

УДК: 331.5

## Математическое моделирование динамики численности возрастных групп занятых на примере южных регионов Дальнего Востока России

М. Ю. Хавинсон<sup>а</sup>, М. П. Кулаков<sup>б</sup>, Е. Я. Фрисман<sup>с</sup>

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,  
Россия, 679016, ЕАО, г. Биробиджан, ул. Шолом-Алейхема, д. 4

E-mail: <sup>а</sup> havinson@list.ru, <sup>б</sup> k\_matvey@mail.ru, <sup>с</sup> frisman@mail.ru

*Получено 15.09.2016, после доработки — 04.10.2016.*

*Принято к публикации 10.10.2016.*

Предлагается нелинейная математическая модель динамики численности занятого населения разных возрастных групп с учетом их взаимодействий, которые рассматриваются по аналогии с популяционными взаимодействиями (конкуренция, дискриминация, помощь, угнетение и т. п.). Под взаимодействиями понимаются такие обобщенные социально-экономические механизмы, которые вызывают взаимосвязанные изменения численности занятых различных возрастных групп. Рассматриваются три возрастные группы занятого населения: молодые специалисты (15–29 лет), с опытом работы (30–49 лет), работники предпенсионного и пенсионного возраста (50 и старше). На основе статистических данных выполнена оценка параметров предложенной модели для южных регионов Дальневосточного федерального округа (ДФО). Анализ модели и модельных сценариев позволяет заключить, что наблюдаемые колебания численности разновозрастных работников на фоне стабильной общей численности занятого населения могут быть следствием сложных взаимодействий этих групп между собой. Вычислительные эксперименты, проведенные при полученных значениях параметров, позволили рассчитать темпы снижения численности и старения занятого населения, а также определить характер взаимодействий между возрастными группами занятых, прямо не отраженный в статистических данных. Установлено, что в целом по ДФО занятые 50 лет и старше находятся с работающей молодежью до 29 лет в отношениях дискриминации, занятые до 29 лет и 30–49 лет — в отношениях партнерства. Наиболее развитые регионы (Приморский край и Хабаровский край) демонстрируют «равномерную» конкуренцию среди разных возрастных групп занятого населения. Для Приморского края удалось выявить эффект перемешивания сценариев динамики, что характерно для систем, находящихся в состоянии структурной перестройки. Этот эффект выражается в том, что при значительном уменьшении миграционного притока занятых 30–49 лет будут формироваться длинные циклы занятости. Кроме того, изменение миграции сопровождается сменой типа взаимодействия — с дискриминации старшего поколения средним на дискриминацию среднего возраста старшим. Для менее развитых регионов Дальнего Востока (Амурская, Магаданская и Еврейская автономная области) характерны более низкие значения миграционного сальдо почти всех возрастов, а также дискриминация со стороны занятой молодежи до 29 лет других возрастных групп и дискриминация занятыми 30–49 лет старшего поколения.

Ключевые слова: математическая модель, занятые, взаимодействия, возрастные группы, Дальний Восток

Публикация подготовлена в рамках поддержанного РГНФ научного проекта № 15-02-00259.

© 2016 Михаил Юрьевич Хавинсон, Матвей Павлович Кулаков, Ефим Яковлевич Фрисман

UDC: 331.5

## Mathematical modeling of the age groups of employed peoples by the example of the southern regions of the Russian Far East

M. Yu. Khavinson<sup>a</sup>, M. P. Kulakov<sup>b</sup>, E. Ya. Frisman<sup>c</sup>

Institute for complex analysis of regional problems FEB RAS,  
4 Sholom-Aleikhem St., Birobidzhan, 679016, Russia

E-mail: <sup>a</sup> havinson@list.ru, <sup>b</sup> k\_matvey@mail.ru, <sup>c</sup> frisman@mail.ru

*Received 15.09.2016, after completion — 04.10.2016.*

*Accepted for publication 10.10.2016.*

The article focuses on a nonlinear mathematical model that describes the interaction of the different age groups of the employed population. The interactions are treated by analogy with population relationship (competition, discrimination, assistance, oppression, etc). Under interaction of peoples we mean the generalized social and economic mechanisms that cause related changes in the number of employees of different age groups. Three age groups of the employed population are considered. It is young specialists (15–29 years), workers with experience (30–49 years), the employees of pre-retirement and retirement age (50 and older). The estimation of model's parameters for the southern regions of the Far Eastern Federal District (FEFD) is executed by statistical data. Analysis of model scenarios allows us to conclude the observed number fluctuations of the different ages employees on the background of a stable total employed population may be a consequence of complex interactions between these groups of peoples. Computational experiments with the obtained values of the parameters allowed us to calculate the rate of decline and the aging of the working population and to determine the nature of the interaction between the age groups of employees that are not directly as reflected in the statistics. It was found that in FEFD the employed of 50 years and older are discriminated against by the young workers under 29, employed up to 29 and 30–49 years are in a partnership. It is shown in most developed regions (Primorsky and Khabarovsk Krai) there is “uniform” competition among different age groups of the employed population. For Primorsky Krai we were able to identify the mixing effect dynamics. It is a typical situation for systems in a state of structural adjustment. This effect is reflected in the fact the long cycles of employed population form with a significant decrease in migration inflows of employees 30–49 years. Besides, the change of migration is accompanied by a change of interaction type — from employment discrimination by the oldest of middle generation to discrimination by the middle of older generation. In less developed regions (Amur, Magadan and Jewish Autonomous Regions) there are lower values of migration balance of almost all age groups and discrimination by young workers up 29 years of other age groups and employment discrimination 30–49 years of the older generation.

Keywords: mathematical model, employed population, interaction, age groups, Russian Far East

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 5, pp. 787–801 (Russian).

This work was supported by the Russian Humanitarian Scientific Foundation (project No. 15-02-00259).

## Введение

Нелинейные математические модели, построенные на основе взаимопроникновения идей синергетики и эконофизики, описывают широкий класс явлений и процессов, которые связаны с взаимодействием различных социально-экономических групп [Романовский, 2012; Андреев, Семёнов, 2013; Weidlich, 2000; Курилова и др., 2012]. Такие модели Д. С. Чернавский назвал моделями борьбы условных информаций [Чернавский, 2016]. В результате их анализа и развития удалось определить границы «порядок–хаос», критические значения параметров сосуществования и вырождения, возможности эволюционных скачков (бифуркации) взаимодействующих общественных и природных систем. В настоящее время, наряду с явными успехами при описании фундаментальных нелинейных эффектов, весьма редки исследования, в которых нелинейные модели применяются для анализа развития конкретных социально-экономических объектов, в особенности регионального уровня.

Для дальневосточных регионов России важной проблемой является дефицит трудовых ресурсов, ограничивающий социально-экономическое развитие [Мординова, Федорова, Николаева, 2013; Мищук, 2013; Мищук, 2015; Хавинсон, 2014; Шкуркин, 2008; Ермаков, Шкуркин, 2007]. При этом, как показано в [Хавинсон, Кулаков 2014], среди занятых могут возникать дискриминационные или иного рода взаимодействия, приводящие к флуктуациям численности занятых на среднесрочных временных интервалах. Весьма интересно, что такие явления часто возникают в биологических популяциях [Ризниченко, Рубин, 2004; Кулаков, Неверова, Фрисман, 2014] как следствие взаимодействий разных групп животных.

Ранее в [Хавинсон, Кулаков 2014] на примере Еврейской автономной области была предложена нелинейная математическая модель динамики численности разновозрастных занятых, учитывающая взаимодействия их между собой. В результате удалось обнаружить не описываемый официальной статистикой характер социального взаимодействия работников разных возрастных групп и оценить его влияние на общую динамику занятости. В продолжение этих исследований в настоящей работе развивается методология моделирования и применения моделей борьбы условных информаций к описанию развития региональных систем на примере регионов юга Дальневосточного федерального округа (ДФО).

## Математическая модель динамики численности занятых в разрезе возрастных групп

Анализ и прогноз динамики численности возрастной структуры занятого населения в регионах ДФО предлагается провести на основе математической модели следующего вида [Хавинсон, Кулаков 2014]:

$$\begin{cases} dx_1/dt = b_1 + (K_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3) x_1, \\ dx_2/dt = b_2 + (K_2 + \alpha_{21}x_1 + \alpha_{23}x_3) x_2, \\ dx_3/dt = b_3 + (K_3 + \alpha_{31}x_1 + \alpha_{32}x_2) x_3, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_i$  — численность занятых  $i$ -й когорты,  $t$  — переменная времени,  $b_i$  — коэффициенты миграционных потоков  $i$ -й когорты,  $K_i$  — коэффициенты перетока численности занятых и экономически неактивного населения  $i$ -й когорты, смертности и перехода в следующую возрастную  $i$ -ю когорту,  $\alpha_{ij}$  — коэффициенты влияния когорты  $i$  на когорту  $j$  ( $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$ ). Рассматриваются занятые 16–29 лет, 30–49 лет, 50 лет и старше. Обозначенные возрастные группы соответствуют трем категориям занятых: работникам с малым опытом работы (молодежь), работникам со значительным опытом работы (среднее поколение) и занятым предпенсионного и пенсионного возраста (старшее поколение).

Под взаимодействиями групп занятых будем понимать обобщенные социально-экономические механизмы экономики, способные вызвать в той или иной степени взаимосвязанные изменения численности занятых различных возрастных групп. Эти взаимодействия в рамках представляемой модели можно описать, используя опыт математической биологии [Ризниченко, Рубин, 2004]. В таблице 1 указан тип взаимодействия, который может наблюдаться между людьми.

Таблица 1. Классификация взаимодействий разновозрастных групп занятых\*

Тип взаимодействия на рынке труда	Влияние первой когорты на вторую	Влияние второй когорты на первую
отсутствие влияния	0 ( $\alpha_{ij} = 0$ )	0 ( $\alpha_{ji} = 0$ )
помощь	+ ( $\alpha_{ij} > 0$ )	0 ( $\alpha_{ji} = 0$ )
угнетение	- ( $\alpha_{ij} < 0$ )	0 ( $\alpha_{ji} = 0$ )
дискриминация	+ ( $\alpha_{ij} > 0$ )	- ( $\alpha_{ji} < 0$ )
конкуренция	- ( $\alpha_{ij} < 0$ )	- ( $\alpha_{ji} < 0$ )
партнерство	+ ( $\alpha_{ij} > 0$ )	+ ( $\alpha_{ji} > 0$ )

\* «+» — увеличение (уменьшение) численности занятых одной когорты вызывает увеличение (уменьшение) численности занятых другой; «0» — отсутствие влияния; «-» — увеличение (уменьшение) численности занятых одной когорты вызывает уменьшение (увеличение) численности занятых другой

В терминах модели коэффициенты  $\alpha_{ij} = 0$  и  $\alpha_{ji} = 0$  означают отсутствие влияния занятых одной когорты на занятых другой когорты, т.е. изменение численности одной группы не ведет к изменению численности другой, и наоборот. Следует отметить, что такого рода «нейтрализм» не исключает опосредованной связи между разновозрастными специалистами: члены когорт могут быть связаны рыночными отношениями через другую возрастную группу.

Значения  $\alpha_{ij} > 0$ ,  $\alpha_{ji} = 0$  соответствуют отношениям помощи, когда представители  $j$ -го поколения помогают трудоустроиться  $i$ -му (численность растет), но сами от этого не получают никакой выгоды — их численность не изменится под влиянием первой. Примером этого может служить ситуация, когда родители пенсионного возраста берут на себя решение бытовых вопросов учащейся молодежи, высвобождая тем самым время для оплачиваемого труда студентов.

Угнетение соответствует коэффициентам  $\alpha_{ij} < 0$  и  $\alpha_{ji} = 0$ , когда численность  $i$ -го возраста снижается из-за деятельности  $j$ -й когорты, не испытывающей подобного влияния со стороны угнетаемой группы. Подобная ситуация может сложиться, например, при взаимодействии среднего (угнетающего) и старшего (угнетаемого) поколений: пенсионеры, желающие работать, могут вытесняться с рынка труда более молодым поколением.

Значения коэффициентов  $\alpha_{ij} > 0$ ,  $\alpha_{ji} < 0$  указывают на дискриминацию  $i$ -й и  $j$ -й возрастных групп на рынке труда. В этом случае увеличение численности занятых  $i$ -го возраста обуславливает уменьшение объема работающих  $j$ -й когорты, но увеличение численности  $j$ -й когорты приводит к росту  $i$ -й группы. Угнетение возрастных групп в экономической среде является аспектом социального явления — эйджизма, т.е. дискриминации человека на основании его возраста. Джэйнизм (дискриминация молодым поколением старшего) может наблюдаться в экономике с бурным развитием принципиально новых технологий, требующих быстрого обучения. Обратная ситуация, вероятно, довольно редка на рынке труда и может проявиться в отдельных случаях как результат резких перемен в социуме и отдаления молодежи от традиционных общественных ценностей.

Коэффициенты  $\alpha_{ij} < 0$ ,  $\alpha_{ji} < 0$  означают конкуренцию или соперничество разновозрастных специалистов на рынке труда, которое выражается в том, что увеличение численности  $i$ -й

когорты ведет к уменьшению численности  $j$ -й, и наоборот. Соперничество, вероятно, естественная ситуация для рыночной экономики и, по сути, является следствием равноправия возрастных групп, однако в своей крайней степени оно может перейти в угнетение.

Партнерство, соответствующее коэффициентам  $\alpha_{ij} > 0$ ,  $\alpha_{ji} > 0$ , может возникать в «симбиотических» отношениях занятых, например типа «мастер–ученик». В этом случае увеличение (уменьшение)  $i$ -й когорты работающих приводит к увеличению (уменьшению) объема  $j$ -й группы.

Анализ взаимодействий занятых проводился на основе значений параметров модели, оцененных по соответствующим статистическим данным Федеральной службы государственной статистики [Регионы России, 2016]. Оценка коэффициентов модели производилась в среде MathCad модифицированным взвешенным методом наименьших квадратов и метода Левенберга–Марквардта. Этот метод заключается в поиске соответствующих весов, стоящих перед суммами квадратов отклонений фактических численностей от соответствующих координат точек интегральных кривых системы (1), вариации начальных условий и минимизации функционала невязки, т. е. решения оптимизационной задачи вида

$$J(u) = \mu_1 \sum_{j=1}^N (x_1^*(t_j) - x_1(t_j, u))^2 + \mu_2 \sum_{j=1}^N (x_2^*(t_j) - x_2(t_j, u))^2 + \mu_3 \sum_{j=1}^N (x_3^*(t_j) - x_3(t_j, u))^2 \rightarrow \min_{u \in D}, \quad (2)$$

где  $u = (b_1, b_2, b_3, K_1, K_2, K_3, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{21}, \alpha_{23}, \alpha_{31}, \alpha_{32})^T$  — вектор искоемых коэффициентов системы (1),  $x_1(t_j, u)$ ,  $x_2(t_j, u)$  и  $x_3(t_j, u)$  — решение системы (1) в  $t_j$  момент времени, полученное методом Адамса–Башфорта,  $x_1^*(t_j)$ ,  $x_2^*(t_j)$  и  $x_3^*(t_j)$  — фактические численности занятых 16–29 лет, 30–49 лет, 50 лет и старше. Весовые коэффициенты  $\mu_i > 0$  ( $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1$ ) выражают относительную значимость частных критериев оптимизационной задачи (2). Кроме этого, при выборе наилучшей аппроксимации учитывалось качество приближения к суммарному показателю — общей численности занятого населения в регионе.

## Модельный анализ численности занятых в регионах юга Дальнего Востока

На основе статистических данных о численности занятых каждой возрастной группы регионов юга Дальнего Востока [Регионы России, 2016] и на основе описанной выше методики была выполнена оценка параметров модели (1). Рассматривался ДФО в целом, а также две группы регионов: регионы–полюсы роста — это Приморский край и Хабаровский край, группа менее развитых регионов — это Амурская область, Еврейская автономная область и Магаданская область. Последняя примечательна тем, что в ней среди регионов ДФО отмечается наибольшая доля занятых 50 лет и старше (в 2014 г. в целом по ДФО — 26.6 %, в Магаданской области — 31.7 %). Каждой из полученных оценок соответствует определенный тип динамики: устойчивый фокус — затухающие колебания численности, асимптотически приближающиеся к стационарному значению, либо предельный цикл — устойчивые незатухающие колебания.

Регионы ДФО, на наш взгляд, являются хорошими объектами для верификации и апробирования моделей общественных взаимодействий населения. Разреженное социально-экономическое и демографическое пространство Дальнего Востока сформировало разнообразные формы трудовой и неформальной самоорганизации населения [Сидоркина, 2014], в которых одну из ключевых ролей играет распространение информации непосредственно от человека к человеку. При этом на юге Дальнего Востока соседствуют регионы–полюсы роста (Приморский край и Хабаровский край) и менее развитые регионы (Амурская и Еврейская автономные области) [Лапаев, 2014]. Межрегиональные сравнения являются, на наш взгляд, полезными не только с точки зрения верификации модели на разных территориальных объектах, но и в

содержательном плане, поскольку позволяют сопоставить модельные эффекты и их отражение в реальных социально-экономических системах. При модельном анализе наибольший интерес представляет, во-первых, интерпретация коэффициентов взаимодействия модели (1), поскольку они характеризуют информационные взаимодействия, прямо не отраженные в статистических данных; во-вторых, анализ динамики численности занятых в плане изменения возрастной структуры и появления циклических колебаний; в-третьих, исследование устойчивости динамики относительно изменения параметров. Описать детально каждый аспект исследования модели в рамках одной статьи не представляется возможным, поэтому далее будут рассмотрены лишь ключевые моменты, позволяющие понять суть модельного подхода и содержательной части интерпретации результатов моделирования.

В целом для ДФО в среднесрочной перспективе (5–7 лет) характерно снижение численности занятых до уровня 2002–2003 гг. и изменение их возрастной структуры. При этом если к 2020 г. число работников ДФО сократится всего лишь на 1.6 %, то для занятой молодежи младше 29 лет и среднего поколения 30–49 лет это сокращение составит уже 11.5 % и 6.7 % соответственно, за счет увеличения численности старшего поколения занятых на 16.8 %. Изменение возрастной структуры происходит как из-за демографических факторов (скорость миграционного пополнения  $b_3$  численности занятых 50 лет и старше в 7.1 раз больше соответствующего показателя для занятых до 29 лет ( $b_1 = 0.8138$ ), в когорте работников 30–49 лет почти нет миграционного прироста —  $b_2 = 0.00002$ ), так и из-за взаимодействий занятых (приложение 1).

Анализ коэффициентов взаимодействия  $\alpha_{13} = -0.0164$ ,  $\alpha_{31} = 0.0337$  (приложение 1) позволяет заключить, что в целом по ДФО занятые 50 лет и старше находятся с работающей молодежью до 29 лет в отношениях дискриминации. Вероятно, из равновозможных вариантов при трудоустройстве потенциального молодого работника и работника предпенсионного и пенсионного возраста работодатель отдаст предпочтение второму. При этом, если подобная ситуация возникнет между экономически активными 30–49 лет и 50 лет и старше, в более выгодном положении окажутся первые, на что указывают коэффициенты  $\alpha_{23} = 0.056$ ,  $\alpha_{32} = -0.1166$ . Занятые до 29 лет и 30–49 лет в целом находятся в отношениях, близких к партнерству ( $\alpha_{12} = 0.00004$ ,  $\alpha_{21} = 0.0147$ ). Вероятно, если работодатель нацелен на омоложение кадрового состава, он заинтересован трудоустроить как работников со стажем («мастеров»), так и молодежь («учеников»).

Таким образом, можно заключить, что в ДФО происходит старение занятого населения, связанное не только с демографическими тенденциями, но и с недостаточной поддержкой работающей молодежи до 29 лет и «вымыванием» молодых кадров. Модельные расчеты показывают снижение численности занятых в ДФО в течение последующих десяти лет, вклад в которое вносят трудящиеся допенсионного возраста (рис. 1). Более долгосрочные оценки динамики численности работников в ДФО не являются корректными с точки зрения моделирования и приведены для демонстрации динамического режима модели, описывающего соответствующие временные ряды.

Приморский край и Хабаровский край наиболее развиты и являются первыми регионами Дальнего Востока по численности населения. Суммарная численность населения этих регионов в 2014 г. — 1.933 млн чел. и 1.338 млн чел. соответственно — составляла 52.7 % от численности населения Дальнего Востока (6.211 млн чел.). Почти такую же долю, 52 % в численности занятых ДФО (3.268 млн чел.) в 2014 г. составляет численность занятых в Приморском крае и Хабаровском крае — 0.974 млн чел. и 0.724 млн чел. соответственно.

Для описания численности занятых Приморского края получены два равнозначных набора оценок параметров. Первый — это затухающие колебания, или устойчивый фокус; второй — периодические колебания, или предельный цикл, который формируется вокруг одного из состояний равновесия системы. Интересно, что по значениям параметров сценарии отличаются незначительно, однако описывают принципиально разный характер динамики, тогда можно понять причину возникновения таких колебаний.

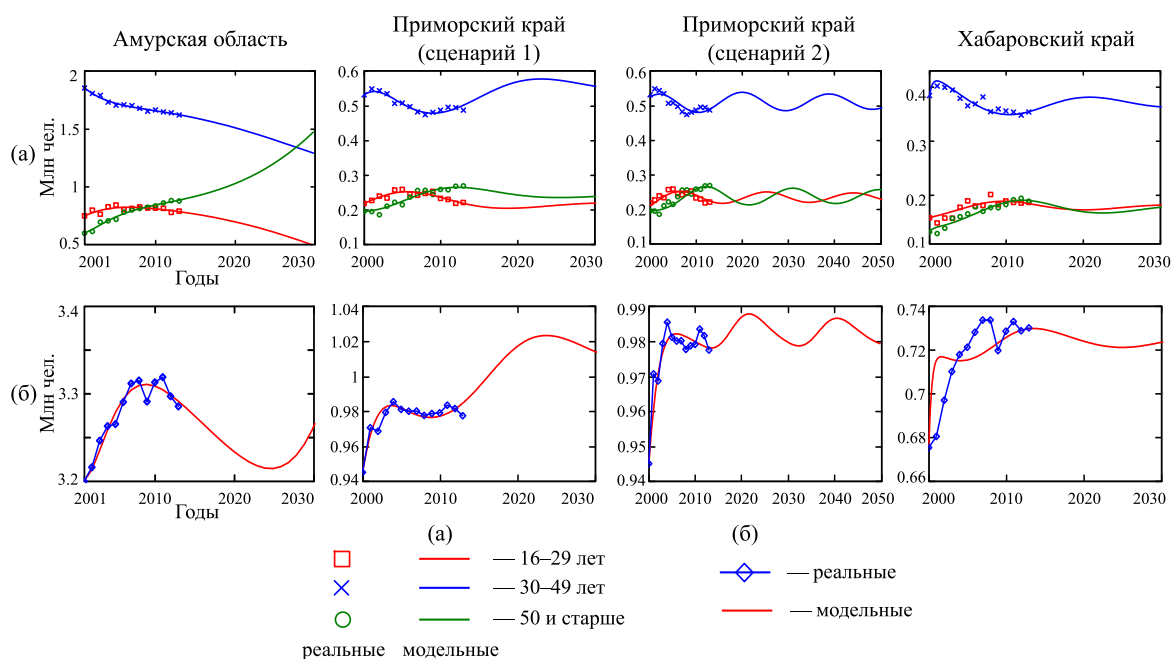


Рис. 1. (а) Реальная и модельная динамика численности групп разновозрастных специалистов в Приморском крае и Хабаровском крае, а также в целом по федеральному округу (на первом рисунке); (б) динамика общей численности занятого населения и суммы всех переменных системы (1)

Во-первых, их может вызвать сильное уменьшение положительного миграционного сальдо занятых 30–49 лет ( $b_2 = 1.8677$  для первого и  $b_2 = 0.0018$  для второго сценария). Во-вторых, переход между сценариями может сопровождаться сменой направления взаимодействия, с дискриминации старшего поколения средним ( $\alpha_{23} = -0.0442$ ,  $\alpha_{32} = -0.0118$ ), на дискриминацию среднего поколения старшим ( $\alpha_{23} = 0.0118$ ,  $\alpha_{32} = -0.0987$ ). Но, учитывая, что этот переход сопровождается значительным снижением уже отмеченного миграционного сальдо, это выглядит вполне логично.

Для Приморского края удалось выявить интересный эффект — «перемешивание» сценариев динамики, что характерно для систем, находящихся в окрестности точки бифуркации (критических значений параметров системы, незначительное изменение которых приведет к смене режима динамики). Иными словами, численность занятых края будет переключаться с одного динамического режима на другой в зависимости от изменения параметров. Ключевым отличием сценариев является интенсивность миграционного притока занятых 30–49 лет: при его уменьшении будут наблюдаться структурные изменения, приводящие к длинным циклам занятости.

Согласно результатам моделирования для Хабаровского и Приморского краев к 2020 г. будет наблюдаться относительно небольшой подъем численности занятых. Согласно значениям параметра  $b_2$  для этих регионов, в отличие от тенденций в целом по ДФО, характерны большие миграционные пополнения численности занятых 30–49 лет. Для ДФО  $b_2 = 0.00002$ ; для Приморского края  $b_2 = 1.8677$  (сценарий 1),  $b_2 = 0.0018$  (сценарий 2); для Хабаровского края  $b_2 = 9.7877$ ; эти значения, вероятно, указывают на большую привлекательность этих регионов для среднего поколения. Взаимодействия работников регионов до 29 лет совпадает с ситуацией по Дальнему Востоку в целом, отличие есть лишь в Хабаровском крае. В нем взаимодействия занятой молодежи и старшего поколения носят характер конкуренции, в которой в более выигрышном положении оказывается вторая группа, на что указывают коэффициенты  $\alpha_{13} = -0.1454 < \alpha_{31} = -0.0097$ . В отличие от параметров для ДФО трудящиеся 30–49 лет Приморского края и Хабаровского края находятся в отношении конкуренции с представителями других соответствующих

возрастных групп (при этом в сценарии 2 для Приморского края характерна дискриминация занятых 50 лет и старше занятыми 30–49 лет:  $\alpha_{23} = 0.0224$ ,  $\alpha_{32} = -0.0987$ ). Важно отметить, что такая конкуренция, по всей видимости, плодотворно сказывается на устойчивости численности занятых: нет «давления» на молодежь средним поколением, а скорее молодежь угнетает его (для Приморского края  $\alpha_{12} = 0.00004 \approx 0 > \alpha_{21} = -0.1785$  (сценарий 1),  $\alpha_{12} = -0.00002 \approx 0 > \alpha_{21} = -0.0950$  (сценарий 2); для Хабаровского края  $\alpha_{12} = 0.00005 \approx 0 > \alpha_{21} = -1.3319$ ). Исходя из модельных оценок, можно полагать, что конкурентная среда среди занятого населения Приморского края и Хабаровского края более благоприятная, чем в целом в ДФО.

Рассмотрим результаты моделирования менее развитых регионов ДФО: Амурской, Еврейской автономной и Магаданской области. В 2014 г. численность населения Амурской области составила 13 % от численности населения ДФО, суммарная численность населения Еврейской автономной и Магаданской областей — 5.1 %. Такие же пропорции сохраняются и для численности занятых: численность занятых Амурской области составляет 13 % от общего числа занятых ДФО, занятые Еврейской автономной и Магаданской областей — 5 %.

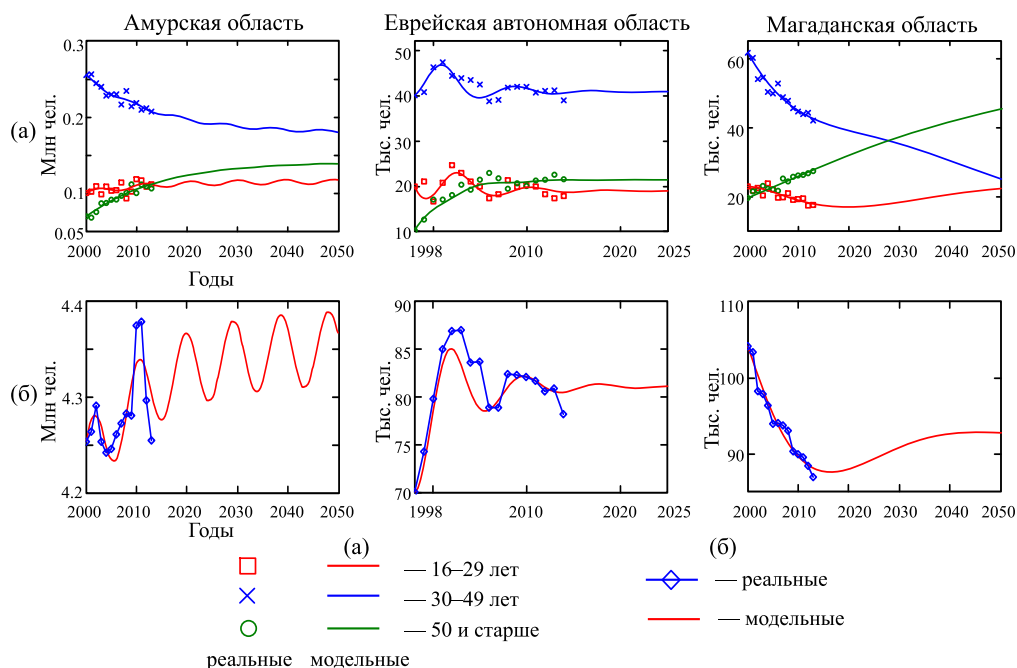


Рис. 2. (а) Реальная и модельная динамика численности групп разновозрастных специалистов в Амурской, Еврейской автономной и Магаданской областях, (б) динамика общей численности занятого населения и суммы всех переменных системы (1)

Для рассматриваемых областей характерно более низкое миграционное сальдо занятой молодежи и старшего поколения и большее — для среднего поколения. Кроме того, отмечается некоторый отток работающей молодежи в Амурской области ( $b_1 = -0.6238$ ). В отличие от общих тенденций ДФО и более развитых регионов в областях наблюдается отток занятых 16–29 лет в категорию экономически неактивного населения ( $K_1 < 0$ ). При этом, в отличие от ДФО, выявлен постоянный приток в группу занятых 30–49 лет ( $K_2 > 0$ ), что, скорее всего, связано с исчерпанием трудовых ресурсов вследствие постоянного снижения численности населения. Следует отметить, что общей тенденцией для всех исследуемых регионов ДФО является положительный миграционный прирост занятых 50 лет и старше ( $b_3 > 0$ ).

Интересным результатом оказалось полное соответствие наборов коэффициентов социальных взаимодействий  $\alpha_{ij}$  у Амурской и Магаданской областей. Для этих регионов характерна



дискриминация занятой молодежью до 29 лет других возрастных групп, на что указывают противоположные знаки коэффициентов:  $\alpha_{12} > 0$ ,  $\alpha_{13} > 0$  и  $\alpha_{21} < 0$ ,  $\alpha_{31} < 0$  (см. таблицу 1), а также дискриминация средним поколением старшего, на которую указывают знаки коэффициентов:  $\alpha_{23} > 0$  и  $\alpha_{32} < 0$ . Вероятно, это служит индикатором высокой ценности молодых кадров на фоне общего старения населения.

В этой связи интересно, что в самом маленьком регионе юга ДФО — Еврейской автономной области — более чем в других регионах работающая молодежь до 29 лет, дискриминируя среднюю возрастную группу занятых, занимает ее рабочие места ( $\alpha_{12} = 4.2270$ ,  $\alpha_{21} = -2.1334$  и  $|\alpha_{12}| > |\alpha_{21}|$  в отличие от других регионов). Это может указывать на желание работодателя получить более дешевую рабочую силу (молодежь). Вместе с тем для автономии отмечена довольно уникальная ситуация: занятые до 29 и 50 лет и старше находятся в партнерских отношениях, о чем сигнализируют коэффициенты  $\alpha_{13} = 1.7591$ ,  $\alpha_{31} = 0.6541$ . Такая ситуация может быть обусловлена желанием работодателя сэкономить на заработной плате, трудоустроив, условно говоря, студентов и пенсионеров в связке «ученик–мастер».

Таким образом, в регионах с относительно высоким уровнем социально-экономического развития наблюдается «равномерная» конкуренция среди разных возрастных групп занятого населения. В менее развитых регионах возникают дискриминационные взаимодействия между разновозрастными работниками.

Следующий этап исследования заключался в определении того, насколько близка динамика численности занятых к бифуркационным границам системы (1). Для этого исследовалось ее параметрическое пространство и строились бифуркационные диаграммы, которые будем называть паутиными. На рис. 3–4 изображены такие паутинные бифуркационные диаграммы, позволяющие в целом представить, насколько устойчивы коэффициенты модели к линейным изменениям.

Для построения этих диаграмм варьировались значения параметров системы (1) в окрестности точечных оценок параметров, вычислялась стационарная численность и определялся тип ее устойчивости. Дополнительно накладывались ограничения неотрицательности численностей. Кроме того, отслеживались возникающие при такой вариации бифуркации, типа Андронова–Хопфа (рождение предельного цикла) и появления гомоклинических орбит. Для упрощения восприятия результат представляется в виде множества одномерных срезов параметрического пространства, проходящих через точечную оценку. В результате лучи, исходящие из центра этих диаграмм (рис. 3, 4), соответствуют множеству значений коэффициентов модели. Центральной частью этих лучей являются отрезки с границами  $[-1; 1]$ . Черные метки на них указывают на точную границу области устойчивости при вариации всего лишь одного параметра, незакрашенные метки означают  $+\infty$  или  $-\infty$ . Таким образом, каждая пара таких меток задает интервал изменений параметра, на которых наблюдается устойчивый режим динамики. Естественно, что этот интервал содержит точечную оценку параметров модели, обозначенную крестиком. Границы устойчивости, соединенные отрезками, и образуют деформированное кольцо. Форма этого кольца является «образом» устойчивости полученных оценок коэффициентов модели. Серые области кольца соответствуют областям существования периодических режимов динамики, соответствующих устойчивым предельным циклам.

Из рис. 3 видно, что оценки модели для ДФО расположены в достаточно широком кольце с относительно большими интервалами устойчивости параметров. Наиболее узкие области устойчивости на осях паутинной диаграммы наблюдаются для параметров  $b_2$ ,  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{31}$ ; за пределами этих областей наблюдается потеря устойчивости состояния равновесия. Следует отметить, что в первую очередь область устойчивости указывает на границы применимости модели и определенный тип динамического поведения, который в целом согласуется с имеющимися демографическими тенденциями. Выход же из этой области не всегда сигнализирует о негативных тенденциях в регионе (типа быстрого падения численности или неограниченных модельных

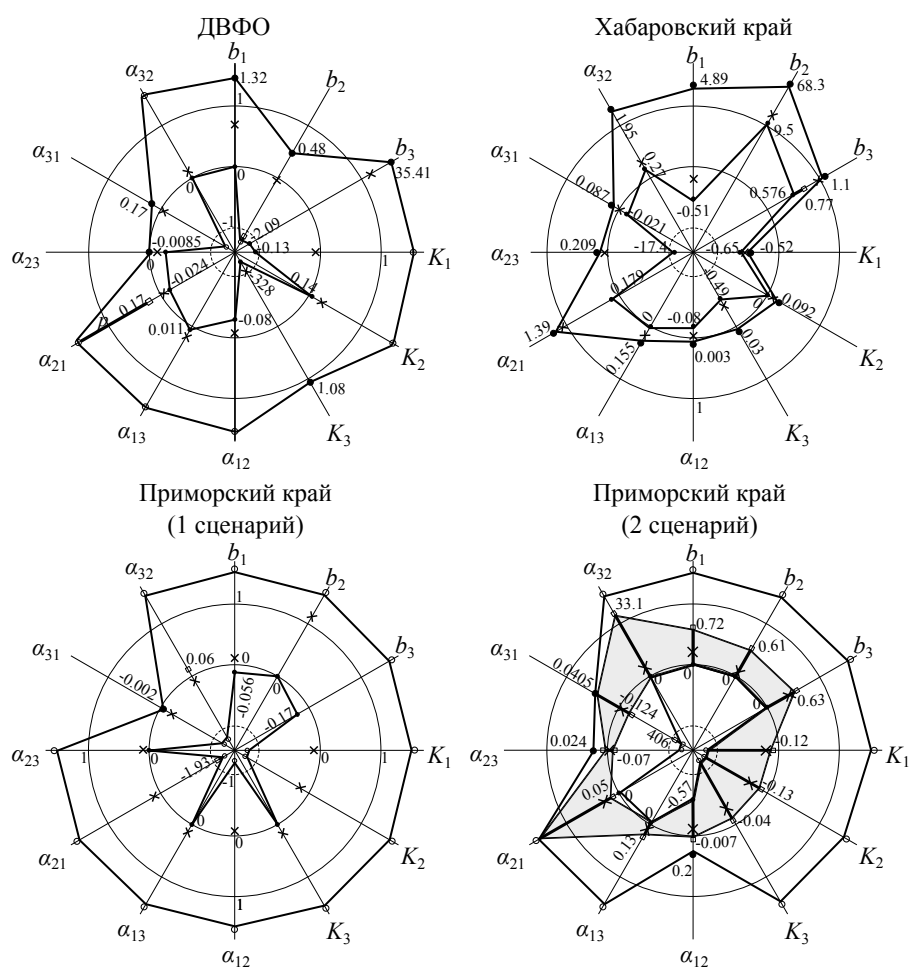


Рис. 3. Паутинные бифуркационные диаграммы, показывающие границы устойчивости по каждому параметру системы (1) в окрестности точечных оценок параметров (отмеченных крестиком) для ДФО, Хабаровского края и Приморского края; серая область в сценарии 2 для Приморского края соответствует диапазону параметров, при которых существует устойчивый предельный цикл

траекторий), а всего лишь указывает на возможность структурных изменений и кардинальных перемен в структуре занятых, динамика которых уже не может быть описана предлагаемой моделью. Такие изменения могут быть следствием, например, мероприятий, планируемых в рамках стратегии развития Дальнего Востока.

Согласно результатам моделирования в целом по ДФО выход из состояния равновесия системы занятости может произойти при усилении дискриминации занятых среднего поколения занятыми предпенсионного и пенсионного возраста и при вытеснении последних молодежью до 29 лет. Первое может быть связано со старением населения Дальнего Востока и стремлением сохранить специалистов высокой квалификации с большим стажем работы, второе — с замещением более молодой рабочей силой. Третьей возможностью развития рынка труда в ДФО является миграционный приток занятых среднего возраста. Также при изменении параметра  $\alpha_{21}$  (взаимодействие занятых 30–49 лет с занятыми до 29 лет) появляется периодическая колебательная динамика численности занятых. Содержательно точки бифуркации связаны в данном случае с тем, что в социально-экономической системе Дальнего Востока нет адаптивных, эволюционных механизмов мягкого перехода в другое состояние равновесия при усилении дискриминации занятых обозначенных возрастных групп и миграционного притока работников 30–49 лет. Изменение этих параметров будет сопровождаться перестройкой всей системы.

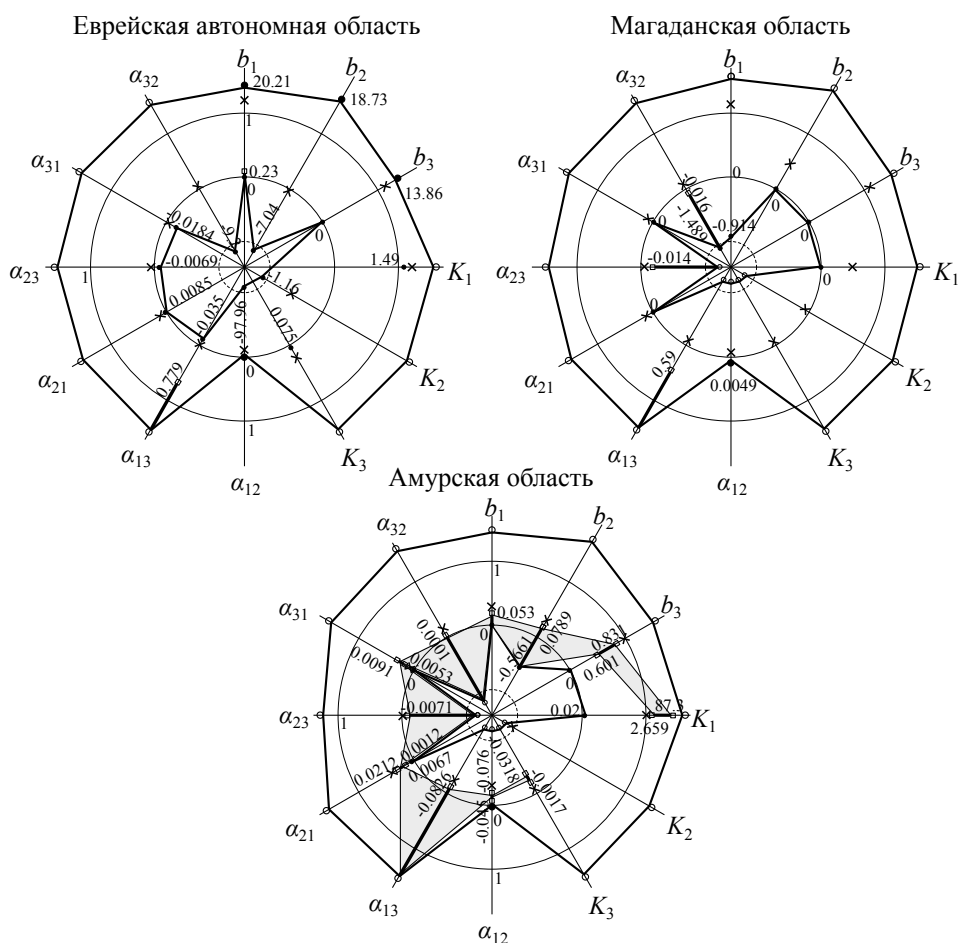


Рис. 4. Паутинные бифуркационные диаграммы модели для Еврейской автономной, Магаданской и Амурской областей (описание см. в подписи к рис. 3)

Интересно, что наиболее деформированное кольцо с множеством узких областей отмечается на паутинной диаграмме одного из самых развитых регионов Дальнего Востока — Хабаровского края. Возможности его развития связаны с переходом населения из категории экономически неактивного в занятые ( $K_1, K_2, K_3$ ) и взаимодействиями занятыми (преимущественно молодежи до 29 лет). В Приморском крае, как было отмечено выше, наблюдается перемешивание двух сценариев, и в целом наиболее узкие области изменения параметров располагаются на осях коэффициентов  $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{31}$ . Для Хабаровского края и Приморского края интересно то, что не конкуренция, а именно дискриминационные взаимодействия разновозрастных занятых лежат вне области устойчивости социально-экономических систем регионов. В паутинной диаграмме для Приморского края можно увидеть и область периодических решений модели по всем параметрам, что также указывает на возможности удаления системы от состояния равновесия и потенциального ее развития.

Не менее интересными оказались результаты моделирования для слабо развитых регионов ДФО: Еврейской автономной, Амурской и Магаданской областей (рис. 4). Для всех этих регионов характерна относительно узкая область устойчивости только для одного параметра  $\alpha_{12}$  и узкая область периодических решения для  $\alpha_{13}$ . Этот результат указывает на то, что усиление дискриминации трудящейся молодежью до 29 лет занятых 30–49 лет приведет к потере устойчивости социально-экономических систем. Следует отметить, что у высокоразвитых регионов больше шансов быстрого перехода на новый уровень развития благодаря относительно

высокому кадровому, финансовому, ресурсному и общему экономическому потенциалу. Если для развитого региона отдаление от состояния равновесия может быть стимулом к плодотворным изменениям, то для депрессивных и отсталых регионов это может привести к ухудшению социально-экономической ситуации. Ввиду этого всесторонняя поддержка занятой молодежи до 29 лет в ущерб другим возрастным группам занятых, возможно, неблагоприятно скажется на общем развитии этих регионов.

При этом для Амурской области на паутиной диаграмме отмечено появление периодических решений. В данном случае (как и в вышеописанных) модель не дает ответа, является ли удаление от состояния равновесия новой веткой в развитии региона либо подрывает его устойчивое существование. Учитывая, что в Амурской области активно развивается сельское хозяйство, можно полагать, что изменения параметров системы, вызывающие периодические колебания, приведут к новым возможностям роста экономики области.

Таким образом, построение паутиных бифуркационных диаграмм дало общую картину устойчивости и потенциала развития рассматриваемых дальневосточных территорий. Следует отметить, что предлагаемый модельный подход не дает ответа на вопрос, являются ли изменения взаимодействия занятых и миграции причиной или следствием кардинальных социально-экономических перемен. Скорее всего, для высокоразвитых регионов это индикатор эволюции, а для слаборазвитых может быть причиной социальной напряженности и связанных с этим негативных последствий. Также вполне ясно, что социально-экономические системы достаточно сложны и многомерны, сведение оценки их развития даже к нескольким индикаторам и параметрам не описывает всю сложность эволюции региональной экономики. Даже в рамках обобщенной модели мы можем рассматривать лишь срезы многомерного параметрического пространства. Тем не менее, несмотря на трудности как моделирования (в смысле адекватного отражения реальности в модели), так и исследования модели (в смысле изучения режимов динамики в многомерном параметрическом и фазовом пространстве), мы считаем весьма полезным искать новые подходы в методологии исследования сложных общественных систем. Кроме того, даже одномерные срезы являются проекцией многомерной ситуации и могут быть использованы для ее анализа и прогноза.

## Заключение

Приведенная модель является аналитическим инструментом, позволяющим оценить социально-экономический облик экономики региона через призму социальных взаимодействий разновозрастных занятых. Интерпретация результатов моделирования в комплексе с экспертным анализом может увеличить шансы на принятие конструктивных решений, связанных с экономической активностью населения в регионе.

Следует отметить, что концепция приведенной модели, основанная на экономическом идеологии передачи информации Д. С. Чернавского [Чернавский, 2016], подразумевает наличие явно выраженных сетевых взаимодействий населения. Учитывая возрастающую роль социальных сетей (и реальных, и виртуальных), можно утверждать, что объективные социально-экономические факторы, например высокий уровень жизни, экономическая стабильность, будут создавать информационную волну в социальных сетях и влиять на миграционную активность и уровень занятости. Кроме того, важным аспектом является социальная самоорганизация населения, позволяющая эволюционно переводить социально-экономическую систему региона в устойчивое состояние. Описание механизмов и прогнозирование такой самоорганизации — отдельная научная задача, для которой модели, основанные на учете прошлых тенденций, оказываются некорректными. Вероятно, для описания переходных процессов можно использовать физические модели самоорганизованной критичности [Сорнетте, 2003] и анализ социальных перемен, основанный на регулярированных социологических опросах и интервью.

На наш взгляд, одним из важнейших результатов проведенного модельного анализа является подтверждение высокой роли самоорганизации населения на Дальнем Востоке. Можно полагать, что новый этап в социально-экономическом развитии не только Дальнего Востока, но и России в целом должен быть связан с глубокой проработкой социогуманитарных технологий, что С. П. Курдюмов называл высокими гуманитарными технологиями, технологиями сборки и разрушения социальных субъектов [Ахромеева и др., 2013]. Такие технологии должны определить новые формы и механизмы самоорганизации населения, реализовать человеческий потенциал нашей страны, от которого зависит не только активная гражданская позиция населения, но и экономический рост, национальная безопасность, вклад в устойчивое существование многополярного мира и осмысленный ответ России новым вызовам времени.

Приложение 1. Значения параметров и качество аппроксимации модели (1)

ДФО	Приморский край (сценарий 1)	Приморский край (сценарий 2)	Хабаровский край	Амурская область	Еврейская автономная область	Магаданская область	
Значения параметров системы (1)							
$b_1$	0.8138	0.1761	0.2051	-0.4932	-0.6238	0.0655	0.0140
$K_1$	0.0291	0.1623	0.1549	0.5313	-1.8907	-2.4462	-0.4510
$\alpha_{12}$	0.00004	0.00004	-0.00002	0.00005	0.0613	4.2270	0.4277
$\alpha_{13}$	-0.0164	-0.1006	-0.1025	-0.1454	0.0596	1.7591	0.6329
$b_2$	0.00002	1.8677	0.0018	9.7877	0.0823	0.00002	0.0046
$K_2$	-0.1723	0.1546	0.1698	-0.0075	0.2679	0.5121	0.0341
$\alpha_{21}$	0.0147	-0.1785	-0.0950	-1.3319	-0.0347	-2.1334	-0.3854
$\alpha_{23}$	0.0056	-0.0442	0.0224	-0.1480	0.0089	-0.5081	0.0309
$b_3$	5.7617	0.0412	0.5073	1.0490	1.1149	0.0639	0.0116
$K_3$	0.9909	-0.3462	0.1314	0.4473	0.0003	-0.1997	0.0003
$\alpha_{31}$	0.0337	0.1220	0.0702	-0.0097	-0.0016	0.6541	-0.0561
$\alpha_{32}$	-0.1166	0.0118	-0.0987	-0.2780	-0.0030	-0.5469	-0.0230
Стационарная численность (в тыс. чел.)							
$\bar{x}_1$	210.725	216.182	-	179.052	110.548	18.919	32.162
$\bar{x}_2$	1106.677	552.046	-	368.953	170.869	40.786	6.411
$\bar{x}_3$	2528.370	242.481	-	176.051	140.117	21.371	60.054
Средняя ошибка аппроксимации, %							
$A_{cp1}$	1.6	1.9	1.9	3.3	4.2	5.1	3.9
$A_{cp2}$	0.4	1.1	1.4	1.5	1.6	2.6	2.1
$A_{cp3}$	1.2	2.7	3.1	3.1	3.2	4.4	2.9
Коэффициент детерминации							
$r_1^2$	0.6094	0.7956	0.7956	0.7926	0.3122	0.5410	0.7373
$r_2^2$	0.9799	0.9149	0.8811	0.8653	0.9037	0.6248	0.9153
$r_3^2$	0.9833	0.9254	0.9106	0.9088	0.9222	0.9113	0.8862
Тип динамики							
Устойчивый фокус	Устойчивый фокус	Предельный цикл	Устойчивый фокус	Предельный цикл	Устойчивый фокус	Устойчивый фокус	Устойчивый фокус

## Список литературы (References)

- Андреев В. В., Семёнов М. И.* Математическое моделирование динамики социально-экономической системы России: определение наилучшего пути развития // *Нелинейный мир*. — 2013. — Т. 11, № 1. — С. 58–72.  
*Andreev V. V., Semenov M. I.* Matematicheskoye modelirovaniye dinamiki sotsialno-ekonomicheskoy sistemy Rossii: opredeleniye nailuchshego puti razvitiya [Mathematical modeling of the socio-economic system dynamics of Russia: the definition of the best way of development] // *Nelineyniy mir (Nonlinear World)*. — 2013. — Vol. 11, No. 1. — P. 58–72 (in Russian).
- Ахромеева Т. С., Малинецкий Г. Г., Митин Н. А., Торопыгина С. А.* Синергетика и сетевая реальность // *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*. — 2013. — № 34.  
 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-34>.  
*Akhromeyeva T. S., Malinetskii G. G., Mitin N. A., Toropygina S. A.* Sinergetika i setevaya realnost [Synergetics and network reality] // *Keldysh Institute PREPRINTS*. — 2013. — No. 34.  
 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-34> (in Russian).
- Ермаков С. В., Шкуркин А. М.* Миграционный трудовой потенциал региона в системе структурных диспропорций рынка труда // *Власть и управление на Востоке России*. — 2007. — № 1. — С. 53–60.  
*Ermafov S. V., Shkurkin A. M.* Migracionnyy trudovoy potencial v sisteme strukturnuh dispozicuy runka tryda [Migration of labor potential of the region in the system of structural labor market imbalances] // *Vlast i upravlenie na Vostoke Rossii*. — 2007. — No. 1. — P. 53–60 (in Russian).
- Калугина З. И., Фадеева О. П., Братющенко С. В.* Социально-демографический потенциал развития сельских территорий России // *ЭКО*. — 2015. — № 7 (493). — С. 127–135.  
*Kalugina Z. I., Fadeeva O. P., Bratyuschenko S. V.* Sotsialno-demograficheskiy potentsial razvitiya selskikh territoriy Rossii [Socio-Demographic Potential of Rural Areas in Russia] // *ECO Journal*. — 2015. — No. 7 (493). — P. 127–135 (in Russian).
- Кулаков М. П., Неверова Г. П., Фрисман Е. Я.* Мультистабильность в моделях динамики миграционно-связанных популяций с возрастной структурой // *Нелинейная динамика*. — 2014. — Т. 10, № 4. — С. 407–425.  
*Kulakov M. P., Neverova G. P., Frisman E. Ya.* Multistabilnost v modelyakh dinamiki migratsionno-svyazannykh populyatsiy s vozrastnoy strukturoy [Multistability in dynamic models of migration coupled populations with an age structure] // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2014. — Vol. 10, No. 4. — P. 407–425 (in Russian).
- Курилова Е. В., Кулаков М. П., Хавинсон М. Ю., Фрисман Е. Я.* Моделирование динамики добычи минеральных ресурсов в регионе: экономический подход // *Информатика и системы управления*. — 2012. — № 4 (34). — С. 3–13.  
*Kurilova E. V., Kulakov M. P., Havinson M. Yu., Frisman E. Ya.* Modelirovaniye dinamiki dobychi mineralnykh resursov v regione: ekonomicheskii podkhod [Modeling of mineral resource extraction dynamic in region: economic approach] // *Informatika i sistemnyy upravleniye*. — 2012. — No. 4 (34). — P. 3–13 (in Russian).
- Лапаев С. П.* Типологизация регионов России: инновационный подход // *Вестник ОГУ*. — 2014. — № 8 (169). — С. 100–105.  
*Lapaev S. P.* Tipologizatsiya regionov Rossii: innovatsionnyy podkhod [Typologizing of the regions of Russia: the innovation approach] // *Vestnik of OSU*. — 2014. — No. 8 (169). — P. 100–105 (in Russian).
- Мищук С. Н.* Особенности развития производительных сил Еврейской автономной области: миграционный аспект // *Региональные проблемы*. — 2013. — Т. 16, № 1. — С. 98–102.  
*Mishchuk S. N.* Osobennosti razvitiya proizvoditel'nykh sil Yevreyskoy avtonomnoy oblasti: migratsionnyy aspekt [Features of the productive forces development in the Jewish autonomous region: the migration aspect] // *Regional Problems*. — 2013. — Vol. 16, No. 1. — P. 98–102 (in Russian).
- Мищук С. Н.* Ретроспективный анализ миграционных процессов в Еврейской автономной области // *Региональные проблемы*. — 2015. — Т. 18, № 3. — С. 74–81.  
*Mishchuk S. N.* Retrospektivnyy analiz migratsionnykh protsessov v Yevreyskoy avtonomnoy oblasti [Retrospective analysis of migration in Jewish Autonomous Region] // *Regional Problems*. — 2015. — Vol. 18, No. 3. — P. 74–81 (in Russian).
- Мординова М. А., Федорова Н. А., Николаева И. В.* Прогнозирование баланса трудовых ресурсов региона в процессе стратегического планирования на примере Республики Саха (Якутия) // *ЭКО*. — 2013. — № 9 (471). — С. 122–132.  
*Mordinova M. A., Fedorova N. A., Nikolaeva I. V.* Prognozirovaniye balansa trudovykh resursov regiona v protsesse strategicheskogo planirovaniya na primere Respubliki Sakha (Yakutiya) [The problem of Predicting the Balance of

- Labor Resources in the Region Existing in the Process of Strategic Planning in Terms of the Republic of Sakha (Yakutia)] // *ECO Journal*. — 2013. — No. 9 (471). — P. 122–132 (in Russian).
- Регионы России. Социально-экономические показатели // Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс].  
URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156) (дата обращения: 30.03.2016).  
Regionu Rossii. Socialno-ekonomicheskie pokazateli // The official website of the Federal State Statistics Service [Electronic resource] URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156) (in Russian).
- Ризниченко Г. Ю., Рубин А. Б.* Биофизическая динамика производственных процессов. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. — 464 с.  
*Riznechenko G. Yu., Rybin A. B.* Biofizicheskaya dinamika produktsionnykh protsessov [Biophysical dynamics of production processes]. — М.–Ижевск: Institut kompyuternykh issledovaniy, 2004. — 464 p. (in Russian).
- Романовский М. Ю., Романовский Ю. М.* Введение в эконофизику: статистические и динамические модели. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. — 340 с.  
*Romanovskiy M. Yu., Romanovskiy Yu. M.* Vvedeniye v ekonofiziku: statisticheskiye i dinamicheskiye modeli [Introduction to Econophysics: statistical and dynamic models]. — М.–Ижевск: Institut kompyuternykh issledovaniy, 2012. — 340 p. (in Russian).
- Сидоркина З. И.* Территориальная организация и социальная самоорганизация населения в слабозаселенном регионе. — Владивосток: Дальнаука, 2014. — 240 с.  
*Sidorkina Z. I.* Territorialnaya organizatsiya i sotsialnaya samoorganizatsiya naseleniya v slabozaselenom regione [Territorial organization and social self-organization of the population in the sparsely populated region]. — Vladivostok: Dalnauka, 2014. — 240 p. (in Russian).
- Сорнетте Д.* Как предсказывать крахи финансовых рынков. Критические события в комплексных финансовых системах. — М.: Интернет-Трейддинг, 2003. — 394 с.  
*Sornette D.* Kak predskazyvat krakhi finansovykh rynkov. Kriticheskiye sobytiya v kompleksnykh finansovykh sistemakh [How to predict the collapse of the financial markets. Critical events in complex financial systems]. — М.: Internet-Treyding, 2003. — 394 p. (in Russian).
- Хавинсон М. Ю.* Регулирование демографической ситуации в регионе: социально-экономический аспект // Региональные проблемы. — 2014. — Т. 17, № 2. — С. 89–92.  
*Khavinson M. Yu.* Regulirovaniye demograficheskoy situatsii v regione: sotsialno-ekonomicheskyy aspekt [Control over the demographic situation in the region: socioeconomic aspect] // Regional Problems. — 2014. — Vol. 17, No. 2. — P. 89–92 (in Russian).
- Хавинсон М. Ю., Кулаков М. П.* Математическое моделирование динамики численности разновозрастных групп занятых в экономике региона // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 3. — С. 441–454.  
*Khavinson M. Yu., Kulakov M. P.* Matematicheskoye modelirovaniye dinamiki chislennosti raznovozrastnykh grupp zanyatykh v ekonomike regiona [Mathematical modeling of the population dynamics of different age-groupworkers in the regional economy] // Kompyuternye issledovaniya i modelirovanie. — 2014. — Vol. 6, No. 3. — P. 441–454 (in Russian).
- Чернавский Д. С.* Синергетика и информация: динамическая теория информации. — М.: URSS, 2016. — 304 с.  
*Chernavskiy D. S.* Sinergetika i informatsiya: Dinamicheskaya teoriya informatsii [Synergetics and Information: dynamic information theory]. — М.: URSS, 2016. — 304 p. (in Russian).
- Шкуркин А. М.* Китайский труд на российском Дальнем Востоке // Социальные и гуманитарные науки на Дальнем Востоке. — 2008. — № 2. — С. 8–27.  
*Shkurkin A. M.* Kitayskiy trud na rossiyskom Dalnem Vostoke [Chinese Labor Force in the Russian Far East] // The Humanities and Social Studies in The Far East. — 2008. — No. 2. — P. 8–27 (in Russian).
- Weidlich W.* Sociodynamics: a Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences. — CRC Press, 2000. — 392 p.