

УДК: 538.955

Классификация динамических режимов переключения намагниченности в трехслойной ферромагнитной структуре в зависимости от спин-поляризованного тока инжекции и внешнего магнитного поля.

I. Продольная анизотропия

Н. В. Островская^{1,a}, В. А. Скиданов^{1,2}, Ю. А. Юсипова²

¹ Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН,
Россия, 124365, г. Москва, Зеленоград, ул. Советская, д. 3

² Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»,
Россия, 124498, г. Москва, Зеленоград, Солнечная аллея, д. 5

E-mail: ^a ost.ippm@yandex.ru

Получено 16.05.2016.

Принято к публикации 28.07.2016.

В приближении однородной намагниченности построена математическая модель ячейки памяти MRAM с осью анизотропии, расположенной в плоскости запоминающего ферромагнитного слоя ячейки и ориентированной параллельно ее краю (продольная анизотропия). Модель базируется на уравнении Ландау–Лифшица–Гильберта с токовым членом в форме Слончевского–Берже. Выведена система обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде, описывающая динамику намагниченности в трехслойной вентильной структуре Co/Cu/Co в зависимости от величины тока инжекции и внешнего магнитного поля, параллельного оси анизотропии магнитных слоев. Показано, что при любых токах и полях система имеет два основных состояния равновесия, расположенных на оси, совпадающей с осью анизотропии. Проведен анализ устойчивости этих состояний равновесия. Выписаны уравнения для определения дополнительных состояний равновесия. Показано, что в зависимости от величины внешнего магнитного поля и тока инжекции система может иметь всего два, четыре и шесть симметричных относительно оси анизотропии положений равновесия. Построены бифуркационные диаграммы, характеризующие основные типы динамики вектора намагниченности свободного слоя. Проведена классификация фазовых портретов на единичной сфере в зависимости от управляющих параметров (тока и поля). Изучены особенности динамики вектора намагниченности в каждой из характерных областей бифуркационной диаграммы и численно построены траектории переключения. Для построения траекторий использовался метод Рунге–Кутты. Найдены параметры, при которых существуют неустойчивые и устойчивые предельные циклы. Установлено, что неустойчивые предельные циклы существуют вокруг основного устойчивого равновесия на оси, совпадающей с осью анизотропии, а устойчивые циклы — вокруг неустойчивых дополнительных равновесий. Граница области существования устойчивых предельных циклов рассчитана численно. Обнаружены новые типы динамики под влиянием внешнего магнитного поля и спин-поляризованного тока инжекции: случайное и неполное переключение намагниченности. Аналитически определены значения пороговых токов переключения в зависимости от внешнего магнитного поля. Численно выполнены оценки времени переключения в зависимости от величин управляющих параметров.

Ключевые слова: память MRAM, одноосная анизотропия, намагниченность, свободный слой, закрепленный слой, уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта, переключение намагниченности

UDC: 538.955

Classification of dynamical switching regimes in a three-layered ferromagnetic nanopillar governed by spin-polarized injection current and external magnetic field. I. Longitudinal anisotropy

N. V. Ostrovskaya¹, V. A. Skidanov^{1,2}, Iu. A. Iusipova²

¹ Institute for Design Problems in Microelectronics RAS,

3 Sovietskaya st., Zelenograd, Moscow, 124365, Russia

² National Research University of Electronic Technology,

5 Solnechnaya avenue, Zelenograd, Moscow, 124498, Russia

Received 16.05.2016.

Accepted for publication 28.07.2016.

The mathematical model of the magnetic memory cell MRAM with the in-plane anisotropy axis parallel to the edge of a free ferromagnetic layer (longitudinal anisotropy) has been constructed using approximation of uniform magnetization. The model is based on the Landau–Lifshits–Gilbert equation with the injection-current term in the Slonczewski–Berger form. The set of ordinary differential equations for magnetization dynamics in a three-layered Co/Cu/Cu valve under the control of external magnetic field and spin-polarized current has been derived in the normal coordinate form. It was shown that the set of equations has two main stationary points on the anisotropy axis at any values of field and current. The stationary analysis of them has been performed. The algebraic equations for determination of additional stationary points have been derived. It has been shown that, depending on the field and current magnitude, the set of equations can have altogether two, four, or six stationary points symmetric in pairs relatively the anisotropy axis. The bifurcation diagrams for all the points have been constructed. The classification of the corresponding phase portraits has been performed. The typical trajectories were calculated numerically using Runge–Kutta method. The regions, where stable and unstable limit cycles exist, have been determined. It was found that the unstable limit cycles exist around the main stable equilibrium point on the axis that coincides with the anisotropy one, whereas the stable cycles surround the unstable additional points of equilibrium. The area of their existence was determined numerically. The new types of dynamics, such as accidental switching and non-complete switching, have been found. The threshold values of switching current and field have been obtained analytically. The estimations of switching times have been performed numerically.

Keywords: MRAM, uniaxial anisotropy, magnetization, free layer, fixed layer, the Landau–Lifshits–Gilbert equation, magnetization reversal

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 4, pp. 605–620 (Russian).

Введение

Поскольку существующие на сегодняшний день типы памяти близки к пределам своих возможностей, ведется интенсивный поиск новых путей записи и считывания информации. В этом отношении большой интерес вызывает концепция магнитной памяти прямого доступа (MRAM). На первых стадиях разработки MRAM управление процессом записи в ячейку предполагалось осуществлять с помощью магнитного поля. Прорыв в технике спиновых накопителей был обеспечен в 1996 году предсказанием [Slonczewski, 1996; Berger, 1996], что ориентацией намагниченности свободного магнитного слоя можно управлять непосредственно переносом спинового углового момента с помощью спин-поляризованного тока. В 2000 году была осуществлена первая экспериментальная демонстрация того, как наностолбик, состоящий из слоев Co/Cu/Co, может переключаться между состояниями с низким (параллельным) и высоким (антипараллельным) магнитным сопротивлением с помощью явления «переноса спина» [Albert, 2000]. В текущей литературе (например, в [Grollier et al., 2003; Bertottiet al., 2007]) широко обсуждается управление таким элементом с использованием комбинированного воздействия спин-поляризованного тока инжекции и внешнего магнитного поля. В работе [Grollier et al., 2003] было выполнено первое исследование устойчивости параллельной и антипараллельной конфигураций намагниченности ферромагнитных слоев трехслойного элемента и проведено сопоставление результатов с проведенными теми же авторами экспериментальными исследованиями. В теоретической модели эффекта переключения [Grollier, 2003], наряду с внешним магнитным полем, учитывались магнитное поле анизотропии материала свободного слоя и магнитное поле размагничивания, однако не учитывались зависимости этих полей от намагниченности материала, не учитывалась также зависимость от намагниченности функционального множителя в выражении для токового члена. Это существенно упростило модель, но не позволило объяснить некоторые несоответствия теоретических и экспериментальных данных.

Известны также работы [Bertotti et al., 2005; Bertotti et al., 2007], в которых была использована теоретическая модель более сложная, чем в [Grollier et al., 2003]. Однако рассмотрение динамики намагниченности в них ограничено малыми токами и полями, т. е. именно теми интервалами, в которых параллельная конфигурация намагниченностей слоев магнетика устойчива и переключение невозможно, а основной интерес был сфокусирован на присутствии или отсутствии предельных циклов в данной динамической задаче при малых управляющих параметрах.

Мы провели анализ уравнений динамики намагниченности, основываясь на изучении равновесий динамической системы (ее особых точек), анализе их устойчивости по первому приближению и численном моделировании динамики намагниченности в различных диапазонах управляющих параметров системы. Все вычисления проводились нами при положительных значениях тока инжекции. Часть результатов, полученных нами, совпадает с результатами работ [Fert et al., 2004; Bertotti et al., 2005]; в частности, это касается границы потери устойчивости параллельной и антипараллельной конфигураций намагниченности переключательного элемента. В некоторых отношениях наши результаты шире результатов [Bertotti et al., 2005; Bertotti et al., 2007], поскольку нас интересовали динамические процессы в данной структуре, протекающие при более высоких токах, чем в этих работах.

Основные уравнения

Объектом исследования является трехслойная структура Co/Cu/Co, состоящая из двух слоев ферромагнитного материала (кобальт) и медной немагнитной прослойки, близкая к структурам, рассмотренным в работах [Grollier et al., 2003; Bertotti et al., 2005]. Поперечное сечение структуры представляет собой квадрат со стороной 100 нм, одна сторона которого параллельна оси легкого намагничивания ферромагнитных слоев (ось OX), толщина тонкого слоя в расчетах принята равной 5 нм. Намагниченность нижнего (закрепленного) слоя фиксирована, ее направление принимаем за положительное направление оси OX . Ось OZ перпендикулярна плоскости

слоев. Параллельно OZ пропускается ток, плотность которого J находится в диапазоне от 0 до 10^{14} А/м². Структура помещена во внешнее магнитное поле \mathbf{H} , направленное вдоль оси анизотропии (рис. 1). Рассматриваются как положительные, так и отрицательные значения поля.

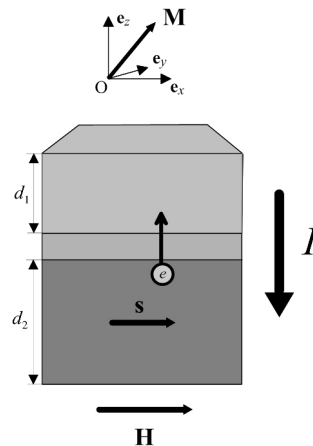


Рис. 1. Модель магнитного клапана с продольной анизотропией

Теоретическая модель явления, лежащего в основе работы спинового вентиля, была предложена в работе Дж. Слончевского [Slonczewski, 1996]. Модель базируется на фундаментальном уравнении Ландау–Лифшица–Гильберта, описывающем динамику вектора намагниченности \mathbf{M} в незакрепленном ферромагнитном слое:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|\gamma|\mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right]. \quad (1)$$

Здесь $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ н/А² — магнитная проницаемость вакуума, γ — гиромагнитное отношение: $\gamma = 0.28025 \cdot 10^{11}$ Т⁻¹с⁻¹, α — безразмерный коэффициент диссипации, M_s — намагниченность насыщения, \mathbf{H}_{eff} — эффективное магнитное поле, отражающее те виды физических взаимодействий, которые учтены в модели. В данном случае

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_f + \mathbf{H}_c, \quad (2)$$

где \mathbf{H} — внешнее магнитное поле, \mathbf{H}_a — эффективное поле магнитной анизотропии, \mathbf{H}_f — эффективное поле размагничивания, возникающее за счет конечных размеров вентильной структуры, \mathbf{H}_c — эффективное поле, создаваемое спин-поляризованным током инжекции. Магнитное поле обменного взаимодействия будем считать пренебрежимо малым (приближение однородного намагничивания), поскольку выражение для него содержит пространственные производные компонент вектора намагниченности.

Уравнение (1) сводится к безразмерному виду:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} \right], \quad (3)$$

где $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s}$, $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{eff}}}{M_s}$, $|\mathbf{m}| = 1$, время \tilde{t} измеряется в единицах $(\gamma\mu_0 M_s)^{-1}$,

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f + \mathbf{h}_c.$$

1. В данной модели внешнее поле \mathbf{h} направлено вдоль оси OX , $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_x$.

2. Поле анизотропии также ориентировано вдоль OX , $\mathbf{h}_a = k(\mathbf{m}, \mathbf{e}_x)\mathbf{e}_x = km_x\mathbf{e}_x$, где $k = 2K_a\mu_0^{-1}M_s^{-2}$, K_a — константа магнитной анизотропии.

3. Поле размагничивания \mathbf{h}_f определяется соотношением $\mathbf{h}_f = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m}$, где тензор $\hat{\mathbf{q}}$ — форм-фактор. В выбранной нами геометрии можно считать, что $\mathbf{h}_f = -m_z\mathbf{e}_z$.

4. Следуя теории Слончевского–Берже, вклад в эффективное поле, создаваемый током инжекции, считаем равным $\mathbf{h}_c = G \frac{J}{J_n} [\mathbf{s} \times \mathbf{m}]$, где \mathbf{s} — направление спиновой поляризации тока, совпадающее с направлением намагниченности в толстом слое (в данной геометрии $\mathbf{s} \equiv \mathbf{e}_x$), J — размерная плотность спин-поляризованного тока, J_n — нормировочный токовый коэффициент, который равен

$$J_n = \frac{d_1 e \mu_0 M_s^2}{\hbar} \quad (4)$$

(\hbar — постоянная Планка, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, e — заряд электрона, d_1 — толщина тонкого ферромагнитного слоя). Таким образом, безразмерная плотность тока равна $j = J / J_n$. Скалярная безразмерная функция $G(\mathbf{m})$, согласно [Slonczewski, 1996], имеет следующий вид:

$$G = \frac{4P^{3/2}}{(1+P)^3(3+(\mathbf{s}, \mathbf{m})) - 16P^{3/2}},$$

где P — параметр спиновой поляризации. С учетом $\mathbf{s} \equiv \mathbf{e}_x$ имеем $(\mathbf{s}, \mathbf{m}) = m_x$. Так что

$$G = \frac{4P^{3/2}}{(1+P)^3(3+m_x) - 16P^{3/2}} = \frac{c}{b+m_x} \left(c = \frac{4P^{3/2}}{(1+P)^3}, b = 3 - 4c \right).$$

Учтем также, что $[\mathbf{s} \times \mathbf{m}] = 0 \cdot \mathbf{e}_x - m_z\mathbf{e}_y + m_y\mathbf{e}_z$. Таким образом,

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h + km_x \\ -jGm_z \\ jGm_y - m_z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

После некоторых алгебраических преобразований получим

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] + \alpha \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{h}_{\text{eff}}), \quad (6)$$

где $\tau = \frac{\tilde{\tau}}{1+\alpha^2} = |\gamma| \frac{\mu_0 M_s}{1+\alpha^2} t$, \mathbf{h}_{eff} определяется соотношением (5). В координатной записи система (6) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{dt} &= -jG(m_y^2 + m_z^2) + m_y m_z + \alpha(h + km_x) - \alpha m_x L, \\ \frac{dm_y}{dt} &= jGm_x m_y - m_x m_z - h m_z - km_x m_x - \alpha jGm_z - \alpha m_y L, \\ \frac{dm_z}{dt} &= m_y(h + km_x) + jGm_x m_z + \alpha(jGm_y - m_z) - \alpha m_z L, \end{aligned} \quad (7)$$

где $L = m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z$. Перечислим параметры структуры Co/Cu/Co, которые были использованы в нашем численном расчете: $\alpha = 0.02$, $P = 0.35$, $\mu_0 M_s = 1.76$ Т, $K_a = 0.53 \cdot 10^6$ Дж/м³

[O'Handly, 2000]. При этом нормировки основных переменных были следующими:

$$\begin{aligned}t &= \frac{1+\alpha^2}{\gamma\mu_0 M_s} \tilde{\tau} \approx 2.0 \cdot 10^{-12} \tau \text{ (s)}, \\H &= M_s h \approx 1.4 \cdot 10^6 h \text{ (A/m)}, \\J &= \frac{d_1 e \mu_0 M_s^2}{\hbar} j \approx 1.9 \cdot 10^{13} j \text{ (A/m}^2\text{)}, \\K_a &= \frac{\mu_0 M_s^2}{2} k \approx 1.23 \cdot 10^6 k \text{ (J/m}^3\text{)}.\end{aligned}$$

Отметим, что из физических соображений имеется ряд ограничений на предельные величины плотности тока инжекции J и внешнего магнитного поля H , но в наших расчетах мы их не учитывали.

Качественный анализ динамической системы

Особые точки

Чтобы найти положения равновесия системы (7), следует приравнять нулю правые части системы:

$$\begin{cases} (m_z h_y - m_y h_z) + \alpha h_x - \alpha m_x L = 0, \\ (m_x h_z - m_z h_x) + \alpha h_y - \alpha m_y L = 0, \\ (m_y h_x - m_x h_y) + \alpha h_z - \alpha m_z L = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Получаем полиномиальную алгебраическую систему из трех уравнений относительно трех неизвестных: m_x, m_y, m_z . Параметры α, P, k считаем фиксированными (внутренними) параметрами системы, а поле h и ток j — варьируемыми (внешними) параметрами. Решив эту систему относительно неизвестных m_x, m_y, m_z , при текущих значениях h, j найдем положения равновесия, отвечающие данным значениям параметров. В случае $h=0, j=0$ система (8) вырождается к виду

$$\begin{cases} m_y m_z + \alpha k m_x - \alpha m_x L = 0, \\ -(1+k) m_x m_z - \alpha m_y L = 0, \\ k m_x m_y - \alpha m_z - \alpha m_z L = 0. \end{cases}$$

Здесь $L = k m_x^2 - m_z^2$. При этих значениях поля и тока система (7) имеет шесть особых точек (точек равновесия) на поверхности единичной сферы, а именно: $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$, $T_{3,4}(0, \pm 1, 0)$, $T_{5,6}(0, 0, \pm 1)$ (точки $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ являются устойчивыми фокусами, $T_{3,4}(0, \pm 1, 0)$ — седлами, $T_{5,6}(0, 0, \pm 1)$ — неустойчивыми фокусами).

Для отыскания особых точек при ненулевых внешних параметрах следует решить систему (8) в общем виде. Последовательно исключая степени m_y и m_z из уравнений системы, получаем уравнение относительно переменной m_x , распадающееся на множители, среди которых наиболее содержательными являются два следующих:

$$1) \quad m_x^2 - 1 = 0, \quad (9a)$$

$$2) \quad A_4 m_x^4 + A_3 m_x^3 + A_2 m_x^2 + A_1 m_x + A_0 = 0, \quad (9b)$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= k + k^2, \\ A_3 &= 2hk + 2k^2b + h + 2bk, \\ A_2 &= b^2k^2 + b^2k + 4hbk + j^2c^2 + 2hb + h^2, \\ A_1 &= 2b^2hk + b^2h + 2bh^2, \\ A_0 &= h^2b^2. \end{aligned}$$

Первое уравнение отвечает двум положениям равновесия $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$, присутствующим в системе при любых токах и полях; второе уравнение позволяет рассчитать координаты дополнительных особых точек и выделить области их существования. Отметим интересную особенность последнего уравнения: оно не содержит параметра затухания α .

Если компонента намагниченности m_x удовлетворяет уравнению (9b), то уравнение для определения компоненты m_z после некоторых преобразований приобретает вид

$$m_z^2 m_x - (m_x^2 - 1)(km_x + h) = 0 \quad (m_x \neq 0).$$

Подстановкой найденных компонент m_x и m_z в любое из уравнений (8) можно определить компоненту m_y , например из третьего:

$$m_y = m_z \frac{-\alpha k m_x^4 + \alpha k m_x^3 + (\alpha k + a - cj)m_x^2 + \alpha(bk + h + b)m_x + \alpha b h}{k m_x^3 + (bk + h)m_x^2 + (\alpha c j + hb)m_x}.$$

При $m_x = 0$ (что имеет место только при $h = 0$) координаты особых точек легко получить непосредственно из (8). При $j \leq b/2c$ это даст две пары аксиально-симметричных точек с координатами

$$\begin{aligned} m_x &= 0, \\ m_y &= \pm \frac{1}{\sqrt{2b}} \sqrt{b \mp \sqrt{b^2 - 4c^2 j^2}}, \\ m_z &= \pm \frac{1}{\sqrt{2b}} \sqrt{b \pm \sqrt{b^2 - 4c^2 j^2}}, \end{aligned}$$

при $j > b/2c$, $h = 0$ дополнительных особых точек нет.

Таким образом, здесь формализована процедура определения координат особых точек, что позволяет построить бифуркационные диаграммы смены типа особых точек $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ и диаграмму рождения/исчезновения дополнительных особых точек (следующий раздел).

Бифуркационные диаграммы

Пусть $T_0(m_{x,0}, m_{y,0}, m_{z,0})$ — какая-либо особая точка динамической системы. Линеаризовав систему (6) в окрестности точки T_0 , получим линейную систему

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0).$$

Здесь $\mathbf{m}_0 = (m_{x,0}, m_{y,0}, m_{z,0})$, \mathbf{A} — числовая матрица размерности 3×3 ,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \partial_{m_x} P & \partial_{m_y} P & \partial_{m_z} P \\ \partial_{m_x} Q & \partial_{m_y} Q & \partial_{m_z} Q \\ \partial_{m_x} S & \partial_{m_y} S & \partial_{m_z} S \end{pmatrix} \bigg|_{T_0},$$

где символ ∂_{m_i} означает частную производную соответствующей функции по переменной m_i , P, Q, S — правые части системы (7). Тип особой точки определяется собственными числами этой матрицы. А поскольку фазовое пространство исследуемой системы представляет собой сферическую поверхность, которая может быть различными способами отображена на плоскость, то классификация особых точек в данном случае совпадает с классификацией особых точек на плоскости, и для определения типа особой точки достаточно двух собственных чисел [Андронов и др., 1966; Баутин и др., 1990].

1. Основные особые точки $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$

В точке равновесия $T_1(+1, 0, 0)$

$$A = \begin{pmatrix} -2\alpha k - 2\alpha h & 0 & 0 \\ 0 & jG_1 - \alpha h - \alpha k & -1 - k - \alpha jG_1 - h \\ 0 & k + h + \alpha jG_1 & -\alpha - \alpha k + jG_1 - \alpha h \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы —

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2}^{(1)} &= jG_1 - \alpha h - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k \mp \frac{1}{2}\sqrt{-U_1 V_1}, \\ \lambda_3^{(1)} &= -2\alpha(k + h), \end{aligned} \quad (10)$$

где $G_1 = G|_{T_1}$, $U_1 = 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1}$, $V_1 = 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1}$. Подкоренное выражение в (10) отрицательно при $j < (-2h - 2k - 1 - \sqrt{\alpha^2 + 1}) / 2\alpha G_1$ и $j > (-2h - 2k - 1 + \sqrt{\alpha^2 + 1}) / 2\alpha G_1$, значит при этих условиях $\lambda_{1,2}$ являются комплексно-сопряженными. При этом $\lambda_3^{(1)} < 0$. Таким образом, границы существования фокуса на плоскости (h, j) заданы параллельными линиями L_2 и L_3 :

$$\begin{aligned} L_2: \quad 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1} &= 0, \\ L_3: \quad 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1} &= 0. \end{aligned}$$

Знак выражения $\text{Re}(\lambda_{1,2}^{(1)}) = jG_1 - \frac{\alpha}{2}(1 + 2k + 2h)$ при $0 \leq j < \frac{\alpha}{2G_1}(1 + 2k + 2h)$ отрицательный, и тип особой точки в трехмерном пространстве — устойчивый узел-фокус; при $j > \frac{\alpha}{2G_1}(1 + 2k + 2h)$ знак $\text{Re}(\lambda_{1,2}^{(1)})$ положительный и тип точки — седло-фокус. На сферическую поверхность устойчивый узел-фокус проектируется как устойчивый фокус, а седло-фокус как неустойчивый фокус; далее в тексте тип особых точек будем называть по названию их проекции на сферу. Уравнение линии раздела устойчивости и неустойчивости фокуса L_4 имеет вид

$$L_4: \quad 2G_1 j - 2\alpha h - 2\alpha k - \alpha = 0.$$

При принятых нами значениях параметров это $j = 0.1496 + 0.1576h$. Значит, в положительных полях при любых токах равновесие $T_1(+1, 0, 0)$ является устойчивым (ниже L_4) либо неустойчивым фокусом (выше L_4). Эта же линия является границей, на которой возникает бифуркация рождения/исчезновения предельного цикла (бифуркация Андронова–Хопфа).

В отрицательных полях картина несколько иная. Перемножим $\lambda_1^{(1)}$ и $\lambda_2^{(1)}$:

$$\lambda_1^{(1)}\lambda_2^{(1)} = (\alpha^2 + 1)(j^2 G_1^2 + h + 2kh + h^2 + k^2 + k).$$

При $\lambda_1^{(1)}\lambda_2^{(1)} = 0$ выражение во второй скобке является уравнением эллипса L_1 , сдвинутого на плоскости (h, j) в отрицательную область значений поля:

$$L_1: 4\left(h + k + \frac{1}{2}\right)^2 + 4G_1^2 j^2 = 1. \quad (11)$$

Вершина эллипса находится в точке $(-k - 1/2, 1/2G_1)$, т. е. при данных значениях параметров в точке $(-0.93, 3.941)$. Таким образом, в области I на рис. 2, a , ограниченной снизу осью $j = 0$, сверху — верхней дугой эллипса L_1 , произведение $\lambda_1^{(1)}\lambda_2^{(1)}$ отрицательно; значит, здесь точка $T_1(+1, 0, 0)$ является седлом. В области II выше линии L_1 произведение положительно, и с учетом знаков $\text{Re}(\lambda_{1,2}^{(1)})$ заключаем, что между линиями L_2 и L_3 точка $T_1(+1, 0, 0)$ является неустойчивым узлом, в области V — устойчивым фокусом, во всех остальных точках второго квадранта (в областях III и IV) — неустойчивым фокусом. Разница между точками левее линии L_2 и правее линии L_3 состоит в направлении раскручивания траектории в окрестности фокуса $T_1(+1, 0, 0)$.

В точке равновесия $T_2(-1, 0, 0)$ имеем

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2\alpha k + 2\alpha h & 0 & 0 \\ 0 & -jG_2 + \alpha h - \alpha k & 1 + k - \alpha jG_2 - h \\ 0 & -k + h + \alpha jG_2 & -\alpha - \alpha k - jG_2 + \alpha h \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы следующие:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2}^{(2)} &= -jG_2 + \alpha h - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k \mp \frac{1}{2}\sqrt{-U_2 V_2}, \\ \lambda_3^{(2)} &= -2\alpha(k - h), \end{aligned} \quad (12)$$

где $G_2 = G|_{T_2}$, $U_2 = 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1}$, $V_2 = 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1}$.

Так же как и в предыдущем случае, при выполнении неравенства $j < (-2h + 2k + 1 - \sqrt{\alpha^2 + 1}) / 2\alpha G_2$ или $j > (-2h + 2k + 1 + \sqrt{\alpha^2 + 1}) / 2\alpha G_2$ особая точка представляет собой фокус. В случае равенства эти выражения определяют на плоскости (h, j) пару параллельных прямых, L_6 и L_7 :

$$\begin{aligned} L_6: \quad 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1} &= 0, \\ L_7: \quad 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1} &= 0. \end{aligned}$$

Знак действительной части задает условие устойчивости особой точки. Граница смены знака проходит по линии L_8 :

$$L_8: 2G_2 j - 2\alpha h + 2\alpha k + \alpha = 0.$$

Таким образом, вне полосы между этими прямыми тип особой точки — фокус, устойчивый при $-jG_2 + \alpha h - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k < 0$ (выше линии L_8 на рис. 3, b) и неустойчивый при

$-jG_2 + \alpha h - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k > 0$ (ниже L_8). Так же как и ранее для $T_1(+1, 0, 0)$, внутри этой полосы особая точка может быть седлом либо узлом, в зависимости от того, одинаковы или различны знаки чисел $\lambda_1^{(2)}$ и $\lambda_2^{(2)}$.

Произведение $\lambda_1^{(2)}$ и $\lambda_2^{(2)}$ равно

$$\lambda_1 \lambda_2 = (1 + \alpha^2)(j^2 G_2^2 + h^2 - h - 2kh + k^2 + k).$$

На верхней полуплоскости (h, j) условие $\lambda_1^{(2)} \lambda_2^{(2)} = 0$ определяет верхнюю дугу эллипса (L_5), сдвинутого в область положительных полей:

$$L_5: 4G_2^2 j^2 + 4\left(h - \frac{1}{2} - k\right)^2 = 1. \quad (13)$$

Вершина эллипса находится в точке $(k + 1/2, 1/2G_2)$, т. е. в точке $(0.93, 0.970)$. Внутри эллипса произведение отрицательно, следовательно, при этих значениях тока и поля особая точка $T_2(-1, 0, 0)$ относится к седловому типу. Вне эллипса особая точка на сфере может быть либо узлом, либо фокусом. Бифуркационная диаграмма особой точки $T_2(-1, 0, 0)$ представлена на рис. 2, *b*: область VI — седла, область VII — устойчивые узлы, области VIII и IX — устойчивые фокусы, область X — неустойчивые фокусы. Аналогично предыдущему случаю, фокусы в области VIII и в области IX отличаются направлением закручивания траектории в окрестности особой точки.

2. Дополнительные особые точки

Помимо основных особых точек $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$, система (7) обладает дополнительными особыми точками. Границы области существования таких точек определяются значениями $m_x = \pm 1$. Подстановкой $m_x = \pm 1$ в (9b) найдем, что соответствующие линии L_9 и L_{10} — это не что иное, как эллипсы (11) и (13).

Отметим, что многочлен (9b) всегда может быть разложен в произведение двух квадратных множителей с действительными (хотя не обязательно рациональными) коэффициентами, зависящими от параметров материала α, k, b, c и управляющих параметров h, j :

$$(B_2^{(1)} m_x^2 + B_1^{(1)} m_x + B_0^{(1)})(B_2^{(2)} m_x^2 + B_1^{(2)} m_x + B_0^{(2)}) = 0.$$

Условиями существования дополнительных действительных корней являются условия неотрицательности соответствующих дискриминантов $D^{(1,2)}$. Таким образом, линии $D^{(1,2)} = 0$ разбивают полуплоскость (h, j) на области, в которых существуют два либо четыре действительных корня либо действительные корни отсутствуют. В данном случае, с учетом дополнительного условия $|m_x| \leq 1$, отрезок этой линии раздела был построен численно (линия L_{11} на рис. 2, *c*). Крайние точки отрезка L_{11} отвечают значениям $m_x = \pm 1$ и лежат на эллипсах (11) и (13).

Линии L_9, L_{10}, L_{11} делят плоскость (h, j) на области XI–XV (рис. 2, *c*). Область XI — область существования дополнительной осесимметричной пары неустойчивых фокусов (пунктирная линия в этой области отделяет подобласть, в которой фокусы переходят в узлы), XII — область существования дополнительной осесимметричной пары устойчивых фокусов, XIII — область существования двух осесимметричных седел и двух осесимметричных неустойчивых фокусов, XIV — область, в которой нет дополнительных особых точек. В области XV, ограниченной пунктирной линией, согласно теореме Андронова–Хопфа, вокруг неустойчивых фокусов существуют устойчивые предельные циклы (рис. 2, *c*) [Гукенхеймер и др., 2002]. Пунктирная линия —

это линия, на которой действительная часть собственных чисел, отвечающих неустойчивым дополнительным фокусам, обращается в нуль (получена численно).

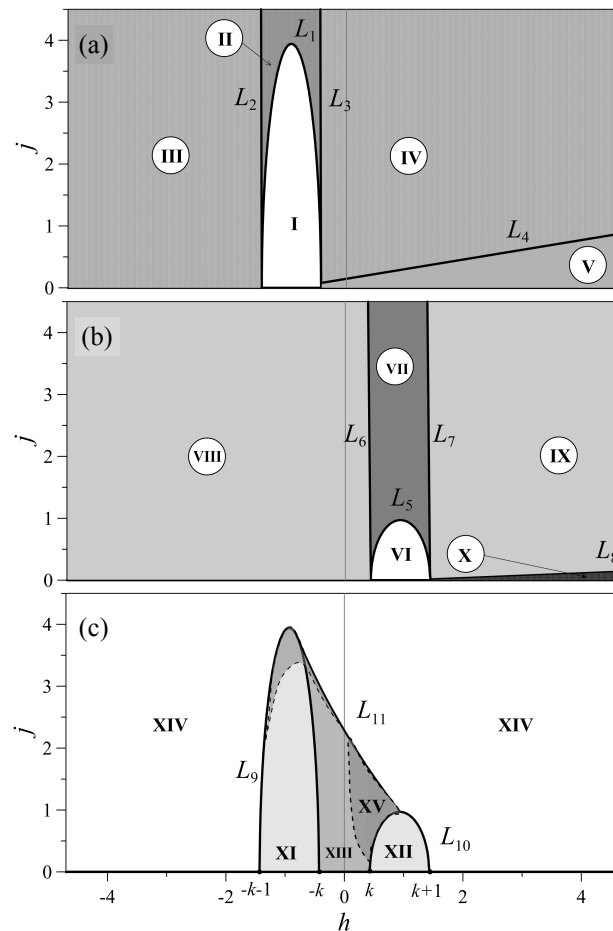


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы: а) бифуркации особой точки $T_1(+1,0,0)$; б) бифуркации особой точки $T_2(-1,0,0)$; в) бифуркации дополнительных особых точек динамической системы (7). Пояснения — в тексте статьи

Переключение ячейки от параллельной к антипараллельной конфигурации

В терминах теории динамических систем процесс записи единицы в ячейку памяти состоит в следующем: если в отсутствие внешнего воздействия током и/или полем вектор намагниченности занимает равновесное положение $\mathbf{m}_1(+1,0,0)$ (положение «нуль»), то при включении внешнего воздействия (которое, считаем, происходит мгновенно) вектор намагниченности должен перейти к новому равновесному положению $\mathbf{m}_2(-1,0,0)$ (запись единицы). Эти положения равновесия, как было показано, существуют при любых токах и полях, хотя и не всегда устойчивы. Наоборот, если первоначально вектор намагниченности в той же системе координат занимал положение $\mathbf{m}_2(-1,0,0)$, переключение означает его переброс к положению $\mathbf{m}_1(+1,0,0)$ (стирание единицы и запись нуля). Прежде всего возникает вопрос: при каких величинах магнитных полей и токов такое переключение возможно? Другой вопрос, впервые сформулированный в [Kiselev et al., 2003], состоит в следующем: какой тип движения намагниченности может быть возбужден этими внешними воздействиями? Ответы на них можно получить из суперпозиции бифуркационных диаграмм рис. 2, а, б, в.

1. Внешнее поле равно нулю

В случае $h=0, j=0$ система (7) имеет шесть особых точек: два устойчивых фокуса в точках $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$, два неустойчивых фокуса в точках $T_{3,4}(0, 0, \pm 1)$ и два седла $T_{5,6}(0, \pm 1, 0)$. Годографы вектора намагниченности, отвечающие этому случаю, изображены на рис. 3, *i*. Любое (случайное) отклонение вектора намагниченности от положений равновесия $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ вернет его по спиральной траектории в первоначальное положение. Возрастание тока j не изменяет числа и типа особых точек, а лишь смещает их координаты:

$$\left(0, \pm \sqrt{\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4j^2c^2}}{2b}}, \pm \sqrt{\frac{b \mp \sqrt{b^2 - 4j^2c^2}}{2b}} \right).$$

Эти точки существуют, пока выражение $b^2 - 4j^2c^2$ неотрицательно, в нашей модели до $j \leq 2.4557$. На рис. 2, *c* это соответствует пересечению линии L_{11} с осью $h=0$. Вместе с тем при пересечении критической линии L_4 (рис. 2, *a*) характер устойчивости фокуса $T_1(+1, 0, 0)$ изменяется с устойчивого на неустойчивый. В этом случае, при $j > 0.146$, малое отклонение вектора намагниченности от равновесия $T_1(+1, 0, 0)$ приводит к его переключению в положение устойчивого равновесия $T_2(-1, 0, 0)$. Таким образом, переключение от параллельной конфигурации намагниченности слоев клапана к антипараллельной теоретически возможно и без внешнего магнитного поля h .

Ниже мы рассмотрим отдельно случаи внешних полей, совпадающих по направлению с намагниченностью фиксированного слоя s (положительные поля) и противоположенных с ней (отрицательные поля).

2. Динамика намагниченности в отрицательных магнитных полях

Примеры динамики намагниченности в отрицательных магнитных полях приведены на рис. 3. Рисунок 3, *a* представляет собой суперпозицию бифуркационных диаграмм 2, *a-c*, рис. 3, *b-i* — годографы переключений в соответствующих областях диаграммы. В области 1 приложенное в отрицательном направлении магнитное поле относительно велико и способно перевернуть намагниченность даже в отсутствие тока (рис. 3, *d*). В процессе переворота конец вектора намагниченности описывает спиральную траекторию на поверхности сферы, нигде не меняя направления вращения.

Рисунок 3, *b* относится к области 2, в которой отсутствуют дополнительные особые точки. Особая точка T_1 здесь — неустойчивый узел, точка T_2 — устойчивый фокус. Вектор намагниченности резко покидает положение неустойчивого равновесия и совершает незначительное число оборотов, приближаясь к устойчивому фокусу, так как ток инжекции в выбранной для моделирования точке области довольно велик. Как следствие, время переключения τ_{sw} мало (в размерных единицах составляет $36 \cdot 10^{-12}$ секунд).

На рисунке 3, *e* управляющие параметры, ток и поле, принадлежат области 3 внутри эллипса L_1 , где помимо основных особых точек (седла и устойчивого фокуса) возникает пара дополнительных симметричных неустойчивых фокусов. Однако они не влияют на характер динамики переключения, а лишь формируют на единичной сфере две области вокруг неустойчивых фокусов, в которые траектория переключения при малых начальных отклонениях никогда не попадает (бассейны отталкивания).

Аналогичные ситуации имеют место в областях 4 и 6 (рис. 3, *c, g*), где вокруг неустойчивых фокусов также существуют бассейны отталкивания. Отличие между ними состоит лишь в типе особой точки T_1 : на рис. 3, *c* это неустойчивый узел, на рис. 3, *g* — фокус.

Область 7 расположена ниже критической линии L_4 , дополнительные особые точки здесь — пара неустойчивых фокусов и пара седел, которые не оказывают никакого влияния на

общий вывод о невозможности переключения (рис. 3, *h*). В этой области точки T_1 и T_2 — устойчивые фокусы. Кроме того, здесь существует неустойчивый предельный цикл, разделяющий бассейны притяжения точек T_1 и T_2 .

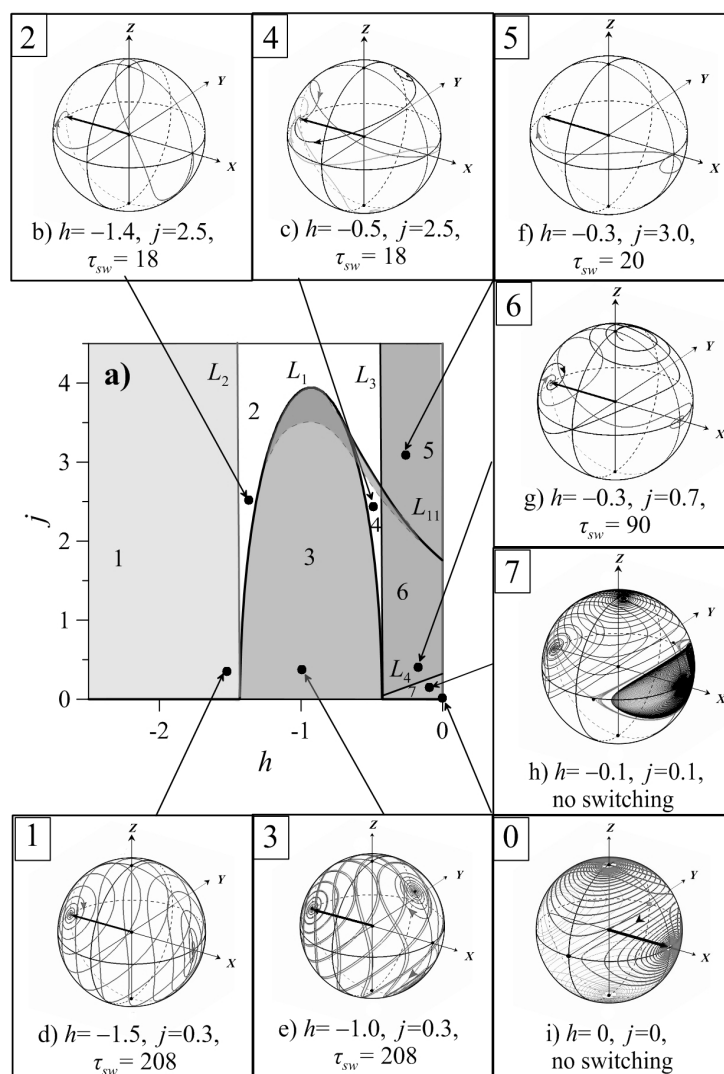


Рис. 3. Динамика вектора намагниченности, обусловленная током инжекции, в магнитных полях, направленных противоположно намагниченности фиксированного слоя; величина τ_{sw} — приближенная оценка времени переключения в относительных единицах; (а) суперпозиция левых частей бифуркационных диаграмм рис. 2, *a–c*; (b)–(i) нумерация в левом верхнем углу соответствует номеру области на бифуркационной диаграмме (а)

3. Динамика намагниченности в положительных магнитных полях

Классификация типов динамики в положительных магнитных полях показана на рис. 4. Так же как на рис. 3, *h*, в областях 10, 13, 15, 16 и 18, расположенных ниже критической линии L_4 , точка T_1 представляет собой устойчивый фокус, окруженный неустойчивым предельным циклом (рис. 4, *e, h, i, m, l*). Равновесие T_2 при этом в области 10 является устойчивым фокусом, в областях 13–16 — седлом, в области 18 — устойчивым фокусом и в области 19 — неустойчивым фокусом. Область существования неустойчивого цикла при $h \in [0, k+1]$ ограничена снизу осью $j=0$, далее, при $h \in [k+1, \infty]$, — линией L_8 , на которой $\text{Re}(\lambda_1^{(2)}, \lambda_2^{(2)}) = 0$. Ниже точка T_1 — устойчивый фокус, точка T_2 — неустойчивый фокус (область 19), и переключе-

ние $P \rightarrow AP$ невозможно, но возможно переключение в обратном направлении, $AP \rightarrow P$. Фактически такое переключение можно осуществить без использования спин-поляризованного тока, с помощью одного только магнитного поля. Переключение происходит по спиральной траектории без смены направления вращения (рис. 4, *k*).

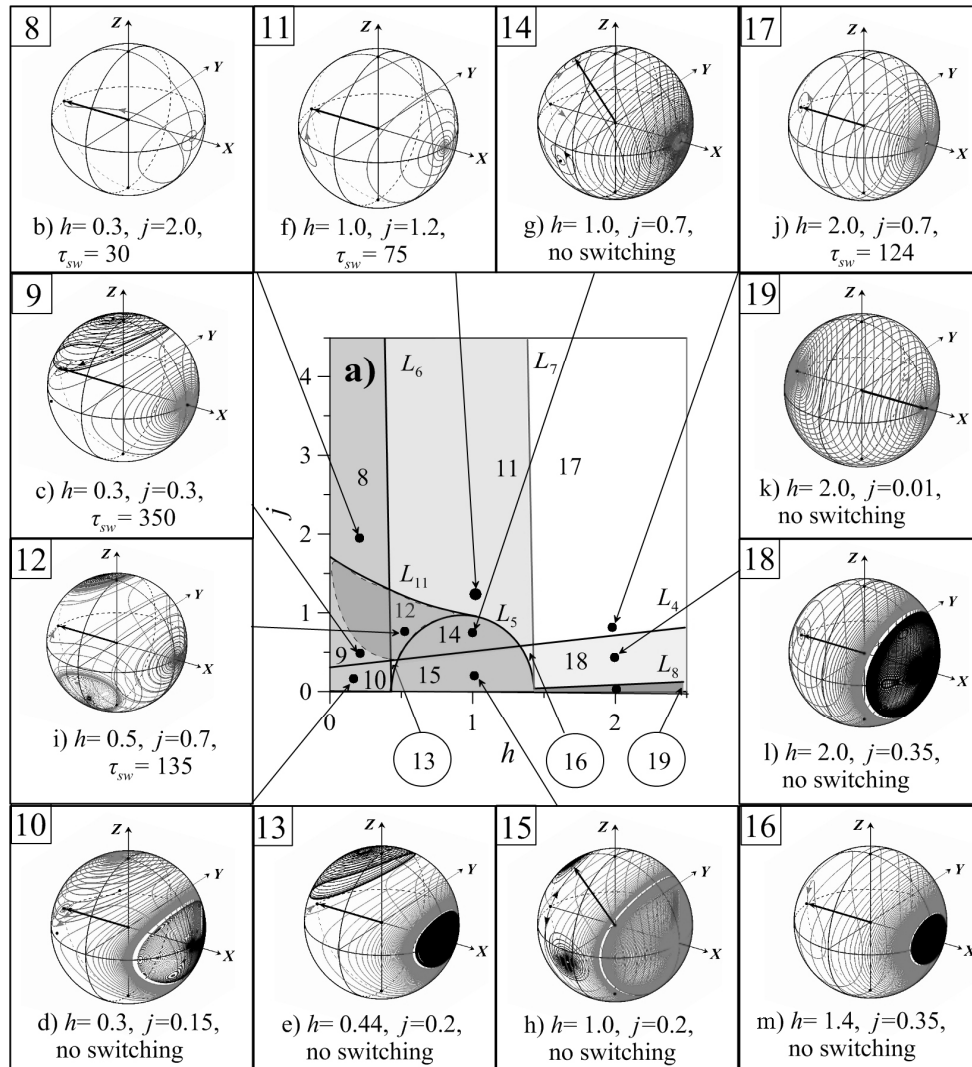


Рис. 4. Динамика намагниченности, обусловленная током инжекции, в положительных магнитных полях, однонаправленных с намагниченностью закрепленного слоя; величина τ_{sw} — приближенная оценка времени переключения в относительных единицах, нумерация рисунков в левом верхнем углу соответствует номеру области на бифуркационной диаграмме (а)

На рисунках 4, *e*, *h*, *i*, *m* и *l* приводятся типы динамики при параметрах ниже линии L_4 . Переключение $P \rightarrow AP$ здесь невозможно, что отмечалось во многих предшествующих работах (например, в [Grollier et al., 2003; Bertotti et al., 2005]). Но в области 15 из положения равновесия T_2 (седла) можно попасть в устойчивое положение равновесия T_3 либо T'_3 , которые расположены в левой полусфере. Область 13 характеризуется наличием пары устойчивых предельных циклов, попасть в которые из положений равновесия T_1 и T_2 невозможно.

Область 12 расположена выше критической линии L_4 , точка T_2 здесь является устойчивым узлом, пара дополнительных точек — неустойчивыми фокусами, окруженными устойчивыми предельными циклами. Другая пара дополнительных точек здесь относится к седловому типу. Область существования устойчивых предельных циклов шире области 12, она захватывает

часть области 9, где равновесие T_2 будет устойчивым фокусом. Граница существования предельных циклов получена численно и обозначена на рисунке 4, a пунктирной линией. Таким образом, при управляющих параметрах из этой области исход переключения не определен, он может закончиться в точке T_2 , но может привести к незатухающей прецессии вектора намагниченности вокруг одного из дополнительных фокусов. Такая прецессия может представлять прикладной интерес для работы трехслойной структуры в режиме спинтронного генератора.

В области 14 точка T_2 относится к седловому типу (неустойчива), но две дополнительные особые точки $T_3-T'_3$ являются устойчивыми фокусами, поэтому исходом переключательной динамики будет неполное переключение к одному из этих равновесий.

Наиболее надежными переключательными режимами будут режимы с управляющими параметрами из областей 8, 11 и 17. Их недостатком являются только высокие величины тока и поля переключения, близкие к критическим для кобальта, который выбран здесь в качестве примера для рассмотрения.

Заключение

В нашем исследовании нас интересовало существование траектории, соединяющей точки равновесия $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$. Ответ на этот вопрос мы искали прежде всего в свойствах устойчивости либо неустойчивости начального и конечного положений равновесия T_1, T_2 . Вместе с тем в ходе моделирования динамики процесса переключения стало ясно, что даже в случае неустойчивости начального равновесия T_1 и устойчивости конечного равновесия T_2 при переключении структуры из параллельного в антипараллельное состояние возможен такой эффект, как случайное переключение (рис. 4, c) с тремя равновероятными исходами. Возможны также ситуации одновременной неустойчивости равновесий T_1, T_2 , но устойчивости некоторой осесимметричной пары дополнительных равновесий $T_3-T'_3$, что приводит к неполному переключению с двумя, а не тремя, как в предыдущем случае, равновероятными исходами (рис. 4, b). Возникает вопрос: как может проявлять себя такая динамика в эксперименте? Обнаружение режимов с двумя и тремя равновероятными исходами представляется наиболее важным результатом данной работы.

Список литературы (References)

- Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон И. И., Майер А. Г. Качественная теория систем второго порядка. — М.: Наука, 1966. — 568 с.
Andronov A. A., Leontovich E. A., Gordon I. I., Meyer A. G. Kachestvennaya teoriya sistem vtorogo poriyadka [Qualitative theory of second-order dynamic systems]. — Moskva: Nauka, 1966. — 568 s. [in Russian]. English ed.: *Andronov A. A., Leontovich E. A., Gordon I. I., Meyer A. G. Qualitative theory of second-order dynamic systems.* — Israel: Halsted Press, 1973.
- Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. — М.: Наука, 1990. — 486 с.
Bautin N. N., Leontovich E. A. Metody i priemy kachestvennogo issledovaniya dinamicheskikh sistem na ploskosti [Methods and approaches of qualitative investigation of dynamic systems in plane]. — Moskva: Nauka, 1990. — 486 s. [in Russian].
- Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. — М.—Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 560 с.
Guckenheimer J., Holmes P. J. Nelineiniye kolebaniya, dinamicheskiye sistemy i bifurkatsii vektornykh polei [Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields]. — Moskva—Izhevsk, Institut kompyuternykh issledovaniy, 2002. — 560 s. [in Russian]. English ed.: *Guckenheimer J., Holmes P. J. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields.* — Springer, 2002.
- Chappert C., Fert A., Nguyen van Dau F. The emergence of spin electronics in data storage // *Nature materials.* — 2007.— Vol. 6. — P. 813–823.

- Daughton J. M.* Magnetic tunneling applied to memory // *J. Appl. Phys.* — 1997. — Vol. 81. — P. 3758–3763.
- Engel B. et al.* A 4-Mb toggle MRAM based on a novel bit and switching method // *IEEE Trans. Magn.* — 2005. — Vol. 41. — P. 132–136.
- Slonczewski J.* Current-driven excitation of magnetic multilayers // *J. Magn. Magn. Matter.* — 1996. — Vol. 159. P. L1–L7.
- Berger L.* Emission of spin waves by magnetic multilayer traversed by a current // *Phys. Rev. B* — 1996. — Vol. 54. — P. 9353–9358.
- Albert E. J., Katine J. A., Buhrman R. A., Ralph D. C.* Spin-polarized current switching of a Co thin film nanomagnet // *Appl. Phys. Lett.* — 2000. — P. 77 3809–3811.
- Grollier J., Cros V., Jaffres H., Hamzic A., George J. M., Faini G., Ben Yo. J., Le G. H., and Fert A.* Field dependence of magnetization reversal by spin transfer // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 67. — P. 174402
- Fert V., Cros J. M., George J., Grollier H., Jaffres A., Hamzic Vaures A., Faini G., Ben Yo. J., Le G. H.* Magnetization reversal by injection and transfer of spin: experiments and theory // *JMMM.* — 2004. — Vol. 272–276. — P. 1706–1711.
- Bertotti G., Serpico C., Mayergoyz I. D., Magni A., d'Aquino M., and Bonin R.* Magnetization switching and microwave oscillations in nanomagnets driven by spin-polarized currents // *PRL.* — 2005. — Vol. 94. — P. 127206.
- Bertotti G., Serpico C., Mayergoyz I. D., Magni A., d'Aquino M., and Bonin R.* Current-induced magnetization dynamics in nanomagnets // *JMMM.* — 2007. — Vol. 316. — P. 285–290.
- Kiselev S. I., Sankey J. C., Krivorotov I. N., Emley N. C., Schoelkopf R. J., Buhrman R. A., Ralph D. C.* Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current // *Nature.* — 2003. — Vol. 425. — P. 380–384.
- Ostrovskaya N., Skidanov V., Iusipova Iu.* Bifurcations in the Dynamical System for a Three-layered Magnetic Valve // *Solid State Phenomena.* — 2015. — Vols. 233–234. — P. 431–435.
- O'Handly R.* *Modern Magnetic Materials.* — New York: Wiley, 2000. — 768 p.