

УДК: 537.8

Моделирование частотной зависимости диэлектрической проницаемости и электрической проводимости насыщенных пористых сред

А. Ю. Демьянов^{1а}, О. Ю. Динариев^{1б}, Д. А. Лисицын^{2с}

¹ Московский научно-исследовательский центр «Шлюмберже»,
Россия, 119285, г. Москва, ул. Пудовкина, д. 13

² Московский физико-технический институт (государственный университет),
Россия, 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

E-mail: ^аademianov@slb.com, ^бodinariev@slb.com, ^сliscindm@gmail.com

Получено 18.05.2016, после доработки — 21.09.2016.

Принято к публикации 10.10.2016.

В работе представлена численная методика определения спектральных электромагнитных характеристик (эффективных электрической проводимости и относительной диэлектрической проницаемости) насыщенных пористых сред. Их определение находит применение при интерпретации данных петрофизических исследований скважин, а также при изучении ядерного материала. Особенностью настоящей работы является использование трехмерных цифровых моделей насыщенных пористых сред, построенных на основе комбинированной информации о микроструктуре среды и капиллярном равновесии двухфазной смеси типа «нефть–вода» в поровом пространстве. Данные о микроструктуре модели получаются путем использования методов рентгеновской микротомографии. Многофазное многокомпонентное распределение флюидов в поровом пространстве модели находится с помощью метода функционала плотности. Для определения непосредственно электромагнитных характеристик модели выполняется фурье-преобразование по времени уравнения Максвелла, выражающего обобщенную теорему Ампера о циркуляции. В низкочастотном приближении задача сводится к решению уравнения эллиптического типа на комплексный потенциал. Для конечно-разностной аппроксимации используется дискретизация модели на изотропной равномерной ортогональной сетке. При этом считается, что в каждой расчетной ячейке сетки содержится либо вода, либо нефть, либо порода со своими электрическими параметрами. Для этого выполняется процедура сегментации, в результате которой в модели отсутствуют ячейки, содержащие несколько фаз (нефть–вода). Подобная модификация модели позволяет избежать использования сложноструктурированных расчетных сеток, а также дает возможность исключить влияние способа задания свойств ячеек, заполненных смесью различных фаз, на результаты расчета. Полученная система разностных уравнений решается с использованием стабилизированного метода бисопряженных градиентов с многосеточным предобуславливателем. На основе вычисленных распределений комплексного потенциала находятся средние значения электрической проводимости и относительной диэлектрической проницаемости. Для простоты в настоящей работе рассматривался случай отсутствия спектральной зависимости проводимости и проницаемости компонентов от частоты. Результаты расчетов частотных зависимостей эффективных характеристик неоднородно насыщенных пористых сред (электрической проводимости и относительной диэлектрической проницаемости) в широком диапазоне частот и водонасыщенностей представлены на графиках и в таблице. В заключение делается вывод об эффективности предложенного подхода для задачи определения дисперсионных электромагнитных характеристик насыщенных горных пород.

Ключевые слова: численное моделирование, электромагнитные свойства, дисперсия электромагнитных характеристик, насыщенные пористые среды, электрическая проводимость, диэлектрическая проницаемость

UDC: 537.8

Numerical simulation of frequency dependence of dielectric permittivity and electrical conductivity of saturated porous media

A. Yu. Demianov^{1a}, O. Yu. Dinariev^{1b}, D. A. Lisitsin^{2c}

¹Schlumberger Moscow Research,
13, Pudovkina st., Moscow, 119285, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

E-mail: ^aademianov@slb.com, ^bodinariev@slb.com, ^clisicindm@gmail.com

Received 16.05.2016, after completion — 21.09.2016.

Accepted for publication 10.10.2016.

This article represents numerical simulation technique for determining effective spectral electromagnetic properties (effective electrical conductivity and relative dielectric permittivity) of saturated porous media. Information about these properties is vastly applied during the interpretation of petrophysical exploration data of boreholes and studying of rock core samples. The main feature of the present paper consists in the fact, that it involves three-dimensional saturated digital rock models, which were constructed based on the combined data considering microscopic structure of the porous media and the information about capillary equilibrium of oil-water mixture in pores. Data considering microscopic structure of the model are obtained by means of X-ray microscopic tomography. Information about distributions of saturating fluids is based on hydrodynamic simulations with density functional technique. In order to determine electromagnetic properties of the numerical model time-domain Fourier transform of Maxwell equations is considered. In low frequency approximation the problem can be reduced to solving elliptic equation for the distribution of complex electric potential. Finite difference approximation is based on discretization of the model with homogeneous isotropic orthogonal grid. This discretization implies that each computational cell contains exclusively one medium: water, oil or rock. In order to obtain suitable numerical model the distributions of saturating components is segmented. Such kind of modification enables avoiding usage of heterogeneous grids and disregards influence on the results of simulations of the additional techniques, required in order to determine properties of cells, filled with mixture of media. Corresponding system of differential equations is solved by means of biconjugate gradient stabilized method with multigrid preconditioner. Based on the results of complex electric potential computations average values of electrical conductivity and relative dielectric permittivity is calculated. For the sake of simplicity, this paper considers exclusively simulations with no spectral dependence of conductivities and permittivities of model components. The results of numerical simulations of spectral dependence of effective characteristics of heterogeneously saturated porous media (electrical conductivity and relative dielectric permittivity) in broad range of frequencies and multiple water saturations are represented in figures and table. Efficiency of the presented approach for determining spectral electrical properties of saturated rocks is discussed in conclusion.

Keywords: numerical simulation, electromagnetic properties, electromagnetic dispersion, saturated porous medium, electrical conductivity, dielectric permittivity

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 5, pp. 765–773 (Russian).

Введение

Задача определения эффективных дисперсионных характеристик в пористых средах находит применение при интерпретации данных петрофизических исследований скважин, а также при изучении ядерного материала. В частности, электрические свойства играют важную роль при оценке таких параметров резервуаров углеводородов, как пористость и водонасыщенность [Archie, 1941], смачиваемость [Knight, Abad, 1995; Bona, Rossi, Venturini, et al., 1998] и гидродинамическая проницаемость [Johnson, Koplik, Schwartz, 1986; Niu, Revil, 2016]. Поэтому изучение зависимостей спектральных электромагнитных характеристик различных по структуре, условиям насыщения и минеральному составу пористых сред является актуальной прикладной задачей.

Для описания частотной дисперсии электрической проводимости (ЭП) и диэлектрической проницаемости (ДП) возможно применение эмпирических моделей [Debye, 1929; Cole, Cole, 1941] и использование теории эффективных сред [Liu, Shen, 1993]. К сожалению, в рамках этих подходов детальное описание дисперсионных свойств сложноструктурированных объектов с неоднородностями микронного масштаба затруднительно. Наряду с применением этих подходов для определения дисперсионных характеристик может быть проведено численное моделирование с использованием цифровых моделей пористых сред, построенных с использованием методов рентгеновской микротомографии [Mees, Swennen et al., 2003].

Данный подход позволяет проводить расчет спектров ЭП и ДП для моделей объектов микроскопического масштаба со сложной геометрией [Asami, 2006]. Известны применения такого подхода для моделирования электрических свойств с использованием двумерных моделей [Toumelin, Torres-Verdin, Bona, 2008] и трехмерных искусственных двухкомпонентных моделей [Luo, Pan, 2015].

Особенностью настоящей работы является использование трехмерных цифровых моделей насыщенных пористых сред, построенных на основе комбинированной информации о микроструктуре среды и капиллярному равновесию двухфазной смеси типа «нефть–вода» в поровом пространстве.

Постановка задачи

Для описания дисперсионных характеристик неоднородных сред принято рассматривать уравнение Максвелла, выражающее обобщенную теорему Ампера о циркуляции в дифференциальной форме [Семенов, 1973; Rothwell, Michael, 2001; Никольский, 1961]:

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

где $\vec{H}(\vec{r}, t)$ — вектор напряженности магнитного поля, $\vec{j}(\vec{r}, t)$ — вектор объемной плотности тока, $\vec{D}(\vec{r}, t)$ — вектор индукции электрического поля.

Результат фурье-преобразования по времени t уравнения (1) с учетом материальных соотношений

$$\vec{j}(\vec{r}, \omega) = \vec{\sigma}(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega), \quad (2)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \vec{\varepsilon}(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega), \quad (3)$$

где ω — циклическая частота, имеет вид [Rothwell, Michael, 2001]

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) = (\vec{\sigma}(\omega) + i\omega\varepsilon_0 \vec{\varepsilon}(\omega)) \vec{E}(\vec{r}, \omega), \quad (4)$$

где $\vec{H}(\vec{r}, \omega)$ — фурье-образ вектора напряженности магнитного поля, $\vec{j}(\vec{r}, \omega)$ — фурье-образ вектора объемной плотности тока, $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ — фурье-образ вектора напряженности электрического поля, $\vec{D}(\vec{r}, \omega)$ — фурье-образ вектора индукции электрического поля, $\vec{\sigma}(\omega)$ и $\vec{\varepsilon}(\omega)$ — ЭП и относительная ДП в частотном представлении соответственно.

В приближении малых частот (размер рассматриваемой области много меньше длины волны $\lambda \sim \frac{2\pi c}{\omega}$) задачу определения эффективных дисперсионных характеристик модели можно свести к нахождению распределения комплексного потенциала $\varphi(\vec{r}, \omega)$, что подробно обсуждается в работах [Никольский, 1961; Rothwell, Michael, 2001]:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \vec{B}(\vec{r}, \omega) \approx 0, \quad (5)$$

$$\vec{E}(\omega) = -\nabla \varphi(\vec{r}, \omega), \quad (6)$$

$$(\nabla, \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega)) = (\nabla, \sigma^*(\vec{r}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega)), \quad (7)$$

$$(\nabla, -\sigma^*(\vec{r}, \omega) \nabla \varphi(\vec{r}, \omega)) = 0, \quad (8)$$

где $\sigma^*(\omega) = \vec{\sigma}(\omega) + i\omega \varepsilon_0 \vec{\varepsilon}(\omega)$ — комплексная проводимость.

Уравнение (8) решается на пространственной модели пористой среды в совокупности с граничными условиями, соответствующими приложению постоянной разности комплексных потенциалов $\Delta \varphi$ вдоль выбранного направления и отсутствием тока через границы модели в перпендикулярных направлениях (нормальная производная комплексного потенциала равна нулю).

Эффективные спектральные характеристики модели определяются путем усреднения по всему объему образца величины плотности комплексного тока:

$$\vec{j}(\vec{r}, \omega) = -\sigma^*(\vec{r}, \omega) \nabla \varphi(\vec{r}, \omega), \quad (9)$$

$$\vec{j}(\omega) = -\bar{\sigma}^*(\omega) \Delta \varphi, \quad (10)$$

где $\vec{j}(\omega)$ — средняя по объему проекция комплексного тока на направление приложения разности потенциалов.

В работе принимается, что эффективная ЭП $\sigma_{\text{eff}}(\omega)$ и эффективная относительная ДП $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)$ модели являются действительными величинами и связаны с эффективной комплексной ЭП $\bar{\sigma}^*(\omega)$ соотношением

$$\bar{\sigma}^*(\omega) = \sigma_{\text{eff}}(\omega) + i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{eff}}(\omega). \quad (11)$$

Численный метод

Расчеты проводились на трехмерной сетке, к центру ячеек которой приписываются значения комплексного потенциала $\varphi(x, y, z)$, характеристики ячеек определяются величиной их комплексной ЭП $\sigma(x, y, z)$. В основу численного алгоритма положена изотропная разностная дискретизация (8) на равномерной сетке, соответствующая семиточечному шаблону. В этом случае разностный вид уравнения (8) следующий:

$$\frac{j_{i+1/2,j,k} - j_{i-1/2,j,k}}{\Delta x} + \frac{j_{i,j+1/2,k} - j_{i,j-1/2,k}}{\Delta y} + \frac{j_{i,j,k+1/2} - j_{i,j,k-1/2}}{\Delta z} = 0, \quad (12)$$

где i, j, k — индексы ячеек разностной сетки по осям x, y, z соответственно; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ — линейные размеры по этим осям; $j_{i+1/2, j, k}$ — величина плотности комплексного тока через границу, разделяющую ячейки i, j, k и $i+1, j, k$. Величина $j_{i+1/2, j, k}$ вычисляется как

$$j_{i+1/2, j, k} = \sigma_{i+1/2, j, k} \frac{(\varphi_{i, j, k} - \varphi_{i+1, j, k})}{\Delta x}, \quad (13)$$

где $\varphi_{i, j, k}$ — значение электрического потенциала в ячейке i, j, k . Величина $\sigma_{i+1/2, j, k}$ вычисляется как

$$\sigma_{i+1/2, j, k} = \frac{2\sigma_{i, j, k} \cdot \sigma_{i+1, j, k}}{\sigma_{i, j, k} + \sigma_{i+1, j, k}}. \quad (14)$$

Формулы для вычисления плотностей комплексного тока в остальных направлениях выглядят аналогичным образом.

Для решения системы разностных уравнений (12), аппроксимирующих уравнение (8), использовался стабилизированный метод бисопряженных градиентов [Sleijpen, Fokkema, 1993] с многосеточным предобуславливателем.

Тестирование применимости численного метода проводилось путем сравнения результатов расчетов с известными аналитическими решениями [Ландау, Лифшиц, 1982]. Также была проверена сходимость численных решений по сеткам.

Результаты

Для демонстрации применимости описанного подхода была взята трехмерная цифровая модель, соответствующая типичному песчанику Berea, с размерами $0.0004604 \times 0.0004604 \times 0.0004604$ м³ вдоль осей x, y, z соответственно. Модель аппроксимирована с помощью $200 \times 200 \times 200$ кубических ячеек с размером стороны $h = 2.302$ мкм.

Исследовались случаи заполнения порового пространства модели водой, нефтью и смесью воды и нефти при различных значениях величины водонасыщенности S_w , выражающей долю объема, занятого водой в поровом пространстве модели.

Распределение нефти и воды в модели было получено путем прямого гидродинамического моделирования на основе метода функционала плотности [Демьянов, Динариев, Евсеев, 2009]. На рис. 1 приведен пример такого расчета при $S_w = 0.3$. Материал породы считался водосмачиваемым.

Для проведения численного моделирования частотной дисперсии ЭП и ДП полученное распределение водонасыщенности сегментировалось так, чтобы в модели отсутствовали ячейки, содержащие одновременно нефть и воду. При этом обеспечивалась неизменность соотношения объемов нефти и воды в модели. Подобное упрощение модели позволяет избежать использования сложноструктурированных расчетных сеток и избежать влияния выбора способа определения свойств ячеек, заполненных смесью различных фаз, на результаты расчета.

ЭП и ДП модели считались действительными величинами, ЭП воды принималась равной $\sigma_{\text{wat}} = 2.5$ См/м, породы $\sigma_{\text{rock}} = 10^{-5}$ См/м, нефти $\sigma_{\text{oil}} = 10^{-4}$ См/м; относительная ДП воды принималась равной $\varepsilon_{\text{wat}} = 80$, породы $\varepsilon_{\text{rock}} = 4$, нефти $\varepsilon_{\text{oil}} = 2$. Для простоты рассматривался случай отсутствия спектральной зависимости проводимости и проницаемости компонентов от частоты. Расчеты проводились для частот ω в диапазоне $10^4 - 10^{10}$ рад/с. Такой выбор частот обусловлен возможностью сопоставления результатов численного моделирования с данными экспериментального исследования, а также тем, что именно в этом диапазоне ожидалось наблюдение особенностей эффективных спектральных характеристик моделей.

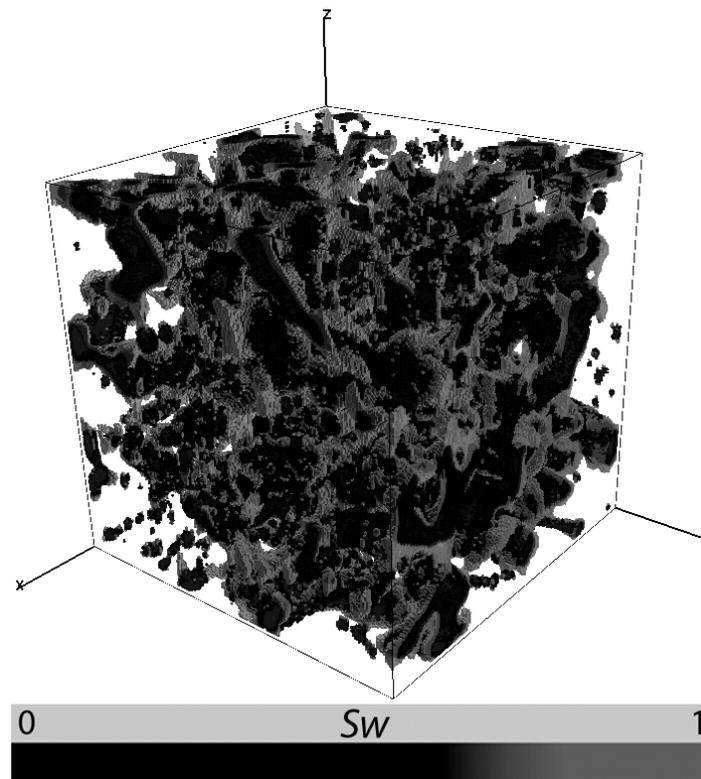


Рис. 1. Распределение водонасыщенности в поровом пространстве цифровой модели среды для двухфазной смеси «нефть–вода». Водонасыщенность модели $s_w = 0.3$. Скелет породы сделан прозрачным

Результаты проведенных расчетов спектральных зависимостей эффективной ЭП и ДП представлены на Рис. 2, 3 соответственно, а также в таблице 1. Результаты получены для случаев равновесного распределения компонентов смеси «нефть–вода» в модели при нескольких значениях водонасыщенности s_w : 0 %, 40 %, 70 %, 100 %.

Таблица 1. Результаты численных экспериментов

s_w	ω , рад/с	$\sigma_{\text{эфф}}(\omega)$, См/м	$\varepsilon_{\text{эфф}}(\omega)$	s_w	ω , рад/с	$\sigma_{\text{эфф}}(\omega)$, См/м	$\varepsilon_{\text{эфф}}(\omega)$
0 %	10^4	$1.87 \cdot 10^{-5}$	4.87	70 %	10^4	$6.48 \cdot 10^{-2}$	12.6
0 %	10^5	$1.88 \cdot 10^{-5}$	4.85	70 %	10^5	$6.48 \cdot 10^{-2}$	12.6
0 %	10^6	$2.34 \cdot 10^{-5}$	4.29	70 %	10^6	$6.48 \cdot 10^{-2}$	12.6
0 %	10^7	$3.76 \cdot 10^{-5}$	3.55	70 %	10^7	$6.48 \cdot 10^{-2}$	12.6
0 %	10^8	$3.90 \cdot 10^{-5}$	3.50	70 %	10^8	$6.58 \cdot 10^{-2}$	11.9
0 %	10^9	$3.90 \cdot 10^{-5}$	3.50	70 %	10^9	$7.92 \cdot 10^{-2}$	9.49
0 %	10^{10}	$3.90 \cdot 10^{-5}$	3.50	70 %	10^{10}	$9.65 \cdot 10^{-2}$	8.02
40 %	10^4	$2.46 \cdot 10^{-2}$	9.96	100 %	10^4	$1.02 \cdot 10^{-1}$	14.5
40 %	10^5	$2.46 \cdot 10^{-2}$	9.95	100 %	10^5	$1.02 \cdot 10^{-1}$	14.5
40 %	10^6	$2.46 \cdot 10^{-2}$	9.84	100 %	10^6	$1.02 \cdot 10^{-1}$	14.5
40 %	10^7	$2.46 \cdot 10^{-2}$	9.70	100 %	10^7	$1.02 \cdot 10^{-1}$	14.5
40 %	10^8	$2.56 \cdot 10^{-2}$	9.06	100 %	10^8	$1.02 \cdot 10^{-1}$	14.1
40 %	10^9	$3.53 \cdot 10^{-2}$	6.58	100 %	10^9	$1.17 \cdot 10^{-1}$	11.8
40 %	10^{10}	$4.44 \cdot 10^{-2}$	5.72	100 %	10^{10}	$1.40 \cdot 10^{-1}$	10.0

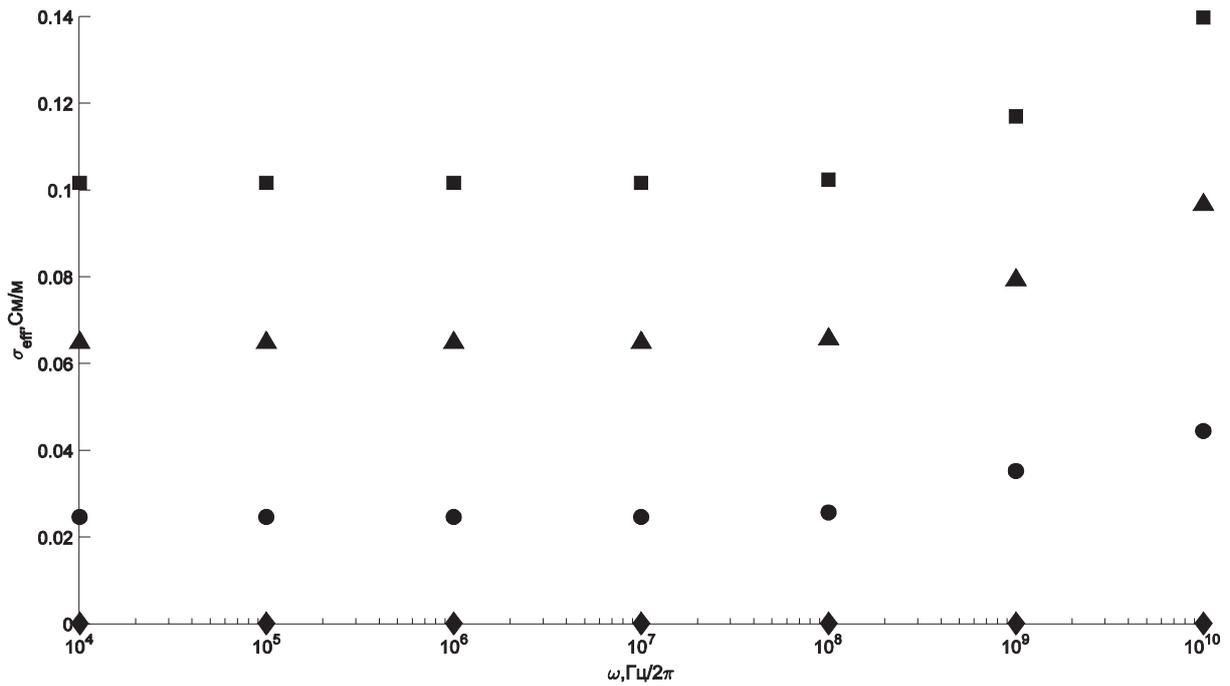


Рис. 2. Спектральная зависимость эффективной ЭП $\sigma_{\text{эф}}(\omega)$, См/м, модели насыщенной пористой среды от циклической частоты приложенного поля ω , рад/с. Результаты расчетов для случая с $s_w = 100\%$ на графике обозначены квадратами, с $s_w = 70\%$ — треугольниками, с $s_w = 40\%$ — кругами, $s_w = 0\%$ — ромбами

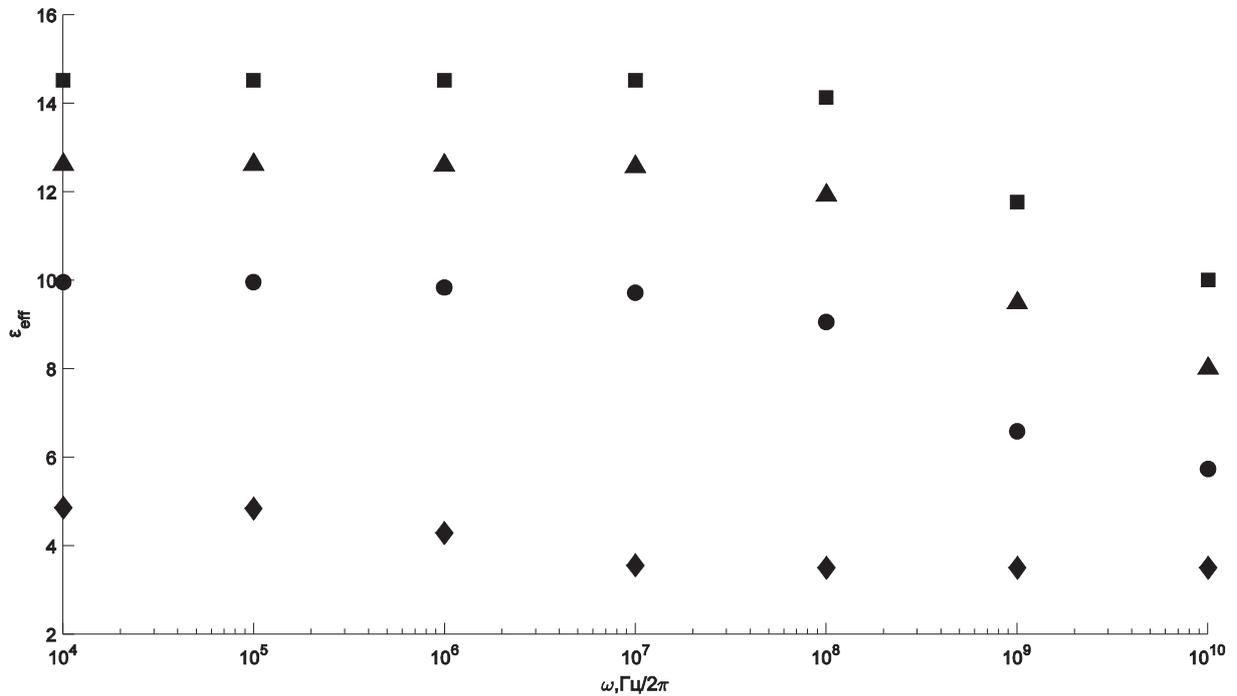


Рис. 3. Зависимость эффективной относительной ДП $\epsilon_{\text{эф}}(\omega)$ модели насыщенной пористой среды от циклической частоты приложенного поля ω , рад/с. Результаты расчетов для случая с $s_w = 100\%$ на графике обозначены квадратами, с $s_w = 70\%$ — треугольниками, с $s_w = 40\%$ — кругами, $s_w = 0\%$ — ромбами

Из приведенных на рис. 2 и рис. 3 графиков видно, что рассматриваемый метод без учета спектральных зависимостей ЭП и ДП проницаемости образующих модель материалов позволяет определить зависимость эффективных характеристик от водонасыщенности. Следует отметить, что случай отсутствия частотной зависимости характеристик компонентов модели выбран для демонстрации применимости подхода из-за своей простоты. При проведении моделирования дисперсионных свойств реальных пористых сред такое приближение неприменимо, необходимо использовать данные о частотных зависимостях комплексных характеристик $\tilde{\sigma}(\omega)$ и $\tilde{\epsilon}(\omega)$ каждого из компонентов модели.

Предложенный подход может быть модифицирован для проведения моделирования эффективных спектральных характеристик насыщенных пористых сред со сложным минеральным составом с учетом влияния поверхностных эффектов путем использования более сложных многокомпонентных моделей и неоднородных расчетных сеток.

Заключение

В работе предложен эффективный метод численного моделирования частотной зависимости эффективных электрических характеристик (электрической проводимости и диэлектрической проницаемости) насыщенных пористых сред.

Приведены результаты применения этого метода к пористым образцам с неоднородным распределением насыщающих компонентов, полученным путем прямого гидродинамического моделирования.

Результаты моделирования демонстрируют применимость рассматриваемого метода в качестве инструмента для прогнозирования дисперсионных характеристик реальных образцов насыщенных пористых сред.

Список литературы

- Демьянов А. Ю., Динариев О. Ю., Евсеев Н. В. Основы метода функционала плотности в гидродинамике. — М.: Физматлит, 2009. — 312 с.
Demianov A. Yu., Dinariev O. Yu., Evseev N. V. Osnovi metoda funktsionala plotnosti v gidrodinamike [The basics of the density functional theory in hydrodynamics]. — M.: Fizmatlit, 2009. — 312 p. (in Russian).
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Том 8. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 621 с.
Landau L. D., Lifshits E. M. Teoreticheskaya fizika. Tom 8. Elektrodinamika sploshnih sred [Course of Theoretical Physics. Vol. 8. Electrodynamics of Continuous Media]. — M.: Nauka, 1982. — 621 p. (in Russian).
- Никольский В. В. Теория электромагнитного поля. — М.: Высшая школа, 1961.
Nikolsky V. V. Teoriya elektromagnitnogo polya [Electromagnetic field theory]. — M.: Vysshaya shkola, 1961 (in Russian).
- Семенов Н. А. Техническая электродинамика. — Связь, 1973. — 480 с.
Semenov N. A. Tekhnicheskaya elektrodinamika [Technical electrodynamics]. — Sviaz, 1973. — 480 p. (in Russian).
- Archie G. E. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics // Transactions of the AIME. — 1941. — P. 54–62.
- Asami K. Dielectric dispersion in biological cells of complex geometry simulated by three-dimensional finite difference method // J. Phys. D. Appl. Phys. — 2006. — Vol. 39. — P. 492–499.
- Bona N., Rossi E., Venturini C., Capaccioli S., Lucchesi M., Rolla P. A. Characterization of rock wettability through dielectric measurements // Oil & Gas Science and Technology. — 1998. — Vol. 53, No. 2. — P. 771–783.
- Cole K. S., Cole R. H. Dispersion and absorption in dielectrics // J. Chem. Phys. — 1941. — Vol. 9. — P. 341–351.

- Debye P.* Polar Molecules. — Chemical Catalog Company Inc. — New York, 1929.
- Johnson D. L., Koplik J., Schwartz L. M.* New pore-size parameter characterizing transport in porous media // *Phys. rev. Let.* — 1986. — Vol. 57, No. 20.
- Knight R., Abad A.* Rock/water interaction in dielectric properties: Experiments with hydrophobic sandstones // *Geophysics.* — 1995. — Vol. 60, No. 2. — P. 431–436.
- Liu C., Shen L. C.* Dielectric constant of two-component, two-dimensional mixtures in terms of Bergman–Milton simple poles // *J. Appl. Phys.* — 1993. — Vol. 13. — P. 1897–1903.
- Luo M., Pan H.* A numerical study on the relation between the electrical spectra of a mixture and the electrical properties of the components of the mixture // *Journal of Applied Geophysics.* — 2015. — Vol. 112, No. 20. — P. 33–41.
- Mees F., Swennen R., Van Geet M., Jacobs P.* Applications of X-ray Computed Tomography in the Geosciences. — The Geological Society London. — 2003. — 243 p.
- Niu Q., Revil A.* Connecting complex conductivity spectra to mercury porosimetry of sedimentary rocks // *Geophysics.* — 2016. — Vol. 81, No. 1. — P. E17–E32.
- Rothwell E. J., Michael J. C.* Electromagnetics. — CRC Press LLC. — 2001.
- Sleijpen G. L., Fokkema D. R.* BiCGstab for linear equations involving unsymmetric matrices with complex spectrum // *Electronic Transactions on Numerical Analysis.* — 1993. — Vol. 1. — P. 11–32.
- Toumelin E., Torres-Verdin C., Bona N.* Improving Petrophysical Interpretation With Wide-Band Electromagnetic Measurements // *SPE Journal.* — 2008. — Vol. 13, No. 2. — P. 9–12.