**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2015 Т. 7 № 3 С. 759−766**

Ки&М

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

УДК: 004.94

Моделирование поведения опционов. Формулировка проблемы

А. В. Богданов[a], В. В. Мареев[b], Э. А. Степанов[c], М. В. Панченко[d]

Санкт-Петербургский государственный университет,
Россия, 198504, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский просп., д. 35

E-mail: [a] bogdanov@csa.ru, [b] map@csa.ru, [c] e.an.stepanov@gmail.com, [d] stpank@mail.ru

Получено 27 октября 2014 г.

Объектом исследований является создание алгоритма для расчета цен большого числа опционов с целью формирования безрискового портфеля. Метод базируется на обобщении подхода Блэка–Шоулза. Задача состоит в моделировании поведения всех опционов, а также инструментов их страхования. Для данной задачи характерен большой объем параллельных вычислений, которые требуется производить в режиме реального времени. Проблематика исследования: в зависимости от исходных данных используются разные подходы к решению. Существует три метода, которые могут использоваться при разных условиях: конечно-разностный метод, метод функционального интегрирования и метод, который связан с остановкой торгов на рынке. Распределенные вычисления в каждом из этих случаев организуются поразному и требуют использования различных подходов. Сложность задачи также связана с тем, что в литературе ее математическая постановка не является корректной. Отсутствует полное описание граничных и начальных условий, а также некоторые предположения, лежащие в основе модели, не соответствуют реальным условиям рынка. Необходимо дать математически корректную постановку задачи и убрать несоответствие между предположениями модели и реальным рынком. Для этих целей необходимо расширить стандартную постановку за счет дополнительных методов и улучшить методы реализации для каждого направления решения задачи.

Ключевые слова: финансовая математика, ценообразование опционов, азиатский опцион, корректная постановка, граничные условия

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2015 Т. 7 № 3 С. 759−766**

Modeling of behavior of the option. The formulation of the problem

A. V. Bogdanov, V. V. Mareev, E. A. Stepanov, M. V. Panchenko

Saint Petersburg State University, 35 University ave., Peterhof, St. Petersburg, 198504, Russia

Object of research: The creation of algorithm for mass computations of options‘ price for formation of a riskless portfolio. The method is based on the generalization of the Black–Scholes method. The task is the modeling of behavior of all options and tools for their insurance. This task is characterized by large volume of real-time complex computations that should be executed concurrently The problem of the research: depending on conditions approaches to the solution should be various. There are three methods which can be used with different conditions: the finite difference method, the path-integral approach and methods which work in conditions of trade stop. Distributed computating in these three cases is organized differently and it is necessary to involve various approaches. In addition to complexity the mathematical formulation of the problem in literature is not quite correct. There is no complete description of boundary and initial conditions and also several hypotheses of the model do not correspond to real market. It is necessary to give mathematically correct formulation of the task, and to neutralize a difference between hypotheses of the model and their prototypes in the market. For this purpose it is necessary to expand standard formulation by additional methods and develop methods of realization for each of solution branches.

Keywords: financial mathematics, options pricing, asian option, wellposedness formulation, boundary conditions

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no. 3, pp. 759–766 (Russian).

Формула Блэка–Шоулза [Black, 1973; Merton, 1973] была создана в 1973 году как инструмент оценки реальной стоимости деривативов и в рамках модели дала возможность составления безрискового портфеля с определенным уровнем прибыли через определенный промежуток времени. С ее появлением использование такого рода страховочных инструментов с каждым годом становилось все более популярным и количество деривативов резко увеличивалось. Моделирование поведения деривативов на некоторый базовый актив и выбор подходящих позволяют сделать покупку или продажу актива безрисковой. Таким образом, формула Блэка–Шоулза в рамках своих положений позволяет создавать портфели определенной доходности и лишенные риска. Основное уравнение такого подхода имеет вид

$$rS(t)\frac{\partial V}{\partial S}+\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma^2 S(t)^2\frac{\partial^2 V}{\partial^2 S}-rV(S,t)=0, \tag{1}$$

где r — значение безрисковой ставки, S — цена базового актива, V — теоретическая цена опциона в момент экспирации, σ — волатильность. Однако формула Блэка–Шоулза является инструментом, позволяющим только приближенно прогнозировать поведение деривативов. Еще большая точность достигается при различных подходах по уточнению формулы и использованию дополнительных деривативов в качестве хеджирования (страховки). Далее приводятся основные проблемы модели и пути из решения.

Моделирование поведения опционов при использовании формулы Блэка–Шоулза не соответствует поведению деривативов на реальных рынках в основном из-за трех проблем, не учитываемых в формуле: наличия стохастической волатильности (а не постоянной, как предполагает формула), отличия распределения цены от нормального, а также наличие толстых хвостов и улыбки волатильности. Рассмотрим эти пункты более подробно.

1. Улыбка волатильности и длинные хвосты

Согласно допущениям модели Блэка–Шоулза базисный актив характеризуется постоянным уровнем волатильности. Если это предположение верно, то опционы на данный актив должны обладать одинаковой внутренней волатильностью (прогнозируемая на момент экспирации) вне зависимости от цен исполнения и сроков истечения контрактов. Однако практика показывает, что опционы на один и тот же актив с одинаковой ценой исполнения, но разными сроками истечения контрактов имеют разные внутренние стандартные отклонения. Аналогично разной внутренней волатильностью характеризуются опционы с одинаковым сроком истечения, но разными ценами исполнения [Буренин, 2005]. Изгиб возникает из-за неопределенности стоимости базисного актива при наступлении срока, в то время как стоимость опциона известна.

Зависимость для опционов с одним сроком истечения контрактов между ценой исполнения и внутренней волатильностью является квадратичной или монотонной. График квадратичной зависимости и есть улыбка волатильности. До финансового кризиса 1987 года улыбка волатильности была не сильно выражена. После кризиса она приобрела более выпуклую книзу форму и для ряда рынков перестала быть симметричной [Taleb, 2012].

График улыбки волатильности для опционов на акции и индексы характеризуется нисходящей кривой. Улыбке волатильности соответствует вероятностное распределение цены базисного актива, которое имеет более толстый левый хвост, более тонкий правый хвост и которое более островершинно по сравнению с логнормальным распределением. Это говорит о том, что опционы с большим выигрышем и большим проигрышем стоят на рынке дороже, чем это предполагается формулами, основанными на логнормальном распределении [Hull, 2008]. Возможное объяснение такой формы графика улыбки волатильности состоит в том, что после финансового кризиса 1987 г. участники рынка в большей степени стали опасаться повторения подобной ситуации. Поэтому они дороже оценивают опционы с более низкой ценой исполнения.

Еще одно объяснение можно связать с эффектом финансового рычага, т. е. соотношением между заемным и собственным капиталом компании [Cox, 1979]. При росте курса акции финансовый рычаг уменьшается. В результате акция становится менее рискованной и стандартное отклонение ее доходности падает. В случае падения цены бумаги финансовый рычаг возрастает и увеличивается рискованность акции. Волатильность акции растет. Таким образом, в рамках данного подхода волатильность акции можно рассматривать как убывающую функцию ее цены [Чекулаев, 2002].

Логнормальное распределение придает большую значимость текущей цене акции и меньшую — будущим ценам. Допущение меньшей вероятности экстремумов в распределении существенно уменьшает шансы возникновения большой стоимости опциона по истечении его срока и влияет на уменьшение ожидаемой стоимости. Это, однако, допускает вероятность очень экстремальных движений [Connolly, 1997].

Модель Блэка–Шоулза не предполагает возможности описания длинных и толстых хвостов. Их наличие и невозможность учета при применении модели не гарантируют формирование безрискового портфеля. Поэтому, чтобы избежать возможности риска, улыбка волатильности должна быть обрезана.

2. Отличие распределения от нормального

Модель Блэка–Шоулза основана на предположении о том, что цены базовых активов следуют процессу геометрического броуновского движения, т. е. логарифмические доходности этих активов имеют в каждый момент времени нормальное распределение. Доказано, что такой рынок может существовать тогда и только тогда, когда система рынков базовых и производных активов является в совокупности полным рынком, т. е. таким, на котором существуют идеальные хеджи — безрисковые портфели базовых и производных активов с положительной ожидаемой дисконтированной доходностью [Taleb, 2004]. В реальности сведение риска портфеля ценных бумаг к нулю невозможно, что связано с проявляющимися в динамике цен базовых активов свойствами.

Как показывает практика, распределения с высокими пиками и толстыми хвостами обладают практически все финансовые активы. Данные распределения моделируются функциями, отличными от гауссовых [Джеффри, 2002].

Динамика логарифмической доходности базовых активов рассматривается как безгранично делимый процесс Леви, поскольку он являются естественным и весьма правдоподобным кандидатом при построении вероятностных моделей несимметричных и островершинных распределений. В динамике процесса выделяют две составляющие: во-первых, броуновское движение, называемое диффузией процесса и отвечающее за идеально хеджируемый риск изменения цены базового актива, и, во-вторых, чисто скачкообразную компоненту, риск изменения которой не хеджируется в портфеле, а в зависимости от характеристик распределения отдельных скачков итоговое распределение логарифмических доходностей демонстрирует характерные финансовым рядам свойства [Морозова, 2011]. В настоящее время зарубежными авторами предложено множество альтернативных безгранично делимых распределений в качестве вариантов распределения доходностей базовых активов. Вычисление на основе этих распределений риск-нейтральной меры рынка в основном проводится в предположении, что наблюдаемые рыночные цены являются справедливыми, и параметры риск-нейтральной меры оцениваются на основе регрессий теоретической цены опциона и его рыночной стоимости.

Таким образом, использование подходящих распределений, отличных от нормального, позволяет более точно моделировать и прогнозировать поведение деривативов на реальных рынках и дает возможность составить безрисковый портфель, что и является основной задачей.

3. Динамическая волатильность и возможность резких скачков

Еще одним ограничением модели является необходимость использования статической волатильности. Для модели Блэка–Шоулза нет описанного стандартного метода, позволяющего учитывать изменения волатильности, а также нет способов для прогнозирования резких скачков. В модели используется постоянная волатильность, задаваемая исходя из средних значений предыдущих периодов.

Условно решение проблемы стохастической волатильности для уравнения Блэка–Шоулза можно разделить на 3 пункта: значение уровня волатильности невелико, имеет средние значения и — самый критичный случай — уровень волатильности достигает значения, при котором торговля на рынке приостанавливается.

Когда значение волатильности небольшое, то для решения лучшим образом подходит конечно-разностный метод. В литературе [Daniel, 2006] приводятся постановки граничных и начальных условий, однако ни в одном из источников нет формулировки непротиворечащих и полных условий. Далее приведен вывод корректных граничных условий для азиатского опциона.

Азиатский опцион — контракт, который дает право держателю купить актив, базирующийся на средней цене за некоторый определенный период времени.

Среднее арифметическое для стоимости базового актива за некоторый интервал времени:

$$I = I(t) = \int_0^t S(\tau)\,d\tau. \tag{2}$$

Другая непрерывная формулировка дает

$$A(t) = \frac{I(t)}{t} = \frac{1}{t}\int_0^t S(\tau)\,d\tau. \tag{3}$$

Дифференциальное уравнение в частных производных, которое моделирует поведение азиатских опционов:

$$rS(t)\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^V}{\partial S^2} + S\frac{\partial V}{\partial A} - rV(S,t) = 0. \tag{4}$$

Решение рассматривается в области $\Omega = (0, A_{\max}) \times (0, S_{\max}) \times (0, T)$, где r и σ — константы.

4. Граничные условия

Начальное условие $t = T,\ \tau = T - t$:

$$V(S, A, T) = \max\left(\frac{A}{T} - K, 0\right),\ \ S \in [0, S_{\max}],\ \ A \in [0, A_{\max}], \tag{5a}$$

$$V(0, A, \tau) = e^{-r\tau}\max\left(\frac{A}{T} - K, 0\right),\ \ A \in [0, A_{\max}], \tag{5b}$$

$$V(S_{\max}, A, T) = 0,\ \ 0 \le A \le KT, \tag{5c}$$

$$V(S_{\max}, A, \tau) = e^{-r\tau}\max\left(\frac{A}{T} - K, 0\right) + \frac{S_{\max}}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right),\ \ KT \le A \le A_{\max}, \tag{5d}$$

$$V(S, A_{\max}, \tau) = \max\left[\left(\frac{A_{\max}}{T} - K\right)e^{-r\tau} + \frac{S}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right), 0\right], \tag{5e}$$

$$V(S, 0, \tau) = \frac{S}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right),\ \ S \in [0, S_{\max}], \tag{5f}$$

$$V(S_{\max}, A, \tau) \approx \max\left\{\left(\frac{A}{T} - K\right)e^{-r\tau} + \frac{S_{\max}}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right), 0\right\} \tag{5g}$$

для $S_{\max} \to \infty,\quad A \in [0, A_{\max}],\quad t \in [0, T]$.

В статье Хаггера [Hugger, 2006] сказано, что с финансовой точки зрения не может быть никаких выполнимых граничных условий на нижней $(t = 0)$ и передней $(A = 0)$ сторонах области. Для правой стороны $(S = S_{\max})$ области нет точно установленных граничных условий, но в особом случае существует приближенное граничное условие.

Для вывода приближенных граничных условий при $S = S_{\max}$ требуется, чтобы выполнялось не только условие $A \ge KT$, но и чтобы доход (payoff) был гарантированно положительным. Хаггер отмечает, что при $\sigma > 0$ доход будет положительным, только если $A > KT$, но если $\sigma = 0$, то тогда должна быть задана гораздо большая расчетная область. Для такого случая функции S, A, V являются неубывающими функциями от времени t.

В данной постановке не предложено непротиворечивых граничных условий, которые можно использовать при численном моделировании рассматриваемого случая.

При $\sigma = 0$ тип исходного уравнения меняется с параболического на гиперболический, что ведет за собой изменения в граничных условиях и оценке размеров вычислительной области.

Приведенный случай рассматривается в пределе для $S_{\max} \to \infty$. Как только σ становится больше нуля даже на малую величину, значение $S = S_{\max}$ может не находиться в области, где гарантируется положительность дохода. Тем не менее при стремлении $S_{\max} \to \infty$ вероятность того, что при $S = S_{\max}$ в некоторый момент времени доход станет нулевым, в конечном итоге стремиться к нулю. Следовательно, стоимость опциона также должна быть в пределе такой же, как если бы рисковой ставки там не было вообще. В этом случае мы можем использовать (5g) в качестве граничного условия также для $\sigma > 0$. Фиксируя $S_{\max} < \infty$, можно обосновать приближенное граничное условие (5g).

Так как для $K \ge S \ge S_{\max}$ кривая, где Γ рассекает плоскость $S = S_{\max}$, представляет собой приблизительно прямую от $A = KT$ и $t = T$ до $A = 0$ и $t = T - KT/S_{\max}$, лежащую полностью внутри правой стороны, необходимо вывести граничное условие выше этой кривой. Для этого необходимо выполнение следующего непрерывного граничного условия:

$$V\left(S_{\max}, A, T\right) \approx \max\left\{\left(\frac{A}{T} - K\right)e^{-\int_t^T r(u)du} + \frac{S_{\max}}{T}\int_t^T e^{-\left[\int_t^T \gamma(u)du + \int_t^T r(u)du\right]}d\tau, 0\right\} \tag{6}$$

для $S_{\max} < \infty$, $A \in \left[0, A_{\max}\right]$, $t \in \left[0, T\right]$.

Тогда получается ситуация, когда некоторые значения при расчете в угловых точках расчетной зоны не совпадают.

Поэтому мы выбираем граничные условия с учетом непрерывности значений на углах границы:

$$V\left(S, A, T\right) = \max\left(\frac{A}{T} - K, 0\right), \quad S \in \left[0, S_{\max}\right], \tag{7a}$$

$$V\left(S_{\max}, A, \tau\right) = e^{-r\tau}\max\left(\frac{A}{T} - K, 0\right) + \frac{S_{\max}}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right), \quad KT \le A \le A_{\max}, \tag{7b}$$

$$V\left(S, 0, \tau\right) = \frac{S}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right), \quad S \in \left[0, S_{\max}\right], \tag{7c}$$

$$V\left(S, A_{\max}, \tau\right) = \left(\frac{A_{\max}}{T} - K\right)e^{-r\tau} + \frac{S}{rT}\left(1 - e^{-r\tau}\right). \tag{7d}$$

Для случая волатильности, при которой моделирование конечно-разностным методом не дает корректных результатов, но и торги еще не останавливаются, на финансовом рынке используются методы механики Бома. Этот подход является развитием классического формализма Гамильтона на фазовом пространстве в переменных «цена–волатильность» для описания классической эволюции цен. Такая динамика цен определяется производственными финансовыми факторами. Эти факторы можно описать математически с помощью классического финансового потенциала.

На реальном финансовом рынке производственные факторы не являются единственным источником изменения цен. Информация и психология рынка играют важную роль в ценовой динамике. Предлагается описать эти информационные финансовые факторы, используя модель квантовой механики с ведущей волной. Применение теории финансовых ментальных (или психологических) волн вызвано потребностью учета психологии рынка.

Реальные траектории цен определяются с помощью финансового аналога второго закона с Ньютона двумя финансовыми потенциалами: классическим (производственные факторы) и квантовым (информационные факторы рынка). Дж. Сорос верно заметил [Soros, 1987], что «нементальный» рынок развивается благодаря классическим случайным флуктуациям. Но эти флуктуации не дают адекватного описания ментального рынка. Он предложил использовать аналогию с квантовой теорией. Элементарные частицы ведут себя стохастически в силу эффектов возмущения, порожденных измерениями [Heisenberg, 1930]. Согласно Соросу финансовые агенты на финансовом рынке ведут себя стохастически в силу свободы выбора для каждою из них. Сочетание огромного количества таких свобод выбора для финансовых агентов порождает дополнительную стохастику на финансовом рынке, которая не может быть сведена к классическим случайным флуктуациям (порожденным нементальными факторами). Здесь Дж. Сорос использовал стандартную точку зрения на квантовую стохастику. Такой подход позволяет применить квантовый формализм к финансовому рынку.

Постановку задачи для решения квантовым методом можно найти в [Baaquie, 2004; Харитонов, 2007]. Данная постановка является гибким инструментом для возможности включения различных уточнений в формулировку задачи. Так, в данном подходе легко решается проблема тяжелых хвостов и улыбки волатильности за счет ограничения области. Также можно легко перейти от нормального распределения к более подходящим, к примеру распределению Леви.

Для третьего варианта, когда уровень волатильности становится критическим, на биржах были разработаны механизмы, призванные решить проблемы относительно резких скачков цен, в том числе и остановка торговли [Investor Bulletin: New Measures..., 2014].

Первый — Limit Up Limit Down — останавливает торги по отдельной ценной бумаге в случае, если ее цена превосходит некоторые установленные границы. Вычисляется средняя цена исходя из колебаний цены ценной бумаги за последние 5 минут торгов. Устанавливаются ценовые границы в виде допустимого отклонения относительно средней цены (5 %, 10 %, 20 % либо минимум от 75 % и 15 центов в зависимости от значения средней цены). Если цена ценной бумаги в течение 15 секунд находится вне этих границ, то торги по ней прекращаются на 5 минут.

Второй механизм — Market Wide Circuit Breakers — касается рынка в целом. Данный механизм останавливает межрыночные торги при значительном снижении рыночных показателей. Устанавливается 3 уровня (7 %, 13 % и 20 %), при достижении которых торги прекращаются. Эти проценты вычисляются от цены на индекс S&P500 при закрытии биржи.

Польза от механизма прерывания торгов состоит в том, чтобы дилеры и брокеры смогли связаться со своими клиентами для получения инструкций в связи с большими ценовыми движениями и обсуждения дополнительной маржи. С помощью остановок ограничиваются кредитные риски и возможности потери доверия. Этот период бездействия также дает возможность инвесторам сделать паузу, оценить ситуацию и избежать паники. Наконец, прерывание торговли развеивает иллюзию рыночной ликвидности, демонстрируя простой жизненный факт, что рынки ограничены в своей способности поглотить массивные несбалансированные объемы предложения и спроса. Они, таким образом, вынуждают больших инвесторов, типа портфельных менеджеров пенсионных и взаимных фондов, принимать во внимание воздействие «размеров их ордеров» и, таким образом, возможно, амортизируют большие рыночные движения. С другой стороны, остановка торговли может увеличивать риск благодаря стимуляции торговли в ожидании остановки. Неудобство этой ситуации состоит в том, что остановки препятствуют некоторым трейдерам ликвидировать свои позиции и, таким образом, создают рыночные искажения, мешая реализовывать активы по предварительно выбранной цене.

Нами разработан программный инструментарий для оценки стоимости опционов в разных ситуациях на основе сформулированных подходов. Первый и третий случай реализованы в рамках конечно-разностного подхода, второй — путем расчета континуального интеграла методом Монте-Карло.

Таким образом, можно сказать, что подход Блэка–Шоулза позволяет формировать безрисковый портфель при условии, что будут использоваться некоторые его уточнения в разных ситуациях в зависимости от условий на рынке и будут накладываться дополнительные условия на область, в которой меняются показатели. Кроме того, важно использовать дополнительные методы хеджирования для страховки от рисков.

Список литературы

Буренин А. Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные / А. Н. Буренин. — М.: Научно-техническое общество академика С. И. Вавилова, 2005. — 534 с.

Джеффри О. К. Энциклопедия торговых стратегий / Пер. с англ. / О. К. Джеффри, Д. Л. Мак-Кормик — М.: Альпина Паблишер, 2002.

Морозова М. М. Алгоритм расчета справедливой цены на неполных рынках с арбитражными возможностями // Исследования молодых ученых: отраслевая и региональная экономика, инновации, финансы и социология / Под ред. С. А. Суспицына [и др.]; ИЭОПП СО РАН. — Новосибирск, 2011. — С. 412–420.

Харитонов В. В. Эконофизика / В. В. Харитонов, А. А. Ежов. — М.: МИФИ, 2007 — 624 с.

Чекулаев М. В. Риск-менеджмент. Управление финансовыми рисками на основе анализа волатильности / М. В. Чекулаев. — М.: Альпина, 2002 — 344 с.

Black F. The Pricing of Options and Corporate Liabilities / F. Black, M. Scholes // Journal Political Economy. — 1973. — Vol. 81. — P. 637–659.

Baaquie B. E. Quantum finance. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004

Connolly K. B. Buying and Selling Volatility / K. B. Connolly. — Hoboken, NJ: Wiley, 1997 — 230 с.

Cox J. Option Pricing: A Simplified Approach / J. Cox, S. Ross, M. Rubinstein // Journal of Financial Economics. — 1979. — No. 7.

Daniel J. Finite Difference Methods in Financial Engineering / J. Daniel, J. Duffy. — Hoboken, NJ: Wiley, 2006. — P. 268.

Heisenberg W. Physical principles of quantum theory. — Chicago: Chicago Univ. Press, 1930.

Hugger J. Wellposedness of the boundary value formulation of a fixed strike Asian option / J. Hugger // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2006. — Vol. 185. — P. 460–481.

Hull J. C. Options, Futures, and Other Derivatives / J. C. Hull. — Toronto: Pearson Prentice Hall, 2008. — 836 с.

Investor Bulletin: New Measures to Address Market Volatility [Электронный ресурс]. URL: http://www.sec.gov/investor/alerts/circuitbreakersbulletin.htm (lата обращения: 22.09.2014).

Merton R. C. Theory of Rational Option Pricing / R.C. Merton // Bell Journal of Economics and Management Science. — 1973. — Vol. 4.

Soros O. The alchemy of finance. Reading of mind of the market. — NY: Wiley, 1987.

Taleb N. N. The Illusion of Thin-Tails Under Aggregation / N. N. Taleb, G. Martin // Journal of Investment Management. — 2012.

Taleb N. N. On the Unfortunate Problem of the Nonobservability of the Probability Distributions / N. N. Taleb, A. Pilpel, 2004.