

УДК: 519.17

## Дорожные сети городов

И. А. Евин<sup>a</sup>, В. В. Комаров<sup>b</sup>, М. С. Попова<sup>c</sup>,  
Д. К. Марченко<sup>d</sup>, А. Ю. Самсонова<sup>e</sup>

Московский физико-технический институт (государственный университет),  
141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9

E-mail: <sup>a</sup> yevin@list.ru, <sup>b</sup> w.kom@yandex.ru, <sup>c</sup> pat1466@gmail.com,  
<sup>d</sup> den.mar@mail.ru, <sup>e</sup> samsonova134@mail.ru

Получено 16.05.2016, после доработки — 16.09.2016.

Принято к публикации 10.10.2016.

Улично-дорожная сеть является основой инфраструктуры любой урбанистической территории. В данной статье сравниваются структурные характеристики (коэффициент сетчатости, коэффициент кластеризации) дорожных сетей центра Москвы (старая Москва), сформированных в результате самоорганизации, и сети дорог вблизи Ленинского проспекта (послевоенная Москва), которая формировалась в процессе централизованного планирования. Данные для построения дорожных сетей в виде первичных графов взяты из интернет-ресурса OpenStreetMap, позволяющего точно идентифицировать координаты перекрестков. По вычисленным характеристикам в зарубежных публикациях найдены города, дорожные сети которых имеют сходные с этими двумя районами Москвы структуры. С учетом двойственного представления дорожных сетей центров Москвы и Петербурга, изучались информационно-когнитивные свойства навигации по этим туристическим районам двух столиц. При построении двойственного графа исследуемых районов не принимались во внимание различия в типах дорог (одностороннее или двустороннее движение и т. п.). То есть построенные двойственные графы являются неориентированным. Поскольку дорожные сети в двойственном представлении описываются степенным законом распределения вершин по числу ребер (являются безмасштабными сетями), вычислены показатели степеней этих распределений. Показано, что информационная сложность двойственного графа центра Москвы превышает когнитивный порог в 8.1 бит, а этот же показатель для центра Петербурга ниже этого порога. Это объясняется тем, что дорожная сеть центра Петербурга создавалась на основе планирования и потому более проста для навигации. В заключение, с использованием методов статистической механики (метод расчета статистических сумм) для дорожных сетей некоторых российских городов, вычислялась энтропия Гиббса. Обнаружено, что с ростом размеров дорожных сетей их энтропия уменьшается. Обсуждаются задачи изучения эволюции сетей городской инфраструктуры различной природы (сети общественного транспорта, снабжения, коммуникации и т. д.), что позволит более глубоко исследовать и понять фундаментальные закономерности процесса урбанизации.

Ключевые слова: коэффициент сетчатости, загруженность сети, двойственное представление сети, энтропия сети

UDC: 519.17

## Cities road networks

**I. A. Yevin<sup>a</sup>, V. V. Komarov<sup>b</sup>, M. S. Popova<sup>c</sup>,  
D. K. Marchenko<sup>d</sup>, A. Yu. Samsonova<sup>e</sup>**

Moscow Institute of Physics and Technology (State University)  
9 Institutskiy lane, Moscow region, Dolgoprudny, 141700, Russia

E-mail: <sup>a</sup> yevin@list.ru, <sup>b</sup> w.kom@yandex.ru, <sup>c</sup> pat1466@gmail.com,  
<sup>d</sup> den.mar@mail.ru, <sup>e</sup> samsonova134@mail.ru

*Received 16.05.2016, after completion — 16.09.2016.*

*Accepted for publication 10.10.2016.*

Road network infrastructure is the basis of any urban area. This article compares the structural characteristics (meshedness coefficient, clustering coefficient) road networks of Moscow center (Old Moscow), formed as a result of self-organization and roads near Leninsky Prospekt (postwar Moscow), which was result of centralized planning. Data for the construction of road networks in the form of graphs taken from the Internet resource OpenStreetMap, allowing to accurately identify the coordinates of the intersections. According to the characteristics of the calculated Moscow road networks areas the cities with road network which have a similar structure to the two Moscow areas was found in foreign publications. Using the dual representation of road networks of centers of Moscow and St. Petersburg, studied the information and cognitive features of navigation in these tourist areas of the two capitals. In the construction of the dual graph of the studied areas were not taken into account the different types of roads (unidirectional or bi-directional traffic, etc), that is built dual graphs are undirected. Since the road network in the dual representation are described by a power law distribution of vertices on the number of edges (scale-free networks), exponents of these distributions were calculated. It is shown that the information complexity of the dual graph of the center of Moscow exceeds the cognitive threshold 8.1 bits, and the same feature for the center of St. Petersburg below this threshold, because the center of St. Petersburg road network was created on the basis of planning and therefore more easy to navigate. In conclusion, using the methods of statistical mechanics (the method of calculating the partition functions) for the road network of some Russian cities the Gibbs entropy were calculated. It was found that with the road network size increasing their entropy decreases. We discuss the problem of studying the evolution of urban infrastructure networks of different nature (public transport, supply, communication networks, etc.), which allow us to more deeply explore and understand the fundamental laws of urbanization.

**Keywords:** meshedness coefficient, betweenness centrality, the dual representation of the network, navigation, the Gibbs entropy

**Citation:** *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 5, pp. 775–786 (Russian).

## Введение

Представление улично-дорожных систем городов в виде сетей (графов) берет свое начало с известной работы Леонарда Эйлера 1736 года о семи мостах Кёнигсберга, заложившей основы новой в то время математической дисциплины — теории графов. В последнее время методы этой теории успешно применяются в исследованиях по математическим методам процессов урбанизации и в других направлениях, изучающих социальные технологические, биологические и когнитивные сложные системы. Научный подход в изучении городских территорий, использующий теорию планарных графов для представления дорожной сети, в котором перекрестки городов являются узлами, а дороги — связями, получил название «теория первичных графов» (primary graph).

В данной работе мы будем исследовать также информационно-когнитивные аспекты дорожных сетей центра Москвы (Бульварное кольцо) и центра Петербурга, представляя их в виде двойственного графа (dual graph). В этом подходе названия улиц (то есть сегменты дорог, имеющие названия) берутся в качестве узлов сети, а связи между узлами устанавливаются в том случае, если соответствующие улицы пересекаются.

Наконец, в заключение этой статьи мы сделаем предварительную оценку характера изменения энтропии дорожных сетей по мере роста этих сетевых структур, что важно для развития и углубления нашего понимания фундаментальных свойств эволюции живой природы как сложной самоорганизующейся системы.

## Свойства дорожных сетей старой и послевоенной Москвы как первичных графов

Данные для построения дорожных сетей как первичных графов возьмем из ресурса OpenStreetMap (OSM) — некоммерческого веб-картографического проекта по созданию подробной географической карты мира силами интернет-сообщества. Сайт этого ресурса — <http://www.openstreetmap.org/>. Выбор этого ресурса объясняется наличием уникальных идентификаторов перекрестков и их связей друг с другом.

В ходе выполнения работы с помощью программного пакета JOSM (редактора карт OpenStreetMap) были загружены xml-файлы с сервера OSM, имеющие расширение .osm и описывающие структуру дорожной сети в выбранном при выгрузке квадрате. При выгрузке области любой формы используются несколько квадратных областей, полностью покрывающих нужную область с точностью до погрешности на границах.

Для конвертации полученных данных из файла формата .osm в вид дорожного графа была реализована программа на языке программирования java, обрабатывающая данные XML. На выходе программа создает текстовый файл формата .txt со списком ребер, каждое из которых имеет параметр: начальная вершина, конечная вершина, идентификационный номер.

Визуализация графа и вычисление основных характеристик производится в программе для анализа и визуализации сетей — Gephi 0.8.2. Программа, в свою очередь, принимает на вход текстовый файл .txt, данные из которого импортируются в базу данных ребер, тем самым определяя и вершины графа.

В программе Gephi происходит расчет основных показателей дорожного графа:

- 1) количество вершин и ребер графа — количество перекрестков и участков дорог между перекрестками выбранной области;
- 2) средняя степень графа;
- 3) коэффициент кластеризации;
- 4) коэффициент сетчатости — универсальная оценка сложности сети.

Для расчета этих коэффициентов была реализована программа на языке программирования Python. В ходе выполнения программы полученный ранее список ребер считывается из текстового файла и преобразуется в граф с помощью внутренней библиотеки NetworkX.

Во многих сложных сетях важным свойством является топология коротких циклов. Для этого необходимо оценивать количество циклов определенной длины: треугольники (длина цикла  $L = 3$ ), квадраты (регулярная сетка с  $L = 4$ ) или в виде сот ( $L = 6$ ). Для первого случая ( $L = 3$ ) достаточно вычислять коэффициент кластеризации  $C$ , который показывает количество треугольников в сети. Для более сложных циклов коэффициент кластеризации будет давать нулевое значение для любого цикла с  $L \neq 3$ . Поэтому в 2004 году Джером Буль ввел понятие коэффициента сетчатости (meshedness coefficient), которое позволяет оценить структуру сети с циклами произвольных длин [Buhl et al., 2006; Cardillo et al., 2006].

Коэффициент сетчатости определяется по формуле  $M = F/F_{\max}$ , где  $F$  — количество граней (без внешней грани) планарного графа с количеством вершин  $N$  и количеством ребер  $K$ , которое может быть выражено через формулу Эйлера  $F = K - N + 1$ .  $F_{\max}$  — это максимально возможное число граней в связном планарном графе с тем же количеством вершин  $N$  и, соответственно, количеством ребер  $K_{\max} = 3N - 6$  (так как связный граф — это граф, в котором все вершины связаны). Таким образом,  $F_{\max} = 2N - 5$  и значение коэффициента сетчатости может принимать значение от нуля (древовидная структура) до единицы (полный граф). Значит, при увеличении коэффициента сетчатости сложность структуры сети увеличивается.

Данные, полученные с сервера OSM, реализованы в виде XML-документа и состоят из множества тегов `<node>` и `<way>` с набором атрибутов. Теги в качестве атрибутов содержат уникальный идентификатор (`id`) и GPS-координаты каждой точки с тегом `<node>`, являющиеся элементом «пути», обозначенным тегом `<way>`. Каждый «путь» описывает ломаную линию, проведенную последовательно через точки, список уникальных идентификаторов которых содержится в его атрибутах. Данная ломаная линия описывает либо участок дорожной сети (в том числе пешеходные дороги), либо периметр здания. Наличие у «пути» тега с атрибутом  $k = 'highway'$ , и  $v$  равным любому значению из второй колонки таблицы 3, является признаком, что данный тег `<way>` описывает автомобильную дорогу. Разрешенное направление движения задается тегом с атрибутом  $k = 'oneway'$  и  $v = 'yes'$  или  $v = 'no'$ , в зависимости от наличия на данной дороге одностороннего движения. Также в значениях атрибутов каждого элемента, описывающего участок дороги, содержится информация о количестве полос для движения, типе дороги, названии улицы и т. д.

Выбор геометрической области дорожной сети задается квадратом, имеющим 4 идентифицирующие координаты: максимальные и минимальные широту и долготу —  $Lat_{\max}$ ,  $Lat_{\min}$ ,  $Lon_{\max}$ ,  $Lon_{\min}$ .

Границы района вблизи Ленинского проспекта задаются следующими координатами:

$$\begin{aligned} Lat_{\max} &= 55.711, & Lat_{\min} &= 55.676, \\ Lon_{\max} &= 37.589, & Lon_{\min} &= 37.524. \end{aligned}$$

Выделенный участок ограничен улицей Косыгина на севере, Московским университетом на западе, Нахимовским проспектом и ст. м. «Профсоюзная» на юге и проспектом 60-летия Октября на востоке. Этот участок характерен массовой застройкой и планированием улиц и кварталов в послевоенный период.

Границы дорожной сети Москвы внутри Садового кольца задаются следующими координатами:

$$\begin{aligned} Lat_{\max} &= 55.776, & Lat_{\min} &= 55.728, \\ Lon_{\max} &= 37.660, & Lon_{\min} &= 37.579. \end{aligned}$$

Выделенный участок характерен радиально-кольцевой структурой, причем застройка улиц и кварталов происходила путем самоорганизации с момента возникновения Москвы.

Алгоритм решения поставленной задачи можно разбить на несколько логических частей:

- 1) извлечение данных из ресурса OSM в файл формата `.osm`;
- 2) конвертация данных из формата `.osm` в формат `.txt` с помощью программы на Java;





Рис. 1. Выгруженный квадрат дорожной сети вблизи Ленинского проспекта



Рис. 2. Выгруженный квадрат дорожной сети внутри Садового кольца

- 3) построение дорожного графа в программе Gephi и вычисление основных характеристик;
- 4) вычисление дополнительных характеристик с помощью надстройки над Gephi, реализованной на Python;
- 5) анализ полученных результатов.

Построение дорожных графов и расчет показателей производится в программе Gephi. Приведем некоторые характеристики дорожных сетей этих двух районов Москвы и их сравнение с другими городами мира.

Таблица 1. Сводная таблица параметров дорожных сетей городов мира

Город / Район	Количество вершин	Количество ребер	Коэффициент кластеризации	Коэффициент сетчатости
Копенгаген	1 637	3 410	–	0,198
Лондон	3 010	6 287	–	<b>0,249</b>
Париж	4 501	11 408	–	0,241
Манхэттен	1 046	4 617	–	<b>0,239</b>
Торонто	2 599	5 904	–	<b>0,223</b>
Вена	467	692	0,007	<b>0,242</b>
Бразилиа	179	230	0,029	<b>0,147</b>
Венеция	1 840	2 407	0,016	<b>0,152</b>
Старая Москва	23712	31753	0,019	<b>0,248</b>
Послевоенная Москва	7346	10719	0,032	<b>0,230</b>

Как видно из таблицы 1, центр старой Москвы сравним по сложности с центрами Вены и Лондона, а район вблизи Ленинского проспекта наиболее близок к центрам Торонто и Нью-Йорка (район Манхэттен).

## Двойственное представление дорожных сетей

Обратимся теперь к двойственному представлению дорожных сетей городов. Двойственный граф называют также информационным графом, поскольку он содержит всю информацию, необходимую для перемещения по городу из одной его точки в любую другую (для навигации по городу). В этом случае не нужно знать все названия улиц и всех площадей и перекрестков, встречающиеся на пути, а необходимо знать только названия тех улиц (узлов двойственного графа), на которых нужно менять направление, например сделать поворот. Максимальная информация, которая необходима, чтобы пересечь весь город, равна диаметру двойственного графа дорожной сети города [Masucci, 2014].

Представление дорожной сети города в виде двойственного графа стало отправной точкой исследований шведского физика-теоретика Мартина Розвалла (Martin Rosvall) и его коллег по навигационным и информационным свойствам некоторых шведских городов (Стокгольм, Гетеборг, Мальме и Умен) и сравнению соответствующих показателей с дорожными сетями других городов мира [Rosvall et al., 2005; Sneppen et al., 2005a, 2005b, 2005c]. Информационные показатели двойственных дорожных сетей городов, введенные в этих работах, дают количественную оценку трудности навигации путешественника, впервые приехавшего в город и ищущего нужное ему место по его адресу. Эти показатели также оценивают количество информации, накапливающейся у путешественника при знакомстве с городом.

В статье [Sneppen et al., 2005b] рассмотрена задача оценки сложности навигации по городам с различным типом дорожных сетей в двойственном представлении. Для того чтобы охарактеризовать легкость или же, наоборот, сложность навигации в дорожной сети города, авторами используется переменная  $S$  (от searchability — разыскиваемость, находимость, доступ-

ность), которая отражает общее количество информации, необходимой для нахождения (достижения) нужного места в городе.

Допустим, мы хотим найти кратчайший маршрут с улицы  $s$  на улицу  $t$  (или с одного узла информационного (двойственного) графа на другой. Если кратчайших путей больше одного (вырожденность), то выбирается любой из них. По предварительной оценке, количество информации, требуемой для выбора нужного выхода с узла, степень которого  $k$ , есть  $\log_2(k)$ . Для каждого найденного пути от узла  $s$  до узла  $t$  вероятность выбора этого маршрута в качестве самого оптимального представлена формулой

$$P[p(s, t)] = \frac{1}{k_s} \prod_{j \in p(s, t)} \frac{1}{k_j - 1},$$

в которой переменная  $j$  проходит по всем узлам, затрагиваемым в маршруте, до ближайшего к  $t$ .

Общая вероятность найти узел  $t$  среди всех вырожденных кратчайших путей есть

$$P(s \rightarrow t) = \sum_{\{p(s, t)\}} P[p(s, t)].$$

Общая «информационная сложность» навигации или «доступность» по любому из кратчайших маршрутов есть

$$S(s \rightarrow t) = -\log_2 \sum_{\{p(s, t)\}} P[p(s, t)].$$

В работе [Galliotti et al., 2015] введено понятие предельной когнитивной сложности навигации в транспортных сетях города различной природы (улично-дорожных, сетях метрополитена, автобусов и т. п.). Это понятие введено по аналогии с известным числом Данбара [Dunbar, 2010], характеризующим предельные когнитивные возможности человека поддерживать дружеские связи в социальных сетях. Британский антрополог Робин Данбар в своих исследованиях показал, что максимальное число знакомых, с которыми человек способен поддерживать достаточно тесные дружеские связи, не превышает 150 человек. В статье [Galliotti et al., 2015] показано, что максимальная информационная сложность двойственного графа для достаточно простой навигации по нему не должна превышать 8.1 бит.

В нашей работе были применены описанные выше формулы и алгоритмы к двойственному графу, построенному на основе дорог и их пересечений, которые лежат в пределах Бульварного кольца Москвы (рис. 3). Заметим, что в этом районе присутствуют дороги и с одно-, и с двусторонним движением, дороги с ограничением проезда для автотранспортных средств, с ограничением поворотов и другими свойствами. Однако целью данной работы, как писалось выше, являлся анализ представленного района в плане доступности адресов улиц (узлов). Поэтому при построении двойственного графа исследуемого района не принимались во внимание описанные различия в типах дорог, то есть построенный двойственный граф является неориентированным.

Узлы ранжированы по загруженности данной дороги (*betweenness centrality*), чем больше загруженность дороги, тем больше диаметр узла.

Аналогичный двойственный граф был построен для центрального района Петербурга. Сравнение навигации по дорожным сетям центров Москвы и Петербурга интересно потому, что их развитие происходило по двум различным сценариям: самоорганизации и централизованного планирования соответственно.

Дорожные сети центра Петербурга и Москвы в двойственном представлении являются безмасштабными сетями, описываемыми степенным законом распределения вершин по числу связей, где показатели степени равны 2.6 и 2.8 соответственно.

Как и ожидалось, распределение числа улиц в городе по их загруженности описывается степенным законом с показателем степени, равным 2.1. Согласно этому закону больше всего узлов с маленькими значениями *betweenness centrality*, то есть улиц, по которым редко ходят;







## Энтропия дорожных сетей

Известно, что уровень нашего понимания сложных систем связан с неполнотой информации об их структуре и свойствах. Количественной мерой неполноты информации, ее сложности и уникальности является энтропия системы, или энтропия сети, которая ее моделирует. В последнее время методы расчета энтропии сетевых структур разрабатываются в рамках теории информации сложных сетей. Решение этих вопросов является серьезным вызовом современной статистической механики сложных систем [Bianconi, 2008; Anand et al., 2009, 2011, 2014; Zhao et al., 2011].

В статистической механике для канонических ансамблей используют энтропию по Шеннону, а для описания квантовых систем применяют энтропию по фон Нейману.

Напомним, что в классической статистической механике канонический ансамбль формируется конфигурациями, имеющими постоянную *среднюю* энергию  $\langle E \rangle$ . Иными словами, формализм статистической механики водит понятие канонического ансамбля термодинамической системы, для которого ограничения накладываются *в среднем*.

Для микроканонических ансамблей используется энтропия Гиббса на основе конфигураций, имеющих *постоянную* энергию  $E$ .

Аналогично: в классической теории случайных графов в каноническом ансамбле  $G(N, p)$  связи распределены по узлам по закону Пуассона со средним значением  $\langle L \rangle = (N-1)p$ . Этот подход допускает обобщение. Например, можно построить канонический ансамбли сетей (основанных на скрытых переменных), в которых каждый узел  $i$  имеет  $k_i$  связей, распределенных по закону Пуассона, со средним значением  $\langle k_i \rangle = \kappa_i$ .

Аналогично: в теории случайных графов микроканонический ансамбль  $G(N, L)$  формируется сетями с числом узлов  $N$  и постоянным числом связей  $L$ . Примерами ограничений для сетей, принадлежащих микроканоническому ансамблю, могут служить фиксированное число связей на узел, заданная последовательность степеней узлов или структура сообществ.

Энтропия ансамблей очень сильно зависит от степени ограничений, накладываемых на системы: чем сильнее ограничения, тем меньше энтропия. Энтропия безмасштабных сетей ниже, чем энтропия случайных графов тех же размеров. Энтропия сетевого ансамбля оценивает общее число сетей в ансамбле. Чем сложнее и уникальнее становится структура сети, тем меньше становится как число сетей в ансамбле, имеющих такие особенные свойства, так и его энтропия.

Энтропия Гиббса таких микроканонических ансамблей определяется формулой

$$\Sigma = \frac{1}{N} \ln M,$$

где  $M$  есть число сетей в ансамбле.

Рассмотрим на примере дорожных сетей некоторых городов России методику расчета их энтропии Гиббса и сформулируем предварительный результат обнаруженной закономерности эволюции энтропии при изменении числа узлов этих сетей.

Допустим, у нас имеется некая реальная сеть с  $N$  узлами и матрицей смежности  $(a_{ij}), i, j = 1, \dots, N$ . Построим для этой сети рандомизированный сетевой ансамбль. Для неориентированной сети в качестве нулевого приближения это будет ансамбль сетей  $G(N, L)$  с заданным числом узлов  $N$  и числом связей  $L = \sum_{ij} a_{ij} / 2$ . В качестве приближения первого порядка это будет конфигурационная сеть заданной последовательности степеней узлов  $\{k_1, k_2, \dots, k_N\}$ , где  $k_i = \sum_j a_{ij}$ . Приближением второго порядка будет ансамбль с заданной последовательно-

стью степеней узлов  $\{k_1, k_2, \dots, k_N\}$  и заданным средним значением корреляции ближайших узлов их степеней  $k_{nn}(k) = \left\langle \delta(k_i - k) \sum_j a_{ij} k_j \right\rangle$ .

Статистические суммы для этих ансамблей имеют следующий вид:

$$Z_0 = \sum_{(a_{ij})} \delta \left( L - \sum_{i < j} a_{ij} \right) \exp \left[ \sum_{i < j} h_{ij} a_{ij} \right],$$

$$Z_1 = \sum_{(a_{ij})} \prod_i \delta \left( k_i - \sum_j a_{ij} \right) \exp \left[ \sum_{i < j} h_{ij} a_{ij} \right],$$

где  $h_{ij}$  — внешние поля,  $N_k$  обозначает число узлов степени  $k$ . Тогда вероятность  $p_{ij}$  существования связи между узлами  $i$  и  $j$  для  $a_{ij} = 1$  дается формулой

$$p_{ij}^k = \frac{\partial \ln(Z_k)}{\partial h_{ij}} \Big|_{h_{ij} = 0} \quad \forall_{i,j}.$$

Число неориентированных простых сетей в каждом из этих ансамблей равно

$$M_k = Z_k \Big|_{h_{ij} = 0} \quad \forall_{i,j}.$$

Энтропия Гиббса на узел равна

$$\Sigma_k = \frac{1}{N} \ln M_k.$$

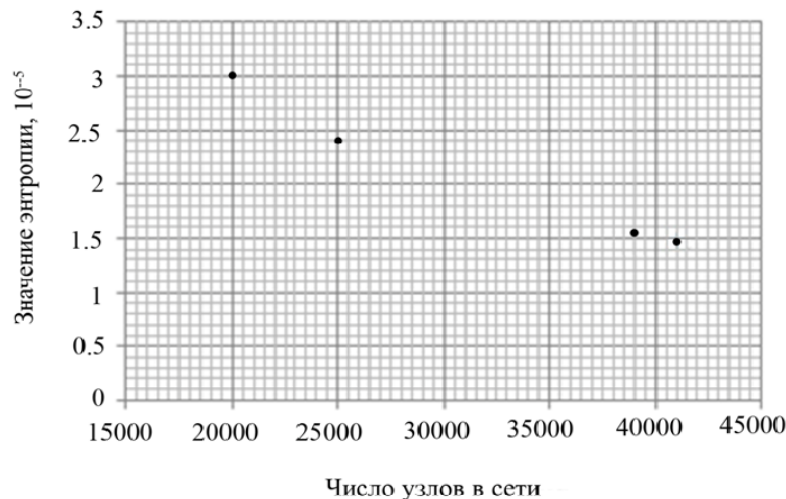


Рис. 4. График зависимости значения энтропии Гиббса для дорожных сетей четырех городов России в зависимости от числа перекрестков в этих сетях

Согласно второму началу термодинамики изолированные физические системы эволюционируют в термодинамическое равновесное состояние с максимальной энтропией. Э. Шрёдингер в своей знаменитой работе «Что такое жизнь с точки зрения физики» на качественном уровне показал, что живая материя, которая не является изолированной системой, избегает перехода к термодинамическому равновесию за счет извлечения упорядоченности из окружающей среды [Шрёдингер, 2002]. Предложенные в работе [Sneppen, 2005b] методы позволяют грубо оце-

нить приращение информации за счет процессов упорядочения, происходящих в сложных системах биологической и социальной природы. Методы теории сложных сетей дают возможность точно вычислять энтропию сложных систем, например городов, представляя (моделируя) их в виде сетевых структур.

Покажем, что в процессе роста дорожных сетей городов их энтропия Гиббса уменьшается. Это исследование мы проведем на примере дорожных сетей городов России.

На рис. 4 показан график изменения энтропии дорожных сетей нескольких российских городов в зависимости от числа узлов (перекрестков) в этих сетях.

Для расчета энтропии Гиббса выбраны дорожные сети городов России, объединенные в ансамбли по количеству узлов  $N$  (перекрестки) и связей  $L$  (дорог, соединяющих перекрестки). Данный метод расчета энтропии сетевого ансамбля является наиболее простым, поскольку не требует каких-либо ограничений, накладываемых на матрицу смежности.

## Заключение. Направления дальнейших исследований

В инфраструктуре городов имеются и другие сетевые структуры, которые целесообразно исследовать с точки зрения закономерностей изменения их энтропии в процессе развития и эволюции соответствующих структур. Это системы общественного транспорта: метро, автобусы, трамваи и троллейбусы. Это также системы, обеспечивающие социальные связи: телефон, интернет, WWW и сами социальные сети различной природы. Наконец, это инфраструктурные сети: электричества, водопровода, канализации и т. п. Возможно, общие закономерности изменения энтропии таких сетей в процессах их эволюции можно будет изучить в рамках модели скорости производства энтропии растущими сетями [Masucci et al., 2014].

## Список литературы

- Шрёдингер Э.* Что такое жизнь? Физические аспекты живой клетки. — М.–Ижевск: РХД, 2002. *Schroedinger E.* What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell. Cambridge University Press, 1944. (Russ. Ed.: Shredinger E. Chto takoe zhizn'? Fizicheskie aspekty zhivoj kletki. — М.–Ижевск: RHD, 2002.)
- Anand K., Bianconi G.* Entropy measures for networks: Toward an information theory of complex topologies // *Physical Review*. — 2009. — E 80. — 045102 (R).
- Anand K., Bianconi G., Severini S.* Shannon and von Neumann entropy of random networks with heterogeneous expected degree // *Physical Review*. — 2011. — E 83. — 036109.
- Anand K., Krioukov D., Bianconi G.* Entropy distribution and condensation in random networks with a given degree distribution // *Physical Review*. — 2014. — E 89. — 062807.
- Bianconi G.* The entropy of randomized network ensembles // *EPL*. — 2008. — 81. — 28005.
- Buhl J., Gautrais J., Reeves N., Solé R. V., Valverde S., Kuntz P., Theraulaz G.* Topological patterns in street networks of self-organized urban settlements // *European Physical Journal*. — 2006. — B 49.
- Cardillo A., Scellato S., Latora V., Porta S.* Structural properties of planar graphs of urban street patterns // *Physical Review*. — 2006. — E 73. — 066107.
- Dunbar R.* How many friends does one person need? — Cambridge: Harvard University Press, 2010.
- Galliotti R., Porta M., Barthélemy M.* Information measures and cognitive limits in multilayer navigation // *ArXiv 1506.01978v.1* 5 Jun 2015.
- Hidalgo C.* Why Information Grows: The Evolution of Order from Atoms to Economics // Basic Books. — 2015.
- Masucci P., Stanilov K., and Batty M.* Exploring the evolution of London's street network in the information space: A dual approach // *Physical Review*. — 2014. — E 89. — 012805.

- Rosvall M., Grönlund P., Minnhagen and K. Sneppen.* Searchability of networks // Physical review. — 2005. — E 72. — 046117. DOI: 10.1103.
- Sneppen K., Trusina A., and Rosvall M.* Communication boundaries in Networks // Physical review letters. — 2005c. — PRL 94. — 238701.
- Sneppen K., Trusina A., and Rosvall M.* Hide-and-seek on complex networks // Europhysics Letters. — 2005a. DOI: 10.1209.
- Sneppen K., Trusina A., Minnhagen P., and Rosvall M.* Networks and Cities: An Information Perspective // Physical review letters. — 2005b. — 028701.
- Zhao K., Halu A., Severuni S., Bianconi G.* Entropy rate of nonequilibrium growing networks // Physical Review. — 2011. — E 84. — 066113.