

УДК: 537.8

Метод расчета электрических свойств насыщенных горных пород, учитывающий поверхностную проводимость

А. Ю. Демьянов^{1,а}, О. Ю. Динариев^{1,б}, Д. А. Лисицын^{2,в}

¹ Московский научно-исследовательский центр «Шлюмберже»,
Россия, 119285, г. Москва, ул. Пудовкина, д. 13

² Московский физико-технический институт (государственный университет),
Россия, 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

E-mail: ^аademianov@slb.com, ^бodinariev@slb.com, ^вlisicindm@gmail.com

Получено 28 июля 2015 г.

Предложен новый эффективный численный метод расчета электрических свойств горных пород с двухфазным насыщением типа «нефть–вода». Метод позволяет учитывать влияние поверхностной проводимости двойных электрических слоев, возникающих на контакте скелета породы с водным раствором в поровом пространстве. В основе метода лежит задача нахождения распределения электрического потенциала в трехмерной цифровой модели пористой среды высокого разрешения. Цифровая модель воспроизводит пространственную структуру поровых каналов на микроуровне и содержит элементы сетки объемного и поверхностного типов. Результаты расчетов показывают важность учета поверхностной проводимости.

Ключевые слова: цифровая модель, численное моделирование, электромагнитные свойства, объемная проводимость, поверхностная проводимость

Numerical simulation of electromagnetic properties of the saturated rock media with surface conductivity effects

A. Yu. Demianov¹, O. Yu. Dinariev¹, D. A. Lisitsin²

¹Schlumberger Moscow Research, 13 Pudovkina st., Moscow, 119285, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology (State University), 9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

Abstract. — New numerical simulation technique to calculate electrical properties of rocks with two-phase “oil–water” saturation is proposed. This technique takes into account surface conductivity of electrical double layers at the contact between solid rock and aqueous solution inside pore space. The numerical simulation technique is based on acquiring of electrical potential distribution in high-resolution three-dimensional digital model of porous medium. The digital model incorporates the spatial geometry of pore channels and contains bulk and surface grid cells. Numerical simulation results demonstrate the importance of surface conductivity effects.

Keywords: digital model, numerical simulation, electromagnetic properties, bulk conductivity, surface conductivity

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no. 5, pp. 1081–1088 (Russian).

Введение

Определение электрических свойств пористых сред, насыщенных углеводородами, является важной прикладной задачей, возникающей при исследовании кернового материала скважин [Иванов, Бурлин и др., 2008], а также при интерпретации данных геологической разведки [Doll, Legrand, Stratton, 1947; Sallee, Wood, 1984]. Одним из современных способов ее решения является численное моделирование электрических свойств пористых сред с использованием цифровой компьютерной модели, построенной при помощи рентгеновской микротомографии [Mees, Swennen, Van Geet, 2003]. В случае многофазного насыщения пористой среды (традиционно в нефтяной промышленности насыщающими флюидами являются вода, нефть и газ) распределение фаз может быть получено непосредственно при помощи микротомографии либо путем использования результатов гидродинамического моделирования на масштабе пор методом функционала плотности [Демьянов, Динариев, Евсеев, 2009]. Цифровая модель насыщенной пористой среды выступает в качестве начальных данных для дальнейшего численного исследования и для получения такой важной характеристики, как зависимость электропроводности образца от величины водонасыщенности [Archie, 1942; Латышева, 1981].

Актуальность

При проведении численного моделирования электрических свойств насыщенных пористых сред, наряду с типичными для использования цифровых моделей проблемами (выбор представительного объема, выбор разрешения, оценка влияния граничных условий), существенное влияние на результат может оказывать (помимо электрической проводимости скелета породы, нефти, газа) учет поверхностной проводимости, возникающей на контакте водного раствора со скелетом породы вследствие наличия двойного электрического слоя [Bazant et al., 2009]. При этом толщина двойного слоя по порядку величины измеряется нанометрами, тогда как характерные размеры пор в исследуемых цифровых моделях составляют десятки микронов. Принимая во внимание тот факт, что количество контактов «вода–порода» как в реальном образце, так и в цифровой модели достигает больших величин, необходим корректный учет влияния поверхностной проводимости. Для такого учета можно использовать неоднородные разностные сетки [Zhan et al., 2010]. Однако такой подход оказывается весьма ресурсоемким, влечет за собой использование избыточного количества машинной памяти и может значительно ухудшить сходимость некоторых численных методов.

В работе дается альтернативный подход в определении электрических свойств пористых образцов с учетом влияния проводимости двойных электрических слоев.

Постановка задачи

Будем рассматривать стационарную пространственную задачу определения электрического потенциала $\varphi(x, y, z)$ внутри насыщенного пористого образца, имеющего форму параллелепипеда с размерами L_x, L_y, L_z , где x, y, z — оси декартовой системы координат. В общем случае рассматривается двухфазное насыщение типа «нефть – водный раствор».

Для учета влияния двойных электрических слоев удобно ввести два типа элементов цифровой модели: объем (индекс b) и поверхность (индекс s), к которым приписывается величина электрического потенциала и по которым могут протекать электрические токи. Плотности объемных и поверхностных токов обозначаются соответственно как \vec{j}^b (с размерностью А/м² для системы единиц СИ) и \vec{j}^s (с размерностью А/м) (см. рис. 1).

Распределение потенциала для элемента типа b подчиняется уравнению сохранения тока [Ландау, Лифшиц, 1982]:

$$\nabla_b \vec{j}^b = 0, \quad (1)$$

где $\vec{j}^b = \sigma^b \nabla_b \varphi$, $\nabla_b = \partial / \partial x + \partial / \partial y + \partial / \partial z$ — дифференциальный оператор для объема, σ^b — величина удельной объемной проводимости (с размерностью См/м).

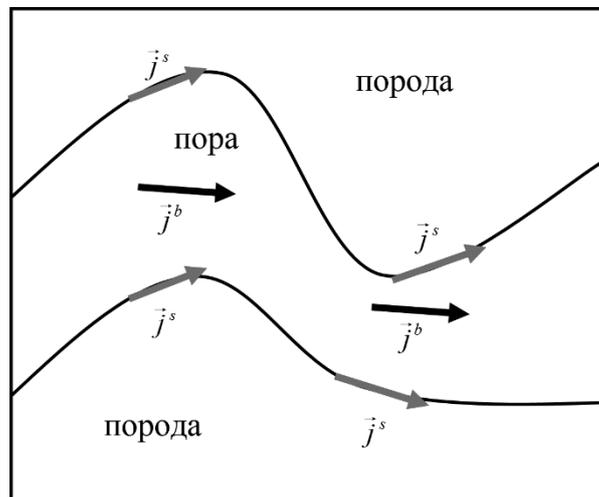


Рис. 1. Схема распределения объемных \vec{j}^b и поверхностных \vec{j}^s токов

Для элемента типа s аналогичное уравнение сохранения тока имеет следующий вид:

$$\nabla_s \vec{j}^s + \sum [\vec{n}, \vec{j}^b] = 0, \quad (2)$$

где $\vec{j}^s = \sigma^s \nabla_s \varphi$, ∇_s — дифференциальный оператор для поверхности (например, $\nabla_s = \partial / \partial x + \partial / \partial y$ для плоскости xOy), σ^s — величина удельной поверхностной проводимости (с размерностью См), \vec{n} — внешняя нормаль к элементу поверхности. Второе слагаемое в уравнении (2) определяет сумму электрических токов, втекающих из объема в элемент типа s .

Граничные условия задачи следующие (для случая приложения внешнего поля к образцу вдоль оси Ox): на гранях, перпендикулярных оси Ox , приложена разность потенциалов $\varphi(0, y, z) = \varphi_1$, $\varphi(L_x, y, z) = \varphi_2$, $\varphi_1 > \varphi_2$; на всех остальных гранях образец считается электрически изолированным, поэтому на них ставятся условия $\partial \varphi(x, 0, z) / \partial y = \partial \varphi(x, L_y, z) / \partial y = 0$, $\partial \varphi(x, y, 0) / \partial z = \partial \varphi(x, y, L_z) / \partial z = 0$.

После численного решения уравнений (1), (2) можно определить величину эффективной удельной проводимости образца $\hat{\sigma} = \hat{j} / \hat{E}$, где \hat{j} , \hat{E} — среднее значение плотности тока и средняя величина электрического поля в образце соответственно.

В петрофизических исследованиях в случае однофазного насыщения пористого образца в качестве эффективной величины, характеризующей проводимость образца, используют параметр пористости [Латышева, 1981; Гудок, 1970]:

$$F = \sigma_f / \hat{\sigma}, \quad (3)$$

где σ_f — удельная проводимость флюида.

Для случая многофазного насыщения с величиной водонасыщенности s_w используется параметр насыщения [Латышева, 1981; Гудок, 1970]:

$$R_t = \hat{\sigma}(s_w = 100\%) / \hat{\sigma}(s_w). \quad (4)$$

В предлагаемом в данной работе подходе эти параметры могут быть получены в результате прямого численного моделирования.

Численный метод

Цифровая модель породы строится по принципу «либо порода, либо порода», поэтому удобно рассматривать конечноразностную аппроксимацию уравнений (1), (2) (см. рис. 2).

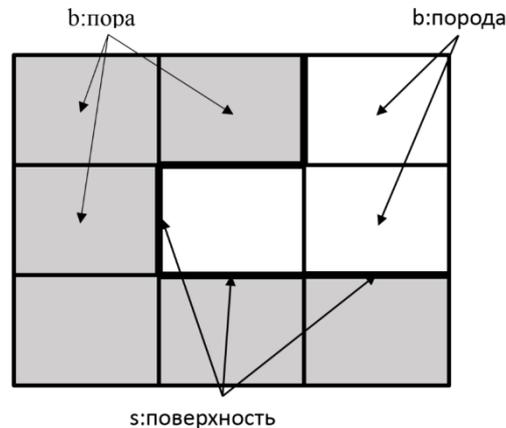


Рис. 2. Структура разностной сетки, составленной из элементов типа b (объем) и s (поверхность)

Элементы типа b соответствуют либо породе, либо поровому пространству, элементы типа s лежат на границах между элементами типа b в местах контакта породы и порового пространства, заполненного водой. К центру каждого типа элементов (как b , так и s) приписывается значение потенциала $\varphi(x, y, z)$ (с верхними индексами b и s соответственно). Для каждого типа элементов решаются уравнения (1), (2).

Разностный вид уравнения (1) представляется в следующем виде:

$$\frac{j_{i+1/2,j,k}^b - j_{i-1/2,j,k}^b}{\Delta x} + \frac{j_{i,j+1/2,k}^b - j_{i,j-1/2,k}^b}{\Delta y} + \frac{j_{i,j,k+1/2}^b - j_{i,j,k-1/2}^b}{\Delta z} = 0, \quad (5)$$

где i, j, k — индексы ячеек разностной сетки по осям x, y, z соответственно; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ — линейные размеры по этим осям; $j_{i+1/2,j,k}^b$ — величина плотности тока через границу, разделяющую ячейки i, j, k и $i+1, j, k$. Величина $j_{i+1/2,j,k}^b$ в случае отсутствия элемента типа s между ячейками i, j, k и $i+1, j, k$ вычисляется как

$$j_{i+1/2,j,k}^b = \sigma_{i+1/2,j,k}^b \frac{(\varphi_{i,j,k}^b - \varphi_{i+1,j,k}^b)}{\Delta x}, \quad (6)$$

где $\varphi_{i,j,k}^b$ — значение электрического потенциала в ячейке i, j, k .

Величина $j_{i+1/2,j,k}^b$ в случае наличия элемента типа s между ячейками i, j, k и $i+1, j, k$ вычисляется как

$$j_{i+1/2,j,k}^b = \sigma_{i+1/2,j,k}^b \frac{(\varphi_{i,j,k}^b - \varphi_{i+1/2,j,k}^s)}{\Delta x / 2}, \quad (7)$$

где $\varphi_{i+1/2,j,k}^s$ — сеточное значение потенциала в точке $i+1, j, k$, приписываемое элементу типа s .

Все остальные величины j^b в (5) вычисляются аналогичным способом.

Здесь предполагается, что элементы типа s имеют бесконечную проводимость в направлении вдоль нормали к поверхности. Допустимость данного приближения обусловлена малостью толщины поверхностно-проводящего слоя и его высокой проводимостью по сравнению

с объемной проводимостью воды [Bazant, Kilic, Storey et al., 2009]. Альтернативный подход к данной задаче, основанный на модели с конечной толщиной элементов типа s , обсуждался в работе [Zhan et al., 2010].

Разностный вид первого слагаемого уравнения (2) для элемента типа s , расположенного на границе между элементами типа b i, j, k и $i, j, k + 1$, представляется в следующем виде:

$$\frac{j_{i+1/2,j,k+1/2}^s - j_{i-1/2,j,k+1/2}^s}{\Delta x} + \frac{j_{i,j+1/2,k+1/2}^s - j_{i,j-1/2,k+1/2}^s}{\Delta y}, \quad (8)$$

где

$$j_{i+1/2,j,k+1/2}^s = \sigma_{i,j,k+1/2}^s \frac{(\varphi_{i,j,k+1/2}^s - \varphi_{i+1/2,j,k+1/2}^s)}{\Delta x / 2}, \quad (9)$$

$\varphi_{i+1/2,j,k+1/2}^s$ — потенциал на границе элемента типа s с индексом $i, j, k + 1/2$ в направлении оси Ox . Величина потенциала $\varphi_{i+1/2,j,k+1/2}^s$ определяется суммированием по всем элементам типа s , смежным с этой границей:

$$\varphi_{i+1/2,j,k+1/2}^s = \frac{\sum_p \frac{\sigma_p^s \varphi_p^s}{\Delta l_p}}{\sum_p \frac{\sigma_p^s}{\Delta l_p}}, \quad (10)$$

где Δl_p — расстояние от центра элемента типа s , по которому производится суммирование, до границы $i + 1/2, j, k + 1/2$: это расстояние берется равным $\Delta x / 2$, $\Delta y / 2$ или $\Delta z / 2$ в зависимости от ориентации элемента, по которому проводится суммирование.

Полученная система разностных уравнений, аппроксимирующая непрерывные уравнения (1), (2), решалась методом сопряженных градиентов [Hestenes, Stiefel, 1952].

Следует отметить, что одним из преимуществ данного подхода является возможность экономии вычислительных ресурсов (по сравнению с [Zhan et al., 2010]), связанных с отсутствием вычислений и хранения значений потенциалов на «ребрах» и «вершинах» такой гибридной разностной сетки, поскольку влияние проводимости «ребер» и «вершин» пренебрежимо мало. Второе преимущество заключается в возможности проводить расчеты на однородных сетках, что приводит к более быстрому установлению решения.

Величина σ^s сильно зависит как от состава насыщающего флюида, так и от минерального состава породы. Для задания этой величины можно использовать данные о поверхностной проводимости, получаемые экспериментально [Wang et al., 2015], использовать модельные значения [Bazant et al., 2009] или же результаты численного моделирования характеристик двойного электрического слоя [Bourg, Sposito, 2011].

Результаты

На рисунке 3 представлено равновесное двухфазное распределение нефти и воды ($s_w = 0.3$) в случае водосмачиваемой породы в цифровой модели песчаника Berea с пористостью 19.2 %, полученное с помощью гидродинамического моделирования на масштабе пор методом функционала плотности [Демьянов, Динариев, Евсеев, 2009]. Модель содержит $200 \times 200 \times 200$ расчетных кубических ячеек с линейным размером $h = 2.302$ мкм. Распределение нефти и воды в поровом пространстве модели получено в предположении, что поверхностное натяжение на границе «нефть–вода» равно 0.054 Н/м.

При расчетах принимались следующие величины удельной объемной электрической проводимости для породы, нефти и водного раствора соответственно: $\sigma_r^b = 10^{-5}$ См/м, $\sigma_o^b = 10^{-4}$ См/м,

$\sigma_w^b = 2.5$ См/м. Внешнее электрическое поле было направлено по оси Ox , при этом разность потенциалов на границе $\varphi_1 - \varphi_2$ соответствовала случаю приложения электрического поля $E = 1$ В/м. Наблюдались сильные неоднородности как порового пространства образца, так и распределения фаз.

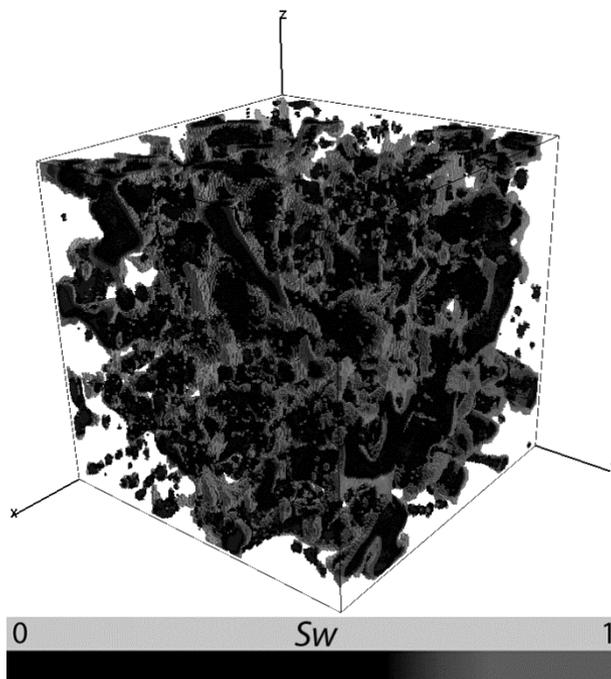


Рис. 3. Распределение объемной доли воды в поровом пространстве цифровой модели среды в случае общей водонасыщенности $s_w = 0.3$ для двухфазной смеси «нефть–вода». Скелет породы на изображении сделан прозрачным. Цветом изображена объемная доля воды в ячейке

На рисунке 4 приведены зависимости величины параметра насыщения R_i , полученные в результате моделирования, как с учетом поверхностной проводимости в водосмачиваемом образце (ромбовидные точки), так и без учета ее влияния (квадратные и треугольные точки соответственно для водосмачиваемого и нефтесмачиваемого случаев). При учете поверхностной проводимости для случая водосмачиваемой породы предполагалось, что пленки воды с поверхностной проводимостью существуют вдоль всех границ «вода–порода». Теоретическое поведение параметра насыщения R_i , описываемого аналитической формулой корреляционного закона Арчи [Archie, 1942] с экспонентой насыщения $m = 2$ показано круглыми точками. Линиями показаны результаты аппроксимации данных численного моделирования законом Арчи с параметрами наилучшего приближения.

При расчетах использовалось значение удельной поверхностной проводимости воды $\sigma_w^s = Sc \sigma_w^b \delta$, где δ — толщина двойного электрического слоя, Sc — коэффициент пропорциональности между объемной проводимостью воды σ_w^b и удельной проводимостью двойного электрического слоя σ_w^s . В расчетах выбиралось $\delta = 10^{-2} h$, $Sc = 10$. Такой выбор соответствует слабосолевым водным растворам с концентрацией соли порядка 1–10 г/л [Bazant et al., 2009].

Видно, что для водосмачиваемой породы при малых значениях s_w учет поверхностной проводимости на границах «вода–порода» приводит к заметному отклонению результатов от значений, полученных в случае аналогичного расчета без учета поверхностной проводимости. Этот факт имеет физическое обоснование: поскольку при уменьшении s_w (в случае водосмачиваемого образца) вклад объемной проводимости воды уменьшается, в то время как проводимость

тонких пленок на поверхности контакта воды и породы остается неизменной до момента их разрыва на отдельные локальные фрагменты. Результаты расчетов доказывают, что при проведении численного моделирования проводимости водонасыщенной пористой среды в водосмачиваемом случае важно учитывать эффекты поверхностной проводимости, зависящие от фазового распределения насыщающих флюидов, минерального состава породы и свойств смачиваемости.

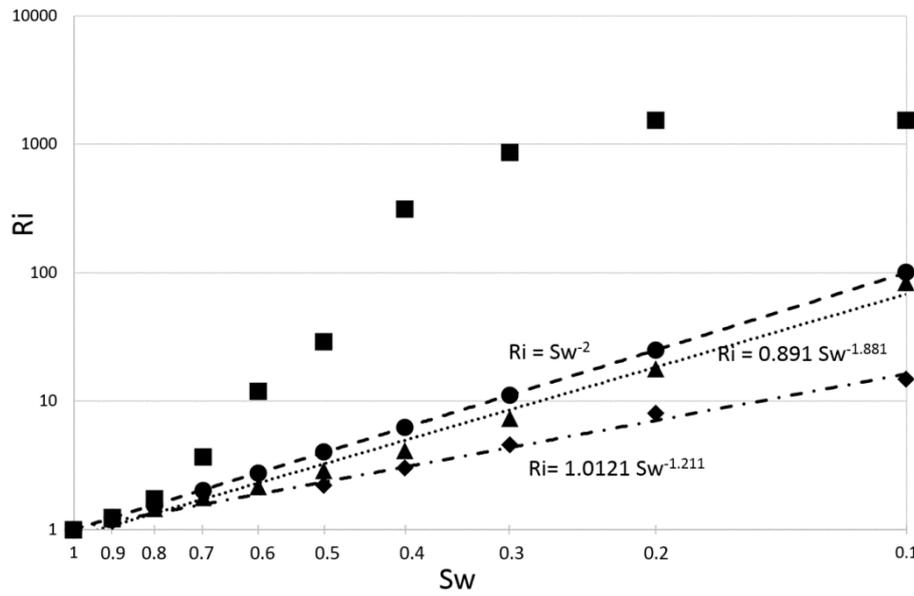


Рис. 4. Результаты расчета параметра насыщения R_i в зависимости от водонасыщенности s_w для двухфазной смеси «нефть–вода» в модели песчаника Berea. Ромбами обозначены результаты расчета с учетом поверхностной проводимости, треугольниками и квадратами — без учета поверхностной проводимости в случае водосмачиваемой и нефтесмачиваемой породы, кружками — аналитические значения, получаемые согласно закону Арчи с $m = 2$. Прямые — аппроксимация соответствующих численных результатов законом Арчи

В таблице 1 представлены результаты расчета параметра насыщения R_i образца Berea в зависимости от водонасыщенности s_w и коэффициента Sc в случаях приложения внешнего электрического поля к модели в трех ортогональных направлениях (Ox , Oy , Oz). Видно, что учет поверхностной проводимости может оказывать заметное влияние на эффективную проводимость насыщенной модели даже в случае низких значений Sc .

Таблица 1

Sc	R_i					
	Ox		Oy		Oz	
	$s_w = 0.9$	$s_w = 0.5$	$s_w = 0.9$	$s_w = 0.5$	$s_w = 0.9$	$s_w = 0.5$
0	1.20	2.53	1.16	2.62	1.15	2.39
0.1	1.19	2.52	1.16	2.60	1.15	2.52
1	1.19	2.46	1.16	2.56	1.15	2.46
10	1.18	2.20	1.15	2.32	1.14	2.20
100	1.12	1.66	1.11	1.76	1.10	1.66

Важно подчеркнуть, что в случае отсутствия поверхностной проводимости размер расчетной ячейки h влияет исключительно на абсолютную величину эффективной проводимости модели и не влияет на величину параметра пористости F и параметра насыщения R_i . При этом влияние эффектов поверхностной проводимости на величины F и R_i зависит от размерных

параметров σ^s и δ . Этот факт делает возможным проведение калибровки параметров поверхностной проводимости цифровой модели по данным экспериментальных исследований на разномасштабных моделях с одинаковыми структурой и минеральным составом.

Следует отметить, что предложенный метод моделирования эффективной электропроводности легко обобщается на случай изучения эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей насыщенных пористых образцов во внешнем стационарном поле.

Заключение

В работе предложен эффективный метод численного моделирования электрических характеристик насыщенных пористых сред с учетом влияния поверхностной проводимости.

Метод позволяет затрачивать меньше вычислительных ресурсов без потери точности и избегать проблем со сходимостью, возникающих при использовании неоднородных сеток.

Результаты проведенного численного моделирования демонстрируют, что эффекты поверхностной проводимости могут оказывать сильное влияние на электрические характеристики насыщенных горных пород.

Список литературы

- Гудок Н. С. Изучение физических свойств пористых сред. — М. : Недра, 1970. — 208 с.
- Демьянов А. Ю., Динариев О. Ю., Евсеев Н. В. Основы метода функционала плотности в гидродинамике. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 312 с.
- Иванов М. К., Бурлин Ю. К., Калмыков Г. А., Карнюшина Е. Е., Коробова Н. И. Петрофизические методы исследования кернового материала. Т. 1. — М. : Издательство Московского университета, 2008. — 104 с.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. — Т. 8. Электродинамика сплошных сред. — М. : Наука, 1982. — 621 с.
- Латышева М. Г. Практическое руководство по интерпретации диаграмм геофизических методов исследования скважин. — М. : Недра, 1981. — 182 с.
- Archie G. E. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics // Petroleum Transactions of AIME. — 1942. — Vol. 146. — P. 54–62.
- Bazant M. Z., Kilic M. S., Storey B. D., Ajdari A. Towards an understanding of induced-charge electrokinetics at large applied voltages in concentrated solutions // Advances in Colloid and Interface Science. — 2009. — Vol. 152, Issues 1–2. — P. 48–88.
- Bourg I. C., Sposito G. Molecular dynamics simulations of the electrical double layer on smectite surfaces contacting concentrated mixed electrolyte (NaCl–CaCl₂) solutions // Journal of Colloid and Interface Science. — 2011. — P. 701–715.
- Doll H. G., Legrand J. C., Stratton E. F. True Resistivity Determination From The Electric Log-Its Application To Log Analysis // Oil Gas J. — 1947. — Vol. 46. — P. 215–233.
- Hestenes M. R., Stiefel E. Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems // Journal of Research of National Bureau of Standards. — Vol. 49, № 6. — 1952. — P. 409–436.
- Mees F., Swennen R., Van Geet M., Jacobs P. Applications of X-ray Computed Tomography in the Geosciences. — The Geological Society London. — 2003. — 243 p.
- Sallee J. E., Wood B. R. Use of Microresistivity From the Dipmeter To Improve Formation Evaluation in Thin Sands // Journal of Petroleum Technology. — 1984. — Vol. 36, № 10. — P. 1535–1544.
- Wang J., Hu H., Guan W., Li H. Electrokinetic experimental study on saturated rock samples: zeta potential and surface conductance // Geophys. J. Int. — 2015. — Vol. 201. — P. 869–877.
- Zhan X., Lawrence M., Schwartz L. M., Tokoz N., Wave C., Smith W. C., Morgan F. D. Pore-scale modeling of electrical and fluid transport in Berea sandstone. — Geophysics. — Vol. 75, № 5. — 2010. — P. 135–142.