

УДК: 51-8

## Анализ стратегий противников при игре в модифицированный «Морской бой»

Я. О. Дидыч<sup>1,а</sup>, Г. Г. Малинецкий<sup>2,б</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,  
Россия, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

<sup>2</sup>Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша,  
Россия, 125047, г. Москва, пл. Миусская, д. 4

E-mail: <sup>а</sup> yaroslav.87@mail.ru, <sup>б</sup> gmalin@keldysh.ru

*Получено 25.03.2016, после доработки — 20.09.2016.*

*Принято к публикации 10.10.2016.*

В работе рассматривается известная игра «Морской бой». Цель статьи — предложить модифицированную версию «Морского боя» и найти оптимальные стратегии действий игроков в новых правилах. Изменения коснулись как применяемых атакующих стратегий (добавлена новая возможность атаки, охватывающая четыре клетки за один выстрел), размера поля (использовались варианты игры для полей  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ ,  $30 \times 30$ ), так и правил расстановки кораблей в процессе боя (добавлена возможность перемещения корабля из зоны обстрела). Игра решалась с применением аппарата теории игр: составлены платежные матрицы для каждого варианта изменяемых правил, для них найдены оптимальные смешанные и чистые стратегии. При решении платежных матриц использовался итерационный метод. Симуляция состояла в применении пяти алгоритмов атаки и шести алгоритмов защиты с вариацией параметров при игре «каждого с каждым». Атакующие алгоритмы варьировались в разрезе 100 различных наборов значений, алгоритмы защиты — в разрезе 150 каждый. Важным результатом стало то, что в рамках этих алгоритмов модифицированный «Морской бой» может быть решен, — то есть могут быть найдены устойчивые чистые или смешанные стратегии поведения, обеспечивающие сторонам оптимальный исход с точки зрения теории игр. Помимо этого, сделана оценка влияния изменений правил стандартного «Морского боя» на результат противостояния. Приведено сравнение с результатами, полученными авторами в предыдущей работе по данной тематике. На основе сопоставления полученных платежных матриц со статистическим анализом, проведенным ранее, отмечено, что стандартный «Морской бой» может быть представлен как частный случай рассмотренных в данной работе модификаций. Задача актуальна как с точки зрения ее применения в военном деле, так и в гражданских областях. Использование результатов статьи способно сохранить ресурсы при геологоразведке, обеспечить преимущество в военном противостоянии, сохранить детали, подвергающиеся разрушительному воздействию, и так далее.

Ключевые слова: морской бой, алгоритмы расстановки кораблей, алгоритмы атаки, теория игр, модификации морского боя, метод Монте-Карло

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00342).

UDC: 51-8

## The analysis of player's behaviour in modified "Sea battle" game

Ya. O. Didych<sup>1,a</sup>, G. G. Malinetskii<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University,  
5 2nd Bauman st., building 1, Moscow, 105005, Russia

<sup>2</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics,  
4 Miusskaya square, Moscow, 125047, Russia

E-mail: <sup>a</sup> yaroslav.87@mail.ru, <sup>b</sup> gmalin@keldysh.ru

*Received 25.03.2016, after completion – 20.09.2016.*

*Accepted for publication 10.10.2016.*

The well-known "Sea battle" game is in the focus of the current job. The main goal of the article is to provide modified version of "Sea battle" game and to find optimal players' strategies in the new rules. Changes were applied to attacking strategies (new option to attack hitting four cells in one shot was added) as well as to the size of the field (sizes of  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ ,  $30 \times 30$  were used) and to the rules of disposal algorithms during the game (new possibility to move the ship off the attacking zone). The game was solved with the use of game theory capabilities: payoff matrices were found for each version of altered rules, for which optimal pure and mixed strategies were discovered. For solving payoff matrices iterative method was used. The simulation was in applying five attacking algorithms and six disposal ones with parameters variation due to the game of players with each other. Attacking algorithms were varied in 100 sets of parameters, disposal algorithms – in 150 sets. Major result is that using such algorithms the modified "Sea battle" game can be solved – that implies the possibility of finding stable pure and mixed strategies of behaviour, which guarantee the sides gaining optimal results in game theory terms. Moreover, influence of modifying the rules of "Sea battle" game is estimated. Comparison with prior authors' results on this topic was made. Based on matching the payoff matrices with the statistical analysis, completed earlier, it was found out that standard "Sea battle" game could be represented as a special case of game modifications, observed in this article. The job is important not only because of its applications in war area, but in civil areas as well. Use of article's results could save resources in exploration, provide an advantage in war conflicts, defend devices under devastating impact.

Keywords: sea battle game, deploying ships algorithms, attacking algorithms, game theory, sea battle game modifications, Monte-Carlo method

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 5, pp. 817–827 (Russian).

This work is supported by RFBR (project 16-01-00342)

## Введение

Противостояние кораблей на море в течение многих веков было важнейшей составляющей военных конфликтов. При этом, как отмечают военные теоретики, степень неопределенности во время войны на море существенно превышала таковую во время сухопутных боевых действий. В настоящее время война на море рассматривается как вполне реальная перспектива. В частности, треть военного бюджета США выделяется для нужд флота и морской пехоты. Значительную роль во Второй мировой войне сыграли морские сражения, в частности битва за Мидуэй на тихоокеанском театре военных действий [Переслегин, Переслегина, 2001]. После этой войны быстрыми темпами развивается имитационное моделирование, позволяющее «заменить» реальное сражение его математической моделью и на этой основе выбрать лучший вариант действий имеющегося флота. Используемые имитации, с одной стороны, просты для компьютерного анализа, с другой — отражают суть протекающих процессов. Рассмотрев простые алгоритмы стандартной игры «Морской бой» в нашей предыдущей работе [Дидыч, Малинецкий, 2015], в данной статье мы постарались приблизить модель к реальности путем модификаций ее правил.

Актуальность задачи не вызывает сомнений. Практическое применение выводов статьи может быть в перспективе найдено в военной области с учетом поля боя, имеющегося флота и оружия, которым он располагает. При атаке объектов противника необходимо придерживаться определенной стратегии, разработка которой может быть основана на результатах данной работы. Найденные алгоритмы полезны при разведке некоторой области. Не обязательно поля противника, но, например, некоторых объектов на экране устройства с затратой минимума ресурсов (время, деньги либо что-то еще, требуемое для получения информации).

Помимо разведки, описанные алгоритмы могут быть применены при взятии проб материала. Если в материале распределены вкрапления нужных нам минералов, то на основе предполагаемой структуры их расположения возможно подобрать оптимальный способ взятия проб.

Кроме того, имеются и обратные задачи: если необходимо расставить нужные ресурсы в положении, обеспечивающем их наибольшую сохранность при наличии постоянных мелких повреждений области расстановки. Например, печатная плата подвергается постоянному разрушающему воздействию, со временем выводящему из строя ее элементы. Если мы можем установить конфигурацию — «стратегию» — действий повреждений, то и способ защиты найдется с помощью результатов предложенной статьи.

В нашей модели игроки не могут видеть поля друг друга. На первый взгляд ситуация может показаться неправдоподобной, но, учитывая развитие средств радиоэлектронной борьбы к настоящему времени, модель становится достаточно реалистичной.

## Стандартные правила

Оригинальные правила игры «Морской бой» таковы. Играют два игрока. У каждого из них имеется поле размером  $10 \times 10$  клеток, на котором перед началом игры располагаются корабли. Корабли бывают следующих видов:

- единичный (4 шт.) — состоит из одной клетки поля;
- двойной (3 шт.) — состоит из двух клеток поля;
- тройной (2 шт.) — состоит из трех клеток поля;
- четверной (1 шт.) — состоит из четырех клеток поля.

Корабли представляют собой горизонтальную либо вертикальную конфигурацию клеток, расположенных по линии. Сгибать корабли запрещено, так же как и располагать в соседних

клетках. В процессе игры стороны делают выстрелы по полям расположения кораблей друг друга по очереди. Если один из игроков промахнулся — попал в поле, не занятое кораблем противника, — то ходить начинает соперник. Пока промаха не произошло, стрельба игрока продолжается.

При игре в «Морской бой» выигрыш одной из сторон обеспечивается уничтожением кораблей противника за меньшее число шагов, чем у противоположной стороны. При игре атака одного игрока не зависит от атаки другого, равно как и защита. Поэтому «Морской бой» возможно разделить на два независимых поединка «атака–защита», которые симметричны. Такие поединки рассмотрены в работе.

## Модификация правил

Были внесены следующие изменения в стандартные правила:

- добавлена новая стратегия атаки — «артиллерия»;
- добавлена возможность эвакуации корабля;
- изменен размер поля.

Сочетания этих новшеств составляют пространство, образующее новую игру. Рассмотрим изменения подробнее.

*Стратегия артиллерийского обстрела* представляет собой способ атаки, не возможный при классическом «Морском бое». Согласно ему за один ход сразу накрываются четыре клетки (квадрат  $2 \times 2$ ). Все, что лежит в этом квадрате, уничтожается (рис. 1)

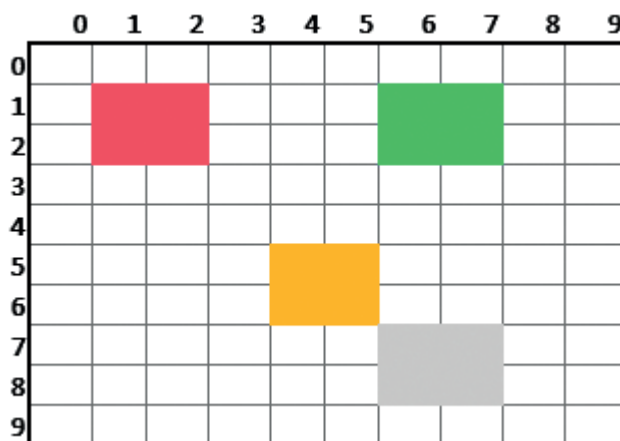


Рис. 1. Пример стратегии артиллерии

Под *эвакуацией* понимается следующее. Отменяется добивание кораблей. Если сторона атаки попала в один из кораблей, то этот корабль перемещается в другую часть поля, где имелись свободные клетки для его размещения. Имеются в виду клетки, в которых ранее не было попаданий, а также по соседству с которыми или в них самих нет частей уже размещенных кораблей. Таким образом, при следующем ходе стороны атаки в прежнем месте корабля уже нет. Кроме того, эвакуация кораблей проходит в области, наиболее близкой к прежнему расположению. То есть выделялось множество координат  $X = \{X_0, \dots, X_0 + 1\}$ ,  $Y = \{Y_0, \dots, Y_0 + 1\}$ , где  $X_0, Y_0$  — координаты его правой нижней точки. Если в указанной области корабль разместить невозможно, то область расширяется на единицу до  $X = \{X_0, \dots, X_0 + 2\}$ ,  $Y = \{Y_0, \dots, Y_0 + 2\}$ . Так повторяется до тех пор, пока размер возможной области эвакуации не включает в себя все поле. Если во всем исходном поле нет места для эвакуации, то корабль остается на месте.

Симуляция проводилась не только на полях размером  $10 \times 10$ , но и  $20 \times 20$  и  $30 \times 30$ .

## Особенности имитации

Каждый алгоритм атаки, как и каждый алгоритм расстановки кораблей на поле боя, описывается общей логикой работы и набором варьируемых параметров. Например, диагональный алгоритм атаки содержит типовую (неизменяемую) характеристику обстрела — направление вдоль главной диагонали поля боя и изменяемые параметры, при помощи которых выбирается порядок диагоналей обстрела. Для алгоритма расстановки по краям неизменной остается необходимость разместить корабль вдоль края поля, изменяемой характеристикой — место, в котором с точностью до координаты будет установлен каждый корабль.

Использовались следующие параметры симуляции:

- каждый алгоритм атаки использовался в разрезе 100 наборов параметров;
- каждый алгоритм расстановки использовался в разрезе 150 наборов параметров.

В работе к анализу «Морского боя» применялась теория игр [Оуэн, 2010; Шикин, 2003; Вильямс, 1960]. С точки зрения этой теории игра относится к играм с постоянной суммой и является антагонистической, так как увеличение платежной функции одного игрока означает уменьшение платежной функции другого на это же значение. Игра является некооперативной, так как игроки не могут вступать в соглашения друг с другом. Платежная матрица решалась итерационным методом.

В работе был осуществлен эксперимент, который состоял в проведении симуляции игры в измененный «Морской бой» для каждого алгоритма атаки (для набора варьируемых параметров) против каждого алгоритма расстановки (для набора варьируемых параметров). Игра проходила до тех пор, пока атакующий игрок не уничтожил все корабли на поле. Основной измеряемой характеристикой является количество выстрелов, необходимых для победы. Согласно этой характеристике оцениваются эффективность атаки и эффективность защиты. Оценка представляет собой значение математического ожидания после проведения множества испытаний. На основе вычисленных математических ожиданий строилась платежная матрица игры для выбранных чистых стратегий сторон. После чего было найдено равновесие игры на основе смешанных либо чистых стратегий.

Для удобства обозначения примем нумерацию строк матрицы поля расположения кораблей за  $X(X = 0, \dots, N - 1)$ , колонок матрицы поля — за  $Y(Y = 0, \dots, N - 1)$ , где  $N = 10, 20, 30$ .

## Алгоритмы расстановки

В процессе симуляции рассмотрено шесть популярных алгоритмов расстановки кораблей:

- расстановка кораблей по краям;
- группировка кораблей с одного бока поля;
- расположение кораблей, случайное в одном направлении;
- расположение кораблей, случайное в двух направлениях;
- полностью случайное расположение кораблей;
- группировка кораблей в центре поля.

*Расстановка кораблей по краям поля.* Этот алгоритм расстановки выделяет полосу у края поля шириной в одну клетку. То есть координаты:  $X = 0, Y = 0, \dots, N - 1; X = N - 1, Y = 0, \dots, N - 1; X = 0, \dots, N - 1, Y = 0; X = 0, \dots, N - 1, Y = N - 1$ , где  $N$  — размер поля. В рамках выделенной полосы размещаются все корабли, кроме единичных, случайным образом. После размещения всех кораблей, кроме единичных, размещаются единичные корабли по всему полю в доступных клетках.

*Группировка кораблей с одной стороны поля.* Этот алгоритм размещения заключается в выделении с произвольной стороны поля области шириной в одну клетку (например,  $X = 0, Y = 0, \dots, N - 1$ , где  $N$  — размер поля). Затем в выделенной области произвольным образом размещаются все корабли, кроме единичных. Ограничение накладывается на ориентацию корабля (вертикальность или горизонтальность). Если выделены крайняя правая или левая области поля, то ориентация кораблей вертикальна, если верхняя или нижняя — то горизонтальна. Если корабли в указанных начальных ограничениях ширины в одну клетку невозможно разместить на одном из шагов алгоритма размещения, то ширина поля увеличивается на единицу до тех пор, пока все корабли, кроме единичных, не будут размещены. В последнюю очередь размещаются единичные корабли на всем пространстве поля случайным образом.

*Расположение кораблей, случайное в одном направлении.* Этот алгоритм случайно выбирает ориентацию всех кораблей (вертикальность или горизонтальность) и размещает корабли по всему полю в заданной ориентации в случайном порядке.

*Расположение кораблей, случайное в двух направлениях.* Алгоритм реализован так, чтобы после размещения на поле половина клеток кораблей, кроме единичных, принадлежала вертикальным кораблям, другая половина — горизонтальным. В результате при реализации алгоритма выбирается ориентация одного четверного и двух двойных кораблей, а остальные неединичные корабли имеют другую ориентацию.

*Полностью случайное расположение кораблей.* В данном алгоритме размещения случайным образом выбирается как ориентация, так и координаты кораблей.

*Группировка кораблей в центре поля.* Алгоритм сделан так, чтобы максимально сгруппировать корабли в центре поля. Для этого выбирается квадрат в центре поля с координатами  $X = N/2 - 1, N/2; Y = N/2 - 1, N/2$ , где  $N$  — размер поля,  $N = \{10; 20; 30\}$ . Делается попытка разместить корабли в данной области. Сперва размещаются единичные корабли, затем двойные, потом тройные и четверной. Если в выделенной области отсутствует место для размещения корабля, ее границы увеличиваются на единицу.

## Алгоритмы атаки

Среди наиболее популярных атакующих алгоритмов в работе были рассмотрены диагональные алгоритмы, линейные алгоритмы (обход змейкой), случайные алгоритмы, алгоритмы обхода по квадратам и обстрел блоками  $2 \times 2$  (артиллерия).

*Диагональный алгоритм* характеризуется выстрелами по диагоналям, параллельным главной диагонали поля расположения кораблей. В алгоритме используются параметры. Первый из них —  $Y$ -координата серии выстрелов, второй — шаг для серии выстрелов. Для того чтобы обеспечить полный прострел поля, необходимо иметь несколько серий, характеризующихся параметрами  $Y$ -координаты первой ячейки выстрела и шагом стрельбы.  $X$ -координата первой ячейки выстрела всегда равна 0. Когда выбрана ячейка для выстрела, происходит стрельба параллельно главной диагонали с постоянным шагом 1. После достижения края поля вновь выбирается первая ячейка для новой диагонали обстрела с учетом шага. Обход осуществляется справа налево. Если для заданного шага и начальной диагонали обстрела выстрелы более невозможны, производится переход к следующему шагу и новой начальной координате отсчета диагоналей.

*Линейный алгоритм (обход по змейке)* характеризуется выстрелами снизу вверх с определенным шагом. В качестве варьируемых параметров используются начальная координата (например,  $(0, 1)$ ) и шаг (например, 5). В дальнейшем идет обстрел первой колонки поля, затем второй, третьей с шагом пять, пока не достигнут конец поля. Например, первый выстрел будет  $(0, 1)$ , второй —  $(0, 6)$ , третий —  $(1, 2)$  и так далее. После достижения конца поля выбираются новые начальная координата и шаг, и вновь происходит обстрел. Так делается до тех пор, пока все корабли не будут поражены.

*Случайный алгоритм* характеризуется полностью случайной стрельбой (метод Монте-Карло). Координаты  $(X, Y)$  выбираются произвольно в диапазоне  $0, \dots, N - 1$ , где  $N$  — размер поля. Метод Монте-Карло реализовывался в программе Visual Studio 2013 при помощи встроенной функции `rand()` языка C++.

*Квадратный алгоритм (обход по квадратам)* заключается в обстреле поля противника по квадратам. Сначала обстреливаются четыре угловые точки квадрата, затем — четыре соседние к ним по часовой стрелке, после этого соседние к обстрелянным на предыдущем шаге и так далее. Варьируемыми параметрами являются размер стороны квадрата и координаты первой точки угла.

*Артиллерия (атака блоками)* состоит в атаке поля противника блоками  $2 \times 2$ . Место для атаки выбирается произвольно, но при условии, чтобы блоком было атаковано наибольшее число новых клеток. Например, если есть несколько вариантов атаковать 4 нестрелянных клетки, то один из них выбирается произвольно. Если атаковать 4 новые клетки невозможно за один выстрел артиллерии, то ищутся возможности атаковать 3 новые клетки, среди которых один из вариантов выбирается произвольно. И так далее до возможности атаковать 1 клетку.

## Результаты симуляции

Далее представлены результаты симуляции боев алгоритмов атаки и расстановки.

Следует сказать об *алгоритме добивания*. В партиях без эвакуации кораблей использовался *крестообразный алгоритм добивания*, когда сначала делается попытка добивать вверх от переданной точки попадания. Добивание идет последовательно клетка за клеткой, пока не происходит промах. Если при движении вверх было хотя бы одно попадание, то делается вывод о вертикальном расположении корабля.

После промаха при движении вверх и в случае установления вертикальности корабля идет движение вниз до первого промаха.

После промаха при движении вверх и в случае неопределенности ориентации корабля идет движение вправо.

В случае промаха при движении вправо дальнейшее движение продолжается влево от начальной точки попадания.

В случае промаха при движении прицела добивания влево начинается движение вниз.

Таким образом будут обойдены все варианты расположения кораблей. На каждом шаге добивания делается проверка гипотезы о том, что корабль не уничтожен. Если в результате проверки устанавливается подбитие всех клеток корабля, добивание прекращается.

Приведенный алгоритм добивания использовался для всех атакующих алгоритмов, кроме обстрела артиллерии. В этом случае в число потраченных ходов добавлялось количество неподбитых клеток кораблей, которые попали в блок  $2 \times 2$  алгоритма при выстреле.

Если же использовалась эвакуация, то механизм добивания не применялся.

После проведенных вычислений были получены соответствующие платежные матрицы, представленные в таблицах 1–5.

Анализируя таблицу 1 с точки зрения теории игр, можно заметить наличие седловой точки на пересечении стратегии атаки (артиллерия) и стратегии расстановки (размещение кораблей по краям).

Если не принимать во внимание алгоритм артиллерии и анализировать таблицу без него, то седловая точка будет находиться на пересечении случайного алгоритма атаки и алгоритма расстановки по краям.

Таким образом, для игры  $10 \times 10$  без возможности эвакуации алгоритм расстановки по краям является оптимальным как в случае использования артиллерии, так и без него. Оптимальный алгоритм атаки при использовании артиллерии — артиллерия, при ее отсутствии — случайный алгоритм.

Таблица 1. Платежная матрица 10 × 10 без эвакуации

Алгоритмы защиты/нападения	Диагональный	Случайный	Линейный	Квадратный	Артиллерия
По краям	68.14	65.48	69.84	79.79	51,03
Группировка сбоку	60.29	64.45	68.43	69.61	50.72
Случайно в одном направлении	53.28	60.88	63.79	70.72	49.01
Случайно в двух направлениях	53.56	60.16	64.32	69.47	49.19
Полностью случайно	52.34	61.51	65.59	68.87	49.77
Сгруппировать в центре	48.86	60.04	63.26	69.08	48.13

Таблица 2. Платежная матрица 20 × 20 без эвакуации

Алгоритмы защиты/нападения	Диагональный	Случайный	Линейный	Квадратный	Артиллерия
По краям	333.2	312.67	366.6	375.31	139.2
Группировка сбоку	305.44	311.6	368.49	369.93	138.89
Случайно в одном направлении	302.34	283.41	350.27	353.56	132.56
Случайно в двух направлениях	293.62	297.35	353.72	354.06	133.24
Полностью случайно	289.04	303.77	351.28	351.06	132.93
Сгруппировать в центре	247.06	305.19	358.35	361.63	130.43

Таблица 3. Платежная матрица 30 × 30 без эвакуации

Алгоритмы защиты/нападения	Диагональный	Случайный	Линейный	Квадратный	Артиллерия
По краям	774.16	720.16	864.59	873.24	284.91
Группировка сбоку	777.72	718.05	864.56	872.16	284.59
Случайно в одном направлении	715.73	703.51	849.00	853.80	271.38
Случайно в двух направлениях	722.25	701.97	857.44	853.25	271.00
Полностью случайно	714.47	692.62	850.27	848.12	272.44
Сгруппировать в центре	591.80	724.66	858.80	861.10	270.66

Взглянем теперь на таблицу 2. Так же как и для таблицы 1, седловая точка расположена на пересечении атакующего алгоритма артиллерии и алгоритма расстановки кораблей по краям поля. Стоит заметить существенно возросшее превосходство артиллерии при увеличении разме-



ра поля в два раза. Если исключить артиллерию, то седловая точка находится на пересечении алгоритма расстановки по краям и случайного алгоритма атаки.

Таблица 4. Платежная матрица  $10 \times 10$  с эвакуацией

Алгоритмы защиты/нападения	Диагональный	Случайный	Линейный	Квадратный	Артиллерия
По краям	72.38	78.92	85.44	87.38	28.56
Группировка сбоку	74.54	80.02	87.62	89.71	27.71
Случайно в одном направлении	74.80	80.32	85.98	88.29	26.90
Случайно в двух направлениях	75.22	80.65	86.32	88.07	27.54
Полностью случайно	74.58	79.51	86.46	88.35	26.71
Сгруппировать в центре	59.8	80.37	85.56	86.29	25.85

Для таблицы 3 преимущество алгоритма атаки артиллерии еще более существенно, однако расстановка кораблей по краям поля все так же остается наиболее оптимальным решением стороны защиты. В случае исключения артиллерийского обстрела игра имеет решения в следующих стратегиях. Для расстановки — смешанная стратегия с вероятностями (0.728, 0.003, 0, 0, 0, 0.269), для атаки — смешанная стратегия (0.022, 0.978, 0, 0). Цена игры равна 721.73.

Теперь обратимся к таблице 4. В ней представлены результаты игры с механизмом эвакуации кораблей, который отменяет добивание. Как и в предыдущих играх, способ атаки при помощи артиллерии превосходит все другие атакующие алгоритмы. Стоит отметить еще большую эффективность данного алгоритма при игре с эвакуацией, чем без нее на том же поле. Разница — почти два раза. Расстановка кораблей по краям поля остается наиболее эффективной. Если исключить атаку артиллерией, то оптимальным алгоритмом атаки становится диагональный алгоритм, а оптимальным алгоритмом расстановки — расположение кораблей случайно в двух направлениях. Седловая точка находится на пересечении этих двух стратегий, цена игры: 75.22.

Таблица 5. Платежная матрица  $20 \times 20$  с эвакуацией

Алгоритмы защиты/нападения	Диагональный	Случайный	Линейный	Квадратный	Артиллерия
По краям	340.19	318.27	385.76	386.28	111.60
Группировка сбоку	345.42	317.16	385.02	387.56	107.63
Случайно в одном направлении	325.14	320.77	385.42	386.66	105.08
Случайно в двух направлениях	327.85	316.85	385.65	385.95	106.12
Полностью случайно	316.64	320.82	385.06	386.24	105.72
Сгруппировать в центре	265.12	323.78	387.14	387.95	106.96

Последняя симуляция проводилась на поле размером  $20 \times 20$  с использованием механизма эвакуации (таблица 5). Атака артиллерией — безусловный лидер среди стратегий стрельбы. Рас-

становка по краям — лучшая стратегия защиты против нее. Если отбросить артиллерию, то решение игры представляется в смешанных стратегиях следующим образом. Атака:  $(0.053, 0.947, 0, 0)$ , расстановка:  $(0.005, 0.011, 0.912, 0, 0, 0.072)$ . Цена игры: 320.97.

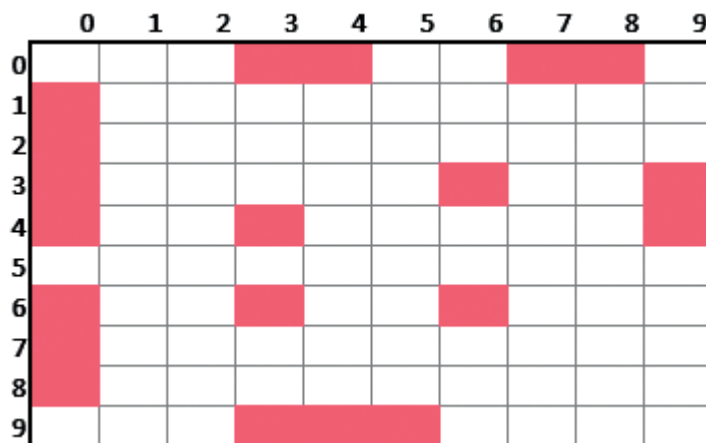


Рис. 2. Пример расстановки кораблей по краям поля размером  $10 \times 10$

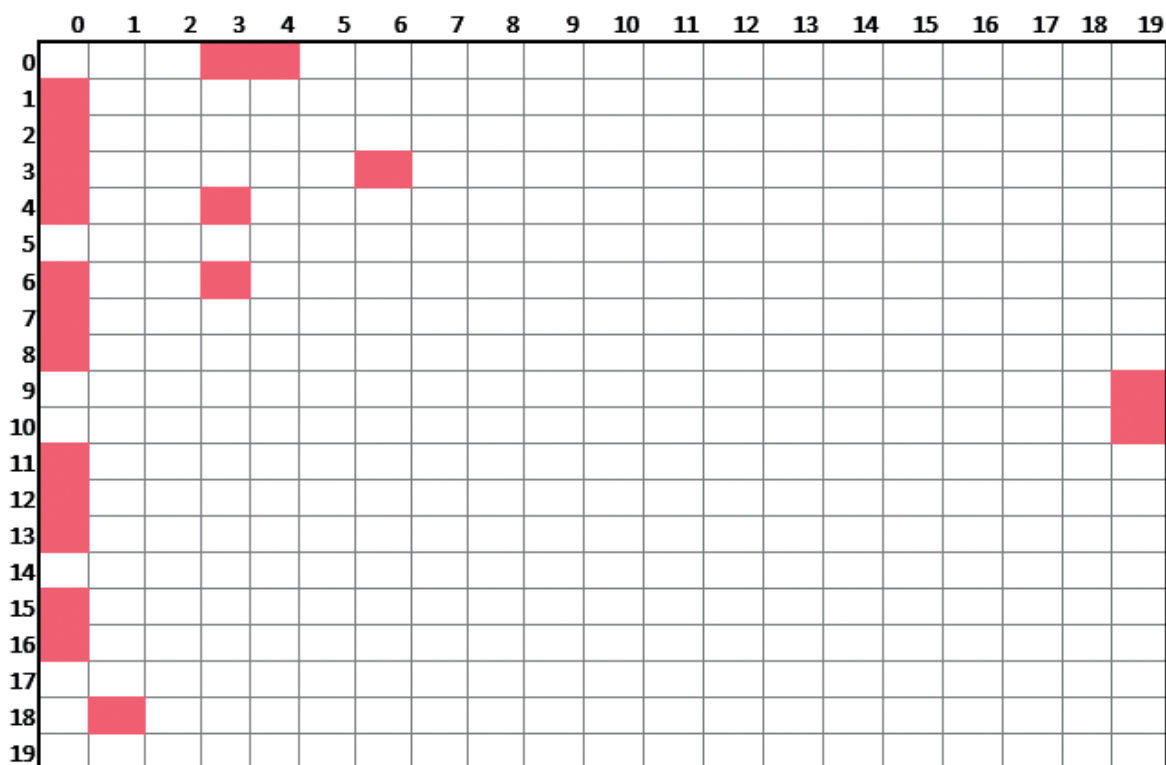


Рис. 3. Пример расстановки кораблей по краям поля размером  $20 \times 20$

## Выводы

*Результаты анализа модифицированного «Морского боя» таковы. Во всех случаях — как с эвакуацией, так и без нее, на полях любых размеров — применение артиллерии являлось опти-*

мальным для стрельбы. На рис. 1 представлен пример этой стратегии. Против нее оптимальным действием стороны защиты всегда был выбор расстановки кораблей по краям поля (см. рис. 2 и рис. 3).

Если же стратегию артиллерии исключить, то в число оптимальных стратегий атаки входили диагональный и случайный алгоритмы, линейный и квадратный никогда не стоит использовать.

Для стратегий расстановки без применения атакующей стороной артиллерии в число оптимальных расстановок входили все стратегии, кроме полностью случайного расположения.

Теперь *сравним с итогами стандартного «Морского боя»* из нашего предыдущего исследования [Дидыч, Малинецкий, 2015].

Алгоритмы, не входящие в число оптимальных, нельзя считать совершенно бесполезными. С точки зрения теории игр, если одна из сторон не действует разумно в соответствии со своей равновесной стратегией, противоположная сторона может извлечь из этого выгоду, также отклоняясь от своего оптимального решения и изменяя цену игры еще больше в свою пользу.

Такую ситуацию мы наблюдали ранее [Дидыч, Малинецкий, 2015], когда сторона защиты применяла расстановки с частотами  $(1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6)$ . В результате статистического анализа был получен результат, что при данной стратегии стороны защиты атакующий игрок должен использовать диагональный алгоритм (артиллерия не использовалась), чтобы извлечь для себя максимальную выгоду из игры (побеждать с минимальным количеством ходов). Это находится в согласии с платежной матрицей, представленной в таблице 1. Действительно, при равномерном использовании всех стратегий расстановки цена игры для диагонального алгоритма атаки равна 56.08 шагов, в то время как при использовании случайного алгоритма — 62.09 шагов. Линейная и квадратная атакующие стратегии имеют еще худшие результаты.

Итак, была предложена новая игра — модификация «Морского боя». Для этой игры с точки зрения теории игр найдены платежные матрицы, которые решены соответствующим аппаратом.

## Список литературы (References)

- Вильямс Дж. Д. Совершенный стратег, или Букварь по теории стратегических игр / Пер. с англ. — М.: Советское радио, 1960. — 270 с.  
*Williams J. D. The Compleat Strategyst: Being a Primer on the Theory of Games of Strategy.* — New York: Dover Publications, Inc., 1986. (Russ. ed.: *Williams J. D. Sovershenniy strateg, ili Bukavr po teorii strategicheskikh igr.* — Moskva: Sovetskoe radio, 1960. — 270 s.)
- Дидыч Я. О., Малинецкий Г. Г. Поиск оптимальных алгоритмов действий противников в игре «Морской бой» // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2015. — № 98. — 16 с.  
*Didych Ya. O., Malinetskii G. G. Poisk optimalnih algoritmov deistviy protivnikov v igre «Morskoy boy»* [The optimal attacking and defensive algorithms research in «Sea Battle» game] // Preprint IPM im. M. V. Keldysha. — 2015. — No. 98. — 16 s. (in Russian).
- Оуэн Г. Теория игр / Пер. с англ. — М.: ЛКИ, 2010. — 212 с.  
*Owen G. Game theory.* — Academic press, 1995. (Russ. ed.: *Owen G. Teoriya igr.* — Moskva: LKI, 2010. — 212 s.)
- Переслегин С. Б., Переслегина Е. Б. Тихоокеанская премьера. — М.: ООО «Издательство АСТ»; СПб.: Terra Fantastica, 2001. — 704 с.  
*Pereslegin S. B., Pereslegina E. B. Tihookeanskaya premiera* [Pacific ocean's premiere]. — Moskva: ООО «Izdatelstvo AST»; Sankt-Peterburg: Terra Fantastica, 2001. — 704 s. (in Russian).
- Шикин Е. В. От игр к играм. Математическое введение. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 114 с.  
*Shikin E. V. Ot igr k igram* [From games to games]. — Moskva: Editorial URSS, 2003. — 114 s. (in Russian).