

УДК: 51-77+316.4

Математическая модель протестных акций

З. Х. Хосаева

Владикавказский научный центр РАН,
Россия, 362027, г. Владикавказ, ул. Маркуса, д. 22

E-mail: hzaiac83@mail.ru

Получено 16 октября 2015 г.

В работе построена математическая модель, отражающая основные особенности протестных акций. Получено аналитическое решение при условии, что в протестных акциях участвует только возбужденная часть населения. Численное значение коэффициентов модели оценено по реальным данным для каскадных протестных акций, происходивших в г. Лейпциге в 1989 г. Проанализировано возможное изменение числа участников протестной акции под влиянием изменения коэффициентов модели.

Ключевые слова: математическая модель протестных акций, аналитическое решение, оценка коэффициентов

The mathematics model of protests

Z. H. Khosaeva

Vladikavkaz Science Centre of RAS, 22 Marcus st., Vladikavkaz, 362027, Russia

Abstract. — A mathematical model that reflects the main features of the protests is constructed in this paper. An analytical solution was found with assuming that only excited part of the population involved in protests. The numerical value of the model coefficients was estimated from the real data for the cascade of protests that took place in Leipzig in 1989. The changes of the participants number in the protest action with influence the model coefficients was analysed.

Keywords: protests mathematical modelling, analytical solution, coefficients estimation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no. 6, pp. 1331–1341 (Russian).

Введение

В последние годы во всем мире наблюдается рост числа протестных акций. По мнению исследователей, они являются одной из форм воздействия широких масс на политику правящих групп. Так называемые «цветные революции» на постсоветском пространстве, массовые выступления в Северной Африке и на Ближнем Востоке имеют довольно схожее течение. Их отличительной чертой является наличие повторяющихся протестных акций. Как правило, если временной промежуток между двумя последовательными протестными акциями мал, то с каждой последующей акцией число участников стремительно увеличивается [Васильев, Петров, 2012]. Такие процессы называют «каскадными протестными акциями» [Lohmann, 1994]. В некоторых случаях подобные массовые выступления удается прекратить жесткими силовыми методами (например, «васильковская революция» в республике Беларусь (2006 г.); революция в Королевстве Бахрейн (2012 г.)), в других случаях — подобная реакция властей вызывает эскалацию конфликта и стремительный рост недовольных (революции в Тунисе (2010 г.), в Египте (2011 г.)).

В литературе есть также более ранние примеры каскадных протестных акций, например волна забастовок в США в 1886 г. [Biggs, 2003]. В этой работе отмечено наличие авторегрессии: чем больше рабочих принимало участие в забастовке, тем большее количество участников наблюдалось в следующий раз. Однако на сегодняшний день нет четкого понимания основных механизмов, влияющих на интенсивность и характер протекания протестных акций. На наш взгляд, построение математической модели протестных акций может дать дополнительную информацию, способствующую более четкому пониманию.

Единственная известная нам попытка моделировать каскадные протестные акции предпринята в работе [Lohmann, 1994]. В ней предложена теоретико-игровая модель серии протестных акций. Каждая личность с некоторой вероятностью получает информацию, в зависимости, от которой определяется, будет ли она участвовать в очередной протестной акции или нет. В работе предполагается, что при превышении количеством участников протестных акций некоторого порогового значения происходит замена существующего режима на альтернативный. Однако предложенная модель не доведена до конкретных численных расчетов. Наличие случайных составляющих, плотность вероятности которых задана априорно, делает затруднительным анализ результатов, полученных с помощью этой модели.

В работе [Андреев, Бородкин, 2003] предложена математическая модель стачечного движения в дореволюционной России. Показано, что в зависимости от коэффициентов модели возможны три качественно различных типа динамики стачечного движения: смещение к устойчивому фокусу, возникновение предельного цикла и порождение детерминированного хаоса. В работах [Francisco, 1995; Myers, Oliver, 1999] рассмотрены простые модели взаимодействия протестных акций и репрессивных действий правящей группы, описывающие изменение среднего значения числа протестующих за длительный срок.

Целью настоящей работы является создание модели протестных акций (в том числе каскадных), с помощью которой можно оценить влияние таких факторов, как уровень напряженности общества перед началом протестной акции, специфика обмена информацией во время акции и, наконец, реакция властей на ход протестной акции и количество ее участников. С помощью модели также оценивается увеличение напряженности общества после протестной акции.

1. Постановка задачи

Процесс возникновения и развития протестов в обществе имеет определенное сходство с процессом распространения эпидемических заболеваний. Предлагаемая в настоящей работе модель динамики протестных акций построена по аналогии с рассматриваемыми в работе [Колесин, 2012] моделями. Общество разделяем на три группы: пассивную (N_1), возбужденную (N_2)

и участвующую в протестной акции (N_3). Члены пассивной группы во время протестных акций могут переходить в возбужденное состояние. При построении модели мы пренебрегаем прямым переходом членов пассивной группы в число участвующих в протестной акции. Часть возбужденных людей становится участниками протестных акций за счет автокоммуникации, а также за счет взаимодействия между участниками акции и членами возбужденной части. Автокоммуникация — процесс, характеризующийся совпадением адресата и адресанта, что возможно только в том случае, когда личность находится в состоянии неустойчивого динамического равновесия, то есть в возбужденном состоянии [Лягушкин, 2014]. Механизм автокоммуникации воздействует на индивидуальное сознание, для группы в возбужденном состоянии должен действовать аналогичный механизм.

В модели предполагается, что силовое воздействие властей на протестующих приводит к сокращению числа участников протестных акций. Люди, участвовавшие в протестных акциях, в течение некоторого времени еще остаются в возбужденном состоянии. Уравнения модели имеют вид

$$\frac{dN_1}{dt} = -\alpha N_1 N_2 + \theta N_2, \quad (1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \alpha N_1 N_2 + \delta N_3 - \beta N_2 N_3 - \eta N_2^2 - \theta N_2, \quad (2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = -\delta N_3 + \beta N_2 N_3 + \eta N_2^2, \quad (3)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1. \quad (4)$$

Здесь N_3 — доля людей участвующих в протестных акциях; N_2 — доля возбужденных людей (потенциальные участники протестных акций, то есть люди, испытывающие дискомфорт, связанный с социально-политической ситуацией в обществе); N_1 — доля пассивных людей (остальные члены общества). При этом считаем численность населения региона, из которого рекрутируются участники протестных акций, постоянной и принимаем ее за 1. Переменными модели являются N_1 , N_2 и N_3 , а аргументом является время t . Все остальные буквенные обозначения (α , β , δ , η , θ) соответствуют константам. Начальное значение N_3 принимаем равным нулю, и с началом акции N_3 начинает расти.

Протестную активность населения обычно связывают с социальной напряженностью [Баранова, 2009], поэтому мы оцениваем начальное значение N_2 по уровню социальной напряженности общества, которая может быть определена по статистическим индикаторам и результатам опросов [Басаева, Каменецкий, Хосаева, 2014].

Уравнение (1) совпадает с уравнением распространения информации в социуме, используемым в работах [Михайлов, Петров и др., 2014; Михайлов, Маревцева, 2011]. В дальнейшем принимаем $\theta = 0$, так как переход людей из возбужденного состояния в спокойное в ходе протестных акций маловероятен.

Первое слагаемое уравнения (2) показывает скорость перехода людей из пассивного состояния в возбужденное. Переход возможен под воздействием межличностного общения возбужденной группы с пассивной. Предполагаем, что такое взаимодействие во время хода протестных акций приводит к росту числа возбужденных людей. Вышеописанное слагаемое присутствует в уравнении (1) с противоположным знаком.

Второе слагаемое уравнения (2) показывает скорость ухода участников с протестной акции. Это возможно как под влиянием силового воздействия властей, так и без него, т. е. самостоятельно.

Третье слагаемое уравнения (2) характеризует воздействие участников протестной акции на возбужденных членов общества (то есть вовлечение последних в протестную акцию). Такое

воздействие может оказываться, в частности, с помощью мобильной связи и только во время протестной акции.

В модель введен дополнительный член ηN_2^2 , описывающий влияние автокоммуникации. Он показывает, что чем больше возбужденных членов общества, тем активнее они вовлекаются сами и вовлекают друг друга в протестные акции. Этот процесс, на наш взгляд, является определяющим. Аналогичного члена в моделях эпидемических заболеваний нет.

Последние три слагаемых уравнения (2) входят в уравнение (3) с противоположным знаком.

За единицу времени в модели принимаются сутки.

2. Аналитическое решение уравнений модели

Для анализа влияния различных факторов на протекание протестных акций желательно получить аналитическое решение системы уравнений (1)–(4). В исходном виде система не допускает такой возможности.

2.1. Изменение числа участников протестных акций с течением времени

Можно получить аналитическое решение задачи об изменении числа участников протестных акций с течением времени. Для этого сделаем предположение, что доля пассивных людей не меняется во время протестной акции, то есть $N_1 = N_{10} = \text{const}$ для любого t . Тогда

$$N_2 = 1 - N_3 - N_{10},$$

где N_{10} — доля невозбужденных (пассивных) людей перед началом протестной акции. При этом уравнение (3) принимает вид

$$\frac{dN_3}{dt} = \alpha N_3^2 + bN_3 + c, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \eta - \beta, \\ b &= (\beta - 2\eta)(1 - N_{10}) - \delta, \\ c &= \eta(1 - N_{10})^2. \end{aligned}$$

Мы предполагаем, что для реальных протестных акций должно выполняться условие $b^2 - 4ac > 0$. Тогда при интегрировании уравнения (5) получаем

$$t = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \ln \left| \frac{2aN_3 + b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2aN_3 + b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \right| + \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \ln K,$$

где K — произвольная постоянная. Окончательно изменение со временем доли людей, участвующих в протестной акции, определяется выражением

$$N_3 = \frac{-2c(1 - \exp^{\sqrt{b^2 - 4ac} t})}{b(1 - \exp^{\sqrt{b^2 - 4ac} t}) + \sqrt{b^2 - 4ac}(1 + \exp^{\sqrt{b^2 - 4ac} t})}. \quad (6)$$

Выражение (6) используется для оценки числа участников протестной акции N_3 при заданном времени протестной акции.

В начальной стадии акции N_3 мало и при этом всегда наблюдается линейный рост N_3 . Из (5) имеем

$$\frac{dN_3}{dt} = c = \eta(1 - N_{10})^2 \quad \text{и} \quad N_3 = \eta(1 - N_{10})^2 t.$$

Это значит, что на начальное изменение N_3 влияют только начальная доля возбужденных людей и коэффициент самовозбуждения.

Из (6) можно получить предельное значение числа участников протестной акции:

$$N_3 = \frac{2c}{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}.$$

Оно достигается при очень больших значениях t . Это в рамках данной модели невозможно, так как принимается $t \leq 1$.

2.2. Исследование влияния коэффициентов уравнения на число участников протестной акции

Для случая больших δ , то есть жесткого силового воздействия властей на протестную акцию, имеем $b \approx -\delta$. В этом случае значение N_3 мало, в уравнении (5) можно пренебречь членом αN_3^2 , и оно приобретает вид

$$\frac{dN_3}{dt} \approx -\delta N_3 + \eta(1 - N_{10})^2.$$

Получаем выражение для изменения числа участников протестной акции со временем:

$$N_3 = \frac{\eta}{\delta}(1 - N_{10})^2(1 - e^{-\delta t}).$$

При больших значениях δ предельное значение N_3 достигается быстро. Оно равно

$$N_3 = \frac{\eta}{\delta}(1 - N_{10})^2.$$

В реальности, если это значение мало, протестующие рассеиваются и акция прекращается. Еще один интересный случай — отсутствие взаимного стимулирования возбужденных людей к их участию в протестной акции, то есть $\eta = 0$. Подобное возможно, в частности, если обещано полное удовлетворение требований протестующих. Важно отметить, что подобная ситуация может возникнуть только в ходе протестной акции, поскольку для начала протестной акции требуется, чтобы $\eta \neq 0$. В этом случае имеем

$$a = \beta, \quad b = \beta(1 - N_{10}) - \delta,$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \alpha N_3^2 + bN_3.$$

Решение уравнения принимает вид

$$N_3 = \frac{bN_{30}}{(aN_{30} + b) \exp^{-bt} - aN_{30}},$$

где N_{30} — доля населения, участвовавшего в протестной акции в момент, когда η становится равным нулю. При этом время отсчитывается от момента обнуления η .

Из полученного решения следует, что при $b > 0$ происходит рост N_3 со временем, причем при определенном значении t знаменатель становится равным 0 и значение N_3 становится равным бесконечности. Такой вариант не может реализоваться, следовательно, $b < 0$, то есть $\delta > \beta(1 - N_{10})$. Это означает, что для завершения протестной акции необходимы прекращение взаимного стимулирования и воздействие властей. При $b < 0$ с ростом t происходит уменьшение доли участников протестной акции N_3 и в пределе $N_3 \rightarrow 0$.

Рассмотрим случай, когда можно пренебречь слагаемым $\beta N_2 N_3$. Это бывает либо при маленьком N_3 , либо при $\beta = 0$. Последнее возможно, если отсутствуют непосредственные контакты между участниками протестной акции и возбужденной части населения. Например, прекращено действие мобильной связи и интернета. Тогда имеем

$$\begin{aligned} a &= \eta, \\ b &= -2\eta(1 - N_{10}) - \delta, \\ c &= \eta(1 - N_{10})^2, \\ b^2 - 4ac &= (-2\eta(1 - N_{10}) - \delta)^2 - 4\eta^2(1 - N_{10})^2 = \delta^2 + 4\delta\eta(1 - N_{10}) > 0. \end{aligned}$$

В этом случае доля участников протестной акции определяется выражением, аналогичным (6), которое с учетом значений коэффициентов a , b , c имеет вид

$$N_3 = \frac{2\eta(1 - N_{10})^2(1 - \exp \sqrt{\delta^2 + 4\eta\delta(1 - N_{10})}t)}{(2\eta(1 - N_{10}) + \delta)(1 - \exp \sqrt{\delta^2 + 4\eta\delta(1 - N_{10})}t) - \sqrt{\delta^2 + 4\eta\delta(1 - N_{10})}t(1 + \exp \sqrt{\delta^2 + 4\eta\delta(1 - N_{10})}t)}.$$

$$\text{При } t \rightarrow \infty \quad N_3 \rightarrow \frac{2\eta(1 - N_{10})^2}{2\eta(1 - N_{10}) + \delta - \sqrt{\delta^2 + 4\eta\delta(1 - N_{10})}}.$$

В случае если моделируется не единичная акция, а каскадные протестные акции, то начальное значение доли возбужденных людей в каждой последующей акции можно принимать равным доле возбужденных людей в конце предыдущей акции.

2.3. Изменение доли невозбужденных людей за время протестной акции

Также представляет интерес изменение доли невозбужденных людей за время протестной акции. Аналитическое решение этой задачи можно получить, если считать, что доля участников протестной акции значительно меньше доли пассивных людей. В действительности это допущение выполняется почти всегда. Пренебрегая величиной N_3 по сравнению с $1 - N_1$, получим из (1) и (4)

$$\frac{dN_1}{dt} = -\alpha N_1 N_2 = -\alpha N_1(1 - N_1 - N_3) \approx -\alpha N_1(1 - N_1).$$

Интегрируя полученное уравнение и преобразуя его, получаем зависимость N_1 от времени:

$$N_1 = \frac{N_{10}}{N_{10} + (1 - N_{10}) \exp^{\alpha t}}.$$

Видно, что при увеличении времени протестной акции значение N_1 уменьшается, то есть доля пассивных людей становится меньше, и в пределе равна нулю.

3. Оценка порядка величины коэффициентов в уравнениях

Для того чтобы модель позволяла не только качественно оценивать динамику протестных акций, но и определять хотя бы с точностью до порядка число участников такой акции необходимо оценить величину коэффициентов в уравнении. Данные о протестных акциях не позволяют получить достоверные оценки коэффициентов в связи с тем, что имеющаяся в различных источниках информация существенно различается. Так, например, в [Jenings, Saunders, 2014] указывается, что данные о количестве участников крупных демонстраций в Европе в 2009–2012 гг., по оценке полиции и СМИ, могут отличаться до 7.5 раз.

Для оценки порядка значений коэффициентов используем информацию о каскадных протестных акциях в г. Лейпциге (1989 г.). Рассматривались только четыре первые протестные акции

связи с тем, что количество участников пятой и последующей протестных акций близко к численности населения г. Лейпцига, что позволяет предположить участие в этих акциях людей, приехавших из других населенных пунктов. Это противоречит сделанному предположению о постоянстве численности населения региона, из которого рекрутируются участники протестных акций.

Начальное значение доли возбужденных людей перед первой протестной акцией оценивалось по результатам опросов, проводившихся в 1988–1989 гг. [Lohmann, 1994], и принималось $N_{20} = 0.6$. Это соответствует доле невозбужденных людей $N_{10} = 0.4$. Поскольку во время демонстрации в г. Лейпциге существенного воздействия властей не было, значение δ принималось равным 0.5. По данным [Михайлов, 2013], коэффициент, характеризующий скорость рассеяния толпы при спонтанном окончании акции, приблизительно равен 0.5. Продолжительность протестной акции в каждый расчетный день была усреднена и принималась равной 12 часам ($t_{\max} = 0.5$).

Начальные значения коэффициентов выбирались так, чтобы численное решение системы уравнений (1)–(4) качественно совпадало с данными, приведенными в [Lohmann, 1994]. Значения коэффициентов определялись путем минимизации суммы квадратов отклонений расчетного и приведенного в литературе [Lohmann, 1994] числа участников протестных акций. Минимизация осуществлялась методом покоординатного спуска. Полученные значения коэффициентов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Полученные значения коэффициентов уравнений

β	α	η
2.1	0.9	0.5

При данных значениях коэффициентов получаем $a = -1.65$. При изменении N_{10} от 0.4 до 0.9 коэффициенты соответственно меняются: $b = 0.21 \div 0.63$; $c = 0.16 \div 0.42$. Во всех случаях выполняется сделанное ранее предположение о том, что $b^2 - 4ac > 0$.

Сравнение расчетного значения числа участников каждой протестной акции при приведенных значениях коэффициентов с данными [Lohmann, 1994] приведено на рис. 1.

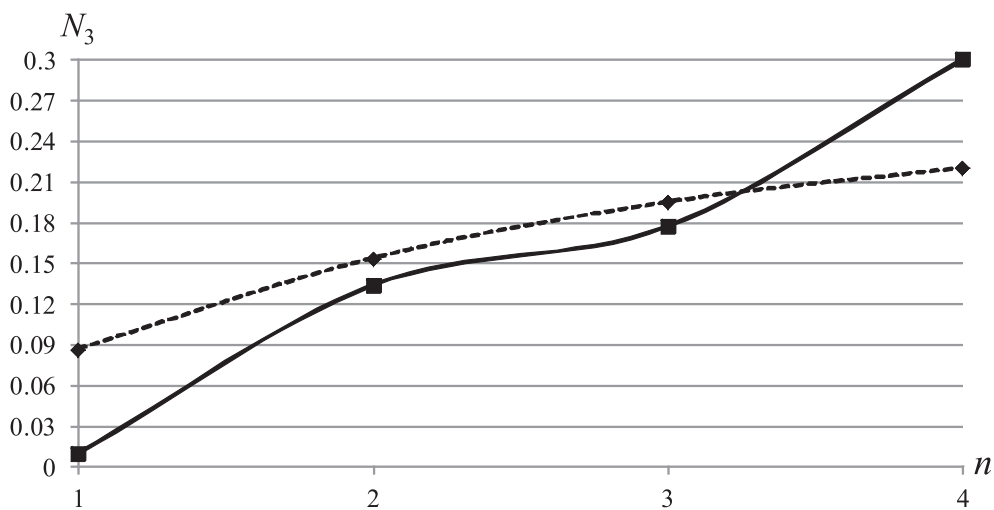


Рис. 1. Зависимость расчетного (пунктирная кривая) и наблюдаемого (сплошная кривая) максимального числа участников каскадных протестных акций от номера акции

При сравнении расчетных данных с данными литературных источников получаем завышенные расчетного значения N_3 в первой акции и занижение в последней. Возможно, это связано с ростом коэффициента η во время последовательных акций. По нашим предположениям, только этот коэффициент может значительно меняться за короткое время. Причиной его изменения может быть реакция на действие властей. На рис. 2 приведена зависимость числа участников одиночной протестной акции от коэффициента η при различных значениях N_{10} .

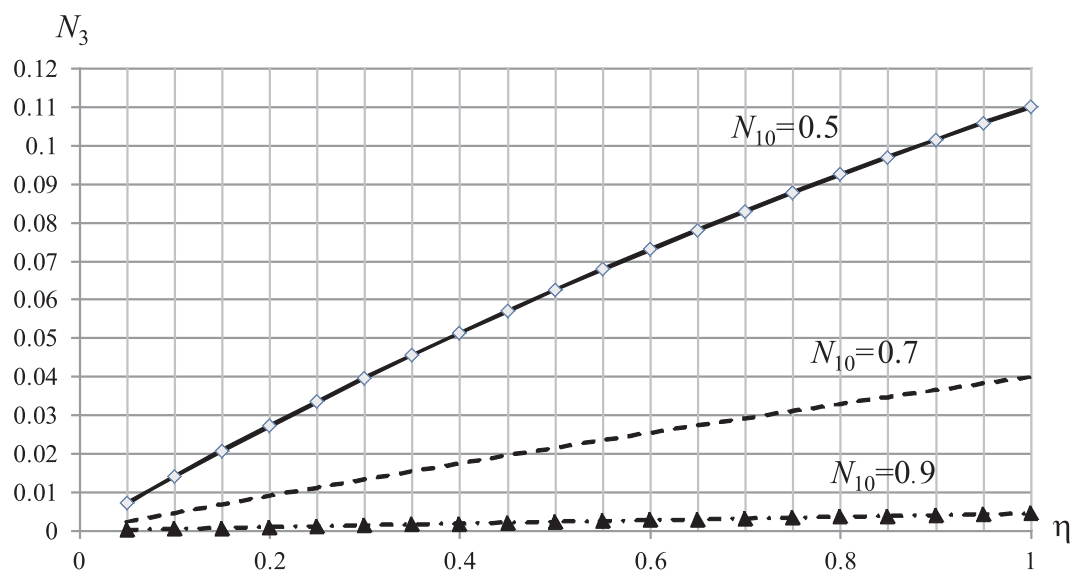


Рис. 2. Зависимость числа участников протестной акции от коэффициента η при различных N_{10}

Из графика видно, что с ростом η число участников протестных акций существенно растет. Возможно, в ходе каскадных протестных акций η увеличивается, что и приводит к увеличению расчетного числа участников акций с каждой последующей акцией (что ближе к реальным случаям [Васильев, Петров, 2012; Князев, 2007]). При фиксированных коэффициентах число участников протестной акции зависит от доли невозбужденных людей перед началом акции и воздействия властей на ее участников. Совместное влияние N_{10} и δ приведено на рис. 3.

Видно, что существенное влияние на число участников протестной акции оказывает воздействие властей с целью предотвратить акции. При слабом воздействии властей число участников определяется долей невозбужденных людей до начала акции. В работе [Подмарьков, Оловяников, 2014] указывается, что в результате групповых антиобщественных проявлений создаются условия для значительного роста социальной напряженности. Из модели следует рост числа возбужденных людей во время протестной акции, что соответствует росту социальной напряженности (рис. 4).

4. Спад напряженности после окончания протестной акции

После окончания протестной акции должен происходить спад напряженности. Модель этого процесса предложена в работе [Басаева, Каменецкий, Хосаева, 2015]. Выражение для уменьшения доли возбужденных людей в промежутке между протестными акциями, полученное в этой работе, имеет вид

$$\frac{N_2}{N_{2k}} = \frac{N_{2\phi}/N_{2k}}{1 - (1 - N_{2\phi}/N_{2k}) \exp(-(\alpha - \gamma)t)},$$

где N_{2k} — доля возбужденных людей после окончания протестной акции, а фоновая доля возбужденных людей $N_{2\phi} = (\alpha - \gamma)/\alpha$ наблюдается перед первой протестной акцией, т. е. соответствует

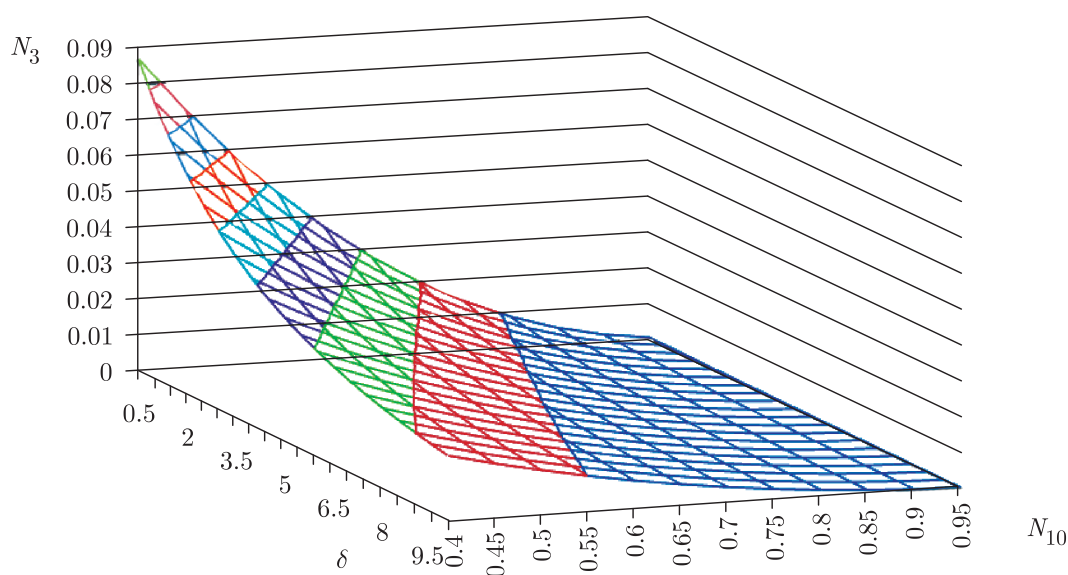


Рис. 3. Изменение числа участников протестной акции в зависимости от доли невозбужденных людей до начала акции и воздействия властей N_2 после акции

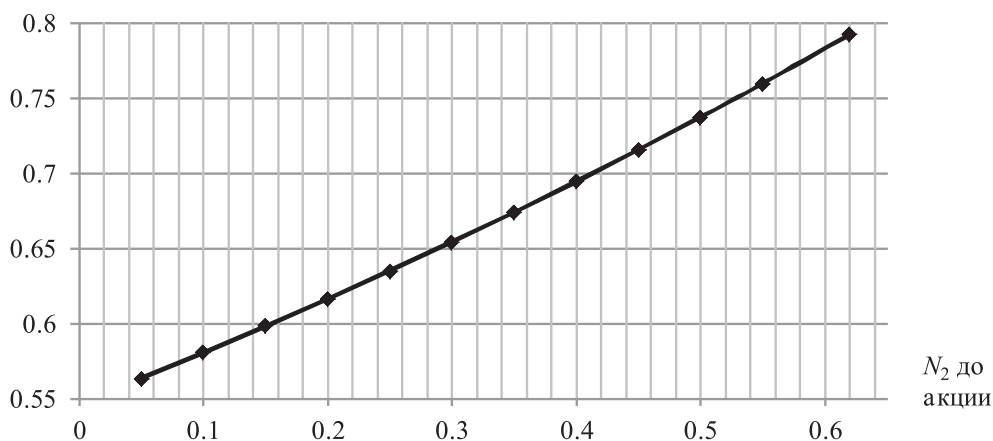


Рис. 4. Зависимость доли возбужденных людей после протестной акции от их доли до протестной акции

N_{20} . Ее можно определить из результатов опросов или статистических индикаторов. Имея оценку α (таблица 1), получаем для $N_{2ф} \approx 0.6$ соответствующее значение $\gamma = 0.37$. Аналогичное значение коэффициента γ получено для Республики Дагестан. Пример изменения доли возбужденных людей, в случае если промежуток между протестными акциями составляет трое суток, приведен на рис. 5. Видно, что при заданных константах и незначительных промежутках между протестными акциями доля возбужденных людей с каждой протестной акцией растет. Если же промежутки между протестными акциями будут больше (больше 5 суток), то к началу следующей акции доля возбужденных людей становится примерно равной фоновому значению напряженности.

Ранее мы предполагали, что при каскадных протестных акциях каждая следующая акция начинается величины N_2 , наблюдавшейся в конце предыдущей акции. Учитывалось сохранение возбужденного состояния участников акции. Если акции проходят ежедневно, это предположение должно выполняться. В г. Лейпциге акции проходили один раз в неделю, и по результатам

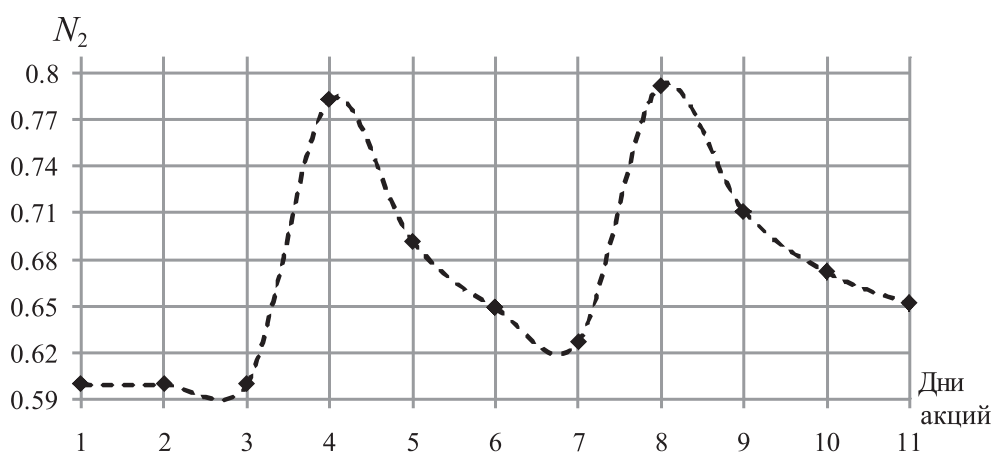


Рис. 5. Изменение доли возбужденных людей при последовательных протестных акциях

расчетов за это время напряженность в обществе могла возвратиться к состоянию, соответствующему началу первой акции. Рост участников каждой последующей протестной акции можно объяснить либо тем, что успокоения людей между последовательными акциями не происходило, либо ростом значения коэффициента η в каждой последующей протестной акции. Это связано, возможно, с отсутствием существенного противодействия властей. Для совпадения расчетного числа участников протестной акции с наблюдаемым коэффициент η должен возрастать. Соответствующие значения η приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения η , обеспечивающие совпадение расчетной и наблюдаемой доли участников протестной акции

№акции	1	2	3	4
η	0.05	0.8	1.2	3

Заключение

Предложенная в работе модель протестных акций позволяет оценить долю участников протестной акции, изменение доли возбужденных людей за время протестной акции, характер протекания каскадных и последовательных протестных акций, разделенных определенными промежутками времени. Рассмотрено влияние различных факторов на получаемые результаты. Показано, что основное влияние оказывают коэффициент самовозбуждения и воздействие властей. Оценка порядка величины коэффициентов модели позволяет получить дополнительную информацию о характере протекания протестных акций.

Список литературы

- Андреев А. Ю., Бородкин Л. И. Нелинейная модель стачечного движения: анализ эффектов самоорганизации // Круг идей: электронные ресурсы исторической информатики. Труды VIII конференции Ассоциации «История и компьютер» / Под редакцией Л. И. Бородкина, В. Н. Владимирова. — М.: Барнаул, 2003. — С. 434–489.
- Баранова Г. В. Социальная напряженность: особенности методологии и методики ее анализа и прогнозирования в регионах Российской Федерации. Автореферат дис. ... канд. социол. наук. — М.: Рос. гос. гуманитар. ун-т, 2009. — 28 с.

- Басаева Е. К., Каменецкий Е. С., Хосаева З. Х.* Изменение напряженности общества под влиянием информационного воздействия // Алгебра, анализ и смежные вопросы математического моделирования. Тезисы докл. Всероссийской научной конференции (г. Владикавказ, 26–27 июня 2015 г.). — Владикавказ: СОГУ, 2015. — С. 20–25.
- Басаева Е. К., Каменецкий Е. С., Хосаева З. Х.* Индикаторы и факторы, определяющие изменение социальной напряженности // Обеспечение общественной безопасности при активизации социально-политических процессов в современных условиях. Материалы XVI Междун. научно-практической конференции (Москва, 27 ноября 2014 г.). — М.: Академия управления МВД России, 2014. — С. 45–48.
- Васильев А., Петров Н.* Рецепты Арабской весны: русская версия. — М.: Алгоритм, 2012. — 304 с.
- Князев А. А.* Государственный переворот 25 мая 2005 г. в Киргизии. Изд. 3-е, исправл. и доп. — Бишкек, 2007. — 272 с.
- Колесин И. Д.* Математические модели социальной самоорганизации. Автореферат дис. ... докт. физ.-мат. наук. — СПб.: Санкт-Петербургский гос. ун-т, 2012. — 32 с.
- Лягушкин И. В.* Информационная борьба как составная часть политического процесса и проблема безопасности личности и общества // Обеспечение общественной безопасности при активизации социально-политических процессов в современных условиях. Материалы XVI Международной научно-практической конференции (Москва, 27 ноября 2014 г.). — М.: Академия управления МВД России, 2014. — С. 247–253.
- Михайлов Г.* Революцию в Киргизии отложили // Независимая газета. — 2013. — 14 марта. http://www.ng.ru/cis/2013-03-14/6_revolution.html
- Михайлов А. П., Маревцева Н. А.* Модели информационной борьбы // Математическое моделирование. — 2011. — Т. 23, № 10. — С. 19–32.
- Михайлов А. П., Петров А. П., Маревцева Н. А., Третьякова И. В.* Развитие модели распространения информации в социуме // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, № 3. — С. 65–74.
- Подмарьков С. Н., Оловянников А. А.* О некоторых направлениях деятельности правоохранительных органов, направленной на выявление, предупреждение и пресечение массовых беспорядков // Обеспечение общественной безопасности при активизации социально-политических процессов в современных условиях. Материалы XVI Междун. научно-практической конференции (Москва, 27 ноября 2014 г.). — М.: Академия управления МВД России, 2014. — С. 331–337.
- Biggs M.* Positive feedback in collective mobilization: The American strike wave of 1886 // Theory and Society. — 2003. — Vol. 32. — P. 217–254.
- Francisco R. A.* The Relationship between Coercion and Protest: An Empirical Evaluation of Three Coercive State // Journal of Conflict Resolution. — 1995. — Vol. 39. — P. 263–282.
- Jenings W., Saunders C.* Protest, Media Agendas and Context: a dynamic analysis // 7th Annual Meeting of the Comparative Agendas Project, Konstanz, June 14–16. — 2014. — P. 46.
- Lohmann S.* The dynamics of informational cascades: the monday demonstration in Leipzig, east Germany, 1989–91 // World Politics. — 1994. — Vol. 47, № 1. — P. 42–101.
- Myers D. J., Oliver P. E.* The opposing forces diffusion model: the initiation and repression of collective violence // Working paper University of Notre dame. — № 1999-01. — 41 p.