КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2018 Т. 10 № 2 С. 195–207
DOI: 10.20537/2076-7633-2018-10-2-195-207

УДК: 534.54:536.3

Моделирование конвективно-радиационного теплопереноса в дифференциально обогреваемой вращающейся полости

С. А. Михайленко, М. А. Шеремет[a]

Научно-исследовательская лаборатория моделирования процессов конвективного тепломассопереноса
Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский Томский государственный университет»
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

E-mail: [a] sheremet@math.tsu.ru

Получено 10.12.2017, после доработки — 16.03.2018.
Принято к публикации 20.03.2018.

Проведено математическое моделирование нестационарных режимов естественной конвекции и поверхностного излучения в замкнутой вращающейся квадратной полости. Рассматриваемая область решения имела две противоположные изотермические стенки, поддерживаемые при постоянных низкой и высокой температурах, остальные стенки являлись адиабатическими. Стенки считались диффузно-серыми. Анализируемая полость вращалась с постоянной угловой скоростью относительно оси, проходящей через центр полости и ориентированной ортогонально области решения. Математическая модель, сформулированная в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность скорости» на основе приближений Буссинеска и диатермичности рабочей среды, была реализована численно методом конечных разностей. Уравнения дисперсии завихренности и энергии решались на основе локально-одномерной схемы А. А. Самарского. Диффузионные слагаемые аппроксимировались центральными разностями, конвективные — с использованием монотонной аппроксимации А. А. Самарского. Разностные уравнения решались методом прогонки. Разностное уравнение Пуассона для функции тока решалось отдельно с применением метода последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов. Анализ радиационного теплообмена проведен с использованием метода сальдо в варианте Поляка. Разработанный вычислительный код был протестирован на множестве сеток, а также верифицирован путем сопоставления полученных результатов при решении модельной задачи с экспериментальными и численными данными других авторов.

Численные исследования нестационарных режимов естественной конвекции и поверхностного теплового излучения в замкнутой вращающейся полости проведены при следующих значениях безразмерных параметров: $\mathrm{Ra} = 10^3$–10^6, $\mathrm{Ta} = 0$–10^5, $\mathrm{Pr} = 0.7$, $\varepsilon = 0$–0.9. Все распределения были получены для двадцатого полного оборота полости, когда наблюдается установление периодической картины течения и теплопереноса. В результате анализа установлено, что при малой угловой скорости вращения полости возможна интенсификация течения, а дальнейший рост скорости вращения приводит к ослаблению конвективного течения. Радиационное число Нуссельта незначительно изменяется при варьировании числа Тейлора.

Ключевые слова: естественная конвекция, тепловое поверхностное излучение, диатермичная среда, вращающаяся полость, метод конечных разностей

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-79-20141).

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2018 VOL. 10 NO. 2 P. 195–207
DOI: 10.20537/2076-7633-2018-10-2-195-207

MODELS IN PHYSICS AND TECHNOLOGY

UDC: 519.6

Simulation of convective-radiative heat transfer in a differentially heated rotating cavity

S. A. Mikhailenko, M. A. Sheremet[a]

Laboratory on Convective Heat and Mass Transfer,
National Research Tomsk State University,
36 Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia

E-mail: [a] sheremet@math.tsu.ru

Received 10.12.2017, after completion — 16.03.2018.
Accepted for publication 20.03.2018.

Mathematical simulation of unsteady natural convection and thermal surface radiation within a rotating square enclosure was performed. The considered domain of interest had two isothermal opposite walls subjected to constant low and high temperatures, while other walls are adiabatic. The walls were diffuse and gray. The considered cavity rotated with constant angular velocity relative to the axis that was perpendicular to the cavity and crossed the cavity in the center. Mathematical model, formulated in dimensionless transformed variables "stream function – vorticity" using the Boussinesq approximation and diathermic approach for the medium, was performed numerically using the finite difference method. The vorticity dispersion equation and energy equation were solved using locally one-dimensional Samarskii scheme. The diffusive terms were approximated by central differences, while the convective terms were approximated using monotonic Samarskii scheme. The difference equations were solved by the Thomas algorithm. The approximated Poisson equation for the stream function was solved by successive over-relaxation method. Optimal value of the relaxation parameter was found on the basis of computational experiments. Radiative heat transfer was analyzed using the net-radiation method in Poljak approach. The developed computational code was tested using the grid independence analysis and experimental and numerical results for the model problem.

Numerical analysis of unsteady natural convection and thermal surface radiation within the rotating enclosure was performed for the following parameters: Ra = 10^3–10^6, Ta = 0–10^5, Pr = 0.7, ε = 0–0.9. All distributions were obtained for the twentieth complete revolution when one can find the periodic behavior of flow and heat transfer. As a result we revealed that at low angular velocity the convective flow can intensify but the following growth of angular velocity leads to suppression of the convective flow. The radiative Nusselt number changes weakly with the Taylor number.

Keywords: natural convection, thermal surface radiation, diathermic medium, rotating cavity, finite difference method

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2018, vol. 10, no. 2, pp. 195–207 (Russian).

This work was supported by the Russian Science Foundation (project no. 17-79-20141).

1. Введение

Изучение конвективно-радиационного теплопереноса во вращающихся областях имеет большое значение при решении различных технических задач, например, при проектировании двигательных установок, при моделировании процессов теплопереноса в условиях микрогравитации, при создании эффективных систем теплоотвода в электронных устройствах роторных систем. Исследование рассматриваемых процессов необходимо для установления особенностей взаимодействия различных механизмов теплопереноса (конвекция и излучение) в условиях внешнего воздействия (вращение системы). Известно, что интенсивное вращение подавляет конвективное течение, при этом нет результатов, отражающих влияние вращения на сложный теплообмен за счет механизмов конвекции и теплового излучения. Следует также отметить, что различные граничные условия, иллюстрирующие разную природу теплового воздействия, также способны оказывать влияние на структуру течения и теплоперенос.

В настоящее время проведено большое количество исследований конвективного теплопереноса во вращающихся системах. Так, например, изучению конвективных режимов в малокомпонентной модели движения в почти аксиально-симметричной эллипсоидальной полости посвящена работа [Гледзер, 2007]. Автором получены аналитические формулы, позволяющие выделить различные типы осцилляционных движений и определить их периоды. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре рассмотрено в работе [Смирнов и др., 2017]. Показано, что при малых и умеренных значениях параметра вращения течение, которое развивается в полости, может быть в целом охарактеризовано как глобальная конвективная ячейка, причем для случаев и сопряженной, и несопряженной постановки задачи теплообмена. Результаты экспериментального исследования конвекции тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре, заполненном водой или водоглицериновым раствором, представлены в [Вяткин и др., 2011; Вяткин и др., 2014]. Авторами установлено, что при большой скорости вращения температура в цилиндре распределена осесимметрично, а при уменьшении скорости вращения пороговым образом возникает конвективное течение в виде вихревых ячеек. Отдельно авторы [Вяткин и др., 2013] экспериментально проанализировали влияние вибраций на конвекцию тепловыделяющей жидкости во вращающемся цилиндре. В работе описана зависимость теплопереноса от скорости вращения полости и амплитуды вибраций. Влияние вращения на тепловую конвекцию расплава в цилиндрическом тигле исследовано в [Верезуб, 2011]. В результате анализа определены тепловые условия для оптимизации процесса выращивания монокристаллов кремния. Моделирование установившихся режимов естественной конвекции во вращающемся сферическом слое проведено в работе [Бычин и др., 2016]. Показано, что начальное распределение температуры определяет тип симметрии гидродинамической структуры в установившемся режиме. Влияние наклона и центробежных сил на конвекцию в ячейке Хеле-Шоу исследовано экспериментально в условиях точечного подогрева снизу [Бабушкин, Кондрашов, 2012]. Виброконвективная неустойчивость слоя жидкости с внутренним тепловыделением при вращении исследуется в работе [Иванова, Колесников, 2003]. В работе показано, что вращение оказывает стабилизирующее действие на конвективную устойчивость. Получена зависимость порогового значения управляющих параметров в пределе высоких частот.

В настоящей работе проводится численный анализ режимов естественной конвекции и поверхностного теплового излучения в замкнутой квадратной полости, вращающейся с постоянной угловой скоростью, при наличии изотермических и адиабатических стенок. Полученные результаты иллюстрируют особенности взаимодействия конвективного и радиационного механизмов теплопереноса в условиях вращения системы.

2. Математическая модель

Естественная конвекция и тепловое поверхностное излучение рассматриваются в замкнутой квадратной полости, вращающейся против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω_0, представленной на рис. 1. Температура на границе $\overline{x} = 0$ принимает постоянное значение T_h, а температура на стенке $\overline{x} = H$ равна T_c, причем $T_h > T_c$. Горизонтальные стенки $\overline{y} = 0$ и $\overline{y} = H$ являются теплоизолированными. Воздух, наполняющий полость, считается ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска, и прозрачен для излучения. Теплофизические свойства воздуха не зависят от температуры. Стенки полости являются диффузно-серыми. Теплообмен излучением между стенками анализируется в приближении поверхностного излучения.

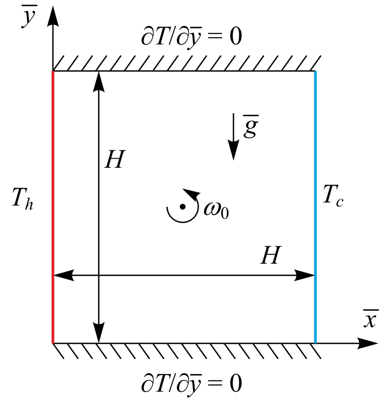

Рис. 1. Область решения задачи — квадратная полость с изотермическими стенками $\overline{x} = 0$ (поддерживается постоянная температура T_h) и $\overline{x} = H$ (поддерживается постоянная температура T_c), где $\overline{x}, \overline{y}$ — размерные координаты декартовой системы, g — ускорение свободного падения, ω_0 — угловая скорость вращения полости

Математическая модель формулируется в переменных «функция тока – завихренность». Преобразованные переменные позволяют исключить поле давления из уравнений и вводятся следующим способом: функция тока — $\left(V_x = \dfrac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{y}},\ V_y = -\dfrac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{x}}\right)$, завихренность — $\left(\overline{\omega} = \dfrac{\partial V_y}{\partial \overline{x}} - \dfrac{\partial V_x}{\partial \overline{y}}\right)$. Здесь $\overline{\psi}$ — размерная функция тока, V_x, V_y — размерные компоненты вектора скорости, $\overline{\omega}$ — размерная завихренность.

Таким образом, уравнения, описывающие процесс переноса тепла в полости, имеют вид [Михайленко, Шеремет, 2017]

$$\frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{y}^2} = -\overline{\omega}, \tag{1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{\omega}}{\partial t} + V_x \frac{\partial \overline{\omega}}{\partial \overline{x}} + V_y \frac{\partial \overline{\omega}}{\partial \overline{y}}\right) = \mu\left(\frac{\partial^2 \overline{\omega}}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{\omega}}{\partial \overline{y}^2}\right) + \rho\beta g\left[\frac{\partial T}{\partial \overline{x}}\cos(\omega_0 t) - \frac{\partial T}{\partial \overline{y}}\sin(\omega_0 t)\right], \tag{2}$$

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_x \frac{\partial T}{\partial \overline{x}} + V_y \frac{\partial T}{\partial \overline{y}}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \overline{y}^2}\right). \tag{3}$$

Здесь ρ — плотность среды, t — размерное время, μ — динамический коэффициент вязкости, β — термический коэффициент объемного расширения, T — размерная температура, c_p — коэффициент теплоемкости при постоянном давлении, λ — коэффициент теплопроводности.

Начальные и граничные условия для системы уравнений (1)–(3) в квадратной полости $\left(0 \le \overline{x} \le H,\ 0 \le \overline{y} \le H\right)$:

$$t = 0: \quad \overline{\psi} = 0,\ \overline{\omega} = 0,\ T = 0;$$

$$t > 0: \quad \overline{\psi} = 0,\ \overline{\omega} = -\frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{x}^2},\ \ T = T_h \text{ при } \overline{x} = 0;$$

$$\overline{\psi} = 0,\ \overline{\omega} = -\frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{x}^2},\ T = T_c \text{ при } \overline{x} = H;$$

$$\overline{\psi} = 0,\ \overline{\omega} = -\frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{y}^2},\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial \overline{y}} + q_{\text{rad}} = 0 \text{ на остальных горизонтальных стенках.}$$

Здесь q_{rad} — плотность радиационного теплового потока.

В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, температуры, функции тока и завихренности были выбраны: H, $1/\omega_0$, $\omega_0 H$, $(T_h - T_c)$, $\omega_0 H^2$ и ω_0 соответственно. Система уравнений приводится к безразмерному виду с использованием следующих соотношений:

$$x = \overline{x}/H, \quad y = \overline{y}/H, \quad \tau = \omega_0 t, \quad u = V_x\big/\left(\omega_0 H\right), \quad v = V_y\big/\left(\omega_0 H\right),$$
$$\psi = \overline{\psi}\big/\left(\omega_0 H^2\right), \quad \omega = \overline{\omega}/\omega_0, \quad \theta = \left(T - T_c\right)\big/\left(T_h - T_c\right),$$

где x, y — безразмерные декартовы координаты, τ — безразмерное время, u, v — безразмерные компоненты вектора скорости, ψ — безразмерная функция тока, ω — безразмерная завихренность, θ — безразмерная температура.

Уравнения принимают следующий вид [Михайленко, Шеремет, 2017]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u\frac{\partial \omega}{\partial x} + v\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ta}}}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}\cdot\text{Ta}}\left[\frac{\partial \theta}{\partial x}\cos\left(\tau\right) - \frac{\partial \theta}{\partial y}\sin\left(\tau\right)\right], \tag{5}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pr}\sqrt{\text{Ta}}}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right). \tag{6}$$

Начальные и граничные условия:

- в начальный момент времени: $\psi\left(x,y,0\right) = 0,\ \omega\left(x,y,0\right) = 0,\ \theta\left(x,y,0\right) = 0;$
- на стенке $x = 0$: $\psi = 0,\ \omega = -\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2},\ \theta = 1;$
- на стенке $x = 1$: $\psi = 0,\ \omega = -\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2},\ \theta = 0;$
- на стенках $y = 0$ и $y = 1$: $\psi = 0,\ \omega = -\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial y^2},\ \dfrac{\partial \theta}{\partial y} = \dfrac{\text{Sk}}{1-\zeta} Q_{\text{rad}}.$

Здесь $\text{Pr} = \nu/a$ — число Прандтля, $\text{Ra} = g\beta\left(T_h - T_c\right)H^3\big/\left(\nu a\right)$ — число Рэлея, $\text{Ta} = \left(\omega_0 H^2/\nu\right)^2$ — число Тейлора, $\text{Sk} = \sigma T_h^3 H\big/\lambda$ — число Старка, $\zeta = T_c/T_h$ — температурный параметр, Q_{rad} — безразмерная плотность радиационного потока, ν — кинематический коэффициент вязкости, a — температуропроводность, σ — постоянная Стефана–Больцмана.

Следует отметить, что при сложном радиационном теплообмене внутри замкнутой системы излучение, испускаемое некоторой поверхностью, попадает на другие поверхности в результате многократного отражения с частичным поглощением излучения при каждом его взаимодействии с поверхностью. Для упрощения анализа радиационного теплообмена используется метод сальдо [Зигель, Хауэлл, 1975], где безразмерная плотность радиационного потока Q_{rad} (присутствует в граничном условии на стенках $y = 0$ и $y = 1$) определяется с помощью плотности потока эффективного излучения R на основе условия теплового баланса [Зигель, Хауэлл, 1975; Михайленко, Шеремет, 2017]:

$$Q_{\mathrm{rad},k} = R_k - \sum_{i=1}^{N} F_{k-i} R_i, \tag{7}$$

$$R_k = \left(1-\varepsilon_k\right)\sum_{i=1}^{N} F_{k-i} R_i + \varepsilon_k \left(1-\zeta\right)^4 \left(\theta_k + 0.5\frac{1+\zeta}{1-\zeta}\right)^4. \tag{8}$$

Здесь $Q_{\mathrm{rad},k}$ — безразмерная плотность радиационного потока, подводимого к k-й поверхности, R_k — плотность потока эффективного излучения для k-й поверхности, F_{k-i} — угловой коэффициент между k-й и i-й поверхностями, ε_k — степень черноты k-й поверхности, N — количество поверхностей, θ_k — температура k-й поверхности.

Уравнение (7) отражает плотность потока, подводимого к k-й поверхности извне, чтобы компенсировать поток результирующего излучения и тем самым поддержать заданную температуру поверхности. Уравнение (8) определяет плотность потока эффективного излучения для k-й поверхности как сумму плотности потока отраженного излучения для k-й поверхности и плотности потока собственного излучения для k-й поверхности. Угловые коэффициенты F_{k-i} вычислялись методом натянутых нитей [Зигель, Хауэлл, 1975; Михайленко, Шеремет, 2017; Mikhailenko, Sheremet, 2017]. Подробное описание рассматриваемого подхода представлено в монографии [Зигель, Хауэлл, 1975].

При решении краевой задачи (4)–(6) применялся метод конечных разностей на равномерной сетке [Михайленко, Шеремет, 2017; Mikhailenko, Sheremet, 2017]. Уравнения дисперсии завихренности (5) и энергии (6) решаются на основе локально-одномерной схемы А. А. Самарского [Самарский, 1977]. Диффузионные члены аппроксимируются центральными разностями, конвективные — с использованием монотонной аппроксимации А. А. Самарского [Самарский, 1977]. Разностные уравнения решались методом прогонки. Уравнение Пуассона для функции тока (4) решалось отдельно с применением метода последовательной верхней релаксации [Вержбицкий, 2002].

Сформулированная математическая модель и разработанный вычислительный аппарат были верифицированы на основе экспериментальных [Hamady et al., 1994] и численных [Tso et al., 2013] результатов задачи конвективного теплообмена в дифференциально обогреваемой вращающейся квадратной полости. На рис. 2 представлено хорошее сравнение распределения температуры при разных углах поворота полости с экспериментальными и численными данными других авторов.

На рис. 3 представлены временные зависимости среднего конвективного $\left(\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}} = \int_0^1 \left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0} dy\right)$ и радиационного $\left(\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{rad}} = \frac{\mathrm{Sk}}{(1-\zeta)}\int_0^1 Q_{\mathrm{rad}}\big|_{x=0}\, dy\right)$ чисел Нуссельта на нагреваемой стенке, а также интенсивности течения внутри полости от размерности разностной сетки при $\mathrm{Ra} = 10^5$, $\mathrm{Pr} = 0.7$, $\mathrm{Ta} = 10^5$, $\varepsilon = 0.3$. Из рис. 3 видно, что процесс становится периодическим после пятого оборота полости. Использование сеток размерности 200×200 и 300×300 не приводит к значительным расхождениям (рис. 4). Поэтому основные исследования были проведены на равномерной сетке 200×200.

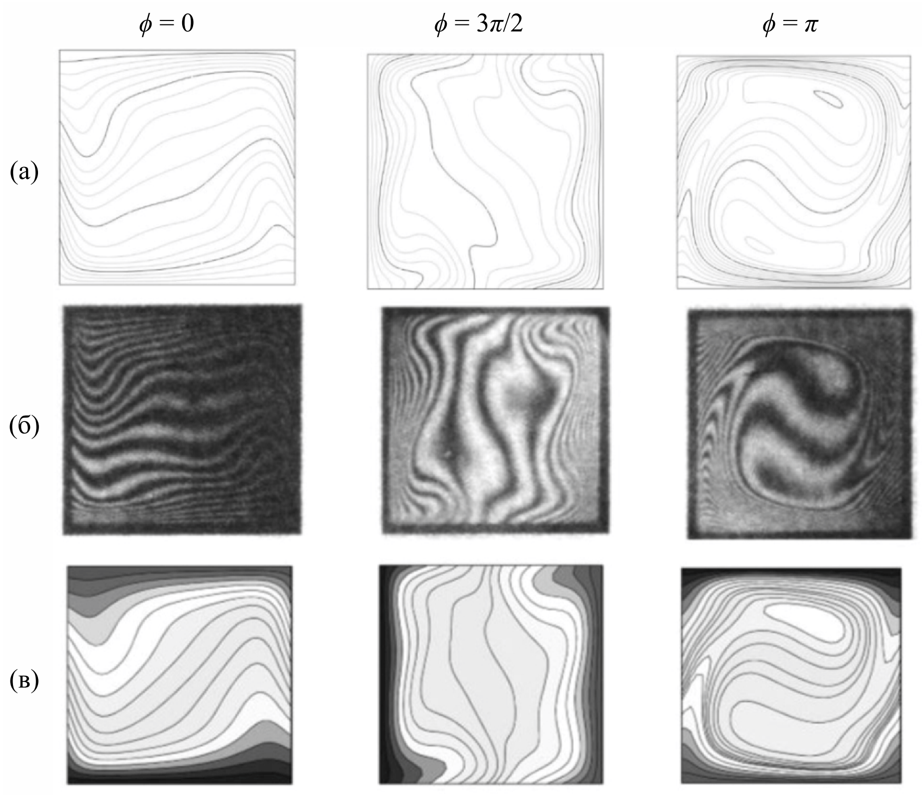

Рис. 2. Изотермы при различных углах поворота полости ϕ для $\mathrm{Ra} = 3{\cdot}10^5$ и $\mathrm{Pr} = 0.7$ (*а*) в сравнении с экспериментальными данными [Hamady et al., 1994] (*б*) и численными данными [Tso et al., 2013] (*в*)

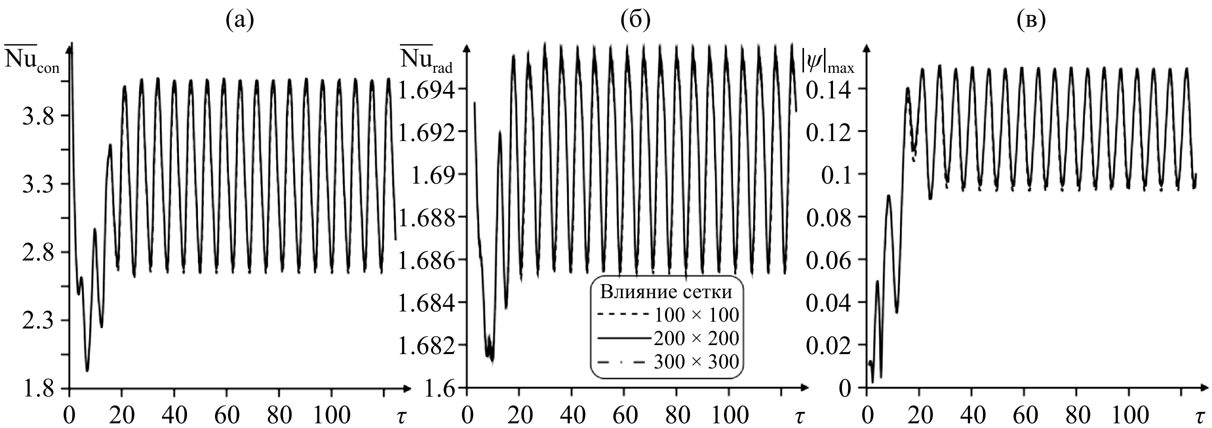

Рис. 3. Временные зависимости среднего конвективного числа Нуссельта (*а*), среднего радиационного числа Нуссельта (*б*) и интенсивности циркуляции в полости (*в*) при $\mathrm{Ra} = 10^5$, $\mathrm{Ta} = 10^5$, $\varepsilon = 0.3$ и различных сеточных параметрах

3. Результаты численного моделирования

Численные исследования нестационарных режимов естественной конвекции и поверхностного теплового излучения в замкнутой вращающейся полости проведены при следующих значениях безразмерных параметров: $\mathrm{Ra} = 10^3–10^6$, $\mathrm{Ta} = 0–10^5$, $\mathrm{Pr} = 0.7$, $\varepsilon = 0–0.9$. Следует отметить, что все распределения были рассмотрены для двадцатого оборота (рис. 4), когда наблюдается полное установление периодической картины течения и теплопереноса (рис. 3).

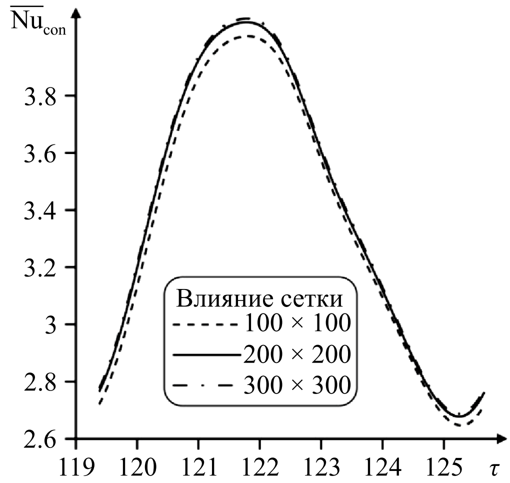

Рис. 4. Временные зависимости (один оборот) среднего конвективного числа Нуссельта при $\mathrm{Ra} = 10^5$, $\mathrm{Ta} = 10^5$, $\varepsilon = 0.3$ и различных сеточных параметрах

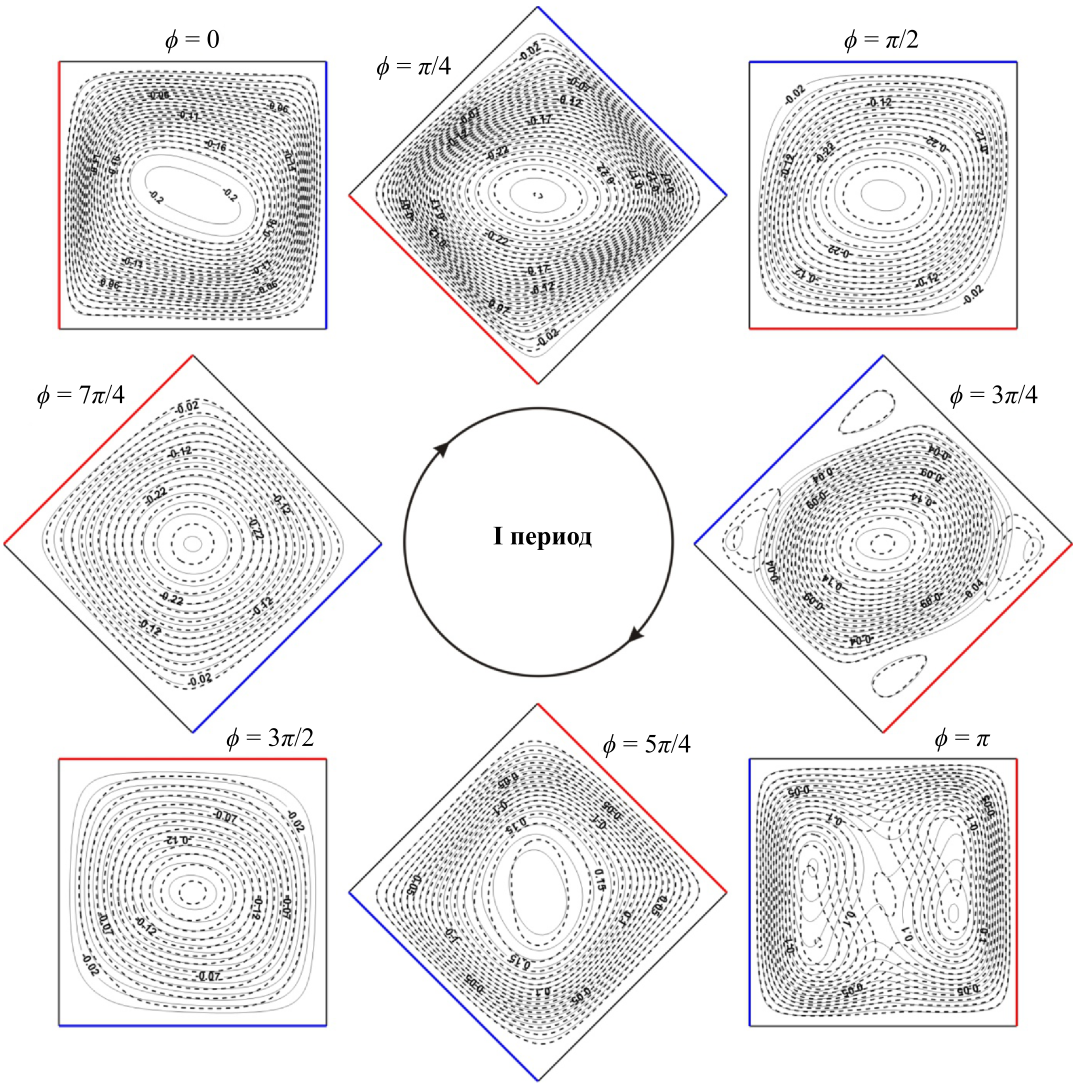

Рис. 5. Изолинии функции тока в течение двадцатого оборота полости при $\mathrm{Ra} = 10^5$, $\mathrm{Ta} = 10^4$ и $\varepsilon = 0.0$ (сплошные линии), $\varepsilon = 0.9$ (штриховые линии). Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

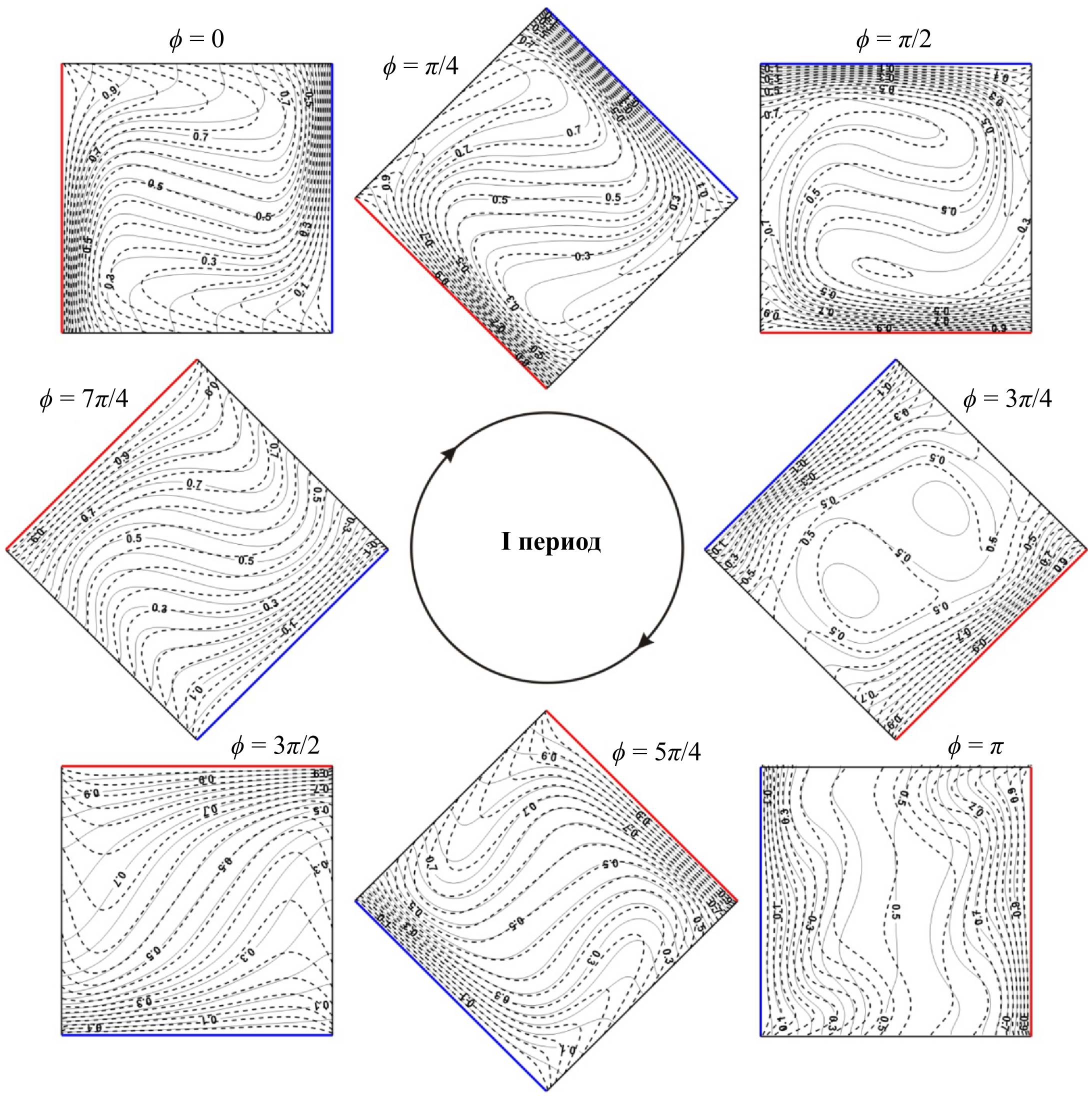

Рис. 6. Изолинии температуры в течение двадцатого оборота полости при $Ra = 10^5$, $Ta = 10^4$ и $\varepsilon = 0.0$ (сплошные линии), $\varepsilon = 0.9$ (штриховые линии). Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

На рис. 5 и 6 представлены распределения изолиний функции тока и температуры внутри полости при различных углах поворота после 19 полных оборотов при $Ra = 10^5$, $Ta = 10^4$ и различных значениях приведенной степени черноты ограждающих стенок. Следует отметить, что для рассматриваемого набора определяющих параметров характерно формирование базовой одноячеистой структуры течения с появлением дополнительных вихрей в результате перестройки основной циркуляции. Так при $0 < \phi < \pi/2$ развивается один вихрь, отражающий движение среды в направлении по часовой стрелке, в то время как полость вращается против часовой стрелки. Поле температуры также характеризует формирование восходящего теплового пограничного слоя вблизи горячей стенки и нисходящего пограничного слоя вблизи холодной стенки. При $\phi = \pi/2$ горячая стенка находится снизу, а тепловой факел развивается еще по инерции вдоль левой адиабатической границы. При $\phi = 3\pi/4$ заметно появление дополнительных вихрей вблизи изотермических стенок, характеризующих начало перестройки направления основной циркуляции. Дело в том, что вследствие снижения плотности среды вблизи горячей стенки под действием выталкивающей силы должно формироваться восходящее течение. Поэтому при $\phi = 3\pi/4$ направление движения среды должно быть уже против часовой стрелки. Такой быстрой перестройки гидродинамической картины не происходит, что проявляется в формировании дополнительных вихрей вблизи изотермических стенок, отражающих зарождение восходящего течения около горячей стенки и нисходящего течения около холодной стенки. При этом глобальная внутренняя циркуляции сохраняет направление вращения жидкости. В этом случае поле температуры иллюстрирует появление однородного внутреннего ядра. Уже при $\phi = \pi$ второстепенные вихри, располагающиеся ранее около изотермических стенок, сливаются в один крупный периферический вихрь, отражающий зарождение физически обоснованного течения вблизи стенок полости. Это уже течение в направлении против часовой стрелки со сложной структурой ядра конвективной ячейки. Поле температуры не успевает подстроиться, и мы наблюдаем распределение изотерм квазипараллельно изотермическим стенкам, что существенно снижает интенсивность теплообмена. Дальнейший поворот полости ($\phi = 5\pi/4$) приводит к объединению внутренних ядер основной конвективной ячейки и устойчивому распределению температуры в центральной части. При $3\pi/2 < \phi < 7\pi/4$ происходит новая перестройка направления циркуляции внутри полости. Последующие повороты области решения приводят систему к началу нового полного оборота.

Рис. 7 отражает поведение средних чисел Нуссельта и интенсивности течения в рамках двадцатого полного оборота при различных значениях приведенной степени черноты стенок. Как было отмечено выше, в момент первой перестройки течения $\phi = \pi$ наблюдается достижение локального минимума среднего конвективного числа Нуссельта. При этом второй локальный минимум, находящийся в промежутке $3\pi/2 < \phi < 7\pi/4$, отражает вторую гидродинамическую перестройку. Запаздывание поля температуры по сравнению с гидродинамикой хорошо прослеживается при сопоставлении распределений $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$ и $|\psi|_{\max}$. Необходимо отметить, что увеличение приведенной степени черноты стенок проявляется в существенном повышении среднего радиационного числа Нуссельта, которое очень слабо подвержено влиянию вращения полости. При этом среднее конвективное число Нуссельта уменьшается с ростом ε при $0 < \phi \le 3\pi/4$, а при $3\pi/4 < \phi < 2\pi$ заметен рост $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$ с увеличением ε. В свою очередь, интенсивность циркуляции также падает с ростом ε при большем количестве углов поворота, за исключением начальной стадии поворота, где наблюдается рост $|\psi|_{\max}$.

Влияние числа Рэлея и коэффициента излучения внутренних поверхностей на интенсивность течения и теплопереноса представлено на рис. 8. Увеличение числа Рэлея приводит к интенсификации конвективного и радиационного теплопереноса, а также к повышению интенсивности течения среды. Следует отметить, что с ростом числа Рэлея наблюдается и повышение амплитуды колебаний $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$ и $|\psi|_{\max}$. Влияние приведенной степени черноты стенок на распределения $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$ и $|\psi|_{\max}$ увеличивается с ростом числа Рэлея.

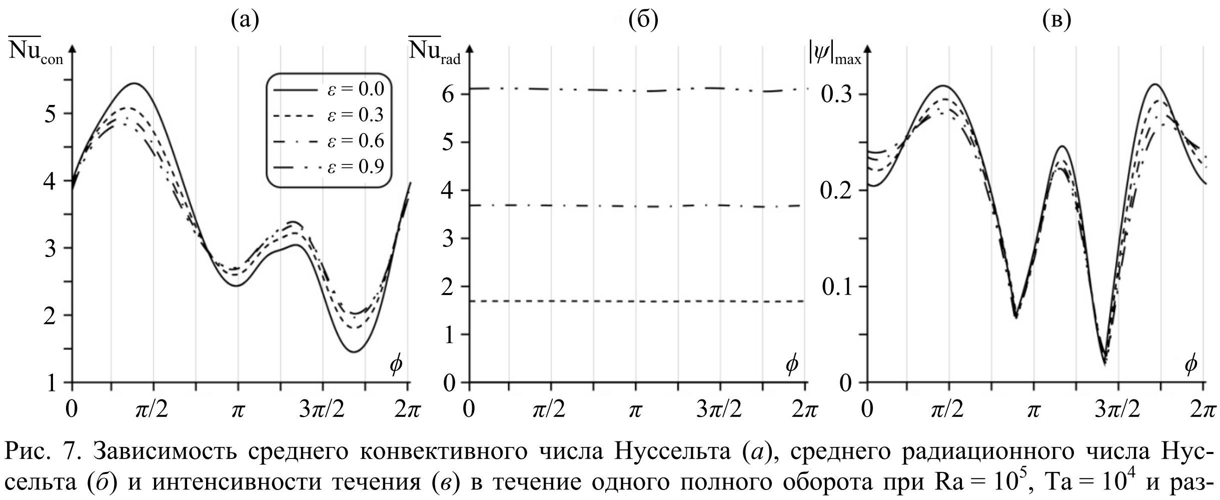

Рис. 7. Зависимость среднего конвективного числа Нуссельта (*а*), среднего радиационного числа Нуссельта (*б*) и интенсивности течения (*в*) в течение одного полного оборота при $\mathrm{Ra} = 10^5$, $\mathrm{Ta} = 10^4$ и различных значениях приведенной степени черноты стенок

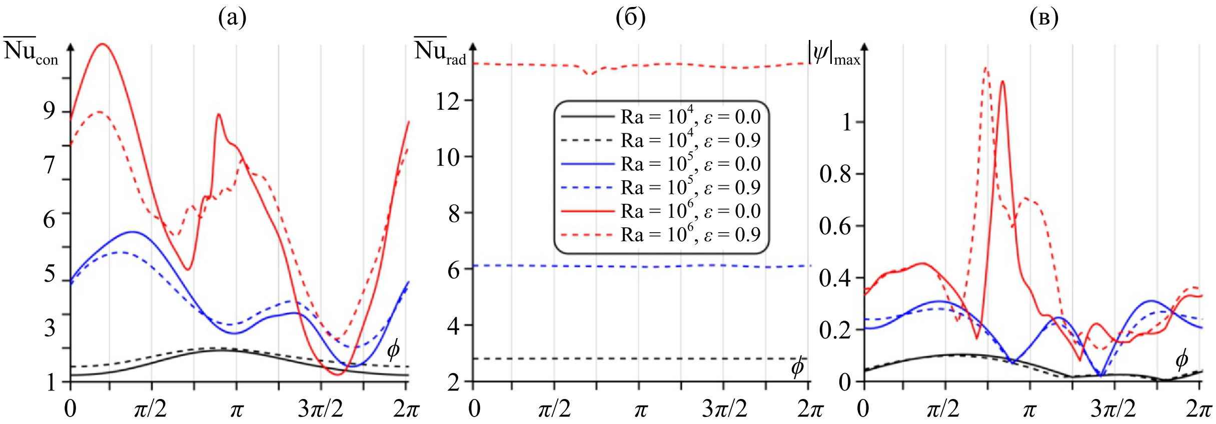

Рис. 8. Зависимость среднего конвективного числа Нуссельта (*а*), среднего радиационного числа Нуссельта (*б*) и интенсивности течения (*в*) в течение одного полного оборота при Ta = 10^4 и различных значениях числа Рэлея и приведенной степени черноты стенок. Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

Рис. 9 отражает воздействие числа Тейлора или угловой скорости вращения полости на интенсивность гидродинамики и теплопереноса при Ra = 10^5. Следует отметить, что с ростом Ta наблюдается снижение среднего конвективного числа Нуссельта. При этом, как было отмечено выше, умеренные значения числа Тейлора (Ta = 10^3, 10^4) характеризуют высокую амплитуду изменения $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$, а уже при $Ta = 10^5$ амплитуда колебаний $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$ существенно уменьшается. Интересным фактом является влияние приведенной степени черноты на интенсивность конвективного теплопереноса при различных значениях угловой скорости вращения полости. При отсутствии вращения полости рост ε приводит к ослаблению конвекции, а при интенсивном вращении (Ta = 10^5) рост ε проявляется в повышении среднего конвективного числа Нуссельта. Изменения среднего радиационного числа Нуссельта с ростом числа Тейлора незначительны (около 1.5 %). Интенсивность циркуляции среды при умеренных значениях числа Тейлора (Ta = 10^3) значительно повышается, а при Ta > 10^3 наблюдается снижение $|\psi|_{\max}$. При этом влияние ε на $|\psi|_{\max}$ заметно при умеренных значениях числа Тейлора.

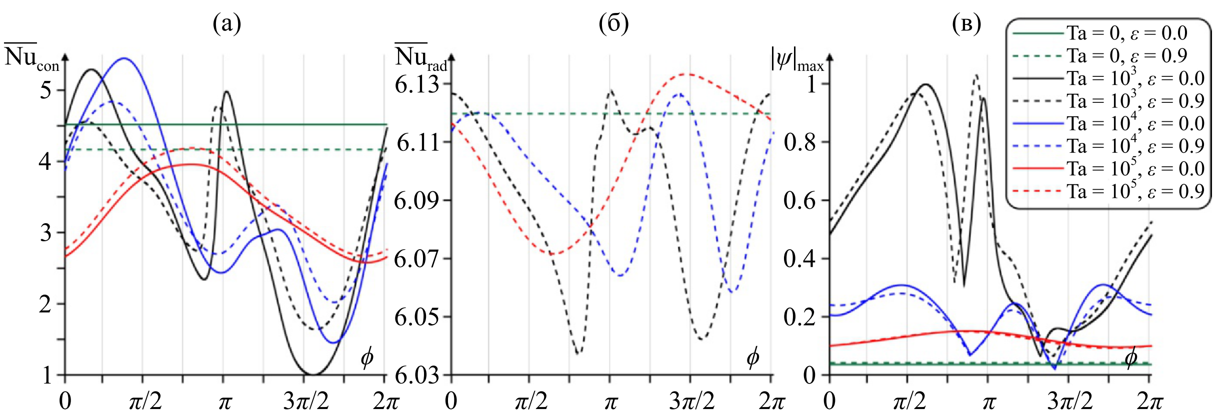

Рис. 9. Зависимость среднего конвективного числа Нуссельта (*а*), среднего радиационного числа Нуссельта (*б*) и интенсивности течения (*в*) в течение одного полного оборота при Ra = 10^5 и различных значениях числа Тейлора и приведенной степени черноты стенок. Цветная версия рисунка доступна на сайте журнала

4. Заключение

Представленный численный анализ конвективно-радиационного теплопереноса внутри дифференциально обогреваемой вращающейся полости, заполненной диатермичной средой, показал сложность взаимодействия нескольких механизмов переноса массы, импульса и энергии. Установлено наличие двойной перестройки течения внутри полости вследствие изменения положения нагреваемой и охлаждаемой стенок. Показано, что такая перестройка гидродинамики сопровождается появлением локальных минимумов среднего конвективного числа Нуссельта. Рост коэффициента излучения стенок приводит к повышению среднего радиационного числа Нуссельта, которое нечувствительно к вращению системы. Увеличение числа Тейлора проявляется в снижении $\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{con}}$. Установлено также, что при отсутствии вращения полости рост ε приводит к ослаблению конвекции, а при интенсивном вращении ($\mathrm{Ta} = 10^5$) рост ε проявляется в повышении среднего конвективного числа Нуссельта.

Список литературы (References)

Бабушкин И. А., Кондрашов А. Н. Влияние наклона и центробежных сил на конвекцию в ячейке Хеле-Шоу // Вестник Пермского Университета. Сер. Физика. — 2012. — Вып. 1 (19). — С. 23–28.

Babushkin I. A., Kondrashov A. N. Vliyanie naklona i centrobezhnyh sil na konvekciyu v yachejke Hele-Shou [Effects of inclination and centrifugal forces on convection in Hele-Shaw cell] // Vestnik Permskogo Universiteta. Ser. Fizika. — 2012. — Vol. 1 (19). — P. 23–28 (in Russian).

Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Исследование установившихся режимов естественной конвекции во вращающемся сферическом слое // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2016. — Т. 1. — С. 48–59.

Bychin I. V., Gorelikov A. V., Ryahovskij A. V. Issledovanie ustanovivshihsya rezhimov estestvennoj konvekcii vo vrashchayushchemsya sfericheskom sloe [Investigation of steady natural convection within a rotating spherical layer] // Voprosy atomnoj nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskih processov. — 2016. — Vol. 1. — P. 48–59 (in Russian).

Верезуб Н. А. Влияние тепловой конвекции на вращение расплава в цилиндрическом тигле // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. — 2011. — № 4 (3). — С. 683–685.

Verezub N. A. Vliyanie teplovoj konvekcii na vrashchenie rasplava v cilindricheskom tigle [Effect of thermal convection on rotation of the melt in a cylindrical crucible] // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. — 2011. — No. 4 (3). — P. 683–685 (in Russian).

Вержбицкий В. М. Основы численных методов. — М.: Высшая школа, 2002.

Verzhbitskii V. M. Osnovy chislennykh metodov [Fundamentals of numerical methods]. — Moscow: Vysshaya shkola, 2002 (in Russian).

Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р. Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2014. — № 1. — С. 21–31.

Vyatkin A. A., Ivanova A. A., Kozlov V. G., Sabirov R. R Konvekciya teplovydelyayushchej zhidkosti vo vrashchayushchemsya gorizontalnom cilindre [Convection of a heat-generating liquid inside a rotating horizontal cylinder] // Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza. — 2014. — No. 1. — P. 21–31 (in Russian).

Вяткин А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р. Влияние вибраций на конвекцию тепловыделяющей жидкости во вращающемся цилиндре // Конвективные течения. — 2013. — № 6. — С. 21–31.

Vyatkin A. A., Kozlov V. G., Sabirov R. R. Vliyanie vibracij na konvekciyu teplovydelyayushchej zhidkosti vo vrashchayushchemsya cilindre [Effect of vibration on convection of a heat-generating liquid inside a rotating cylinder] // Konvektivnye techeniya. — 2013. — No. 6. — P. 21–31 (in Russian).

Вяткин А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р. Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Конвективные течения. — 2011. — № 5. — С. 5–17.
Vyatkin A. A., Kozlov V. G., Sabirov R. R. Konvekciya teplovydelyayushchej zhidkosti vo vrashchayushchemsya gorizontalnom cilindre [Convection of a heat-generating liquid inside a rotating horizontal cylinder] // Konvektivnye techeniya. — 2011. — No. 5. — P. 5–17 (in Russian).

Гледзер А. Е. Конвективные режимы в малокомпонентной модели движения жидкости в почти аксиально-симметричной эллипсоидальной полости // Нелинейная динамика. — 2007. — Т. 3, № 1. — С. 3–31.
Gledzer A. E. Konvektivnye rezhimy v malokomponentnoj modeli dvizheniya zhidkosti v pochti aksialno-simmetrichnoj ehllipsoidalnoj polosti [Convective modes in a low-component model of a fluid flow in a quasi axially symmetric ellipsoidal cavity] // Nelinejnaya dinamika. — 2007. — Vol. 3, No. 1. — P. 3–31 (in Russian).

Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. — М.: Мир, 1975.
Siegel R., Howell J. R. Thermal Radiation Heat Transfer. 4th Edition. — NY: Taylor & Francis, 2002 (in English). (Russ. ed.: Zigel' R., Khauell D. Teploobmen izlucheniem. — Moscow: Mir, 1975.)

Иванова А. А., Колесников А. К. Виброконвективная неустойчивость слоя жидкости с внутренним тепловыделением при вращении // Конвективные течения. — 2003. — № 1. — С. 50–61.
Ivinova A. A., Kolesnikov A. K. Vibrokonvektivnaya neustojchivost sloya zhidkosti s vnutrennim teplovydeleniem pri vrashchenii [Vibroconvective instability of the fluid layer with internal heat generation at rotation] // Konvektivnye techeniya. — 2003. — No. 1. — P. 50–61 (in Russian).

Михайленко С. А., Шеремет М. А. Моделирование конвективного теплопереноса во вращающейся замкнутой полости с локальным источником энергии // Вестник Пермского университета. Сер. Физика. — 2017. — Выпуск 1 (35). — С. 19–25.
Mikhailenko S. A., Sheremet M. A. Modelirovanie konvektivnogo teploperenosa vo vraschauscheisya zanknutoi polosti s lokalnim istochnikom energii [Simulation of convective heat transfer inside a rotating enclosure with a local heater] // Vestnik Permskogo Universiteta. Ser. Fizika. — 2017. — Vol. 1 (35). — P. 19–25 (in Russian).

Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977.
Samarskii A. A. The Theory of Difference Schemes. — NY: CRC Press, 2001 (in English). (Russ. ed.: Samarskiy A. A. Teoriya raznostnykh skhem. — Moscow: Nauka, 1977.)

Смирнов А. А., Смирнов Е. М., Смирновский А. А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. — 2017. — Т. 10, № 1. — С. 31–46.
Smirnov A. A., Smirnov E. M., Smirnovskiy A. A. Vliyanie teploperenosa v torcevyh stenkah na turbulentnuyu konvekciyu rtuti vo vrashchayushchemsya cilindre [Effect of heat transfer in end walls on turbulent convection of mercury inside a rotating cylinder] // Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki. — 2017. — Vol. 10, No. 1. — P. 31–46 (in Russian).

Hamady F. J., Lloyd J. R., Yang K. T., Yang H. Q. A study of natural convection in a rotating enclosure // J. Heat Transfer. — 1994. — Vol. 116. — P. 136–143.

Mikhailenko S. A., Sheremet M. A. Convective heat transfer combined with surface radiation in a rotating square cavity with a local heater // Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. — 2017. — Vol. 72, No. 9. — P. 697–707.

Tso C. P., Jin L. F., Tou S. K. W. Numerical segregation of the effects of body forces in a rotating, differentially heated enclosure // Numerical Heat Transfer. — 2013. — Vol. 51. — P. 85–107.