КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2017 Т. 9 № 2 С. 271–279

Ки&М

DOI: 10.20537/2076-7633-2017-9-2-271-279

МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК: 519.67, 519.245

Об одном подходе к имитационному моделированию спортивной игры с дискретным временем

Р. Б. Прядеин[1], М. Е. Степанцов[2,a]

[1] Российский университет дружбы народов,
факультет физико-математических и естественных наук,
кафедра прикладной информатики и теории вероятностей,
Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

[2] Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН,
НОЦ «Прикладная математика»,
Россия, 125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4

E-mail: [a] mews@yandex.ru

Получено 19.05.2016, после доработки — 16.03.2017.
Принято к публикации 17.03.2017.

В статье предлагается подход к имитационному моделированию спортивной игры, состоящей из дискретного набора отдельных поединков, основанный на рассмотрении матча как случайного процесса, в общем случае не являющегося марковским. Первоначально ход игры рассматривается как марковский процесс, на основании чего строятся рекуррентные соотношения между вероятностями достижения состояний теннисного матча, а также между вторичными показателями, такими как математическое ожидание и дисперсия числа розыгрышей, остающихся до завершения гейма. Затем, в рамках имитационной системы, моделирующей матч, мы позволяем произвольное изменение вероятностей исходов составляющих матч поединков, в том числе и в зависимости от результатов предыдущих. Данная работа посвящена модификации модели, ранее предлагавшейся авторами для спортивных игр с непрерывным временем.

Предлагаемый подход позволяет оценивать не только вероятность того или иного исхода матча, но и вероятности достижения каждого из возможных промежуточных результатов, а также вторичные показатели игры, такие как число таких отдельных поединков, потребовавшееся для завершения матча. Подробно изложено построение имитационной системы для гейма теннисного матча, по аналогии с которой осуществляется моделирование сета и всего матча. Доказано утверждение относительно справедливости правил подачи в теннисе, понимаемой в смысле отсутствия влиянии права первой подачи на исход матча. В качестве примера проведены моделирование и анализ планировавшейся, но не состоявшейся игры одного из турниров серии ATP. Получены наиболее вероятные промежуточные и окончательные результаты матча для трех сценариев хода игры.

Основным результатом данной работы является предлагаемая методика имитационного моделирования матча, применимая не только к теннису, но и к другим видам спортивных игр с дискретным временем.

Ключевые слова: математическое моделирование, имитационное моделирование, статистическое моделирование, спортивные соревнования

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект 15-01-06192.

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2017 VOL. 9 NO. 2 P. 271−279
DOI: 10.20537/2076-7633-2017-9-2-271-279

MODELS OF ECONOMIC AND SOCIAL SYSTEMS

UDC: 519.67, 519.245

On a possible approach to a sport game with discrete time simulation

R. B. Priadein[1], M. Ye. Stepantsov[2,a]

[1] Peoples' Friendship University of Russia, faculty of physics,
mathematics and natural sciences,
department of applied informatics and probability theory,
6 Miklukho-Maklaya st., Moscow, 117198, Russia

[2] Keldysh Institute of Applied Mathematicsy,
REC "Applied Mathematics",
4 Miusskaya sq., Moscow, 125047, Russia

E-mail: [a] mews@yandex.ru

Received 19.05.2016, after completion — 16.03.2017.
Accepted for publication 17.03.2017.

The paper proposes an approach to simulation of a sport game, consisting of a discrete set of separate competitions. According to this approach, such a competition is considered as a random processes, generally — a non-Markov's one. At first we treat the flow of the game as a Markov's process, obtaining recursive relationship between the probabilities of achieving certain states of score in a tennis match, as well as secondary indicators of the game, such as expectation and variance of the number of serves to finish the game. Then we use a simulation system, modeling the match, to allow an arbitrary change of the probabilities of the outcomes in the competitions that compose the match. We, for instance, allow the probabilities to depend on the results of previous competitions. Therefore, this paper deals with a modification of the model, previously proposed by the authors for sports games with continuous time.

The proposed approach allows to evaluate not only the probability of the final outcome of the match, but also the probabilities of reaching each of the possible intermediate results, as well as secondary indicators of the game, such as the number of separate competitions it takes to finish the match. The paper includes a detailed description of the construction of a simulation system for a game of a tennis match. Then we consider simulating a set and the whole tennis match by analogy. We show some statements concerning fairness of tennis serving rules, understood as independence of the outcome of a competition on the right to serve first. We perform simulation of a cancelled ATP series match, obtaining its most probable intermediate and final outcomes for three different possible variants of the course of the match.

The main result of this paper is the developed method of simulation of the match, applicable not only to tennis, but also to other types of sports games with discrete time.

Keywords: mathematical modeling, simulation, statistical modeling, sport events

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2017, vol. 9, no. 2, pp. 271–279 (Russian).

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project number 15-01-06192.

Возможность с той или иной степенью достоверности предсказать результат спортивного соревнования, безусловно, является востребованной в наши дни. Однако в том случае, когда речь идет о спортивной игре, о матче между двумя спортсменами или командами, зачастую важно не только получить прогноз окончательного результата, но и иметь возможность предсказать промежуточные результаты, а также корректировать их и окончательный прогноз в режиме реального времени по ходу игры. Такая возможность востребована и организаторами соревнований, и руководством команд, и в первую очередь букмекерами.

В последние десятилетия были построены различные математические модели, позволяющие прогнозировать результаты спортивных соревнований. Однако в большинстве своем (например, [Barnett, Brown, Clarke, 2006]) они основываются просто на статистически обработанных результатах предыдущих соревнований. В рамках данной работы предлагается модель, в которой соревнование рассматривается как случайный процесс с заданным пространством состояний, на вероятности перехода между которыми оказывают влияние события, происходящие во время соревнования. Такая модель позволяет оценивать вероятности не только того или иного исхода матча, но и различных промежуточных состояний, возникающих по ходу игры, а также вторичные показатели игры.

Подобная модель уже рассматривалась [Прядеин, Степанцов, 2014] авторами для случая соревнований с непрерывным временем (в качестве примера был рассмотрен футбольный матч). Среди популярных спортивных игр, однако, существует ряд принципиально иных видов, состоящих из нескольких поединков, каждый из которых проходит в отдельный промежуток времени и характеризуется собственным результатом. Несмотря на некоторую вольность формулировки, позволим себе назвать такие игры играми с дискретным временем.

В данной работе будет представлена модель, описывающая теннисный матч, однако следует указать, что незначительные модификации позволяют использовать ее для моделирования соревнований по волейболу, сквошу, настольному теннису и бадминтону.

Сначала рассмотрим ход теннисного матча как однородный марковский процесс [O'Malley, 2008] в предположении, что вероятности взятия очка игроком на своей подаче постоянны на протяжении всего матча.

Начнем с изложения модели гейма. Используя предположение о независимости, мы можем моделировать теннисный гейм как однородный марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Введем пространство состояний теннисного гейма:

$$S=\{(x,y): x\in\{0,15,30,40\},\ y\in\{0,15,30,40\}\}\cup\{WinA, WinB\}\setminus\{(40,40)\}.$$

Для удобства дальнейшего анализа введем функцию Q, заданную таблицей 1, и в качестве состояний гейма будем рассматривать пары $a=Q(x)$, $b=Q(y)$.

Таблица 1. Функция, введенная для удобства рассмотрения множества состояний гейма

t	0	15	30	40
$Q(t)$	1	2	3	4

Пусть гейм находится в состоянии (a,b), где a и $b\geq 0$ обозначают счет гейма. С вероятностью p система переходит из состояния (a,b) в $(a+1,b)$ и с вероятностью $1-p$ — в состояние $(a,b+1)$. Тогда вероятность того, что игрок A выиграет гейм из состояния (a,b), задается рекуррентным выражением

$$P(a,b)=pP(a+1,\ b)+(1-p)P(a,\ b+1). \tag{1}$$

Граничные условия: $P(a,b)=1$ при $a=4,\ b\leq 2,\ P(a,b)=0$ при $b=4,\ a\leq 2.$

При счете «ровно» рассуждения проходят следующим образом: с вероятностью p^2 игрок A выиграет два очка подряд и закончит гейм своей победой, с вероятностью $(1-p)^2$ он проиграет два очка подряд и проиграет гейм, а с вероятностью $2p(1-p)$ он приведет игру к счету «ровно». Поэтому вероятность того, что игрок A выиграет игру при условии, что в данный момент счет «ровно», составляет $P(3,3)=p^2+2p(1-p)P(3,3)$, откуда

$$P(3,3)=\frac{p^2}{p^2+(1+p)^2}. \qquad (2)$$

При этом очевидно, что вероятность победить в гейме при счете «больше» такая же, как при счете 40:30, а вероятность того, что игрок выиграет гейм при счете «ровно», такая же, как и при счете 30:30.

Таким образом, мы получаем возможность оценить вероятность достижения любого состояния системы, исходя из известной оценки для вероятности выигрыша всего гейма. Кроме того, в рамках более широкой модели (марковского процесса без условия равенства вероятностей взятия каждого очка) ничто не мешает задать в имитационной схеме произвольное изменение вероятностей выигрыша каждой подачи.

Важным статистическим показателем текущего состояния игры (в рамках одного гейма) является среднее число розыгрышей, оставшееся до окончания гейма. Обозначим через $M(a,b)$ среднее число розыгрышей, оставшееся до окончания гейма при текущем счете (a,b).

Для нахождения указанного среднего получаем следующее рекуррентное выражение:

$$M(a,b)=p\big(1+M(a+1,b)\big)+(1-p)\big(1+M(a,b+1)\big),$$

то есть

$$M(a,b)=1+pM(a+1,b)+(1-p)M(a,b+1).$$

Начальные условия: $M(a,b)=0$ при $b=4,\ a\le 2$ или $a=4,\ b\le 2.$

Частный случай для счета «ровно»:

$$M(3,3)=\frac{2}{p^2+(1-p)^2}.$$

Аналогично вышеприведенным выражениям для вероятностей победы и математического ожидания можно вывести и рекуррентное выражение для дисперсии числа розыгрышей, оставшихся до окончания гейма:

$$D(a,b)=pD(a+1,b)+(1-p)D(a,b+1)+p(1-p)[M(a+1,b)-M(a,b+1)]^2.$$

Начальные условия: $D(a,b)=0$ при $b=4,\ a\le 2$ или $a=4,\ b\le 2.$

Дисперсия числа оставшихся розыгрышей при счете «ровно»:

$$D(3,3)=\frac{8p(1-p)}{[p^2+(1-p)^2]^2}.$$

Теперь решим задачу нахождения вероятностей появления конкретного счета в процессе розыгрыша гейма.

Пусть $P(a,b\,|\,g,h)$ — условная вероятность выпадения счета (a,b) в гейме при счете (g,h) для игрока A. Имеем следующие рекуррентные формулы:

$$P(a,b|g,h)=pP(a-1,b|g,h) \text{ для } a=4, 0\le b\le 2 \text{ или } b=0, 0\le a\le 4,$$

$$P(a,b|g,h)=(1-p)P(a,b-1|g,h) \text{ для } a=4, 0\le b\le 2 \text{ или } b=0, 0\le a\le 4,$$

$$P(a,b|g,h)=pP(a-1,b|g,h)+(1-p)P(a,b-1|g,h) \text{ для } 1\le a\le 3 \text{ или } 1\le b\le 3.$$

Граничные условия: $P(a,b|g,h)=1$ при $a=g$ и $b=h$.

В таблице 2 приведен пример расчета вероятностей появления того или иного счета при текущем счете $g=0,\ h=0$ и $p=0.6.$ Видим, например, что вероятность появления счета «ровно» в таком гейме при счете (0, 0) равна 0.27648.

Таблица 2. Значения вероятностей появления определенного счета в гейме

		Игрок B				
		0	15	30	40	Гейм
Игрок A	0	1	0.4	0.16	0.064	0.0256
	15	0.6	0.48	0.288	0.1536	0.06144
	30	0.36	0.432	0.3456	0.2304	0.09216
	40	0.216	0.3456	0.3456	0.27648	0.110592
	Гейм	0.1296	0.20736	0.20736	0.165888	

Мы рассмотрели общий случай гейма, но следует также описать и модель тай-брейка. Здесь и далее становится важным указание, какой игрок подает, а какой принимает. Поэтому обозначим вероятности взятия очка на своей подаче игроками A и B соответственно p_A и p_B. Введем следующие верхние индексы: для обозначения величин, связанных с набором очков в гейме, — pg, очков в сете — ps, очков в матче — pm, геймов в сете — gs, геймов в матче — gm и сетов в матче — sm.

Таким образом, $P_A^{pg}(a,b)$ и $P_B^{pg}(a,b)$ — условные вероятности взятия гейма при счете (a,b) игроками A и B соответственно.

Для того чтобы отличать тай-брейк от обычного гейма, введем следующие обозначения: $P_A^{pg_T}(a,b)$ и $P_B^{pg_T}(a,b)$ — условные вероятности победы игроков A и B соответственно при счете (a,b) в гейме на своей подаче.

Условная вероятность победы в гейме игрока A при счете (a,b) находится следующим образом:

$$P_A^{pg_T}(a,b)=p_A P_B^{pg_T}(a+1,b)+(1-p_A)P_B^{pg_T}(a,b+1),\ \text{если } a+b \text{ кратно 2,} \tag{3}$$

$$P_A^{pg_T}(a,b)=p_A P_A^{pg_T}(a+1,b)+(1-p_A)P_A^{pg_T}(a,b+1),\ \text{если } a+b \text{ не кратно 2.} \tag{4}$$

Граничные условия здесь следующие: $P_A^{pg_T}(a,b)=1$ при $a=7,\ 0\le b\le 5,$ $P_A^{pg_T}(a,b)=0$ при $b=7,\ \ 0\le b\le 5.$

При счете 6:6 вероятность игрока A выиграть тай-брейк находим из соотношения

$$P_A^{pg_T}(6,6)=p_A(1-p_B)+P_A^{pg_T}(6,6)\left[p_A p_B+(1-p_A)(1-p_B)\right],$$

$$P_A^{pg_T}(6,6)=\frac{p_A(1-p_B)}{p_A(1-p_B)+(1-p_A)p_B}. \tag{5}$$

Среднее число очков $M_A^{pg_T}(a,b),$ которое может быть набрано в тай-брейке при счете (a,b) и первом подающем игроке A:

$$M_A^{pg_T}(a,b)=1+p_A M_B^{pg_T}(a+1,b)+(1-p_A)M_B^{pg_T}(a,b+1),\ \text{если } a+b \text{ кратно 2,}$$

$$M_A^{pg_T}(a,b)=1+p_A M_A^{pg_T}(a+1,b)+(1-p_A)M_A^{pg_T}(a,b+1),\ \text{если } a+b \text{ не кратно 2.}$$

Граничные значения задаются следующим образом:

$$M_A^{pg_T}(a,b)=0 \text{ при } a=7,\ 0\le b\le 5 \text{ или } b=7,\ 0\le b\le 5.$$

При счете 6:6:

$$M_A^{pg_T}\left(6,6\right)=\frac{2}{p_A\left(1-p_B\right)+(1-p_A)p_B}.$$

Как для предыдущих случаев, найдем выражения для вычисления дисперсии числа очков, оставшихся к розыгрышу в тай-брейке при счете (a,b) и первом подающем в тай-брейке A:

$$\begin{aligned}\mathrm{D}_A^{pg_T}\left(a,b\right)=\ &p_A\mathrm{D}_B^{pg_T}\left(a+1,b\right)+\left(1-p_A\right)\mathrm{D}_B^{pg_T}\left(a,b+1\right)+\\&+p_A\left(1-p_A\right)\left[\,M_B^{pg_T}\left(a+1,b\right)-M_B^{pg_T}\left(a,b+1\right)\,\right]^2,\ \text{если}\left(a+b\right)\ \text{кратно 2;}\\\mathrm{D}_A^{pg_T}\left(a,b\right)=\ &p_A\mathrm{D}_A^{pg_T}\left(a+1,b\right)+\left(1-p_A\right)\mathrm{D}_{\mathrm{A}}^{pg_T}\left(a,b+1\right)+\\&+p_A\left(1-p_A\right)\left[\,M_{\mathrm{A}}^{pg_T}\left(a+1,b\right)-M_{\mathrm{A}}^{pg_T}\left(a,b+1\right)\,\right]^2,\ \text{если}\left(a+b\right)\ \text{кратно 2.}\end{aligned}$$

Граничные условия $V_A^{pg_T}(a,b)=0$ при $a=7,\ 0\le b\le 5$ или $b=7,\ 0\le b\le 5$. Оценка дисперсии ожидаемого числа очков в тай-брейке при счете 6:6 принимает следующее значение:

$$D_A^{pg_T}\left(6,6\right)=\frac{4[p_Ap_B+\left(1-p_B\right)(1-p_A)]}{[p_A\left(1-p_B\right)+(1-p_A)p_B]^2}.$$

Аналогичный подход применяется для моделирования сета и всего матча. Воздержимся от изложения всех соответствующих расчетных формул, которые легко получить путем рассуждений, аналогичных вышеприведенным.

Следует, однако, указать на ряд особенностей этих моделей. Существует два варианта определения победы в сете: с тай-брейком и без такового. В первом при достижении счета 6:6 по геймам в сете начинается тай-брейк, во втором случае в сете побеждает тот игрок, который первым победит в 6 геймах, но при этом разница по геймам должна составлять 2 или более очков. Соответственно, в первом случае при рассмотрении счета 6:6 требуется использовать приведенную модель тай-брейка, во втором — набор моделей обычных геймов.

При рассмотрении предлагаемой модели на уровне матча были доказаны представленные ниже утверждения.

1. Вероятность победы в тай-брейке игроком не зависит от того, кто подает первым.

2. Вероятность победы в сете без тай-брейка равна вероятности победы в аналогичном сете с тай-брейком.

3. Вероятность выиграть матч не зависит от того, какой игрок подает первым в матче.

Таким образом, можно говорить о справедливости правил подсчета очков в теннисе в смысле третьего утверждения.

Говоря о вероятности взятия очка на своей подаче, трудно представить, что она не изменяется на протяжении всей игры. В работе [Klaassen, Magnus, 1996] были протестированы несколько гипотез на основе данных Уимблдонского турнира.

Например, эффект первого гейма предполагает, что игрок менее вероятно проиграет очко на своей подаче в первом гейме любого матча — прямое опровержение гипотезы независимости и однородности распределения взятия очка на своей подаче. Но на самом деле существует множество причин, почему стоит ожидать изменения вероятности взятия очка на своей подаче в течение матча. Как пример, в длинных матчах она может снижаться под влиянием усталости игрока. Также влияет способность игрока справляться с давлением соперника во время важных розыгрышей.

Другой важный факт, который учитывается не только в теннисе, — это психологический момент: выигранное одно очко положительно влияет на взятие следующего. Для проверки предположения о независимости и одинаковости распределения очков Браун, Барнет и Кларк в одной из своих статей изучили среднее число геймов, сыгранных в каждом матче на турнире

Australian Open (2003) [Barnett, Brown, Clarke, 2006]. Результат, полученный с учетом предположения о независимости и одинаковости распределения вероятностей взятия очка, показывал на 7 % переоцененный результат для суммарного числа геймов в 5-сетовом матче и на 7 % недооцененный в 3-сетовом матче.

Таким образом, прямое использование выражений (1)–(5) (вместе с аналогичными формулами для всего матча в целом) не может сделать модель достаточно адекватной. Эта проблема решается построением имитационной схемы, пример которой для случая отдельного гейма представлен на рис. 1.

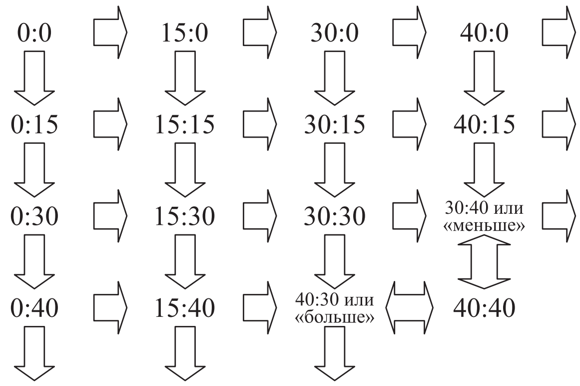

Рис. 1. Имитационная схема гейма

Здесь каждой ячейке соответствует своя модель (1)–(5), причем для каждой из этих моделей может быть задан свой закон изменения параметров (вероятности взятия очка на подаче): от постоянной вероятности, одинаковой для каждой из моделей, до вероятностей, изменяемых любым функциональным или стохастическим способом в зависимости от хода численного эксперимента, моделирующего матч. Переход от одной модели к другой возможен по результатам моделирования розыгрыша очередной подачи в направлениях, указанных стрелками.

Имитационная схема всего матча строится из имитационных схем сетов, каковые строятся из имитационных схем геймов аналогично приведенному примеру. Разумеется, при реализации схемы на компьютере каждый гейм и каждый сет реализуются одним и тем же программным блоком, возможно использующим различные массивы в качестве параметров.

Рассмотрим применение этого подхода на примере моделирования полуфинала турнира серии ATP в Париже между Милошем Раоничем и Энди Марреем. Матч не состоялся, поскольку Раонич снялся с турнира из-за травмы ноги. Попробуем восстановить, как мог бы проходить этот матч.

В качестве первого приближения применим подход, основанный на равенстве вероятностей взятия подач игроком в течение всего матча. Рассмотрим прогноз на этот матч, сделанный на основе коэффициента букмекерской конторы Pinnacle, равного 1.74 на победу Маррея [Прогноз на матч Раонич–Маррей, 2016]. Это означает, что контора ожидала победу Маррея с вероятностью 0.57. Учитывая, что в данном турнире матчи играются до двух побед в сетах, с использованием формул, аналогичных формулам (1), (2), формируем таблицу 3, аналогичную таблице 1, но относящуюся не к отдельному гейму, а к матчу в целом.

Таблица 3. Значения вероятностей появления счета по сетам в матче Раонич–Маррей

		Маррей		
		0	1	2
Раонич	0	1	0.5468	0.2990
	1	0.4532	0.495619	0.2710
	2	0.2054	0.2246	

Эти значения соответствуют, как видно, вероятности победы Маррея в сете, равной 0.5468. Проделав такие же выкладки для сета и гейма, получаем в итоге, что для такого развития событий вероятность выигрыша одной своей подачи Марреем должна быть равна $p_A = 0.527$, а Раоничем — $p_B = 0.495$. Наиболее вероятным исходом был бы выигрыш матча Марреем со счетом 2:0 по сетам (см. таблицу 3), причем счет в сетах был бы 7:6 (победа на тай-брейке) и 6:4.

Однако насколько здесь оправдано предположение о равенстве вероятностей взятия подач игроком в течение всего матча? Прежде всего следует указать, что статистические вероятности взятия своей подачи равны у Маррея 0.81, а у Раонича 0.76 (здесь и далее статистическая информация о матчах Маррея и Раонича взята с ресурса [Чемпионат]). Это, естественно, связано прежде всего с тем, что они чаще играют с более слабыми соперниками, чем они являются друг для друга. Однако и простое сопоставление детального хода их матчей с тем, который получается по описанной выше методике, показывает, что вероятность взятия своей подачи у обоих этих спортсменов оказывается выше (а вероятность взятия чужой, соответственно, ниже), чем расчетные результаты. Более того, это различие усиливается в случае, если спортсмен ведет в счете.

Детально рассматривались, в частности, следующие матчи: финал Ролан Гаррос Джокович–Маррей, 3:1 (3:6, 6:1, 6:2, 6:4); финал турнира в Пекине Маррей–Димитров, 2:0 (6:4, 7:6); одна восьмая финала турнира в Петербурге Южный–Раонич, 2:1 (2:6, 7:6, 6:4); четвертьфинал турнира в Пекине Каррено-Буста–Раонич, 0:2 (4:6,4:6), и четвертьфинал турнира в Монте-Карло Раонич–Маррей, 0:2 (2:6, 0:6). Последний из матчей был выбран по причине того, что в нем встречались друг с другом эти же два теннисиста, остальные матчи с их участием характеризовались одинаковой оценкой вероятности исхода разными букмекерскими конторами, то есть были легко предсказуемы и не имели неожиданных результатов.

Был выдвинут ряд предположений о видах нарушения марковского характера процесса, а именно о зависимости вероятности взятия каждым из игроков мяча на своей и чужой подаче от предыдущих результатов розыгрышей. Для каждого из таких предположений проводилась 1000 численных экспериментов по розыгрышу хода матча при начальных значениях вероятностей, рассчитанных приведенным выше способом, которые в дальнейшем изменялись в соответствии со сделанными предположениями. Критерием адекватности гипотез о характере такого изменения являлось то, что реальный результат матча оказывался наиболее вероятным (в смысле статистической вероятности). Затем сравнивались статистические вероятности результатов при различных параметрах (менявшихся с некоторым заданным шагом) выбранного характера изменения вероятностей.

В отношении Маррея адекватным оказалось предположение, что вероятности взятия им своей подачи повышались в том случае, когда он проигрывал или счет был равным. Наибольшей вероятность достижения реального результата матча в численных экспериментах оказывалась, если предположить повышение этой вероятности на 10 %, если он не лидирует в гейме, на 17,5 % — в сете и на 15 % — в матче. Такую особенность спортсмена можно охарактеризовать как мобилизацию сил при равном счете или проигрыше.

В отношении Раонича более адекватным оказалось предположение, что вероятности взятия им подачи повышаются в том случае, если он ведет с разницей в два пункта и более либо находится в одном шаге от победы в гейме, сете или матче. Здесь наибольшее приближение реальным результатам дает гипотеза о повышении вероятности взятия подачи на 15 % в каждом случае. В обоих случаях при проверке различных значений повышения вероятностей они менялись с шагом 2.5 процентных пункта.

После этого была проведена аналогичная серия численных экспериментов, моделирующих рассматриваемый несостоявшийся матч. В этом случае с наибольшей вероятностью 0.32 Маррей одерживает победу со счетом 2:1 (4:6, 6:4, 6:3), а вероятность его победы с любым счетом возрастет до 0.63.

Однако в предыдущих рассуждениях мы игнорировали один существенный фактор, который не мог бы не повлиять на исход матча. Раонич снялся с игры по причине травмы ноги. Каков был бы исход матча с учетом этого? Калибровать модель с такой поправкой было бы затруднительно, но, к нашему счастью (и к несчастью Раонича), у него в этом году уже были проблемы, связанные с травмой ноги, причем проявились они именно в матче с Марреем, в полуфинале турнира Australian Open, закончившемся победой Маррея со счетом 3:2 (4:6, 7:5, 6:7, 6:4, 6:2). Травма проявилась после третьего сета и привела к безоговорочному поражению Раонича.

В рамках изложенного похода адекватной оказалась гипотеза о том, что после получения травмы вероятности выигрыша Раоничем подачи снижались равномерно каждый гейм так, чтобы к концу матча достигнуть нуля. В исследуемом матче Раонич был травмирован уже к его началу. Проведя теперь моделирование матча на основе этой гипотезы, мы получаем в качестве наиболее вероятного результата победу Маррея со счетом 2:0 (6:4, 6:1), а вероятность победы Маррея с любым счетом достигает 0.94. Таким образом, отказ Раонича от матча выглядит вполне обоснованным, хотя у нас и нет оснований считать, что он был действительно просчитан этим или иным образом.

Таким образом, в рамках предлагаемого подхода для конкретного матча решается в некотором смысле обратная задача: на основании оценки вероятности итогового результата могут быть получены вероятности любого промежуточного результата, а также может быть осуществлено имитационное моделирование хода матча с возможностью корректировки его параметров на каждом шаге моделирования.

Эта методика, предложенная для моделирования теннисных матчей, а ранее [Прядеин, Степанцов, 2014] — футбольных матчей, может быть применена к любому виду спорта, в котором результат не зависит напрямую от субъективных человеческих оценок (то есть исключая такие виды, как художественная гимнастика, синхронное плавание или фигурное катание). В частности, изложенный в этой статье подход с некоторыми доработками был применен авторами для моделирования волейбольных матчей.

Результаты данного исследования могут быть полезны для организаторов соревнований в тех случаях, когда желательно прогнозировать ход и результаты, в том числе промежуточные, матчей турнира, для тренеров команд, позволяя обращать внимание на объективные и субъективные факторы, определяющие результаты по ходу матча, а также для букмекерских контор, принимающих ставки на промежуточные результаты соревнований и нуждающихся в обоснованном расчете коэффициентов таких ставок. В последней из упомянутых областей некоторые изложенные в статье результаты уже нашли успешное применение.

Список литературы (References)

Прогноз на матч Раонич–Маррей, ATP Париж, 5.11.2016. URL: http://royal-betting.net/prognoz-na-match-raonich-marrej-atp-parizh-5-11-2016/ (дата обращения: 02.12.2016).

Raonic–Murrey match forecast, ATP Paris, 5.11.2016. URL: http://royal-betting.net/prognoz-na-match-raonich-marrej-atp-parizh-5-11-2016/ (accessed 02.12.2016).

Прядеин Р. Б., Степанцов М. Е. Об одном подходе к имитационному моделированию спортивной игры с непрерывным временем // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 3. — С. 455–460.

Priadein R. B., Stepantsov M. Ye. Ob odnom podkhode k imitacionnomu modelirovaniju sportivnoi igry s nepreryvnym vremenem [On a possible approach to a sport game with continuous time simulation] // Computer Research and Modeling. — 2014. — Vol. 6, no. 3. — P. 455–460 (in Russian).

Чемпионат. Теннис России и мира: новости, расписание, результаты, онлайн-трансляции, видео, фото. URL: http://www.championat.com/tennis/ (дата обращения: 02.12.2016).

Championat. Russian and world tennis: news, schedule, results, online, videos, photos. URL: http://www.championat.com/tennis/ (accessed 02.12.2016).

Barnett T., Brown, A., Clarke, S. Developing a tennis model that reflects outcomes of tennis matches. — Melbourne: Faculty of Life and Social Sciences, Swinburne University, 2006.

Klaassen F. J. G. M., Magnus J. R. Testing some common tennis hypotheses: Four years at Wimbledon // Preprint of Department of Econometrics, Tilburg University, 1996.

O'Malley A. J. Probability Formulas and Statistical Analysis in Tennis // Journal of Quantitative Analysis in Sports. — 2008. — Vol. 4, issue 2. — P. 1–23.