

УДК: 656.021

## Исследование интегральных характеристик перекрестков при помощи микроскопических моделей транспортных потоков

И. Н. Калинин<sup>1,a</sup>, К. К. Глухарев<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт,  
Россия, 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9.

<sup>2</sup>Институт машиноведения Российской академии наук имени А. А. Благонравова,  
Россия, 101990, г. Москва, Малый Харитоньевский переулок, д. 4

E-mail: <sup>a</sup> puppsman@gmail.com, <sup>b</sup> cafedrvmtp@yandex.ru

Получено 07 апреля 2014 г.,  
после доработки 08 июля 2014 г.

Рассматривается проблема применимости микроскопического моделирования транспортных потоков к анализу достаточно больших фрагментов сетей на примере модели дискретного потока с безопасной дистанцией. Вводится понятие интегральных характеристик перекрестков и предлагается методика получения интегральных характеристик на основе данных численных экспериментов по моделированию потоков на заданном перекрестке. Методика применяется к кольцевому коммутатору с Т-образными перекрестками, анализируются полученные характеристики.

Ключевые слова: транспортные потоки, коммутаторы, микроскопические модели транспортных потоков, моделирование перекрестков

### Interchange integral characteristics study via microscopic traffic flow models

I. N. Kalinin<sup>1</sup>, K. K. Glukharev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Moscow institute of physics and technology, 9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

<sup>2</sup>Institute of Machines Science named after A. A. Blagonravov of the Russian Academy of Sciences, 4 Maly Kharitonyevsky Pereulok, Moscow, 101990, Russia

**Abstract.** — The problem of application of microscopic traffic models for the analysis of large network segments is discussed with an example of discrete flow with safe distance. A concept of integral characteristics of network segments is introduced, a method for obtaining such characteristics via microscopic traffic flow models is presented. Said method is applied to a circular unidirectional interchange, obtained characteristics analysed.

Keywords: traffic flow, commutators, microscopic traffic models, interchange and crossroad simulation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2014, vol. 6, no. 4, pp. 523–534 (Russian).

## Введение

### *Масштабы транспортных моделей*

Одной из основных классификаций транспортных потоков является классификация по масштабу, разделяющая все модели на три основных категории:

- макроскопические, рассматривающие как целое транспортные системы масштаба города (или порядка тысяч участников движения);
- мезоскопические, моделирующие транспортный поток на уровне групп автомобилей;
- микроскопические, моделирующие поведение отдельных участников движения.

Так, к макромоделям относятся все гидродинамические модели, а к микроскопическим — например, модели следования за лидером [Гасников, 2010].

Из всех групп наиболее просто формулируются микромоделей, т. к. для них, как правило, достаточно определить закон движения отдельного транспортного средства (ТС). Построение предельного перехода от микромоделей к мезо- и макромоделям возможно, но даже для простейших микромоделей является задачей нетривиальной — см., например, [Lee, Lee, Kim, 2001].

### *Проблема применимости микромоделей*

Поскольку микромодель есть набор законов движения отдельных частиц их основная возможность — формулировка задачи Коши для транспортной системы, т. е. набора уравнений движения, которые, будучи дополненными начальными условиями для каждой частицы, определяют траектории движения каждой рассматриваемой частицы. Такой подход рождает две основные проблемы: проблему получения начальных данных и проблему анализа результатов.

Проблема начальных данных состоит в сложности получения этих данных с достаточно высокой точностью, которая определяется высокой чувствительностью микромоделей к начальным условиям [Глухарев, Калинин, 2012]. В общем случае для каждого участника движения необходимо определить его начальное положение, начальную скорость и маршрут следования (или правила маршрутизации) [Hourdakis, Panos, Jiji, 2003].

С другой стороны, анализ непосредственного результата работы микромоделей — траекторий участников движения — в достаточной степени обесценивается тем, что развитие конкретной транспортной ситуации, определяемой выбранными начальными условиями, может не представлять значительного интереса в отношении анализа транспортной системы как целого.

### *Мезоскопическое моделирование*

Мезоскопическое моделирование предполагает рассмотрение в качестве объектов моделирования не отдельные частицы (ТС), а их группы или групповые эффекты поведения — ударные волны, стоп-старт режим, очереди и движущиеся кластеры [Глухарев, Улюков, 2010; Глухарев, Калинин, Улюков, 2009; Гасников, 2010].

С позиции прикладного применения математическое моделирование транспортных потоков рассматривается как инструмент поддержки принятия решений в ходе проектирования новых транспортных сетей или анализа существующих. В таких задачах зачастую используются мезоскопические или макроскопические характеристики транспортных систем — например, интенсивности потоков, пропускные способности или средние длины очередей.

### Модели коммутаторов

Применительно к задаче анализа перекрестков-коммутаторов наиболее часто используется мезоскопический масштаб рассмотрения. Это обусловлено размерностью самой исследуемой системы — порядка  $10^2 \sim 10^3$  взаимодействующих участников движения, а также существенным влиянием групповых эффектов поведения ТС.

Как правило, микромоделли формулируются для отдельной полосы или для группы полос с разрешенными перестроениями [Гасников, 2010], а для моделирования перекрестков применяются дополнительные ad-hoc модели, описывающие правила коммутации в виде граничных условий на полосы движения. Также возможно расширение потока на канале на внутреннее пространство перекрестка — в [Калинин, Глухарев, 2010] описаны дополнительные построения и конструкции, позволяющие применить модель потока с безопасной дистанцией [Глухарев, Улюков, 2010] к изучению перекрестков произвольной структуры.

Получение более высокоуровневых характеристик транспортных систем из микромоделей потока, как правило, сводится к построению предельного перехода, переводящего микромодель в одну из известных мезоразмерных или макроскопических моделей [Гасников, 2010].

Основной задачей, ставящейся перед анализом коммутаторов, является проведение сравнительного анализа различных конфигураций коммутаторов. Однако на практике не существует общепринятой методики такого сравнения и в каждом отдельном случае набор исследуемых параметров, начальные и граничные условия для исследования коммутатора выбираются произвольно [Hourdakis, Panos, Jiji, 2003].

В настоящей статье предлагается способ построения крупномасштабных характеристик транспортных систем (поток + дорожная сеть) путем статистического анализа результатов множества численных экспериментов, аналогичный интегрированию по методу Монте-Карло, а также применение полученных характеристик к задаче сравнения коммутаторов.

### Интегральные характеристики

*Интегральной характеристикой* (и. х.) коммутатора называется функция  $f: T' \rightarrow R^n$ , где  $T'$  — пространство параметров, определяющих транспортный сценарий в рассматриваемой модели (опорное пространство). Таким образом, и. х. есть количественная характеристика транспортного сценария — например, средняя плотность потока на некотором участке (для макроскопической модели), или максимально, время ожидания отдельной частицы в очереди перед светофором (для микроскопической модели).

Для перекрестков, рассматриваемых как многоканальные коммутаторы «вход-выход» [Глухарев, Калинин, 2010] с потоком, описываемым ДФ-уравнениями модели потока с безопасной дистанцией [Глухарев, Улюков, 2010], в качестве пространства определения  $T'$  для и. х. естественным образом выбирается пространство матриц функций  $\|q_{i,j}^+(t)\|$  [Глухарев, Калинин, 2010].

Во многих случаях, допускающих корректное усреднение по времени (например, для случая стационарных или квазистационарных режимов — см. [Глухарев, Калинин, 2010], [Глухарев, Калинин, 2012]), потоки по входным и выходным каналам коммутатора можно рассматривать в виде линейных с периодической компонентой [Глухарев, Улюков, 2010]. Тогда в качестве опорного можно выбрать пространство матриц транспортного спроса  $\|k_{i,j}\|$  [Калинин, Глухарев, 2010]. В дальнейшем мы будем рассматривать только такие случаи.

Даже для достаточно простых перекрестков и. х. являются функциями на пространстве высокой размерности — простейший перекресток двух дорог [Калинин, Глухарев, 2010] имеет матрицу транспортного спроса размерности  $4 \times 4$ , т. е. имеет своими и. х. функции 16 переменных. Однако, многие реальные перекрестки являются в той или иной степени симметричными,

что позволяет сократить размерность исследуемой функции. Кроме того, во многих случаях наиболее важным является случай симметричной нагрузки [Глухарев, Калинин, 2010], для анализа которого систему удастся упростить еще сильнее.

Высокая чувствительность микроскопических моделей относительно начальных условий приводит к тому, что два различных транспортных сценария, имеющих начальные условия с равными средними величинами, могут иметь существенно различное развитие и существенно различные результирующие значения и. х.

Для получения характеристик конкретного перекрестка проводится серия численных экспериментов методом Монте-Карло в диапазонах допустимых значений входных интенсивностей, ограниченных свойствами рассматриваемого потока. Так, модель потока с безопасной дистанцией при стандартной калибровке имеет ограничение интенсивности потока по каналу в 2000 авто/час [Иносе, Хамада, 1983; Глухарев, Улюков, 2010]. По статистическим экспериментальным данным строится регрессионная модель, которая, в свою очередь, может быть использована в аналитических моделях высшего порядка.

### **Основные характеристики перекрестка**

Наиболее важными и. х. коммутаторов с точки зрения прикладного анализа и построения мезо- и макроскопических моделей являются пропускная способность и время коммутации (прохода перекрестка).

Более простой для определения является время проезда перекрестка  $T^{pass}$ , явно определенное для каждой отдельной частицы и обобщаемое на транспортный поток усреднением. В общем случае время проезда перекрестка конкретной частицей зависит как от транспортной нагрузки, определяемой  $\|k_{i,j}\|$ , так и от маршрута движения, определяемого парой вход-выход  $(i, j)$ , т. е. является матричной функцией.

Мгновенная пропускная способность канала соответствует *функции счета* на входном сечении  $q^+(t)$  (зависимости количества прошедших частиц от времени — см. [Глухарев, Улюков, 2010]) и естественным образом обобщается до векторной функции  $\|q_i^+(t)\|$ , где  $i$  — вход в перекресток.

и. х. на основе соответствующих локальных характеристик  $T_k^{pass}$  и  $\|q_i^+(t)\|$  могут быть корректно определены только для стационарных или квазистационарных режимов. Однако не при всех условиях режим движения может быть устойчивым [Глухарев, Калинин, 2012]. В то же время, вероятность распада режима на блокировку (или время жизни) также может служить и. х. перекрестка.

### **Предварительный анализ**

Для постановки полноценного численного эксперимента (описанного ниже) необходимо было получение некоторых общих сведений о развитии транспортной ситуации на перекрестке.

#### **Блокировки**

Так, в работе [Глухарев, Калинин, 2012] исследовались характеристики потока на кольцевом коммутаторе. Транспортная нагрузка задавалась квазислучайной — при заданной матрице транспортного спроса  $\|k_{i,j}\|$  варьировались моменты входа отдельных частиц в коммутатор и маршрут каждой конкретной частицы. Было показано, что на некоторых конфигурациях нерегулируемых перекрестков режим движения преимущественно неустойчивый и склонный к спонтанному распаду на взаимную блокировку. При этом было найдено граничное значение  $Q_{MAX}$  такое, что при интенсивности входящих потоков ниже него блокировка не возникала эффективно сколь угодно долго, а при  $Q > Q_{MAX}$  с увеличением  $Q$  время жизни режима резко падало до

нуля, т. е.  $Q_{MAX}$  есть максимальная пропускная способность перекрестка в данной конфигурации с симметричной нагрузкой (см. рис. 1).

На рисунке 2 изображены функции счета высоконагруженных режимов, точками отмечены моменты наступления полной блокировки. Как легко видеть, блокировка может возникать в достаточно широком временном интервале.

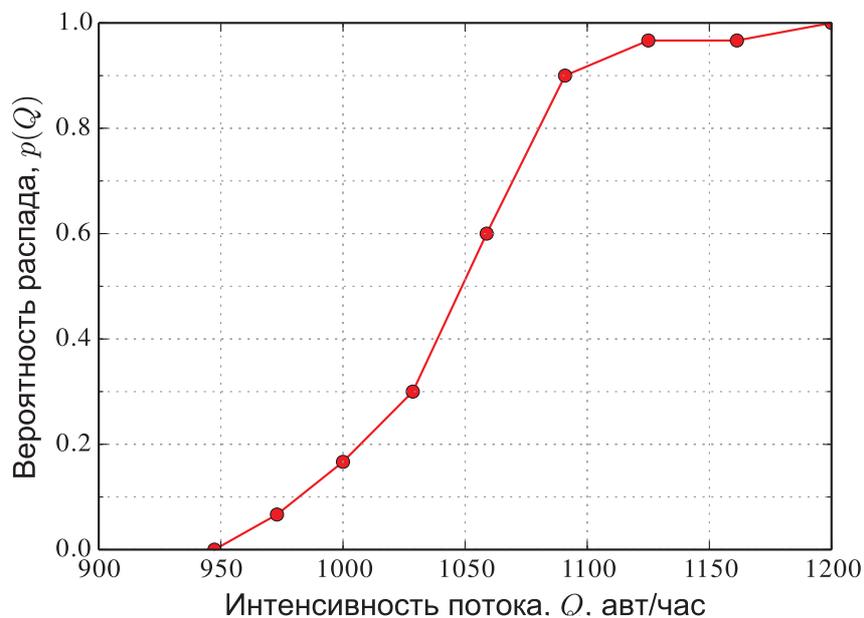


Рис. 1. Вероятность возникновения блокировки (из [Глухарев, Калинин, 2012])

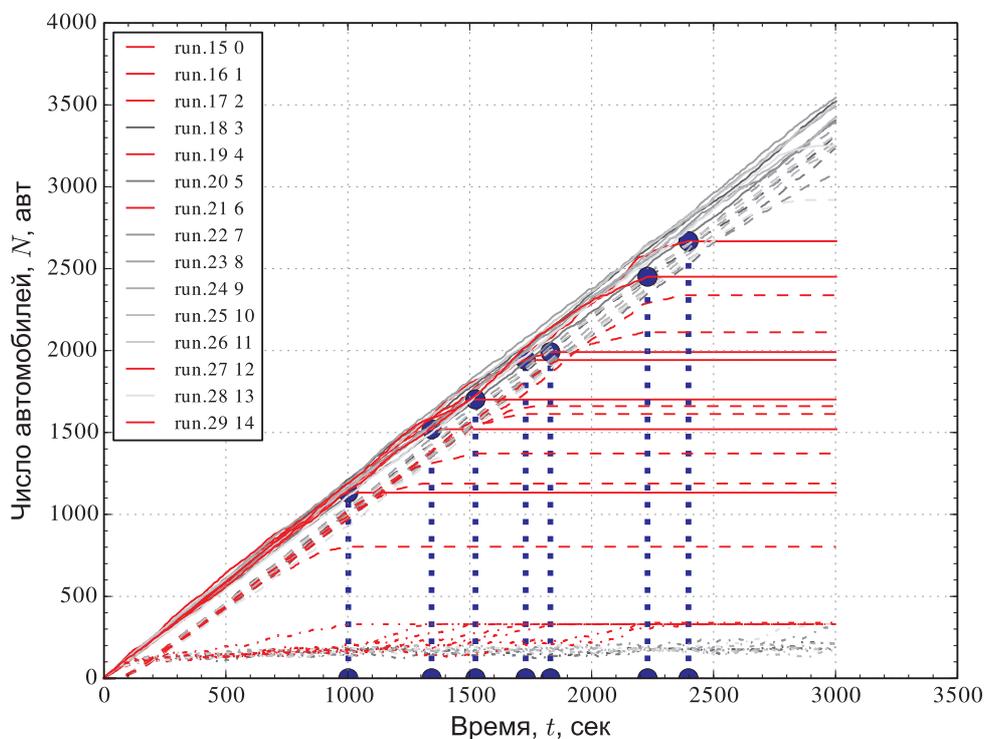


Рис. 2. Функции счета в режимах с высокой вероятностью возникновения блокировки (из [Глухарев, Калинин, 2012])

### Устойчивость режимов

Возникновение полной блокировки оказывает решающее влияние на развитие конкретного транспортного сценария. В случае постоянных (или периодических) средних характеристик нагрузки вводится понятие *режима* работы коммутатора, *стационарным* называется такой режим, в котором коммутатор может бесконечно долго работать под соответствующей нагрузкой без возникновения блокировки.

Очевидно, что возможность возникновения блокировок и существования стационарных режимов в существенной степени определяется характером регулирования потоков на перекрестке. Для дополнения результатов из работы [Глухарев, Калинин, 2012] характеристиками перекрестков со светофорным регулированием была проведена серия численных экспериментов по моделированию того же коммутатора, но со светофорным регулированием. Было обнаружено, что у такого перекрестка также существуют стационарные и нестационарные режимы в зависимости от характеристик транспортной нагрузки и режимов светофорного регулирования. На рисунках 3 и 4 приведены примеры функций счета для стационарного и нестационарного режимов.

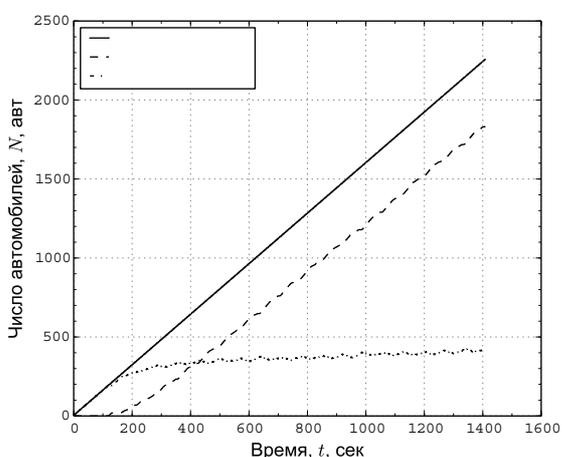


Рис. 3. Функции счета стационарного режима

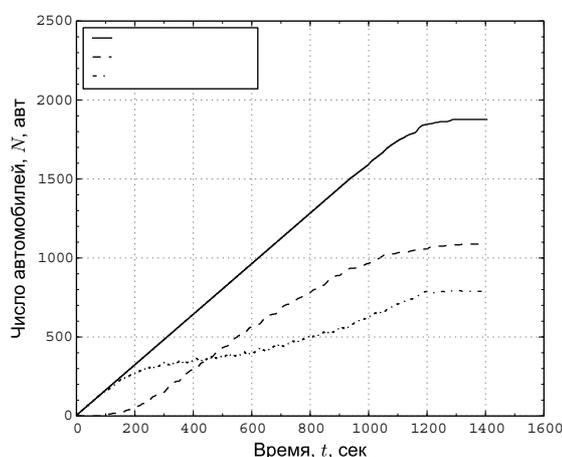


Рис. 4. Функции счета нестационарного режима

### Укрупнение опорного пространства и стохастические характеристики

Выше показано, что в общем случае опорное пространство матриц транспортного спроса  $\|k_{i,j}\|$  недостаточно точно определяет начальные и граничные параметры для модели, поскольку для одной и той же матрицы спроса можно построить несколько наборов граничных условий (функций счета входных сечений) таких, что развитие транспортной ситуации и значения произвольных и. х. могут различаться очень сильно (например, на рис. 2 видно, что время жизни отдельных сценариев может различаться в разы).

С практической же стороны опорное пространство матриц транспортного спроса является наиболее выгодным и удобным для практического анализа характеристик коммутаторов и принятия проектировочных решений. В связи с этим центральным встает вопрос определения и. х. на пространстве матриц транспортного спроса при помощи моделей, использующих существенно более низкоуровневые опорные пространства.

Операцию получения и. х. системы на «грубом» исходном опорном пространстве  $T_{coarse}$  при помощи вспомогательного более детального пространства  $T_{fine}$  будем называть *укрупнением* опорного пространства. Такая операция частично эквивалентна операции предельного перехода, используемой при построении макроскопической модели на основании микроскопической [Lee,

Lee, Kim, 2001], но, в отличие от последней, может не налагать требований симметрии и однородности, как правило, необходимых для корректного усреднения при построении предельного перехода, если результирующие значения и. х. на  $T_{coarse}$  рассматриваются как стохастические величины.

Конечной целью укрупнения естественного опорного пространства модели  $T_{fine}$  до интересующего нас предметного пространства  $T_{coarse}$  является получение операторов уточнения  $\mathbb{F} : T_{coarse} \rightarrow \{f | f \in T_{fine}\}$  и укрупнения  $\mathbb{G} : \{(f, x) | f \in T_{fine}, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow T_{coarse} \times \mathbb{R}$ .  $\mathbb{F}$  строит из точки  $T_{coarse}$  множество точек  $T_{fine}$ , реализующих соответствующий модельный сценарий, а  $\mathbb{G}$  определяет из множества пар «точка в  $T_{fine}$  — значение и. х.» значение и. х. в соответствующей точке  $T_{coarse}$ .

Рассмотрим процесс укрупнения опорного пространства от собственного опорного пространства модели потока с безопасно дистанцией [Глухарев, Улюков, 2010]. Естественным опорным пространством модели в схемах с *тривиальной маршрутизацией* (когда маршрут следования частицы однозначно определяется точкой входа) является пространство функций счета входных сечений  $q_l^+(t)$  [Калинин, Глухарев, 2010]. Для случаев *нетривиальной маршрутизации* естественным опорным пространством является пространство рядов  $(l, t^+_l, r_l)$ , где  $l$  — глобальный индекс частицы,  $t^+_l$  — момент входа частицы,  $r_l$  — индекс маршрута следования [Калинин, Глухарев, 2010].

В простейшем варианте в качестве оператора укрупнения  $\mathbb{G}$  можно выбрать усредняющий оператор  $\mathbb{G}_{avg} : (f_i, x_i) \rightarrow \bar{x}_i$ . Оператор уточнения  $\mathbb{F}$  должен для заданной матрицы транспортного спроса  $\|k_{i,j}\|$  строить временные ряды  $(l, t^+_l, r_l)$ , удовлетворяющие ограничениям на начальные условия рассматриваемой модели и удовлетворяющие свойству

$$\forall i \in I^+, j \in I^- : \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{|\{t^+_l | r_l = (i, j), t^+_l < \tau\}|}{\tau} = k_{i,j}.$$

В такой постановке для заданного транспортного спроса и. х. определяются как случайная величина, принимающая с равной вероятностью значения из каждого конкретного транспортного сценария, реализующего такой транспортный спрос. Для практического же анализа наиболее ценными являются первые моменты этой случайной величины — матожидание и дисперсия.

## Характеристики кольца

Для исследования применимости и. х. к анализу перекрестков были проведены численные эксперименты по определению максимальной пропускной способности многополосного одностороннего кольцевого перекрестка со светофорным регулированием. Схема Т-образного узла приведена на рисунке 5.

На узле, изображенном на рисунке 5, светофорное регулирование содержит две фазы — проезд по кольцу  $\tau_-$  и въезд на кольцо  $\tau_+$  (см. рис. 6).

Поскольку перекрестки имеют ограничивающее светофорное регулирование на входах, интенсивность потоков ограничена сверху и (для нагруженных случаев) однозначно определяется длительностью соответствующей светофорной фазы. Во всех численных экспериментах интенсивности входящих потоков были установлены равными максимальной интенсивности потоков  $q_{max} = 2000$  авт./час, а в качестве варьируемых параметров использовались длительности светофорных фаз, т. е. рассматривались режимы высокой симметричной нагрузки.

В ходе предварительных экспериментов было обнаружено, что для каждого набора длительностей фаз с высокой долей определенности можно установить, является ли соответствующий режим стационарным или распадается на блокировку [Глухарев, Калинин, 2012]. При этом стационарные режимы могут существовать сколь угодно долго (до нескольких часов модельного времени), а нестационарные имеют характерные признаки, проявляющиеся задолго

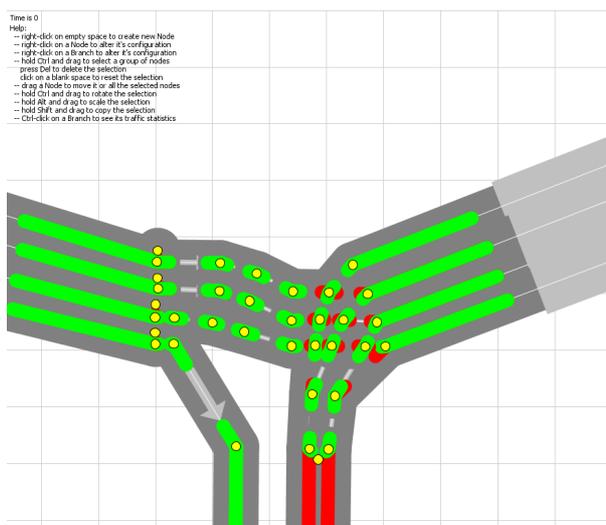


Рис. 5. Схема узла кольцевого перекрестка

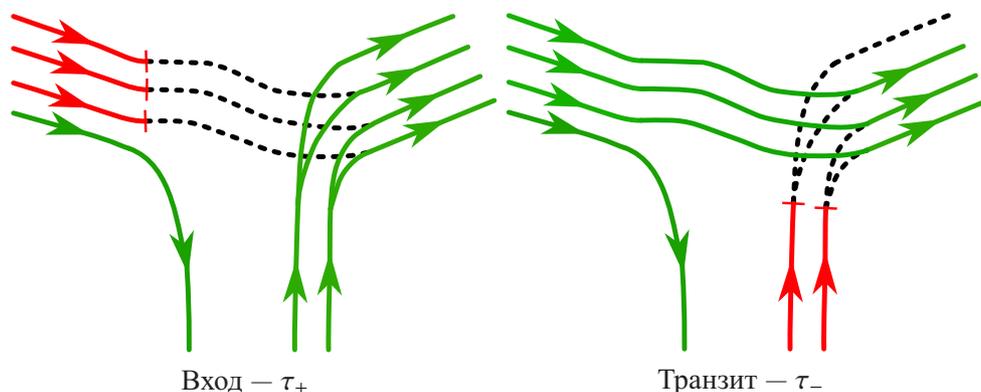


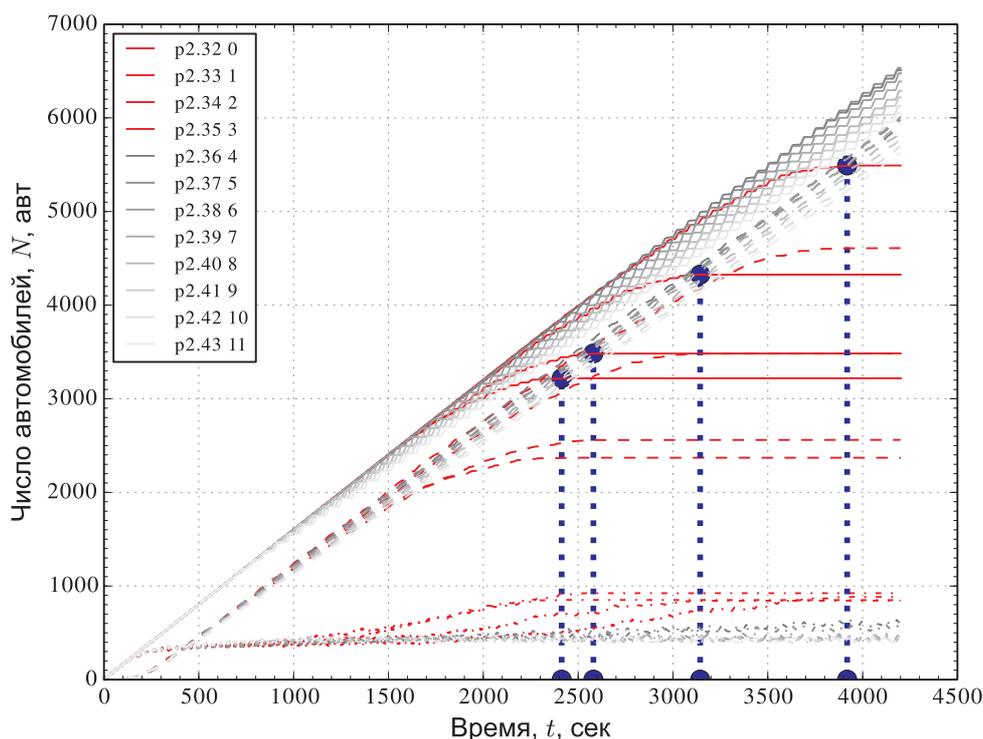
Рис. 6. Фазы светофорного регулирования

до момента распада. Примеры функций счета [Глухарев, Улюков, 2010] для стационарного и нестационарного режимов приведены на рисунках 3 и 4.

Оказалось, что в отличие от случая нерегулируемого перекрестка, рассмотренного в [Глухарев, Калинин, 2012], распад режима на блокировку у рассматриваемых перекрестков связан не со случайными микроблокировками, а с постепенным накоплением частиц на перекрестке, как это видно на рисунке 4. Это важное свойство было обнаружено у очень широкого класса регулируемых систем и, что наиболее важно для практического применения, может быть положено в основу динамической системы управления транспортными потоками.

На рисунке 7 приведено семейство функций счета, построенных по результатам численного моделирования режимов на описанном одностороннем перекрестке при  $\tau_+ = 25$  с и  $\tau_- \in [32, 41]$  с, красным цветом выделены кривые и значения периода, при которых возникла блокировка. Видно, что существует минимальное значение периода  $\tau_-$ , при котором режим не претерпевает распада достаточно длительное время. В данном примере это значение  $\tau_-^{MIN} = 36$  с. При этом видно, что с ростом  $\tau_- > \tau_-^{MIN}$  общая пропускная способность перекрестка уменьшается, т. е.  $\tau_-^{MIN}$  соответствует режиму максимальной пропускной способности.

Таким образом, для крупномасштабного описания поведения рассматриваемого перекрестка в описанном симметричном режиме достаточно построить зависимость эксперименталь-

Рис. 7. Функции счета для одностороннего перекрестка при  $\tau_+ = 25$  с

но полученной пропускной способности  $Q^S$  от пары  $(\tau_-, \tau_+)$ , из которой прямым расчетом определяется зависимость  $\tau_-^{MIN}(\tau_+)$ .

## Численный эксперимент

### Постановка

Для ранее описанного кольцевого перекрестка был поставлен численный эксперимент по получению интегральных характеристик путем построения регрессий на результатах моделирования параметрического семейства транспортных сценариев.

Исходными параметрами, определяющими сценарий моделирования, были выбраны длительности фаз светофорного регулирования  $\tau_-$ ,  $\tau_+$ . Области значений для параметров были выбраны  $\tau_- \in [35, 70]$  [с],  $\tau_+ \in [30, 50]$  [с] соответственно с шагом в 1 секунду, что определило 700 сценариев расчета.

Для каждого сценария моделирование производилось 5 раз с усреднением полученных результатов. Продолжительность расчета — 4500 секунд модельного времени.

В качестве микромоделей потока использовалась сглаженная модель дискретного потока с безопасной дистанцией [Глухарев, Улюков, 2010; Калинин, Глухаерв, 2010]. Калибровочные параметры модели были выбраны соответствующими нормальным условиям из работы [Иносе, Хамада, 1983].

### Результаты

Для каждого моделирования сценария были получены кривые общих функций счета (см. пример на рис. 3, 4), на основании которых определялись обобщенные интегральные характеристики: пропускная способность  $Q^+$  и вероятность возникновения блокировки  $P_\beta$ , а также

время возникновения блокировки  $T_\beta$  и количество частиц в системе на момент окончания счета сценария  $N$ . Полученные значения этих величин усреднялись по реализациям сценария.

Основным результатом численного эксперимента стали функции  $Q^+(\tau_+, \tau_-)$ ,  $P_\beta(\tau_+, \tau_-)$ ,  $T_\beta(\tau_+, \tau_-)$  и  $N(\tau_+, \tau_-)$ . Они представлены на рисунках 10, 8, 9 и 11 соответственно.

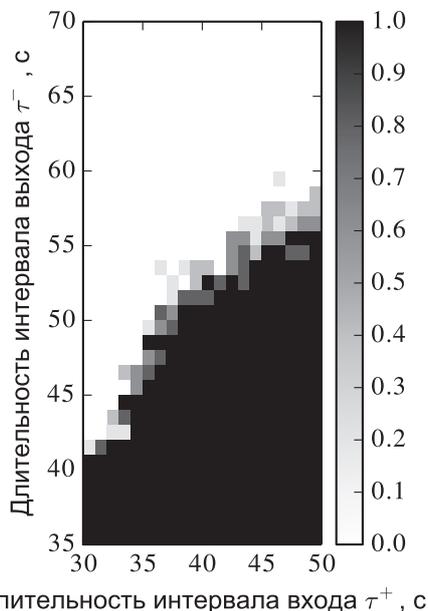


Рис. 8. Вероятность блокировки  $P_\beta(\tau_+, \tau_-)$

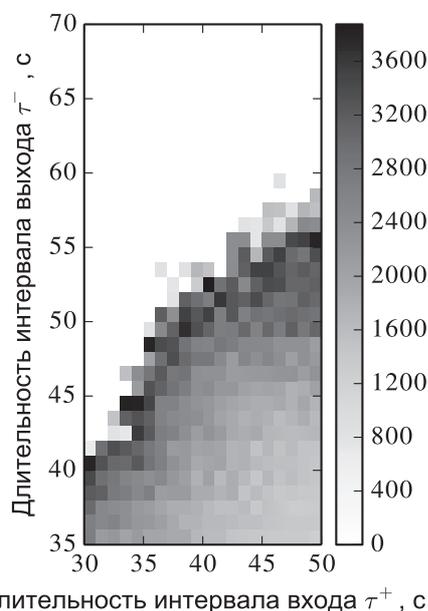


Рис. 9. Время возникновения блокировки  $T_\beta(\tau_+, \tau_-)$

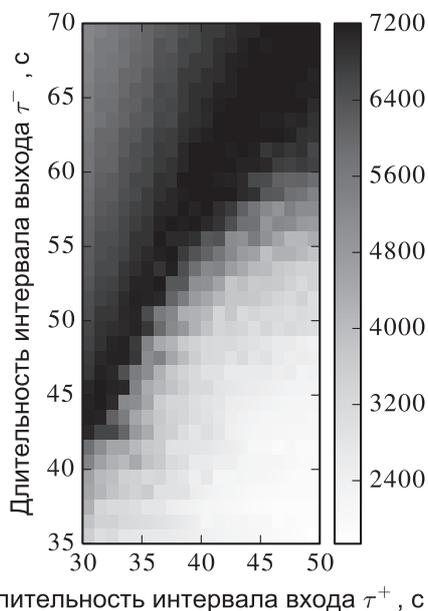


Рис. 10. Пропускная способность  $Q^+(\tau_+, \tau_-)$

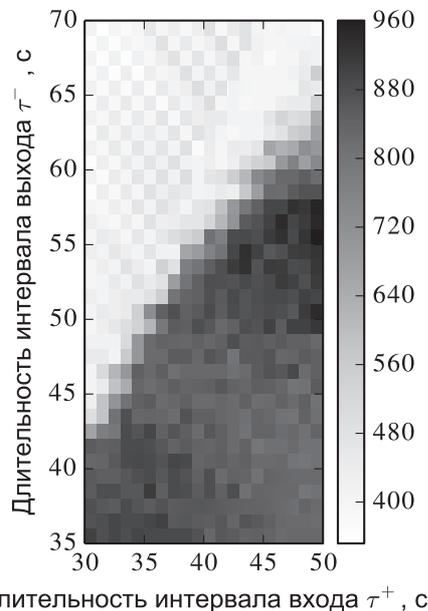


Рис. 11. Число частиц внутри  $N(\tau_+, \tau_-)$

При первичном анализе обнаруживаются следующие характерные особенности:

- 1) существует граница  $f_{beta}(\tau_+, \tau_-) = 0$ , разделяющая все пространство параметров на области стационарных ( $P_\beta \sim 0$ ) и нестационарных ( $P_\beta \sim 1$ ) режимов, ширина области перехода около 3–5 секунд по каждому параметру;

- 2) по мере приближения к границе из области нестационарных режимов  $T_\beta$  и  $Q^+$  растут;
- 3)  $N$  имеет практически одинаковые значения по все области стационарных режимов ( $\sim 850$ ) и по всей области нестационарных режимов ( $\sim 450$ );
- 4) существует область оптимальных параметров  $\tau_+, \tau_-$ , в которой  $Q^+$  максимально.

Область оптимальных параметров в свою очередь обладает набором нетривиальных свойств:

- 1) для каждого значения  $\tau_+$  существует непустой диапазон значений  $\tau_-$ , обеспечивающий оптимальный режим;
- 2) с ростом  $\tau_+$  длина этого диапазона увеличивается практически линейно;
- 3) во всей области оптимальных режимов значение  $Q^+$  примерно одинаково и составляет 7200 авт./час;

Полученные зависимости и. х. коммутатора могут быть применены:

- для сравнения с другими коммутаторами для определения наиболее подходящего под заданную транспортную задачу коммутатора;
- организации автоматической системы управления светофорным регулированием коммутатора;
- построения мезоскопической модели рассмотренного коммутатора.

## Выводы

Описана проблема применимости прямых результатов микромоделирования к анализу перекрестков, проистекающая из необходимости формулирования начальных данных модели. Предложена методика построения интегральных характеристик коммутатора на основе результатов моделирования движения при помощи микромоделей.

Описанная методика применена к исследованию пропускной способности кольцевого перекрестка со светофорным регулированием в симметричном режиме. Обнаруженные области значений параметров, соответствующие устойчивой работе перекрестка и возникновению блокировок, кривая оптимального режима. Обнаружено, что в квазистационарном режиме возникновение полной блокировки может быть спрогнозировано по росту количества частиц, находящихся внутри перекрестка.

## Список литературы

- Валуев А. М., Глухарев К. К., Калинин И. Н., Улюков Н. М. К теории автомобильных потоков на магистральной сети // Труды МФТИ. — 2013. — Т. 5, № 4. — С. 102–114.
- Гасников А. В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков / под ред. Гасникова А. В. — М.: МФТИ, 2010. — 361 с.
- Глухарев К. К., Калинин И. Н. К оптимизации потока на перекрестке // Труды 53-й научной конференции МФТИ. Часть III. Аэрофизика и космические исследования. Том 2. ISBN 574170405-0. — М.: МФТИ, 2010. — С. 72–74.
- Глухарев К. К., Калинин И. Н. Об устойчивости транспортных потоков и сравнении коммутаторов // Труды 55-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». — 2012. — Часть III. — Т. 2. — С. 129–132.
- Глухарев К. К., Калинин И. Н., Улюков Н. М. О потоке частиц в замкнутом однородном канале // Труды 52-й научной конференции МФТИ. Часть III. Аэрофизика и космические исследования. Том 2. ISBN 978-5-7417-0296-3. — М.: МФТИ, 2009. — С. 145–148.

- Глухарев К. К., Улюков Н. М.* К теории автомобильных потоков // Труды МФТИ. — 2010. — № 2. — С. 58–66.
- Иносе Х., Хамада Т.* Управление дорожным движением. — М.: Транспорт, 1983. — 248 с.
- Калинин И. Н., Глухарев К. К.* Моделирование сетевых потоков на вычислительном имитаторе // Труды 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». — М.: МФТИ, 2010. — Часть III. — Т. 2. — С. 82–84.
- Семенов В. В.* Смена парадигмы в теории транспортных потоков // Препринт / В. В. Семенов. — М., 2006. — 32 с. — (Препринт ИПМ № 46, Москва, 2006 / Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша).
- Hourdakis, J., Panos G. M., Jiji K.* Practical procedure for calibrating microscopic traffic simulation models. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. 1852.1 (2003): 130–139.
- Lee, H. K., Lee, H-W., Kim, D.* Macroscopic traffic models from microscopic car-following models. Physical Review. E 64.5 (2001): 056126.