

Охрана биоресурсов в морском прибрежном пространстве: математическая модель

В. В. Шумов

Отделение погранологии Международной академии информатизации,
Россия, 125040, г. Москва, Ленинградский проспект, д. 3/5

E-mail: vshum59@yandex.ru

Получено 29 мая 2015 г.,
после доработки 11 августа 2015 г.

Охрана водных биоресурсов в морском прибрежном пространстве имеет существенные особенности (большое количество маломерных промысловых судов, динамизм обстановки, использование береговых средств охраны), в силу чего выделяется в отдельный класс прикладных задач. Представлена математическая модель охраны, предназначенная для определения состава средств обнаружения нарушителей и средств реализации обстановки в интересах обеспечения функции сдерживания незаконной деятельности. Решена тактическая теоретико-игровая задача: найден оптимальный рубеж патрулирования (стоянки) средств реализации (катеров охраны) и оптимальное удаление мест промысла нарушителей от берега. С использованием методов теории планирования эксперимента получены линейные регрессионные модели, позволяющие оценить вклад основных факторов, влияющих на результаты моделирования.

В интересах повышения устойчивости и адекватности модели предложено использовать механизм ранжирования средств охраны, основанный на границах и рангах Парето и позволяющий учесть принципы охраны и дополнительные характеристики средств охраны. Для учета изменчивости обстановки предложены несколько сценариев, по которым целесообразно выполнять расчеты.

Ключевые слова: морское прибрежное пространство, водные биоресурсы, математическая модель, оптимизационные задачи, механизм ранжирования, сценарный подход

Protection of biological resources in the coastal area: the mathematical model

V. V. Shumov

Department of borderlogy of International Informatizational Academy, Moscow

Abstract. — Protection of aquatic biological resources in the coastal area has significant features (a large number of small fishing vessels, the dynamism of the situation, the use of coastal protection), by virtue of which stands in a class of applications. A mathematical model of protection designed for the determination of detection equipment and means of violators of the situation in order to ensure the function of deterrence of illegal activities. Resolves a tactical game-theoretic problem - find the optimal line patrol (parking) means of implementation (guard boats) and optimal removal of seats from the shore fishing violators. Using the methods of the theory of experimental design, linear regression models to assess the contribution of the main factors affecting the results of the simulation.

In order to enhance the sustainability and adequacy of the model is proposed to use the mechanism of rankings means of protection, based on the borders and the rank and Pareto allows to take into account the principles of protection and further means of protection. To account for the variability of the situation offered several scenarios in which it is advisable to perform calculations.

Keywords: coastal area, aquatic resources, mathematical model, optimization tasks, the mechanism of the ranking, the scenario approach

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no. 5, pp. 1109–1125 (Russian).

Введение

Цикл управления водными биологическими ресурсами (далее — ВБР) состоит из следующих этапов: аквакультура и контроль естественного прироста ВБР; установление нормы изъятия; выдача квот; промысел ВБР; обеспечение законности промысла (охрана ВБР). Для управления ВБР используются правовые, политические, социально-экономические, режимные и другие механизмы [Манилов, 2014]. Как только возможности государства по контролю промысла ВБР ослабевают, сразу же начинается хищническая добыча ресурсов [Чугунов, 1980]. За последние три десятилетия (1980–2010 гг.) мировое производство пищевой рыбы выросло почти в 12 раз при среднегодовом приросте, равном 8.8 %. В составе глобального рыбопромыслового флота 3.23 млн судов ведут морской промысел, а остальные 1.13 млн судов — во внутренних водах. Мировой рыболовецкий флот состоит в основном из маломерных судов (габаритной длиной менее 12 метров) [Состояние, 2012].

Охрана ВБР в морском прибрежном пространстве имеет существенные особенности (большое количество маломерных промысловых судов; использование для незаконного промысла быстроходных моторных лодок и баркасов; малая продолжительность промыслового цикла; широкое использование береговых средств охраны и др.), в силу чего выделяется в отдельный класс задач.

Охрана водных ресурсов обычно реализуется в рамках морского пространственного планирования (МПП) — публичного процесса анализа и размежевания во времени и пространстве антропогенной деятельности в рамках данной акватории с целью достижения экологических, экономических и социальных целей, установленных в ходе соответствующего политического процесса [Эйлер, 2014, с. 10]. Выделяются следующие принципы МПП [Эйлер, 2014, с. 10–11]:

- принцип ограниченности пространства: МПП осуществляется в рамках конкретной акватории, определенной на основе юридических, социально-экономических и экологических особенностей;
- принцип интегральности, предполагающий взаимодействие различных органов управления, включая местное;
- принцип экосистемности: достижение экологических, экономических, социальных целей развития с учетом возможностей и емкости данной экосистемы;
- принцип совместного участия: включение всех заинтересованных сторон, в том числе обществ, в процесс анализа, разработки и принятия управленческих решений;
- принцип стратегического планирования: ориентация на большие горизонты планирования;
- принцип адекватности: применение гибкого подхода, когда в процедуре разработки и реализации МПП предусмотрена возможность оперативного изменения уже принятых решений.

В морском прибрежном пространстве решаются задачи мониторинга и поиска объектов в районе и на рубеже. Проблемы охраны протяженных рубежей изучаются в исследовании операций и задачах поиска [Абчук, Суздаль, 1997; Катюлев, Северцев, Соломаха, 2005; Купман, 1956; Морз, Кимбел, 1956]. Известен обширный класс задач, имеющий в англоязычной литературе название *problems of patrolling*, а в русскоязычной — «задачи патрулирования». В содержательном аспекте выделяются постановки задач патрулирования рубежа (канала), патрулирования периметра, охраны стационарного имущества (нефтепроводов, платформ и т. д.), различающиеся средами (земная, воздушная или водная среда), номенклатурой физических полей, привлекаемых для обнаружения целей, предположениями о характере и объеме информации, доступной сторонам, и др. факторами [Галяев, Маслов, 2011]. Модели патрулирования и охраны рубежей подразделяются на операционные (оптимизация действий отдельных средств охраны), тактические и проектные модели. В тактических моделях изучаются вопросы поиска оптимальных способов действий подразделений охраны, проектные модели предназначены для поиска оптимальных комплектов средств охраны. В работе [Shieh и др., 2012] отмечается, что при планировании на тактическом уровне нельзя опускаться на операционный уровень и планировать действия корабля в назначенном районе, поскольку это противоречит принципам управления.

1. Характеристика средств и района (рубежа) охраны, действия правонарушителей

1.1. Общая характеристика системы охраны. На основании принципа ограниченности пространства разделим морское прибрежное пространство на зоны охраны протяженностью L и глубиной B . Глубина зоны охраны обычно составляет от 3-х морских миль (штат Орегон США) до 12-ти (Индонезия, Швеция, Германия). Ширина зоны охраны определяется границами муниципалитета, федеральной земли, административного района.

Средства охраны в общем случае подразделяются на два типа: *средства наблюдения* (подвижные и стационарные, воздушные и надводные) и *средства реализации* (катера). Каждое средство наблюдения характеризуется площадью обзора (зависящей от дальности обнаружения цели и сектора обзора). Для стационарных береговых средств наблюдения от фактической площади обзора следует брать только ту часть, которая перекрывает зону охраны. Подвижные средства наблюдения и средства реализации характеризуются скоростью движения.

Задачи контроля маршрутов движения судов и охраны стационарных объектов в определенной степени являются кооперирующимися с задачей охраны ВБР. Положим, что для реализации первых двух задач необходимо задействовать как минимум x_0 стационарных средств наблюдения и z_0 средств реализации. Причем эти же средства будут использоваться для охраны ВБР. Требования по усиленному контролю заповедных зон могут быть реализованы на тактическом уровне или отдельным нарядом средств охраны.

1.2. Модель выбора правонарушителями альтернатив. Нарушители могут вести промысел различными способами. Рассмотрим самый массовый и трудно наказуемый способ: в ночное время нарушитель на быстроходном маломерном судне выходит в заданный район, ставит сети, фиксирует их координаты и спустя 1–3 суток (обычно ночью) возвращается, чтобы забрать улов и сети. Оценка возможной интенсивности правонарушителей затруднена, поскольку зависит от степени угроз, создаваемых системой охраны, действующего законодательства, социально-экономических условий и др. факторов. Тем не менее можно опираться на данные статистики, предварительно примерно оценивая латентность правонарушений и учитывая сезонность промысла.

Выбор нарушителями (экономическими агентами) альтернатив обычно описывается моделью Г. Беккера [Becker, 1974] и функциями полезности [Коровин, 2005; Нейман, Моргенштерн, 1970] или весовыми функциями, ожидаемыми стоимостями [Tversky, Kahneman, 1979] и функциями представления (восприятия) [Шумов, 2014а]. Возможны следующие исходы в случае незаконного промысла: благоприятный для правонарушителя исход, изъятие орудий промысла, задержание нарушителя. Полезность u_n незаконной деятельности можно вычислить с использованием формулы полной вероятности:

$$u_n = p_1 u_1 + (1 - p_1)(p_{21} u_{21} + (1 - p_{21}) u_{22}) + (1 - p_1)(1 - p_2) u(V),$$

где p_1 — вероятность изъятия орудий промысла; p_2 — вероятность задержания правонарушителя; p_{21} — вероятность изъятия результатов промысла в случае задержания; $u(\cdot)$ — функция полезности; u_1 — ожидаемые потери в случае изъятия орудий промысла; u_{21} — ожидаемые потери в случае задержания нарушителя и изъятия результатов промысла; u_{22} — ожидаемые потери в случае задержания нарушителя и неизъятия результатов промысла; $u(V)$ — функция ожидаемого дохода от добычи ВБР.

На практике нарушители, как правило, успевают избавиться от улова в ходе преследования, поэтому далее будем рассматривать упрощенное выражение:

$$u_n = p_1 u_1 + (1 - p_1) p_2 u_2 + (1 - p_1)(1 - p_2) u(V), \quad (1)$$

где u_2 — ожидаемые потери в случае задержания нарушителя.

Положим для определенности, что функция полезности равна:

$$u(V) = \begin{cases} V^\zeta, & V \geq 0, \\ -(-V)^\zeta, & V < 0, \end{cases} \quad (2)$$

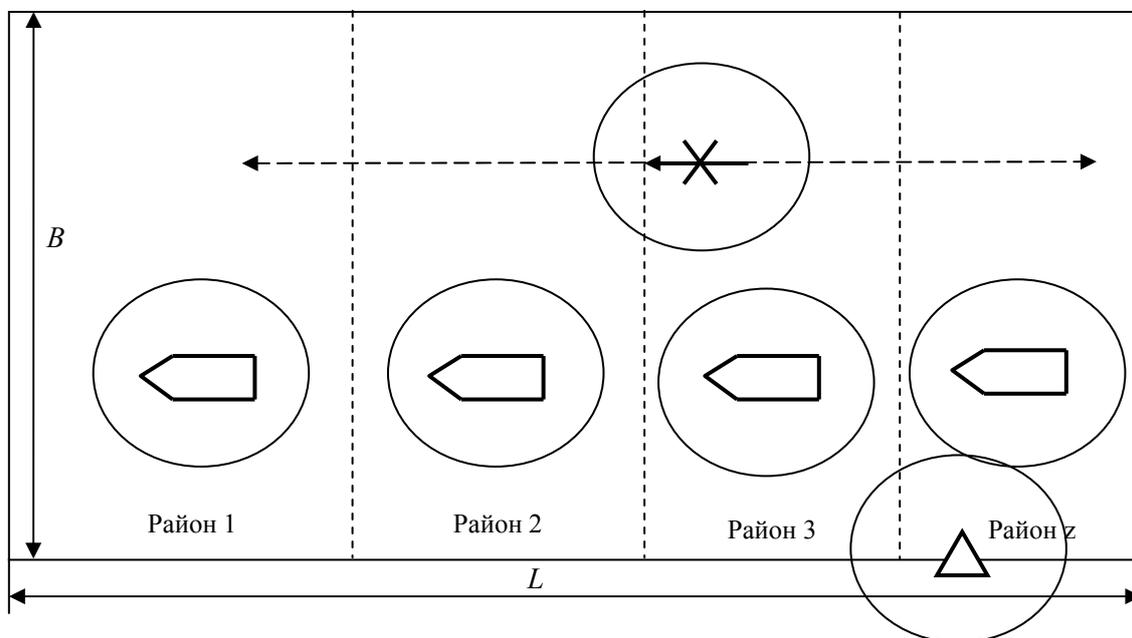
где $\zeta = 1$ для рисконейтралов, $\zeta > 1$ для рискофилов и $\zeta < 1$ для рискофобов; V — ожидаемый доход.

2. Модель охраны ВБР

Действия системы охраны могут быть описаны следующим тактическим циклом: обнаружение — распознавание — наведение — задержание (изъятие) — фиксация признаков [Манилов, 2014]. Функции распознавания и наведения реализуются за счет использования современных автоматизированных систем, систем навигации и связи.

Нарушители могут вести промысел ВБР на площади $S_0 = B \cdot L$. Выбор нарушителями конкретных мест промысла существенно зависит от погоды, времени года, промысловой обстановки и т. д. и подлежит учету в тактических моделях. В рассматриваемой задаче обоснования состава сил и средств охраны положим, что места промысла выбираются нарушителями равновероятно (пессимистическая оценка) в силу неопределенности обстановки при долгосрочном планировании.

Зону ответственности разделим на районы по количеству имеющихся средств реализации с глубиной района B и протяженностью $l = L/z$ (рис. 1). Возможны два варианта применения средств реализации (катеров охраны): 1) случайный поиск в районе (средства используются и для обнаружения орудий промысла, и для задержания нарушителей); 2) линейное патрулирование с курсом, параллельным берегу, или неподвижный дозор (средства используются только для задержания нарушителей).



B — глубина зоны; L — протяженность зоны; z — количество средств реализации

Рис. 1. Условная схема зоны охраны

2.1. Модель обнаружения и изъятия орудий промысла. Положим, что нарушители в силу разумности и рациональности способны изучить систему стационарных средств охраны, но не

владеют информацией о планах применения подвижных средств охраны. Поскольку промысловые снасти нарушителями обычно притапливаются, то для их обнаружения используются подвижные средства наблюдения (надводные и воздушные). Тогда обнаружение и изъятие орудий промысла возможно в результате поисковых действий подвижными средствами наблюдения и средствами реализации:

$$p_1 = p_\pi(A)p_{zd}, \tag{3}$$

где $p_\pi(A)$ — вероятность обнаружения орудий промысла подвижными средствами наблюдения и средствами реализации. Параметр A отражает вариант применения средств реализации; p_{zd} — вероятность своевременного изъятия орудий промысла средствами реализации в случае их обнаружения подвижными средствами.

Перспективными средствами наблюдения считаются непилотируемые аппараты (далее — БЛА). Их возможности и способы применения описаны в литературе [Моисеев и др., 2010; Ростопчин, 2014; Justin et al., 2009; Kiekintveld et al., 2011]. Пусть имеется $i = 1, \dots, I$ типов подвижных средств обнаружения и $j = 1, \dots, J$ типов средств реализации. Полагая, что средства обнаружения используются независимо друг от друга, вероятность $p_\pi(A)$ обнаружения орудий лова в контролируемой зоне может быть вычислена по формуле

$$p_\pi(A) = \begin{cases} 1 - \prod_{i=1}^I (1 - p_{\pi yi})^{y_i}, & A = 1, \\ 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^I (1 - p_{\pi yi})^{y_i} \right) \left(1 - \frac{1}{z} \sum_{j=1}^J z_j p_{\pi zj} \right), & A = 2, \end{cases} \tag{4}$$

где A — номер варианта применения средств реализации (1 — катер используется только как средство реализации, 2 — как средство обнаружения);

y_i — используемое количество подвижных средств обнаружения i -го типа; причем $y = y_1 + \dots + y_i$;

z_j — используемое количество средств реализации j -го типа; причем $z = z_1 + \dots + z_j$;

$p_{\pi yi}$ — вероятность обнаружения нарушителя средством обнаружения i -го типа;

$p_{\pi zj}$ — вероятность обнаружения нарушителя средством реализации j -го типа.

Для средств реализации используется среднее значение вероятности обнаружения по районам, поскольку оптимизация распределения средств по районам выполняется в моделях тактического уровня. В выражении (4) учтено, что каждое из средств наблюдения контролирует всю зону ответственности, тогда как средства реализации ведут поиск нарушителя в своем районе. Последнее выражение можно упростить:

$$p_\pi(A) = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^I (1 - p_{\pi yi})^{y_i} \right) \left(1 - \frac{1}{z} \sum_{j=1}^J z_j p_{\pi zj} \right)^{A-1}. \tag{5}$$

Для расчета вероятности $p_{\pi yi}$ обнаружения нарушителя отдельным средством в ходе случайного поиска воспользуемся формулой Б. Купмана [Абчук, Суздаль, 1977; Беляева, Митрофанов, 2004; Купман, 1956]:

$$p_{\pi yi} = k_{yi} P_{0\pi yi} \left[1 - \exp(-\gamma_{yi} t_{yi}) \right], \tag{6}$$

$$\gamma_{yi} = \frac{2D_{yi} v_{yi}}{S_0},$$

где k_{yi} — коэффициент технической (оперативной) готовности средства i -го типа;

$P_{0\pi yi}$ — вероятность обнаружения орудий лова средством i -го типа при нахождении средства наблюдения вблизи них (приборная вероятность обнаружения);

γ_{yi} — интенсивность поиска;

t_{yi} — время поиска (час) одним средством i -го типа;

D_{yi} — дальность обнаружения орудий лова средством наблюдения i -го типа (км);

v_{yi} — скорость средства наблюдения (км/ч).

Для средства реализации j -го типа вероятность обнаружения нарушителя равна

$$p_{\pi zj} = k_{zj} P_{0zj} \left[1 - \exp(-\gamma_{zj} t_{zj}) \right], \quad (7)$$

$$\gamma_{zj} = \frac{2D_{zj} v_{zj}}{S_0 / z},$$

где переменные имеют такой же содержательный смысл, что и в выражении (5), только вместо нижних индексов y и i используются индексы z и j , обозначающие тип средства реализации. Каждое средство реализации используется в своем районе площадью S_0/z .

По Б. Купману, случайный поиск расценивается как наихудший из всех возможных [Беляева, Митрофанов, 2004; Купман, 1956], т. е. нами используется пессимистическая (с точки зрения охраны) оценка результатов поиска. Если нарушитель в зоне ответственности один и время нахождения в зоне орудий промысла достаточно велико в сравнении со временем их изъятия, то найденная вероятность $p_{\pi}(A)$ есть вместе с тем и показатель эффективности изъятия орудий промысла. В противном случае для расчета вероятности своевременного изъятия орудий промысла следует использовать методы теории массового обслуживания.

Поскольку средства реализации используются в отдельных районах (рис. 1), мы имеем z отдельных одноканальных систем массового обслуживания с ограниченным временем ожидания. Ограничение по времени реакции охраны обусловлено тем, что время поиска и время изъятия обнаруженных орудий промысла не должно превышать времени τ_0 их нахождения в воде. Если средства обнаружения используются только в светлое время суток, то из времени τ_0 следует вычесть продолжительность темного времени.

Время τ_{dj} действий по нарушению в j -м районе складывается из времени поиска и времени τ_{zj} изъятия орудий промысла (с учетом движения катера к вероятному месту нахождения орудий):

$$\tau_{dj} = \frac{1}{y + (A-1)z} \left(\sum_{i=1}^I y_i t_{yi} + (A-1) \sum_{j=1}^J z_j t_{zj} \right) + \tau_{zj}. \quad (8)$$

В терминологии теории массового обслуживания вероятность своевременного изъятия орудий промысла в j -м районе есть вероятность своевременного обслуживания заявки одноканальной системой с ограниченным временем ожидания, вычисляемая по формуле [Гнеденко, Коваленко, 2007]

$$p_{z dj} = \begin{cases} 1 - \frac{\lambda_0 / z}{\mu_j} \exp(-(\mu_j - \lambda_0 / z) \tau_0), & \mu_j > \lambda_0 / z, \\ 0, & \mu_j \leq \lambda_0 / z, \end{cases} \quad (9)$$

$$\mu_j = 1 / \tau_{dj},$$

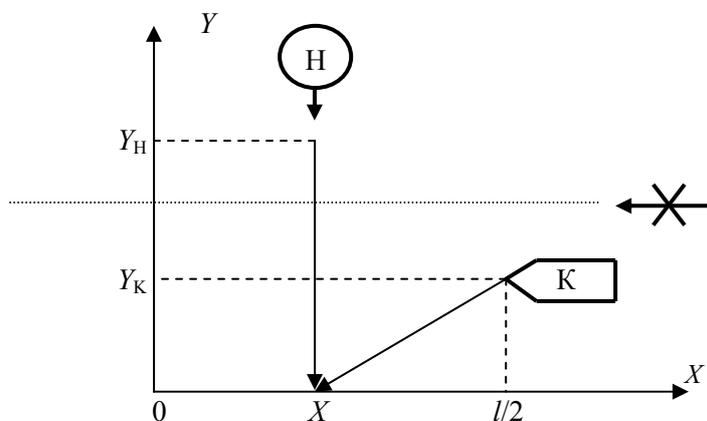
где λ_0 — интенсивность установки орудий промысла; μ_j — интенсивность обслуживания заявки средством реализации в j -м районе.

Вероятность своевременного изъятия орудий промысла в зоне охраны равна

$$p_{zd} = \frac{1}{z} \sum_{j=1}^J z_j p_{z dj}. \quad (10)$$

Таким образом, нами рассмотрена модель своевременного обнаружения и изъятия орудий промысла, учитывающая интенсивность установки орудий лова, способы действий и возможности средств обнаружения и реализации.

2.2. Модель обнаружения и задержания правонарушителя. Нарушитель (Н) с места улова (Y_H — математическое ожидание удаления места промысла от берега) стремится по кратчайшему пути попасть на берег (рис. 2).



Н — нарушитель; К — катер охраны

Рис. 2. Условная схема района охраны

В случае отклонения от кратчайшего пути вправо он попадает в зону ответственности другого средства задержания, при отклонении влево — в зону ответственности катера (К). В силу симметричности будем считать, что нарушитель расположен слева от катера охраны. Катер располагается в центре района охраны ($X_K = l/2$) на удалении Y_K от берега (пессимистичное предположение для системы охраны).

Математическое ожидание Y_S дальности обнаружения нарушителя стационарными (береговыми) средствами обнаружения, расположенными у кромки берега с сектором обзора 180° и более, равно (площадь полуокружности $\pi D_S^2/2$ заменяется равной площадью прямоугольника $\pi D_S/4$ с основанием $2D_S$; полагается, что по малым и сверхмалым целям сектора обзора соседних средств обнаружения не пересекаются)

$$Y_S = \frac{\pi D_S}{4L}, \tag{11}$$

где D_S — дальность обнаружения нарушителя стационарным средством; L — протяженность зоны контроля. Если используются разнотипные стационарные средства, то в выражении (11) следует использовать приведенную дальность:

$$D_S = \frac{1}{x} \sum_{k=1}^K x_k D_{Sk}, \tag{12}$$

где D_{Sk} — дальность обнаружения нарушителя стационарным средством k -го типа; x_k — количество стационарных средств k -го типа, причем $x = x_1 + \dots + x_K$.

Вероятность обнаружения нарушителей, ведущих промысел ВБР, может быть вычислена по аналогии с вероятностью обнаружения орудий лова (выражения (5–7)):

$$p_\omega(A) = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^I (1 - P_{\omega yi})^{y_i} \right) \left(1 - \frac{1}{z} \sum_{j=1}^J z_j P_{\omega zj} \right)^{A-1}, \tag{13}$$

$$P_{\omega yi} = k_{yi} P_{0\omega yi} \left[1 - \exp(-\gamma_{\omega yi} t_\omega) \right], \tag{14}$$

$$\gamma_{\omega yi} = \frac{2D_{\omega yi} v_{yi}}{S_0 - k_x P_{0\omega x} Y_S L}$$

(при расчете интенсивности $\gamma_{\omega yi}$ поиска площадь контролируемой зоны S_0 уменьшается на приведенную площадь, контролируемую стационарными средствами наблюдения),

где $P_{0\omega yi}$ — вероятность обнаружения нарушителей средством i -го типа при нахождении средства наблюдения вблизи них (приборная вероятность обнаружения);

$D_{\omega yi}$ — дальность обнаружения нарушителей средством наблюдения i -го типа (км);

K_x — коэффициент технической (оперативной) готовности стационарных средств наблюдения;

$P_{0\omega x}$ — приборная вероятность обнаружения нарушителей стационарным средством наблюдения;

t_ω — ожидаемое время лова ВБР.

Соответственно, вероятность $P_{\omega zj}$ обнаружения нарушителя j -м средством реализации, используемым на рубеже протяженностью $l = L/z$, равна

$$P_{\omega zj} = k_{zj} P_{0\omega zj} \left[1 - \exp(-\gamma_{\omega zj} t_\omega) \right], \quad (15)$$

$$\gamma_{\omega zj} = \frac{2D_{\omega zj} v_{zj}}{(S_0 - k_x P_{0\omega x} Y_S L) / z},$$

где $P_{0\omega zj}$ — приборная вероятность обнаружения нарушителей j -м средством реализации.

Действия охраны по задержанию нарушителей могут быть описаны с использованием функции технологии конфликта (conflict success function) индикаторного (аукционная модель) или вероятностного [Garfinkel, Skaperdas, 2006] типа. В рамках аукционной модели победу одерживает игрок, выделивший большее количество ресурса (в случае равенства ресурсов каждый из игроков одерживает победу с вероятностью 0.5) [Новиков, 2012].

Обозначим v_H — скорость нарушителя, v_{Kj} — скорость катера j -го типа. Расстояние Y_H (рис. 2) нарушитель преодолеет за время $t_H = Y_H / v_H$. Катер охраны прибывает в точку X за время $t_{Kj} = \sqrt{(L / (2z) - X)^2 + (Y_K)^2} / v_{Kj}$. При $X = 0$ (нарушитель стремится вернуться на берег на максимальном удалении от катера) получим $t_{Kj} = \sqrt{(L / (2z))^2 + (Y_K)^2} / v_{Kj}$. Тогда в рамках аукционной модели условная вероятность задержания нарушителя катером охраны j -го типа равна

$$P_{zj(a)} = \begin{cases} 1, & t_{Kj} \leq t_H, \\ 0, & t_{Kj} > t_H. \end{cases} \quad (16a)$$

В вероятностной модели условная вероятность задержания нарушителя равна

$$P_{zj(p)} = \frac{\alpha_{Kj} (t_H)^\psi}{\alpha_{Kj} (t_H)^\psi + (t_{Kj})^\psi}, \quad (16p)$$

где $\alpha_{Kj} > 0$ — соотношение поисковых эффективностей катера охраны j -го типа и нарушителя; параметр $0 < \psi \leq 1$ отражает решительность поисковых действий.

Использование вероятностной модели представляется более предпочтительным, поскольку параметр α_{Kj} позволяет учесть маневровые возможности катера охраны j -го типа и нарушителя, имеющиеся средства наблюдения, мониторинга, навигации и автоматизации. При $\alpha_{Kj} > 1$ катер охраны эффективнее нарушителя, при $\alpha_{Kj} < 1$ — наоборот. С помощью параметра ψ возможен учет правового режима зоны охраны, особенностей применения оружия, требований техники безопасности и др.

В случае задержания нарушителя требуется время τ_s на составление протокола, досмотр и другие действия, исключающие участие катера в охране ВБР на определенное время. Пусть λ_1 есть интенсивность добычи ВБР (исключая установку орудий лова) нарушителями. Примени-

тельно к добыче ВБР мы имеем одноканальную систему массового обслуживания с отказами. В предположении, что входной поток заявок простейший, а время обслуживания подчиняется показательному закону, вероятность обслуживания заявки (вероятность своевременных действий средства охраны по нарушению) равна [Гнеденко, Коваленко, 2007]

$$p_{zs} = \frac{\mu_s}{\lambda_1 / z + \mu_s}, \quad \mu_s = 1 / \tau_s. \quad (17)$$

Следовательно, вероятность обнаружения и своевременного задержания нарушителей, ведущих промысел ВБР, средством охраны j -го типа равна (правонарушители должны быть обнаружены и по ним должны быть своевременно предприняты действия по задержанию)

$$p_{2j} = p_\omega(A) p_{zj(p)} p_{zs}, \quad (18)$$

соответственно, искомая вероятность обнаружения и своевременного задержания нарушителей при наличии нескольких типов средств задержания равна

$$p_2 = \frac{1}{z} \sum_{j=1}^J z_j p_{2j} \quad (19)$$

(устранение неопределенностей, связанных с правилом выбора средствами охраны различных типов районов, решается в моделях тактического уровня, здесь используется среднее значение).

Таким образом, нами получены выражения для расчета полезности u_n незаконной деятельности правонарушителей, зависящие от количества стационарных средств наблюдения (x), количества подвижных средств наблюдения (y) и количества средств реализации (z) (катеров). Для реализации функции сдерживания системе охраны достаточно обеспечить условие $u_n \leq 0$.

3. Решение теоретико-игровой тактической задачи

3.1. Постановка задачи. Пусть имеются катер охраны, который периодически патрулирует район протяженностью l (рис. 2), и подвижное средство наблюдения, реализующее случайный поиск. Управляемым параметром для катера является удаление Y_K линии патрулирования от берега. Управляемый параметр для нарушителя, ведущего промысел в охраняемом районе, — удаление Y_H точки промысла от берега. Тогда выражение (1) примет вид (нарушитель не оставляет орудий лова, т. е. $p_1 = 0$):

$$u_n = p_2 u_2 + (1 - p_2) u(V). \quad (20)$$

Для имеющихся средств обнаружения можно вычислить вероятность $p_\omega = p_\omega(A)$ их обнаружения, которую в тактической задаче примем в качестве константы. При низкой интенсивности промысла можно положить $p_{zs} = 1$. Тогда вероятность p_2 может быть вычислена по следующим формулам (средства реализации однотипны):

а) аукционная модель:

$$p_2 = p_\omega \begin{cases} 1, & t_K \leq t_H, \\ 0, & t_K > t_H. \end{cases} \quad (21a)$$

б) вероятностная модель (при $\psi = 1$ и $z = 1$):

$$p_2 = p_\omega \frac{\alpha_K t_H}{\alpha_K t_H + t_K}, \quad (21p)$$

$$t_H = Y_H / v_H, \quad t_K = \sqrt{(l/2 - X)^2 + (Y_K)^2} / v_K, \quad (22)$$

где v_H — скорость нарушителя, v_K — скорость катера.

Исходя из пессимистичной оценки, допустим, что нарушитель выбирает маршрут на максимальном удалении от катера охраны, стремясь двигаться по границе района, т. е. в выражении (22) имеем $X = 0$.

В аукционной модели полезность нарушителя равна

$$u_n(Y_H, Y_K) = \begin{cases} p_\omega u_2 + (1 - p_\omega)u(V), & \frac{\sqrt{(l/2)^2 + Y_K^2}}{v_K} \leq \frac{Y_H}{v_H}, \\ u(V), & \frac{\sqrt{(l/2)^2 + Y_K^2}}{v_K} > \frac{Y_H}{v_H}. \end{cases} \quad (23a)$$

Соответственно, в вероятностной модели имеем

$$u_n(Y_H, Y_K) = \frac{p_\omega \alpha_K Y_H v_K (u_2 - u(V))}{\alpha_K Y_H v_K + v_H \sqrt{(l/2)^2 + Y_K^2}} + u(V). \quad (23p)$$

Рассмотрим функцию

$$f_V(Y) = \left(\frac{Y}{b}\right)^c \exp\left(1 - \left(\frac{Y}{b}\right)^c\right), \quad Y \geq 0, \quad (24)$$

где b — параметр масштаба, c — параметр формы. Функция достигает максимума в точке $Y = b$. Причем в точке максимума $f_V(b) = 1$ (рис. 3).

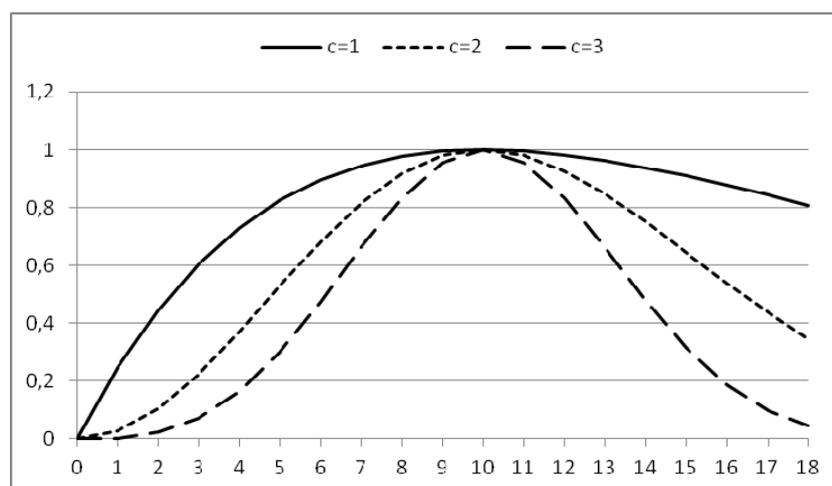


Рис. 3. График функции $f_V(Y)$ при $b = 10$ и различных значениях параметра формы

Зависимость ожидаемого дохода от удаленности места промысла от берега может быть описана функцией

$$V(Y) = V_0 f_V(Y), \quad (25)$$

где V_0 — максимально возможное значение ожидаемого дохода. Содержательно низкие значения функции $f_V(Y)$ при $Y < b$ объясняются малой продуктивностью ВБР у берега и высокими рисками быть обнаруженными береговыми средствами. При $Y > b$ повышаются риски, связанные с удаленностью нарушителя от берега (нехватка горючего, низкие мореходные качества плавсредства и т. д.).

Поскольку цикл наращивания усилий системой охраны (закупка новых катеров, штатные мероприятия, обучение и т. д.) по продолжительности существенно больше цикла деятельности нарушителей (закупка снастей, принятие решения о способе добычи ВБР и т. д.), то мы имеем

иерархическую игру, в которой первый ход делает система охраны (равновесие по Штакельбергу). Цель системы охраны — минимизация полезности незаконной деятельности нарушителей, цель нарушителей — максимизация этой полезности. Если нарушители однородны и действуют независимо друг от друга, то набор (Y_H^*, Y_K^*) оптимальных стратегий сторон находится как решение задачи:

$$u_n(Y_H^*, Y_K^*) = \min_{0 < Y_K, Y_H \leq B} u_n(R_H(Y_K), Y_K), \tag{26}$$

где $R_H(Y_K)$ — функция наилучшего ответа нарушителя на действия системы охраны (выбор рубежа патрулирования).

3.2. Вероятностная модель. Для нахождения наилучшего ответа нарушителя (при фиксированном Y_K) необходимо максимизировать функцию (например, численным методом):

$$u_n(Y_H, Y_K) = \frac{p_\omega \alpha_K Y_H v_K (u_2 - u(V))}{\alpha_K Y_H v_K + v_H \sqrt{(l/2)^2 + Y_K^2}} + u(V), \quad u(V) = \begin{cases} V(Y)^\zeta, & V(Y) \geq 0, \\ -(-V(Y))^\zeta, & V(Y) < 0. \end{cases} \tag{27}$$

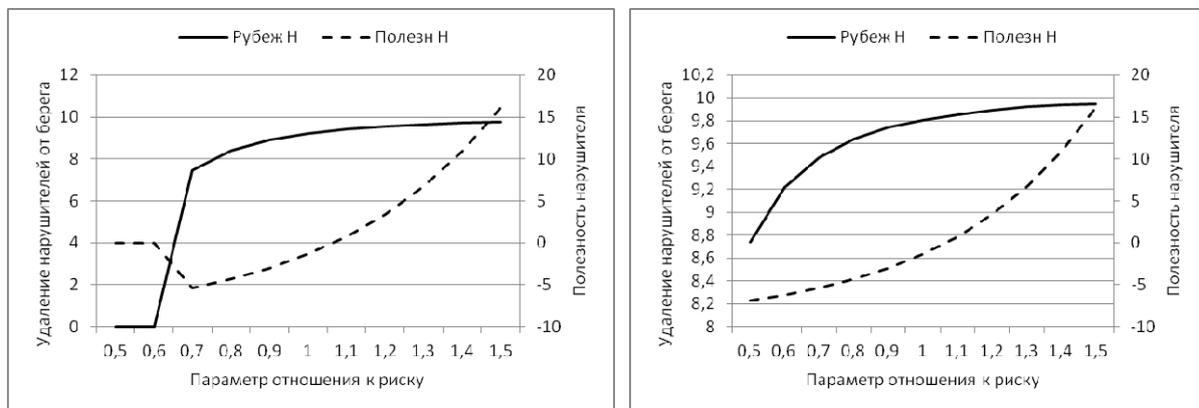
Считая Y_K заданным, в результате получим

$$Y_H^* = R_H(Y_K) = \text{Arg max}_{0 < Y_H, Y_K \leq B} u_n(Y_H, Y_K).$$

Система охраны минимизирует полезность нарушителей:

$$Y_K^* = R_H(Y_K) = \text{Arg max}_{0 < Y_K \leq B, Y_H = R_H(Y_K)} u_n(Y_H, Y_K).$$

При следующих исходных данных: $v_H = v_K = 30, B = 24, l = 50, V_0 = 10, u_2 = -50, b = 10, p_\omega = 0.2, \alpha_K = 1.5$ вычислены оптимальные стратегии сторон и полезность нарушителя при изменении степени ζ полезности от 0.5 до 2 (рис. 4).



(а) Значение параметра формы $c = 1$

(б) Значение параметра формы $c = 2$

Рис. 4. Зависимость оптимального рубежа и полезности нарушителей от степени полезности

Поскольку в модели в качестве отдельной подзадачи не анализируются действия по преследованию нарушителей, то оптимальный рубеж катера охраны расположен у береговой линии. При значении параметра формы $c = 1$ оптимальное удаление промысла нарушителей для рискофобов близко к нулю, для рискофилов и рисконейтралов близко к значению параметра b (место максимальной продуктивности промысла). При $c = 2$ оптимальное удаление промысла нарушителей меняется незначительно (от 8.8 до 9.95). Отношение нарушителей к риску существенно влияет на значение полезности и, следовательно, на реализацию функции сдерживания.

3.3. Оценка влияния факторов на результаты моделирования. В таблице 1 показаны нижние и верхние значения факторов, использовавшиеся для проведения вычислительного эксперимента (дробный факторный эксперимент вида 2^{10-6} [Математическая, 1983]) при $b = 10$.

Таблица 1. Нижние и верхние значения факторов

№ фактора	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение:	c	V_0	v_H	v_K	B	l	u_2	p_ω	α_K	ζ
Нижнее	1.5	10	30	30	20	40	-60	0.25	1.1	0.75
Верхнее	2	15	45	45	25	50	-50	0.35	1.5	1.25

В результате вычислительного эксперимента получены следующие уравнения регрессии (линейная модель):

а) уравнение регрессии для оптимального рубежа катера охраны:

$$\eta_{Y_K} = 0.008 + 0.001x_5; \quad (28)$$

б) уравнение регрессии для оптимального удаления промысла нарушителя:

$$\eta_{Y_H} = 9.6 + 0.01x_1 + 0.03x_2 - 0.07x_3 + 0.09x_4 + 0.05x_5 - 0.06x_6 + \\ + 0.04x_7 - 0.11x_8 + 0.01x_9 + 0.26x_{10}; \quad (29)$$

в) уравнение регрессии для полезности нарушителя:

$$\eta_{u_n} = -4.91 + 0.24x_1 + 2.43x_2 + 0x_3 - 0.18x_4 - 0.02x_5 + 0.11x_6 + \\ + 1.45x_7 - 3.34x_8 + 1.61x_9 + 6.06x_{10}. \quad (30)$$

Из уравнения (28) видно, что оптимальный рубеж охраны лишь в незначительной степени зависит от 5-го фактора (глубина B зоны охраны).

Из уравнения (29) следует, что среднее удаление промысла нарушителя от берега равно 9.6. Наибольшее влияние на это удаление оказывают 10-й (параметр ζ) и 8-й (вероятность p_ω) факторы. Причем увеличение значения вероятности p_ω обнаружения нарушителей с 0.25 до 0.35 приводит к уменьшению удаления на 0.11.

При варьировании факторов в указанных пределах среднее значение полезности нарушителя равно -4.91. Наибольшее влияние на значения полезности оказывают 10-й, 8-й (отрицательный вклад) и 2-й факторы.

Отметим, что вклад 6-го фактора (ширина района охраны l) не является решающим.

Таким образом, нами решена тактическая задача поиска оптимальных рубежей патрулирования (стоянки) катеров охраны и оптимального удаления мест лова ВБР, зависящего от характеристик района, средств наблюдения и реализации обстановки и других факторов.

4. Механизм ранжирования средств охраны

4.1. Общая методика ранжирования средств охраны. При проектировании системы охраны морского прибрежного пространства необходимо учитывать множество факторов внешней среды и характеристик средств охраны. С точки зрения системного подхода часто используется комплекс (матрица) моделей, рассматриваемый в виде иерархии (географический, физический, технический, операционный и т. д. уровни моделирования) и горизонтальной цепочки (этапы циклов деятельности и управления) [Новиков, 2012; Шумов, 2014]. Одним из средств объединения разнородных моделей может выступать механизм ранжирования средств охраны с использованием множества Парето.

Пусть имеется множество типов средств охраны $i = \{1, \dots, n\}$. Принципам охраны морского прибрежного пространства можно поставить в соответствие следующие критерии [Шумов, 2015]:

- комплексность — количество $\xi_i \geq 0$ функций средств охраны, реализуемых средством i -го типа;
- непрерывность охраны — коэффициент $0 \leq \eta_i \leq 1$ непрерывности использования средства i -го типа по направлениям и времени;

- мобильность — коэффициент $0 \leq \mu_i \leq 1$ мобильности средства i -го типа;
- непрерывность (по функциям и задачам) — коэффициент ρ_j равномерности распределения пограничных средств по функции j .

На операционном и тактическом уровнях основными функциями являются этапы тактического цикла: обнаружение, распознавание, наведение, задержание (изъятие), фиксация признаков.

Определим матрицу $\xi = [\xi_{ij}]$, где $0 \leq \xi_{ij} \leq 1$ есть степень реализации средством i -го типа j -й функции, причем $\xi_i = \sum_j \xi_{ij}$.

Полагая, что качество реализации любой функции существенно зависит от наличия разнообразных средств, коэффициент равномерности можно определить по формуле

$$\rho_j = \min_i \xi_{ij} \tag{31}$$

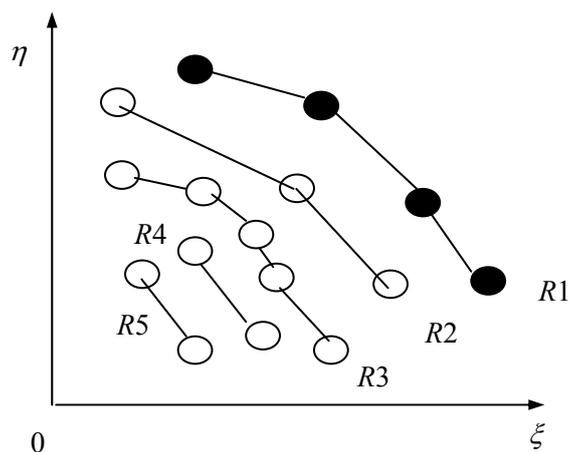
(минимальное количество типов средств, реализующих j -ю функцию).

Для средств охраны получим следующую задачу:

$$\xi_i \rightarrow \max, \eta_i \rightarrow \max, \rho_j \rightarrow \max, \mu_i \rightarrow \max, C_i \rightarrow \min, \tag{32}$$

где C_i — стоимость средства i -го типа.

Один из подходов к решению многокритериальных задач заключается в вычислении границы (множества) Парето (рис. 5).



$R1, \dots, R5$ — ранги Парето; ξ и η — критерии

Рис. 5. Граница и ранги Парето

Поскольку в модели мы не рассматриваем основные тактические характеристики средств, а учитываемые показатели вычисляются с определенной погрешностью и существенно зависят от физико-географических и иных особенностей региона, имеет смысл вычислять не одну, а несколько границ Парето. На 1-м этапе решения задачи ранжирования пограничных средств вычисляется граница Парето. Средства, принадлежащие границе Парето, имеют ранг 1. Удалим эти средства из рассмотрения и вычислим новую границу Парето. Средства на этой границе будут иметь ранг 2. Повторяем итерацию, пока не переберем все средства.

Для каждого k -го ранга определим:

- мощность A_k ранга — количество элементов, принадлежащих k -му рангу;
- силу P_k ранга — количество элементов, которые доминируются любым элементом k -го ранга; сила ранга равна:

$$P_k = \sum_{i>k} A_i; \tag{33}$$

- удаленность S_k ранга — среднее удаление элементов, принадлежащих k -му рангу, от начала координат;
- среднее (минимальное) расстояние R_{kl} (W_{kl}) между рангами k и l — среднее (минимальное) расстояние между элементами рангов k и l .

4.2. Частная методика ранжирования средств охраны. Каждое отдельное средство охраны (беспилотный летательный аппарат, катер, информационно-аналитическая подсистема и т. д.) характеризуется набором технических и тактических показателей. Например, беспилотные летательные аппараты классифицируются по следующим основаниям [Моисеев и др., 2010]:

- принцип создания подъемной силы — БЛА самолетной, вертолетной и нетрадиционной схемы;
- решаемые задачи — БЛА информационные, боевые, имитационные, специализированные;
- способ управления полетом — БЛА с дистанционным, автономным и комбинированным управлением;
- способ старта — БЛА наземного, корабельного, воздушного старта и БЛА, стартующие с руки.

Выделяются следующие основные тактико-технические характеристики БЛА [Моисеев и др., 2010]: продолжительность и скорость полета, взлетная масса, стоимость, маневренность, заметность, время подготовки к полету и др.

Для каждого из трех классов средств охраны (стационарные и подвижные средства наблюдения, средства реализации) формируется матрица $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, где a_{ij} — значение j -й тактико-технической характеристики средства i -го типа. Положим, что каждый из показателей необходимо максимизировать (если некоторый показатель, например полная стоимость владения, минимизируется, то достаточно значение показателя умножить на минус единицу). Тогда задача ранжирования средств охраны некоторого класса имеет вид

$$a_{ij} \rightarrow \max_i, j = 1, \dots, n_a, \quad (34)$$

где n_a — количество характеристик.

4.3. Механизм ранжирования. Порядок функционирования механизма ранжирования средств охраны может быть следующим.

- 1) уточняются список функций средств охраны и их основные характеристики;
- 2) исходя из циклов деятельности и управления, формируется или уточняется список критериев;
- 3) с учетом физико-географических и других условий для типовых рубежей рассчитываются значения критериев;
- 4) с использованием общей и частной методик выполняется ранжирование средств охраны. Результат ранжирования — получение списка эффективных/неэффективных средств, нахождения «узких мест».

5. Применение сценарного подхода в задачах обоснования состава средств охраны

Важнейшим принципом морского пространственного планирования является принцип стратегического планирования — ориентация на большие горизонты планирования (10–20 лет и более) [Эйлер, 2014, с. 129–130]. В связи с большими сроками планирования необходимо учитывать прогнозные данные о состоянии важнейших параметров в будущем. Для решения названной задачи может использоваться сценарный подход.

5.1. Характеристика сценарного подхода. На результативность действий средств охраны ВБР оказывает влияние множество факторов (рис. 6), которые можно классифицировать на регулярные/нерегулярные и краткосрочные/долгосрочные.



Рис. 6. Характеристики факторов

Обоснование состава средств охраны предполагает использование результатов средне- и долгосрочного прогнозирования. Построить вероятностные прогнозы возможно только для регулярных факторов. Прогнозирование развития обстановки в морском прибрежном пространстве в интересах обоснования состава средств охраны основывается на следующих принципах [Ariely и др., 2011]:

- сочетание количественного и качественного прогнозов;
- значимость сценарного подхода;
- планирование и прогнозирование полезно, если оно является непрерывным процессом, а не разовым актом;
- сбор и интегрирование информации из различных источников, использование моделирования и экспериментов для оценки латентных факторов;
- непрерывное насыщение подразделений охраны и органов управления новыми технологическими системами создает новые риски и уязвимости;
- анализ рисков и прогнозирование тесно связаны между собой; анализ рисков нельзя выполнить только по текущим данным; прогнозы основываются на анализе рисков и распределениях ресурсов.

Можно выделить два класса сценариев¹:

- сценарии, построенные на основе факторов с вероятностной неопределенностью;
- сценарии, построенные на основе неопределенных (катастрофических) факторов.

Неопределенные сценарии могут иметь малую вероятность реализации, но потенциально огромное влияние в случае реализации.

5.2. Типовые сценарии, используемые в задачах обоснования состава средств охраны.

Традиционно отдельно планируется и реализуется задача охраны ВБР в нерестовый период (сценарий № 1), характеризующийся повышенной интенсивностью незаконного промысла и необходимостью привлечения резервных и дополнительных средств охраны. Сценарий № 2 обычно обусловлен новыми нормативно-правовыми актами (объявление запрещенных для промысла районов, увеличение глубины контролируемого района). Сценарий № 3 разрабатывается для учета организационных мероприятий, связанных с объединением нескольких районов ответственности в один или разбиением района на подрайоны. Для учета возможностей взаимодействующих правоохранительных (организационно-технических) систем применяется сценарий № 4, позволяющий выявлять перспективные задачи и подрайоны.

¹ Сценарий (scenario) в прогнозировании — преимущественно качественное описание возможных вариантов развития исследуемого объекта при различных сочетаниях определенных (заранее выделенных) условий.

Заключение

В первом разделе работы выполнена постановка задачи моделирования и рассмотрена модель выбора нарушителями альтернатив, основанная на использовании функций полезности и предположении, что нарушители стремятся максимизировать полезность дохода от незаконной деятельности. Система охраны имеет противоположную цель, которая реализуется за счет изъятия орудий промысла или добытых биоресурсов. Описание модели охраны водных биоресурсов представлено во втором разделе. Содержательно с помощью представленной модели можно решать задачу сдерживания незаконной деятельности в морском прибрежном пространстве — вычисление количества средств обнаружения нарушителей и средств реализации, при которых нарушители будут массово отказываться от незаконной деятельности.

В третьем разделе решена тактическая теоретико-игровая задача — найдены оптимальный рубеж патрулирования (стоянки) средств реализации (катеров охраны) и оптимальное удаление мест промысла нарушителей от берега. С использованием методов теории планирования эксперимента получены линейные регрессионные модели, позволяющие оценить вклад основных факторов, влияющих на результаты моделирования.

В интересах повышения устойчивости и адекватности модели целесообразно использовать механизм ранжирования средств охраны, основанный на границах и рангах Парето и позволяющий учесть принципы охраны и дополнительные характеристики средств охраны. Поскольку в морском пространственном планировании ориентируются на большие горизонты планирования, то для повышения адекватности модели необходимо построить и исследовать наиболее вероятные сценарии развития обстановки и/или сценарии, реализация которых может нанести непоправимый ущерб среде обитания.

Список литературы

- Абчук В. А., Суздаль В. Г.* Поиск объектов. — М. : Сов. радио, 1977. — 336 с.
- Беляева М. Б., Митрофанов М. Ю.* Новые результаты в теории поиска // Дискретный анализ и исследование операций. — Январь–июнь 2004. — Сер. 2. — Т. 11, № 1. — С. 26–50.
- Галаяев А. А., Маслов Е. П.* О задаче патрулирования рубежа // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2011. — № 5. — С. 153–163.
- Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания. Изд. 4-е, испр. — М. : Издательство ЛКИ, 2007. — 400 с.
- Катулев А. Н., Северцев Н. А., Соломаха Г. М.* Исследование операций и обеспечение безопасности: прикладные задачи: Учеб. пособие для вузов / Под ред. академика РАН П. С. Краснощекова. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с.
- Коровин Д. И.* О нахождении функции полезности в теории Неймана-Моргенштерна // Вестник ИГЭУ. — Вып. 4. — 2005.
- Купман Б.* Теория поиска. Ч. II. Обнаружение цели // Operations Research. — 1956. — Vol. 4, № 5. — С. 503–531.
- Манилов А. Л.* Моделирование деятельности пограничных ведомств государств — участников Содружества Независимых Государств: Учебное пособие / А. Л. Манилов, В. Н. Савенко, В. В. Шумов / Под ред. В. А. Дмитриева. М. : Граница, 2014. — 608 с.
- Математическая теория планирования эксперимента / Под редакцией С. М. Ермакова. — М. : Наука, 1983. — 392 с.
- Моисеев В. С., Гущина Д. С., Моисеев Г. В.* Основы теории создания и применения информационных беспилотных авиационных комплексов: Монография. — Казань : Изд-во МОиН РТ, 2010. — 196 с.
- Морз Ф. М., Кимбел Дж. Е.* Методы исследования операций / пер. с англ. И. А. Полетаева и К. Н. Трофимова. — М. : Сов. радио, 1956. — 310 с.
- Нейман Д., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. — М. : Наука, 1970. — 708 с.

- Новиков Д. А. Иерархические модели военных действий // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 37. — С. 25–62.
- Росточин В. В. Элементарные основы оценки эффективности применения беспилотных авиационных систем для воздушной разведки. — URL: http://www.uav.ru/articles/basic_uav_efficiency.pdf (дата обращения: 26.05.2015).
- Состояние мирового рыболовства и аквакультуры / Департамент рыболовства и аквакультуры ФАО. Продовольственная и сельскохозяйственная организация Объединенных наций. Рим. — 2012. — 237 с.
- Чугунов А. И. Борьба на границе, 1917–1928 (Из истории пограничных войск СССР). — М. : Мысль, 1980. — 183 с.
- Шикин Е. В., Березин С. Б. Поиск объектов. Динамика. Геометрия. Графика // Фундаментальная и прикладная математика. — 2005. — Т. 11, № 1. — С. 3–34.
- Шумов В. В. Иерархические и матричные модели пограничной безопасности // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, № 3. — С. 137–148.
- Шумов В. В. Модель социального влияния и ее применение при анализе пограничной безопасности государства / Управление большими системами. — Вып. 47. — М. : ИПУ РАН, 2014а. — С. 125–166.
- Шумов В. В. Пограничная безопасность как ценность и общественное благо: Математические модели. — М. : ЛЕНАНД, 2015. — 184 с.
- Эйлер Ч. Н. Обзор мирового опыта в области морского пространственного планирования. — Париж: WWF, 2014. — 136 с.
- Ariely G., Bijak J., Landesmann R., Poria Y. and Warnes R. Futures of Borders: A Forward Study of European Border Checks. Report for Frontex: EU external borders agency. Liron Systems Ltd./University of Southampton/University of Ben Gurion, Eilat/Southampton/Be'er Sheva, December 2011.
- Becker G. S. Crime and Punishment: An Economic Approach // Essays in the Economics of Crime and Punishment / Ed. by G. S. Becker, W. L. Landes. N.Y., 1974. — P. 10.
- Garfinkel M., Skaperdas S. Economics of Conflict: An Overview // Handbook of Defense Economics. Chapter 3 / Eds. T. Sandler, K. Hartley. Santa Monica, 2006. — 65 p.
- Justin J., Zahid H., Ricardo B., Anouck G. Stochastic Patrolling and Collision Avoidance for Two UAVs in a Base Defense Scenario // AIAA-2009-6214, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, Illinois, Aug. 10–13, 2009. URL: <http://hdl.handle.net/2027.42/76263> (дата обращения: 26.05.2015).
- Kiekintveld C., Kreinovich V., Lerma O. Optimizing Trajectories for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) Patrolling the Border // Proceedings of the World Conference on Soft Computing, San Francisco, CA, May 23–26, 2011.
- Shieh E., An B., Yang R., Tambe M., Baldwin C., DiRenzo J., Maule B., Meyer G. 2012. PROTECT: A deployed game theoretic system to protect the ports of the United States. In Proc. of The 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS).
- Tversky A., Kahneman D. Prospect theory: An analysis of decision under risk // Econometrica. — 1979. — Vol. 47, № 2. — P. 263–291.
- Washburn A.R. Barrier Games // Military Operations Research. — 2010. — 15 (3). — P. 31–41.