchnogo radioizlucheniya // Izvestiya vuzov. Radiofizika. — 1981. — Vol. XXIV, No. 4. — P. 415–419 (in Russian).
- Калиткин Н. Н.* Численные методы решения жестких систем // Математическое моделирование. — 1995. — Т. 7, № 5. — С. 8–11.
Kalitkin N. N. Chislennyye metody resheniya zhestkikh sistem // Matematicheskoe modelirovaniya. — 1995. — Vol. 7, No. 5. — P. 8–11 (in Russian).
- Калиткин Н. Н.* Численные методы. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011.
Kalitkin N. N. Chislennyye metody. — Saint-Petersburg: BHV-Peterburg, 2011 (in Russian).
- Козлов С. И.* Влияние сезона на кинетику электронов в области D при воздействии на нее мощной радиоволны // Геомагнетизм и аэрномия. — 1984. — Т. XXIV, № 1. — С. 26–29.
Kozlov S. I. Seasonal effect on the kinetics of electrons in the D-region under the action of a high-power radio wave // Geomagnetism and Aeronomy. — 1984. — Vol. XXIV, No. 1. — P. 26–29. (Original Russian paper: *Kozlov S. I.* Vliyanie sezona na kinetiku elektronov v oblasti D pri vozdeistvii na nee moshchnoi radiovolny // Geomagnetism and Aeronomy. — 1984. — Vol. XXIV, No. 1. — P. 26–29.)
- Магомедов К. М., Холодов А. С.* Сеточно-характеристические численные методы. — М.: Наука, 1988.
Magomedov K. M., Holodov A. S. Setochno-harakteristicheskie chislennyye metody. — Moscow: Nauka, 1988 (in Russian).
- Медведев Ю. А., Степанов Б. И., Метелин Е. В., Федорович Г. В.* Физические процессы в потоках проникающих излучений // Импульсные электромагнитные поля быстропротекающих процессов и измерение их параметров: сборник. — М.: Атомиздат, 1976.
Medvedev Yu. A., Stepanov B. I., Metelin E. V., Fedorovich G. V. Fizicheskie protsessy v potokakh pronikayushchikh izluchenii // Impul'snye elektromagnitnye polya bystroprotekayushchikh protsessov i izmereniye ikh parametrov: sbornik. — Moscow: Atomizdat, 1976 (in Russian).
- Петров И. Б., Холодов А. С.* Численное исследование некоторых динамических задач механики деформируемого твердого тела сеточно-характеристическим методом // ЖВМ и МФ. — 1984а. — Т. XXIV, № 5. — С. 722–739.
Petrov I. B., Kholodov A. S. Numerical study of some dynamic problems of the mechanics of a deformable rigid body by the mesh-characteristic method // USSR Computational mathematics and Mathematical Physics. — 1984. — Vol. XXIV, Is. 3. — P. 61–73. (Original paper: *Petrov I. B., Holodov A. S.* Chislennoye issledovanie nekotorykh dinamicheskikh zadach mekhaniki deformiruemogo tverdogo tela setochno-harakteristicheskim metodom // ZHVM i MF. — 1984. — Vol. XXIV, No. 5. — P. 722–739.)
- Петров И. Б., Холодов А. С.* О регуляризации разрывных численных решений уравнений гиперболического типа // ЖВМ и МФ. — 1984б. — Т. XXIV, № 8. — С. 1172–1188.
Petrov I. B., Kholodov A. S. Regularization of discontinuous numerical solutions of equations of hyperbolic type // USSR Computational mathematics and Mathematical Physics. — 1984. — Vol. XXIV, Is. 4. — P. 128–138. (Original paper: *Petrov I. B., Holodov A. S.* O regulyazitsii razryvnykh chislennykh resheniy uravneniy giperbolicheskogo tipa // ZHVM i MF. — 1984b. — Vol. XXIV, No. 8. — P. 1172–1188.)
- Полак Л. С., Гольденберг М. Я., Левицкий А. А.* Вычислительные методы в химической кинетике. — М.: Наука, 1984.
Polak L. S., Gol'denberg M. Ya., Levitskii A. A. Vychislitel'nye metody v khimicheskoi kinetike. — Moscow: Nauka, 1984 (in Russian).
- Ступицкий Е. Л.* Динамика мощных импульсных излучений и плазменных образований. — М.: Физматлит, 2006.
Stupitskii E. L. Dinamika moshchnykh impul'snykh izluchenii i plazmennykh obrazovaniy. — Moscow: Fizmatlit, 2006 (in Russian).

- Ступицкий Е. Л., Любченко О. С., Худавердян А. М.* // Квантовая электроника. — 1985. — Т. 12, № 5. — С. 1038–1049.
Stupitskii E. L., Lyubchenko O. S., Khudaverdyan A. M. // Kvantovaya elektronika. — 1985. — Vol. 12, No. 5. — P. 1038–1049 (in Russian).
- Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю.* Методика исследований кинетики ионизационно-химических и оптических возмущений в атмосфере на основе численного моделирования // ЦФТИ МО РФ. — 2002.
Stupitskii E. L., Repin A. Yu. Metodika issledovaniy kinetiki ionizatsionno-khimicheskikh i opticheskikh vozmushchenii v atmosfere na osnove chislennogo modelirovaniya // TsFTI MO RF. — 2002 (in Russian).
- Физика ядерного взрыва. — Т. 1. — М.: Физматлит, 2009.
Fizika yadernogo vzryva. — Vol. 1. — Moscow: Fizmatlit, 2009 (in Russian).
- Фролов В. Л., Бахметьева Н. В., Беликович В. В. и др.* Модификация ионосферы Земли мощным коротковолновым излучением // УФН. — 2007. — Т. 177, № 3.
Frolov V. L., Bakhmet'eva N. V., Belikovich V. V. et al. Modifikatsiya ionosfery Zemli moshchnym korotkovolnovym izlucheniem // UFN. — 2007. — Vol. 177, No. 3 (in Russian).
- Хайрер Э., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 1999.
Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations II. Stiff and differential-algebraic problems. — 2nd edition. — 1996. (Original Russian paper: *Khairer E., Vanner G.* Reshenie obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii. Zhestkie i differentsial'no-algebraicheskie zadachi. — Moscow: Mir, 1999.)
- Moore R. C.* ELE/VLE wave generation by modulated HF heating of the Auroral Electrojet. — Dissertation. March 2007.
- Rodriguez J. V.* Modification of the Earth's ionosphere by very-low-frequency transmitters. — Ph.D. thesis, Stanford University, 1994.
- Tomko A. A., Ferraro A. J., Lee H. S., Mitra A. P.* A theoretical model of D-region ion chemistry modifications during high power radio wave heating // J. Atmos. Terr. Phys. — 1980. — Vol. 42. — P. 275–285.