

УДК: 330.4, 51-77, 517.925

Математическое моделирование динамики численности разновозрастных групп занятых в экономике региона

М. Ю. Хавинсон^а, М. П. Кулаков^б

Институт комплексного анализа региональных проблем
Россия, 679016, Еврейская АО, г. Биробиджан, ул. Шолом-Алейхема, 4

E-mail: ^а havinson@list.ru, ^б k_matvey@mail.ru

Получено 14 апреля 2014 г.

В статье рассматривается нелинейная модель динамики численности разновозрастных занятых в экономике региона, построенная по принципам базового моделирования в эконофизике. Продемонстрированы сложные режимы динамики модели, накладывающие фундаментальные ограничения на средне- и долгосрочный прогноз численности занятых в регионе. По аналогии с биофизическим подходом предложена классификация социальных взаимодействий разновозрастных работников. Приведен модельный анализ оценки уровня занятости среди возрастных групп населения. Верификация модели проведена на статистических данных Еврейской автономной области.

Ключевые слова: нелинейная динамика, эконофизика, биофизика, когорта, численность занятого населения, уровень занятости, регион

Mathematical modeling of the population dynamics of different age-group workers in the regional economy

M. Yu. Khavinson, M. P. Kulakov

Institute for complex analysis of regional problems of the Russian Academy of Sciences, 4 Sholom-Aleikhem St., Birobidzhan, 679016, Russia

Abstract. — The article deals with the nonlinear model of population dynamics of different ages workers in the regional economy. The model is built on the principles underlying modeling in econophysics. The authors demonstrate the complex dynamics of the model regimes that impose fundamental limits on medium- and long-term forecast of employment in a region. By analogy with the biophysical approach the authors propose a classification of social interactions of the different age-group workers. The model analysis is given for the level of employment among age groups. The verification of the model performs on the statistical data of the Jewish Autonomous Region.

Keywords: nonlinear dynamics, econophysics, biophysics, age group, employed population, employment, region

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2014, vol. 6, no. 3, pp. 441–454 (Russian).

Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ, проект № 13-12-79001a(p).

Введение

В современной экономической науке довольно актуальными являются вопросы устойчивости социально-экономических систем. Одной из таких систем является региональный рынок труда. Разнообразные социально-экономические взаимодействия между занятым населением, предпринимателями, наличие вакансий, престижность работы, заработная плата и множество других факторов могут провоцировать флуктуации численности занятых различных возрастных групп, и при сохранении стабильной общей численности трудящихся возможна ситуация с высокой безработицей лиц определенного возраста, старение (увеличение среднего возраста) занятых. Вытеснение некоторых возрастных групп с регионального рынка труда может быть следствием конкуренции, возникающей из-за различия у трудоустроенных уровня образования, опыта работы, профессиональных навыков и так далее, в том числе и возраста. Доминирование возрастной составляющей в конкуренции может вызвать сильную поляризацию роли возрастных групп в региональной экономике, что, вероятнее всего, негативно отразится на качестве жизни, экономическом развитии и привлекательности региона [Равенство в сфере труда..., 2003; Равенство в сфере труда: поиски..., 2007; Equality at work..., 2011; Беккер, 2003].

Взаимодействие различных возрастных групп на рынке труда изучается в рамках исследования проявлений дискриминации [Дискриминация в сфере труда..., 2008; Беккер, 2003]. Основное внимание уделяется правовым аспектам ущемления интересов отдельных микрообществ. Г. С. Беккер описал экономические аспекты дискриминации и показал, что экономика несет потери при сильной дифференциации возможностей равноправных групп людей [Беккер, 2003]. Основными методами в подобных исследованиях является социологический опрос, статистическая обработка данных и корреляционно-регрессионный анализ [Метелёв, 2006; Миронова, 2010]. Отдельным аспектом дискриминации является эйджизм — дискриминация человека по возрасту. Несмотря на то, что проблемы эйджизма активно обсуждаются как в России [Дискриминация по возрасту..., 2011], так и за рубежом [Equality at work..., 2011], соответствующие научные исследования с применением аппарата нелинейной динамики практически не проводятся. Такая ситуация, по нашему мнению, указывает на явный пробел в изучении эволюции социально-экономических систем, тем более в современной науке взаимодействие различных «человекомерных» объектов изучается на довольно высоком уровне с применением нелинейных математических моделей. Примером таких исследований являются модели социодинамики В. Вайдлиха (модель конкурирующих фирм, модель потребления нескольких видов товаров, межрегиональная миграция и др.) [Weidlich, 2000], модель межкультурных взаимодействий и военных конфликтов [Белотелов и др., 2009], модель взаимодействия продавцов и покупателей [Короновский, Трубецков, 2002], модель распределения вакантных мест на рынке труда [Коровкин, 2011], и другие.

Используя сформированные подходы к изучению взаимовлияния сложных объектов, мы предлагаем рассмотреть взаимодействие разновозрастных групп занятых в экономике региона в ключе нелинейной динамики.

Концепция модели взаимодействий разновозрастных групп занятых в экономике

Реализуемые нами подходы моделирования проведены в рамках концепций экономофизики [Романовский, Романовский, 2012; Хавинсон, 2012; Хавинсон, 2014] и базируются на принципе парных взаимодействий, который применяется в химической кинетике [Жаботинский, 1974; Mortimer, Taylor, 2002] и популяционной биологии [Volterra, 1931; Ризниченко, Рубин, 2004; Ревуцкая, 2008; Кулаков, Фрисман, 2010; Колобов, Фрисман, 2013], а также успешно используется

в социальных [Weidlich, 2000; Короновский, Трубецков, 2002] и экономических науках [Милованов, 2001; Дубовиков, 2009; Bischi, Tramontana, 2010; Мишук и др., 2011; Чернавский и др., 2011; Chena, Lib, 2012; Khavinson et al., 2013]. Применительно к рынку труда модели типа «хищник–жертва» использованы А. Г. Коровкиным для изучения согласования спроса и предложения рабочей силы, в том числе и в гендерном разрезе [Коровкин, 2011]. Применение биологических моделей, в основе которых лежит концепция взаимосвязей популяций и перетоков биомассы, оказывается довольно естественным для изучения процессов перераспределения рабочих мест в экономике региона. Отличие смысла парных взаимодействий в биологии и экономики заключается в движущей силе, изменяющей объемы двух или более взаимодействующих групп объектов (популяций животных, числа вакантных мест на рынке труда, численности занятых и т. п.). Вступающая в конкурентные отношения, особи популяций животных непосредственно взаимодействуют друг с другом в борьбе за общий ресурс, и в этом случае движущей силой популяционных взаимодействий являются универсальные биологические механизмы (в частности, естественный отбор). Невидимой рукой, меняющей распределение численности занятых по когортам, является социально-экономическая ситуация, определяющая модели поведения агентов на рынке труда и формирующая степень важности возрастной компоненты в трудоустройстве.

При построении модели взаимодействия разновозрастных специалистов в экономике региона приняты следующие допущения [Хавинсон, Кулаков, 2009]:

- миграционное движение внутри возрастных групп учитывается введением свободных членов в правые части уравнений;
- смертность, переход в следующую возрастную группу или перетоки из экономически активного населения моделируются линейными членами;
- взаимодействия разновозрастных специалистов учитываются нелинейными членами второго порядка.

Для построения базовой модели взаимодействия разновозрастных специалистов в экономике региона занятых можно разделить на три основные возрастные группы: молодые специалисты (16–29 лет), работники со стажем (30–49 лет) и занятые предпенсионного и пенсионного возраста (50 лет и старше). Обозначенные когорты соответствуют трем категориям занятых: работникам с малым опытом работы, работникам со значительным опытом работы и занятым предпенсионного и пенсионного возраста. С учетом приведенных положений получаем схему модели (рис. 1).

В итоге модель имеет следующий вид:

$$\begin{cases} dx_1/dt = b_{11} - b_{12} + (K_{11} - K_{12} - K_{13} + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3) x_1, \\ dx_2/dt = b_{21} - b_{22} + (K_{21} - K_{22} - K_{23} + \alpha_{21}x_1 + \alpha_{23}x_3) x_2, \\ dx_3/dt = b_{31} - b_{32} + (K_{31} - K_{32} - K_{33} + \alpha_{31}x_1 + \alpha_{32}x_2) x_3, \end{cases} \quad (1)$$

где x_i — численность занятых i -й когорты, t — переменная времени, b_{ij} — коэффициенты миграционных потоков i -й когорты, K_{ij} — коэффициенты перетока численности занятых и экономически неактивного населения i -й когорты, смертности и перехода в следующую возрастную группу i -й когорты, α_{ij} — коэффициенты влияния когорты i на когорту j . При условиях $b_1 = b_{11} - b_{12}$, $b_2 = b_{21} - b_{22}$, $b_3 = b_{31} - b_{32}$, $K_1 = K_{11} - K_{12} - K_{13}$, $K_2 = K_{21} - K_{22} - K_{23}$, $K_3 = K_{31} - K_{32} - K_{33}$ получаем систему

$$\begin{cases} dx_1/dt = b_1 + (K_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3) x_1, \\ dx_2/dt = b_2 + (K_2 + \alpha_{21}x_1 + \alpha_{23}x_3) x_2, \\ dx_3/dt = b_3 + (K_3 + \alpha_{31}x_1 + \alpha_{32}x_2) x_3. \end{cases} \quad (2)$$

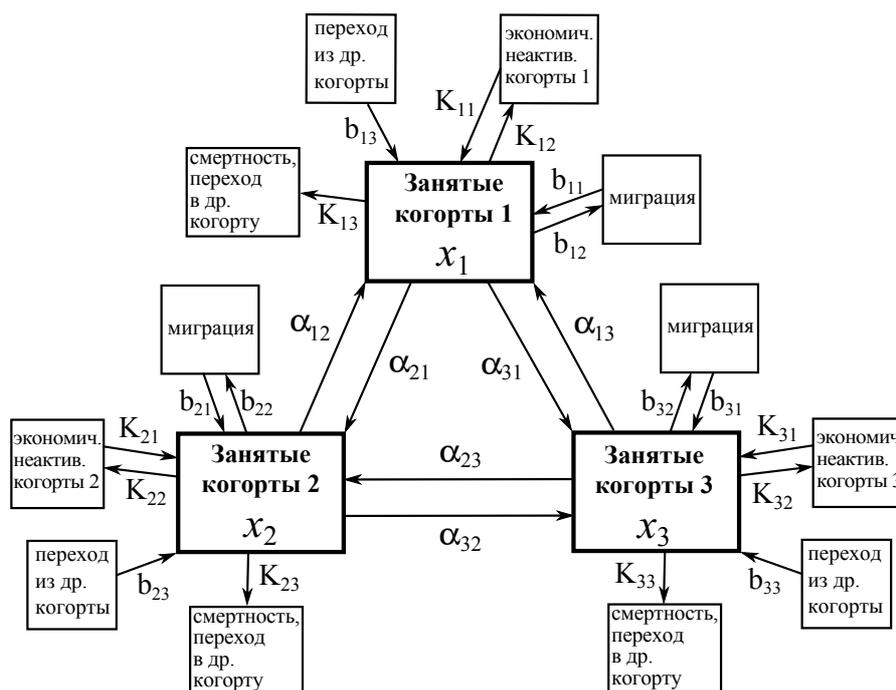


Рис. 1. Схема модели динамики разновозрастных специалистов в экономике региона

Представленная модель может описывать различные типы взаимодействий между разновозрастными специалистами. По аналогии с классификацией влияния одной популяции на другую [Ризниченко, Рубин, 2004] можно определить варианты отношений занятых разных возрастных групп в экономике региона. Возможные типы взаимодействия разновозрастных специалистов представлены в таблице 1, в которой знак «+» показывает, что увеличение (уменьшение) численности занятых одной когорты вызывает увеличение (уменьшение) численности занятых другой; «0» — отсутствие влияния; «-» — увеличение (уменьшение) численности занятых одной когорты вызывает уменьшение (увеличение) численности занятых другой.

Таблица 1. Классификация взаимодействий разновозрастных специалистов в экономике региона

| Тип взаимодействия в биологии | Тип взаимодействия на рынке труда | Влияние первой когорты на вторую | Влияние второй когорты на первую |
|-------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| нейтрализм | отсутствие влияния | 0 ($\alpha_{ij} = 0$) | 0 ($\alpha_{ji} = 0$) |
| комменсализм | помощь | + ($\alpha_{ij} > 0$) | 0 ($\alpha_{ji} = 0$) |
| аменсализм | угнетение | - ($\alpha_{ij} < 0$) | 0 ($\alpha_{ji} = 0$) |
| жертва-эксплуататор | дискриминация | + ($\alpha_{ij} > 0$) | - ($\alpha_{ji} < 0$) |
| конкуренция (интерференция) | конкуренция | - ($\alpha_{ij} < 0$) | - ($\alpha_{ji} < 0$) |
| мутуализм | партнерство | + ($\alpha_{ij} > 0$) | + ($\alpha_{ji} > 0$) |

Отсутствие влияния занятых одной когорты на занятых другой когорты (в популяционной биологии — нейтрализм) означает в терминах модели $\alpha_{ij} = 0$ и $\alpha_{ji} = 0$, то есть изменения численности одной группы не ведет к изменению численности другой и наоборот. Следует отметить, что «экономический» нейтрализм не исключает связи между разновозрастными специалистами: члены когорт могут быть опосредованно связаны рыночными отношениями через другую возрастную группу.

Отношения помощи (в биологии комменсализм) выражаются в увеличении численности занятых одной возрастной группы посредством содействия со стороны другой, при этом объем второй когорты работающих не изменяется под влиянием первой ($\alpha_{ij} > 0$, $\alpha_{ji} = 0$). Такая ситуация может сложиться, например, когда родители пенсионного возраста берут на себя решение бытовых вопросов учащейся молодежи, высвобождая тем самым время для оплачиваемого труда студентов.

Угнетение (в биологии — аменсализм) соответствует коэффициентам $\alpha_{ij} < 0$ и $\alpha_{ji} = 0$, когда численность специалистов определенного возраста снижается из-за деятельности другой когорты, не испытывающей подобного влияния со стороны угнетаемой группы. Подобная ситуация может сложиться, например, во взаимодействии среднего (угнетающего) и старшего (угнетаемого) поколений: пенсионеры, желающие работать, могут вытесняться с рынка труда более молодым поколением.

Дискриминация («жертва–эксплуататор» в биологии) возрастных групп на рынке труда возникает, когда увеличение численности занятых одного возраста обуславливает уменьшение объема работающих другой когорты ($\alpha_{ij} > 0$, $\alpha_{ji} < 0$). Угнетение и паразитизм возрастных групп в экономической среде является аспектом социального явления — эйджизма, то есть дискриминации человека на основании его возраста. Джэйнизм (дискриминация молодым поколением старшего) может наблюдаться в экономике с бурным развитием принципиально новых технологий, требующих быстрого обучения. Обратная ситуация, вероятно, довольно редка на рынке труда и может проявиться в отдельных случаях как результат резких перемен в социуме и отдаления молодежи от традиционных общественных ценностей.

Конкуренция разновозрастных специалистов на рынке труда ($\alpha_{ij} < 0$, $\alpha_{ji} < 0$) выражается в том, что увеличение численности одной когорты ведет к уменьшению численности другой и наоборот. Соперничество, вероятно, — естественная ситуация для рыночной экономики и, по сути, является следствием равноправия возрастных групп, однако в своей крайней степени оно может перейти в угнетение.

Партнерство (в биологии — мутуализм) может возникать в симбиотических отношениях занятых, например «мастер–ученик» ($\alpha_{ij} > 0$, $\alpha_{ji} > 0$). В этом случае увеличение (уменьшение) объема одной когорты работающих приводит к увеличению (уменьшению) объема другой.

Режимы модельной динамики численности разновозрастных специалистов и верификация модели

Численно обнаружено, что в системе существует пять особых точек, между которыми происходят серии бифуркаций, приводящих к разнообразной структуре фазового пространства. Подробнее изменение типов устойчивости особых точек и появление периодических режимов обсуждается при верификации модели, а в этой части статьи обратим внимание на то, что в системе наблюдается сложная периодическая динамика (рис. 2). Непредсказуемое изменение числа разновозрастных специалистов в данном случае является следствием неблагоприятной ситуации на рынке труда: миграционный приток преобладает над оттоком лишь в одной когорте ($b_1 > 0$, $b_2 < 0$, $b_3 < 0$), во всех возрастных группах наблюдается существенный приток из экономически неактивного населения ($K_1 > 0$, $K_2 > 0$, $K_3 > 0$). Следует отметить, что сложные периодические режимы появляются в достаточно узких областях параметрического пространства и оказываются в разной степени устойчивыми к изменению конкретных параметров. В прикладном аспекте это означает, что для устранения или сглаживания колебаний на рынке труда необходимо действовать на бифуркационные параметры системы.

Обнаружено, что сложная трехмерная структура в фазовом пространстве формируется через каскад удвоений периода цикла ($K_1 = 1.015$ и $K_1 = 1.2$) или путем постепенного зашумления предельного цикла ($K_1 = 1.04$) или (рис. 3). В итоге в фазовом пространстве (например, при

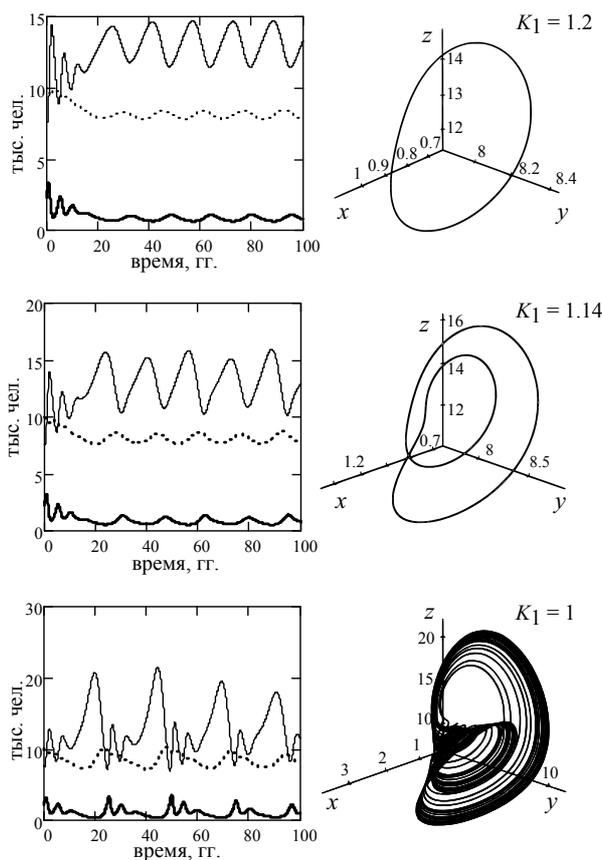


Рис. 2. Периодическая и нерегулярная динамика в системе: $b_1 = 1.798$, $\alpha_{12} = 0.1599$, $\alpha_{13} = -0.362$, $b_2 = -0.996$, $K_2 = 0.0279$, $\alpha_{21} = -0.013$, $\alpha_{23} = 0.0081$, $b_3 = -8.608$, $K_3 = 1.428$, $\alpha_{31} = 0.431$, $\alpha_{32} = -0.139$

$K_1 = 1.034$ и $K_1 = 0.95$) формируется странный аттрактор с ляпуновской размерностью равной размерности системы, то есть 3.

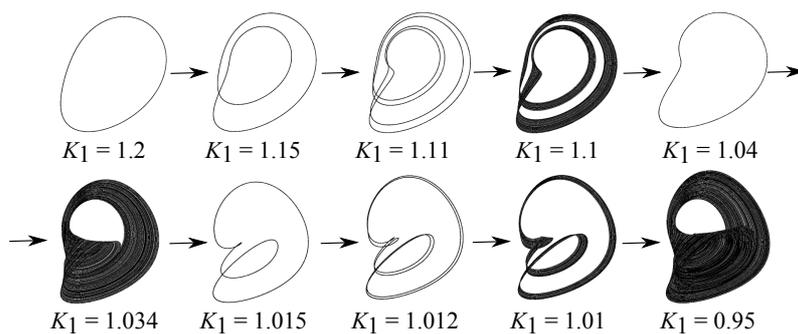


Рис. 3. Эволюция аттрактора в модели

Модельные уравнения применены для описания динамики взаимодействия занятого населения Еврейской автономной области (ЕАО) трех возрастных групп: 16–29, 30–49 и 50 лет и старше по данным 1997–2010 гг. (рис. 4).

Как видно из графиков, наблюдаются значительные колебания численности разновозрастных специалистов. В среднем динамика общей численности занятого населения в области на

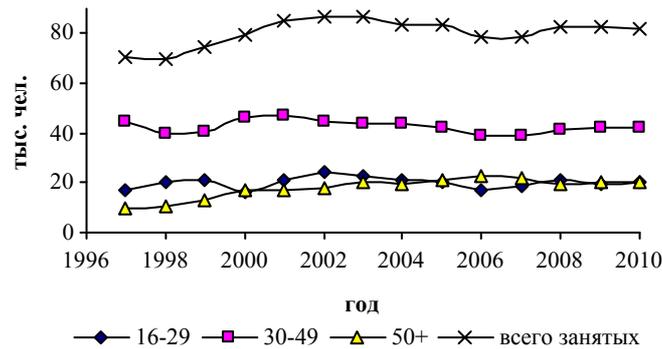


Рис. 4. Эволюция аттрактора в модели

24.9% определяется когортой 16–29 лет, на 53.1% — когортой 30–49 лет и на 22% — когортой 50 лет и старше.

Для оценки коэффициентов модели в среде MathCad методом Левенберга–Марквардта минимизировалась сумма квадратов отклонений фактических данных от соответствующих координат точек интегральных кривых, то есть решалась оптимизационная задача вида

$$J(u) = \mu_1 \sum_{j=1}^N (x_1^*(t_j) - x_1(t_j, u))^2 + \mu_2 \sum_{j=1}^N (x_2^*(t_j) - x_2(t_j, u))^2 + \mu_3 \sum_{j=1}^N (x_3^*(t_j) - x_3(t_j, u))^2 \rightarrow \min_{u \in D}, \quad (3)$$

где $u = (b_1, b_2, b_3, K_1, K_2, K_3, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{21}, \alpha_{23}, \alpha_{31}, \alpha_{32})^T$ — вектор искомых коэффициентов системы (2), $x_1(t_j, u)$, $x_2(t_j, u)$ и $x_3(t_j, u)$ — решение системы (2) в t_j момент времени, полученное адаптивным методом Рунге–Кутты, $x_1^*(t_j)$, $x_2^*(t_j)$ и $x_3^*(t_j)$ — фактические численности занятых 16–29 лет, 30–49 лет и 50 лет и старше. Весовые коэффициенты μ_i ($\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1$) выражают относительную значимость частных критериев оптимизационной задачи (3).

По фактическим данным о динамике численности занятых рассматриваемых возрастных групп в ЕАО получены следующие оценки коэффициентов модели:

$$\begin{cases} dx_1/dt = 6.055 + (-2.331 + 0.042x_2 + 0.013x_3)x_1; \\ dx_2/dt = 0.00257 + (0.491 - 0.021x_1 - 0.0039x_3)x_2; \\ dx_3/dt = 7.585 + (-0.012 + 0.0047x_1 - 0.0103x_2)x_3. \end{cases}$$

Для оценки приближения модельной кривой и фактических данных использована средняя ошибка аппроксимации A_{cp} и коэффициент корреляции r (табл. 2). Соответствующие графики приведены на рисунке 5.

Таблица 2. Статистические оценки точности аппроксимации модели динамики разновозрастных специалистов для данных ЕАО

| Оценка модели | Когорта 16–29 лет | Когорта 30–49 лет | Когорта 50 лет и старше |
|---------------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| $A_{cp}, \%$ | 4.83 | 3.13 | 4.75 |
| r | 0.76 | 0.77 | 0.95 |

Во всех рассматриваемых возрастных группах занятых наблюдается миграционный приток. Наибольшее число мигрантов отмечено среди работающих людей пенсионного и предпенсионного возраста ($b_3 = 7.585$), наименьшее — среди специалистов 30–49 лет ($b_2 = 0.00257$).

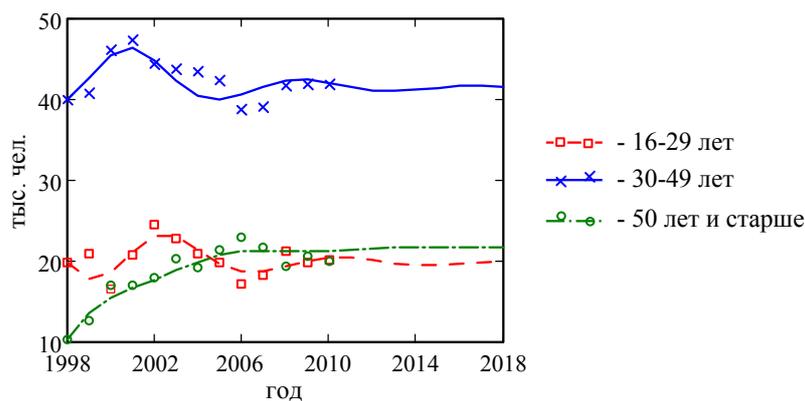


Рис. 5. Фактическая и модельная динамика численности разновозрастных специалистов в ЕАО

В когорте 30–49 лет приток из незанятого населения превосходит смертность и переход в следующую группу ($K_2 = 0.491$), что связано со значительным сокращением численности безработного в этой когорте (с 13 тыс. чел. в 1997 году до 3.4 тыс. в 2010 году). В группе занятых до 30 лет отмечается наибольший отток ($K_1 = -2.331$), связанный, вероятнее всего, с отказом от работы во время очной учебы, обусловленным улучшением социально-экономической ситуации (минимум экономической неактивности отмечается в 1998 году и составляет 14.1 тыс. чел, максимум в 2007 году при 29 тыс. чел.). Среди специалистов 50 лет и старше относительно высокая смертность (в среднем смертность жителей области по данным 2000–2009 годов 50 лет и старше превосходит аналогичный показатель для группы 16–29 лет в 15 раз, 30–49 лет — в 4.3 раза), которая перекрывает рост численности занятых ($K_3 = -0.012$). Занятые 16–29 лет находятся с трудящимися 30–49 лет в отношениях дискриминации ($\alpha_{12} = 0.042$, $\alpha_{21} = -0.021$), что, вероятно, обусловлено потребностями в низкоквалифицированном и малооплачиваемом труде. Молодежь как более мобильная и менее требовательная группа населения больше удовлетворяет запросам работодателя, нежели когорта состоявшихся специалистов со стажем и, как правило, наличием семьи и детей. Между занятыми 16–29 лет и 50 лет и старше в ЕАО складываются партнерские отношения, близкие к помощи старших ($\alpha_{13} = 0.013$, $\alpha_{31} = 0.0047$). Справедливо считать, что на рынке труда области эти возрастные группы находятся в равном положении: и тем, и другим выгодна неполная занятость. Взаимодействия работающих граждан 30–49 лет и 50 лет и старше представляют собой конкурентные отношения, приближающиеся к угнетению занятых предпенсионного и пенсионного возраста ($\alpha_{23} = -0.0039$, $\alpha_{32} = -0.0103$). По всей видимости, такая ситуация является общероссийской и объясняется недостаточной пенсией, вынуждающей искать оплачиваемый труд, конкурируя с молодым поколением.

Точечная оценка коэффициентов модели позволила получить точку отсчета для исследования многомерного параметрического пространства. Численное исследование построенной системы (2) проведено с помощью двумерных срезов параметрического пространства, полученных в среде MathCad. Произведено сканирование параметрической плоскости выбранной пары бифуркационных параметров при условии, что остальные зафиксированы. В каждой точке этой плоскости определялся тип состояния равновесия всех особых точек исследуемой системы, которым соответствуют различные области на рисунке 6. Пары бифуркационных параметров выбирались сопоставимыми по смыслу модели, а диапазон, в котором они варьировались, как некоторая окрестность полученных точечных оценок.

Наиболее содержательной информацией для нас является выделение только устойчивых особых точек (с положительными координатами) в исследуемых областях параметрического про-

странства. Линиями на рисунке 6 показаны границы области бифуркационной диаграммы с одним типом устойчивости особых точек, которые обозначены буквами f , n и p (f означает, что тип устойчивости особой точки — устойчивый фокус, n — устойчивый узел, p — наличие периодических решений). Прочерком обозначены области параметрического пространства, в которых нет устойчивых аттракторов либо они находятся в части фазового пространства с отрицательными координатами (рис. 6).

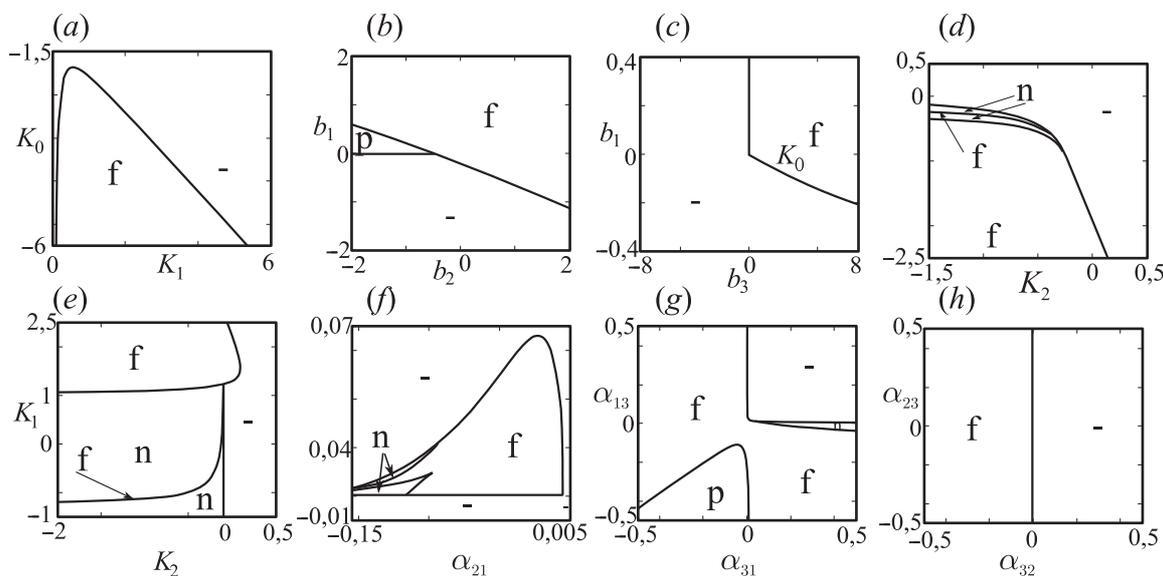


Рис. 6. Срезы параметрического пространства системы (2) в окрестности точечной оценки коэффициентов модели, где f — область существования устойчивого фокуса, n — устойчивого узла, p — периодических решений, - — отсутствия устойчивых аттракторов

Отрицательное сальдо миграции b_1 , b_2 переводит систему в неустойчивое состояние, при малых отрицательных значениях b_1 , b_2 в небольшой области параметрического пространства существует устойчивый фокус (рис. 6b). При малых положительных значениях b_1 и отрицательных b_2 наблюдаются периодические решения, исчезающие при увеличении b_1 (рис. 6b). Непривлекательность рынка труда для когорты до 49 лет (отрицательное сальдо миграции) приводит к кризису, причем при данных коэффициентах оказывается достаточно важным удерживать в регионе занятых предпенсионного и пенсионного возраста (рис. 6b). Благодаря помощи учащимся и специалистам без опыта работы ($\alpha_{13} > 0$, $\alpha_{31} > 0$), третья когорта в сложившейся ситуации является важным стабилизатором рынка труда. Вероятно, такая помощь заключается не только в финансовой и бытовой поддержке, но и в положительном психологическом взаимодействии между работающими «внуками» и «бабушками». Для поддержания устойчивости системы необходимо, чтобы K_1 и K_3 были отрицательными, а K_2 — положительным (рис. 6a,d,e). Содержательно это означает, что относительно малые притоки в первую и третью когорту из экономически неактивного населения способствуют устойчивости системы (иными словами, резерв незанятых в данных когортах является достаточно важным в социальном и экономическом плане). В то же время рынок труда требует наиболее полной занятости в когорте 30–49 лет. Изменение переток второй когорты K_2 дает возможность управлять колебания динамики системы (изменять тип устойчивости особой точки с устойчивого узла на устойчивый фокус и наоборот).

Довольно интересным является анализ взаимодействий между когортами занятых. В сложившейся ситуации одним из необходимых условий устойчивости системы является дискриминация занятых 30–49 лет младшим поколением ($\alpha_{12} > 0$, $\alpha_{21} < 0$) (рис. 6f). Когорта 16–29 лет

в ЕАО, испытывающая наибольшие трудности с пополнением своей численности, нуждается в максимальной поддержке со стороны остальных занятых. При конкуренции занятых 16–29 лет и 50 лет и старше возможно возникновение периодических колебаний (рис. 6г). Сложившееся положение «запрещает» помощь занятым предпенсионного и пенсионного возраста работающими 30–49 лет (рис. 6h). В целом устойчивое состояние системы при данных значениях параметров обеспечивается поддержкой занятых 16–29 лет со стороны работающих других когорт, конкуренцией со специалистами 30–49 лет и смешанными взаимодействиями с трудящимися предпенсионного и пенсионного возраста. Такую ситуацию, вероятно, можно охарактеризовать как относительно стабильную работу рыночного механизма с социальной поддержкой молодежи.

Таким образом, численность занятого населения ЕАО в настоящее время достигает равновесного значения. Наблюдающиеся в ряде случаев флуктуации численности занятых являются затухающими колебаниями, которые, согласно результатам моделирования, могут стать периодическими в случае ухудшения социально-экономической ситуации в области (рис. 6).

Использование модели для прогнозирования уровня занятости в регионе

Важным показателем развития рынка труда является уровень занятости среди определенной возрастной группы (отношение численности занятого населения к общей численности населения соответствующей возрастной группы, рассчитанное в процентах) [Труд и занятость..., 2011]. Чтобы выяснить прогнозный уровень занятости в ЕАО, воспользуемся непрерывным аналогом модели Лефковича для построения модели динамики численности населения:

$$\begin{cases} dp_0/dt = m_0 - d_0p_0 - g_0p_0 + r_1p_1 + r_2p_2; \\ dp_1/dt = m_1 - d_1p_1 + g_0p_0 - g_1p_1; \\ dp_2/dt = m_2 - d_2p_2 + g_1p_1 - g_2p_2; \\ dp_3/dt = m_3 - d_3p_3 + g_2p_2, \end{cases} \quad (4)$$

где p_0 — численность когорты 0–15 лет, p_1 — 16–29 лет, p_2 — 30–49 лет, p_3 — 50 лет и старше, m_j — коэффициент миграционного сальдо, d_j — коэффициент смертности, g_j — коэффициент перехода j -й когорты в следующую возрастную группу ($j = 1, 2, 3, 4$), r_1 — коэффициент рождаемости когорты 16–29 лет, r_2 — коэффициент рождаемости когорты 30–49 лет. Получены следующие оценки коэффициентов модели (4):

$$\begin{cases} dp_0/dt = 0.590 - 0.060p_0 - 0.016p_0 + 0.010p_1 + 0.006p_2; \\ dp_1/dt = 0.498 - 0.006p_1 + 0.016p_0 - 0.007p_1; \\ dp_2/dt = 0.585 - 0.014p_2 + 0.007p_1 - 0.021p_2; \\ dp_3/dt = 3.415 - 0.089p_3 + 0.021p_2. \end{cases}$$

Оценки качества приближения модельных и фактических данных по численности населения ЕАО представлены в таблице 3. Соответствующие графики представлены на рисунке 7.

Таблица 3. Статистические оценки точности аппроксимации модели динамики разновозрастных специалистов для данных ЕАО

| Оценка модели | Все население | Когорта 0–15 лет | Когорта 16–29 лет | Когорта 30–49 лет | Когорта 50 лет и старше |
|---------------|---------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| $A_{cp}, \%$ | 0,46 | 1.05 | 1.46 | 1.48 | 1.19 |
| r | 0.990 | 0.998 | 0.955 | 0.983 | 0.970 |

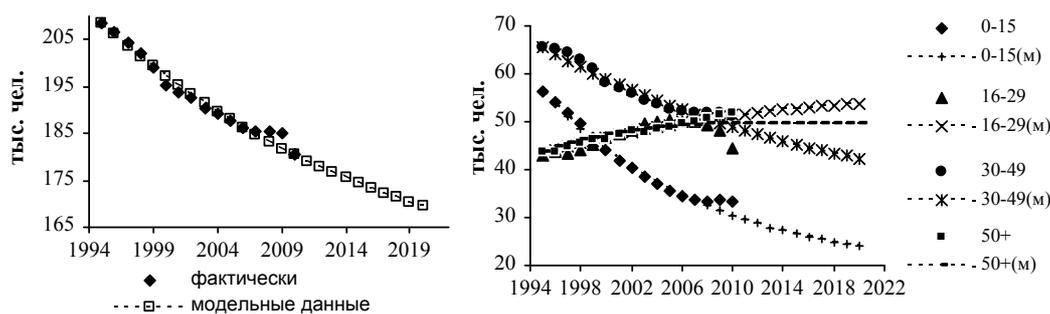


Рис. 7. Фактическая и модельная динамика возрастных групп населения ЕАО по данным 1995–2010 гг.

Используя прогнозные значения числа занятых x_i и численности p_i i -й когорты, полученные из систем (2) и (4), легко посчитать уровень занятости L_i этой когорты по формуле $L_i = x_i / p_i$. Прогнозная динамика уровня занятости в ЕАО представлена в таблице 4.

Таблица 4. Прогноз уровня занятости в ЕАО по когортам, %

| Когорта | 2013 | 2014 | 2015 |
|-----------------|------|------|------|
| 16–29 лет | 37.6 | 36.9 | 36.8 |
| 30–49 лет | 88.0 | 89.8 | 91.8 |
| 50 лет и старше | 43.8 | 43.9 | 43.9 |

Расчетные значения уровня занятости показывают, что в области происходит интенсивное включение в трудовую деятельность возрастной группы 30–49 лет, стабилизация роли на рынке труда граждан 50 лет и старше, уменьшение занятости работающей молодежи. С одной стороны, в автономии можно отметить отказ от «негативной» экономической активности (занятости студентов) и улучшение социально-экономической ситуации, с другой стороны, дефицит рабочей силы значительно увеличивает трудовую нагрузку на состоявшиеся семьи, в которых воспитываются подростки. Такая тенденция может быть чревата обострением социальных проблем в среде молодежи.

Поскольку параметры модели рассчитаны на данных 1997–2010 гг., представляет интерес оценка качества прогноза по уже доступным данным 2011–2012 гг.

Как видно из таблицы 5, прогнозные значения имеют большие отклонения для численности занятых 16–29 лет в 2012 году и численности населения 16–29 лет в 2011–2012 годах, соответственно возникает относительно большая ошибка аппроксимации (больше принятых в эконометрике 10%) для уровня занятости в этой когорте. Указанные погрешности для численности населения и занятых в 2011–2012 годах объясняются существенной корректировкой данных после всероссийской переписи населения в 2010 году, а также демографической ямой рождаемости в начале 1990-х. К сожалению, мы не располагаем данными о численности населения и разновозрастных занятых в 1990–1994 годах, поэтому «провал» рождаемости не был учтен в модели. Тем не менее, как видно, в целом модельные расчеты уловили общие демографические тенденции и изменение занятости в ЕАО.

Заключение

Рассмотренная в статье модель динамики численности разновозрастных занятых в регионе является базовой, но тем не менее демонстрирует сложное поведение, не являющееся

Таблица 5. Отклонение прогнозных значений моделей (тыс. чел.) от фактических для ЕАО в 2011–2012 годах

| Когорта | Фактически | | Прогноз | | Ошибка аппроксимации | |
|--------------------------|------------|------|---------|------|----------------------|--------|
| | 2011 | 2012 | 2011 | 2012 | 2011 | 2012 |
| <i>Модель (2)</i> | | | | | | |
| 16–29 лет | 19.4 | 17.7 | 20.4 | 20.0 | 5.4 % | 12.9 % |
| 30–49 лет | 39.3 | 39.9 | 41.5 | 41.1 | 5.6 % | 3.2 % |
| 50 лет и старше | 20.5 | 20.8 | 21.5 | 21.7 | 5.1 % | 4.2 % |
| <i>Модель (4)</i> | | | | | | |
| 16–29 лет | 41.2 | 40.2 | 29.5 | 28.7 | 28.4 % | 28.6 % |
| 30–49 лет | 49.7 | 49.3 | 51.7 | 52.0 | 3.9 % | 5.5 % |
| 50 лет и старше | 52.4 | 52.6 | 48.2 | 47.4 | 8.0 % | 9.9 % |
| <i>Уровень занятости</i> | | | | | | |
| 16–29 лет | 0.47 | 0.44 | 0.69 | 0.70 | 47.2 % | 58.1 % |
| 30–49 лет | 0.79 | 0.81 | 0.80 | 0.79 | 1.7 % | 2.2 % |
| 50 лет и старше | 0.40 | 0.40 | 0.45 | 0.46 | 12.5 % | 15.6 % |

следствием колебаний неучтенных факторов. Показано, что возрастные предпочтения работодателей могут стать причиной флуктуаций в экономике региона. Точечные оценки параметров предложенной математической модели по статистическим данным ЕАО демонстрирует, что при ухудшении социально-экономической ситуации возможен переход в области параметрического пространства модели с периодическими колебаниями и сложной динамикой численности. Флуктуации численности разновозрастных занятых в ряде случаев довольно естественны, если они асинхронны и взаимно гасятся, формируя стабильную общую динамику занятых. В ситуации кризиса колебания становятся близкими к синхронным и накладываются друг на друга, образуя нерегулярную динамику численности всего занятого населения. Это означает, что с позиций взаимодействия разновозрастных занятых в регионе можно столкнуться с проблемой принципиальной непредсказуемости занятости в средне- и долгосрочной перспективе. В этом случае прогнозирование занятости с точки зрения математического моделирования становится таким же сложным, как прогнозирование погоды.

Следует подчеркнуть, что разработанную модель нельзя считать полностью достаточной для всестороннего анализа и прогноза региональной занятости населения. Вполне разумной при изучении социально-экономических систем кажется позиция использования нескольких подходов. По небезынтесной аналогии В. А. Губанова, «такой взгляд на объект под разным углом зрения сходен с анализом проекций некоторой сложной формы на разные плоскости и позволяет выявить скрытые детали формы» [Губанов, 2006].

В практике экономического моделирования часто используется многослойность прогнозов, например, на тренды роста могут накладываться известные циклы [Vlasyuk, Minakir, 2013]. Использование нелинейных динамических моделей в изучении рынка труда предполагает формирование еще одного слоя — нелинейных эффектов. Дальнейшее углубление экономофизического подхода может открыть новые горизонты в прогнозировании динамики сложных экономических объектов.

Список литературы

- Беккер Г. С. Человеческое поведение: экономический подход. Избранные труды по экономической теории. — М.: ГУ ВШЭ, 2003. — 672 с.
- Белотелов Н. В., Бродский Ю. И., Павловский Ю. Н. Сложность. Математическое моделирование. Гуманитарный анализ: Исследование исторических, военных, социально-экономических и политических процессов. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 320 с.

- Губанов В. А. Оценка и прогноз конъюнктурных циклов в трендах экономических временных рядов // Научные труды: Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН. — 2006. — Т. 4. — С. 154–175.
- Дискриминация в сфере труда: теория и практика: Научно-практический сборник. — М., 2008. — 272 с.
- Дискриминация по возрасту: эйджизм в России // Официальный сайт «Радио “Свобода”». — 2011. URL: <http://www.svoboda.org/content/feature/24374116.html> (дата обращения: апрель 2014).
- Дубовиков М. М. Первый конгресс по эконофизике в России // Журнал Новой экономической ассоциации. — 2009. — № 3–4. — С. 260–265.
- Жаботинский А. М. Концентрационные автоколебания. — М.: Наука, 1974. — 179 с.
- Колобов А. Н., Фрисман Е. Я. Моделирование процесса конкуренции за свет в разновозрастных древостоях // Известия РАН. Серия биологическая. — 2013. — № 4. — С. 463–473.
- Кулаков М. П., Фрисман Е. Я. Синхронизация 2-циклов в системе симметрично связанных популяций, запас–пополнение в которых описывается функцией Рикера // Изв. вузов «ПНД». — 2010. — № 6 (18). — С. 25–41.
- Коровкин А. Г. Проблемы согласования спроса на рабочую силу и ее предложения на российском рынке труда // Проблемы прогнозирования. — 2011. — № 2. — С. 103–123.
- Короновский А. А., Трубецков Д. И. Нелинейная динамика в действии: Как идеи нелинейной динамики проникают в экологию, экономику и социальные науки. — Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2002. — 324 с.
- Метелёв С. Е. Международная трудовая миграция и развитие российской экономики. — Омск, 2006. — 336 с.
- Милованов В. П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 264 с.
- Миронова Е. С. Анализ и прогнозирование занятости в российской федерации по видам экономической деятельности // Проблемы прогнозирования. — 2010. — № 6. — С. 113–131.
- Мищук С. Н., Кулаков М. П., Хавинсон М. Ю. Иностранная рабочая сила на рынке труда Еврейской автономной области: анализ и прогноз // Проблемы Дальнего Востока. — 2011. — № 3. — С. 111–116.
- Равенство в сфере труда — веление времени. Глобальный доклад, представленный в соответствии с механизмом реализации Декларации МОТ об основополагающих принципах и правах в сфере труда (2003) // Международная конференция труда. 91-я сессия 2003 год. Международное бюро труда. — Женева, 2003. — 158 с.
- Равенство в сфере труда: поиски ответов на вызовы. Глобальный доклад, представленный в соответствии с механизмом реализации Декларации МОТ об основополагающих принципах и правах в сфере труда // Международная конференция труда. 96-я сессия 2007 год. Международное бюро труда. — Женева, 2007. — 158 с.
- Романовский М. Ю., Романовский Ю. М. Введение в эконофизику: статистические и динамические модели. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. — 340 с.
- Ревуцкая О. Л. Оценка трофических взаимодействий между охотничье-промысловыми животными Среднего Приамурья // Региональные проблемы. — № 10. — С. 17–21.
- Ризниченко Г. Ю., Рубин А. Б. Биофизическая динамика продукционных процессов. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. — 464 с.
- Труд и занятость в России: Стат.сб. — М.: Росстат, 2011. — 637 с.

- Хавинсон М. Ю.* Экономика и естественные науки: горизонт современного диалога (к статье Jean-Philippe Vouchaud «Economics Needs a Scientific Revolution») // *Пространственная экономика*. — 2012. — № 4. — С. 166–171.
- Хавинсон М. Ю.* Динамика факторов производства в экономике региона: эконофизический подход // *Пространственная экономика*. — 2014. — № 1 (37). — С. 119–137.
- Хавинсон М. Ю., Кулаков М. П.* Математическая модель конкурентных отношений разновозрастных специалистов на региональном рынке труда (на примере Еврейской автономной области) // *Региональные проблемы*. — 2009. — № 11. — С. 5–12.
- Чернавский Д. С., Старков Н. И., Малков С. Ю., Косе Ю. В., Щербаков А. В.* Об эконофизике и ее месте в современной теоретической экономике // *УФН*. — 2011. — Т. 181, № 7. — С. 767–773.
- Эконофизика. Современная физика в поисках экономической теории / Под ред. В. В. Харитонова и А. А. Ежова.* — М.: МИФИ., 2007. — 624 с.
- Bischi G. I., Tramontana F.* Three-dimensional discrete-time Lotka-Volterra models with an application to industrial clusters // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. — 2010. — V.15, No. 10. — P. 3000–3014.
- Chena S. H., Lib S. P.* Econophysics: Bridges over a turbulent current // *International Review of Financial Analysis*. — 2012, Vol. 23. — P. 1–10.
- Equality at work: The continuing challenge. Global Report under the follow-up to the ILO Declaration on Fundamental Principles and Rights at Work // International Labour Conference. 100th Session. International Labour Office.* — Geneva, 2011. — 86 p.
- Khavinson M. Yu., Kulakov M. P., Mishchuk S. N.* Prediction of Foreign Labor Migration Dynamics at the Regional Level // *Studies on Russian Economic Development*. — 2013. — Vol. 24, No. 2. — P. 170–178.
- Mortimer M., Taylor P.* *Chemical Kinetics and Mechanism.* Royal Society of Chemistry, 2002. — 262 p.
- Vlasyuk L. I., Minakir P. A.* Regional long-term forecasts: A synthesis of technological and economic approaches // *Studies on Russian Economic Development*. — 2013, Vol. 24, No. 2. — P. 99–107.
- Volterra V.* *Lecons sur la Theorie Mathematique de la Lutte pour la Vie.* Paris, 1931. — 222 p.
- Weidlich W.* *Sociodynamics: a Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences.* CRC Press, 2000. — 392 p.