

УДК: 004.94 + 316.014

## Имитационная модель коррупции в иерархических системах

Д. А. Зенюк, Г. Г. Малинецкий, Д. С. Фаллер<sup>а</sup>

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН,  
Россия, 125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4

E-mail: <sup>а</sup>dfaller@keldysh.ru

*Получено 6 декабря 2013 г.,  
после доработки 2 марта 2014 г.*

Предложена имитационная модель коррупционного поведения в иерархических системах, учитывающая индивидуальные стратегии отдельных элементов и позволяющая описывать коллективное поведение достаточно больших групп. Были рассмотрены зависимости различных характеристик системы, таких как уровень коррумпированности и доля коррупционеров в иерархии, от управляющих параметров. Численный анализ позволил исследовать эффективность различных антикоррупционных стратегий.

Ключевые слова: коррупция, стохастическое моделирование, корпоративное управление, теория графов, самоорганизация, социальные системы

### Simulation of corruption in hierarchical systems

D. A. Zenyuk, G. G. Malinetsky, D. S. Faller

*Keldysh Institute of Applied Math, 4 Miusskaya sq., Moscow, 125047, Russia*

**Abstract.** — Simulation model of corruption in hierarchical systems which takes into account individual strategies of elements and collective behavior of large groups is proposed. Evolution of various characteristics like level of corruption or ratio of corrupted elements and their dependence on external parameters are discussed. The effectiveness of various anticorruptional strategies is examined by means of numeric analysis.

Keywords: corruption, stochastic simulation, corporation management, graph theory, self-organization, social systems

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2014, vol. 6, no. 2, pp. 321–329 (Russian).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты № 11-01-00887, № 13-01-00617, и РГНФ, проект № 12-03-00387

## Введение

Институциональная коррупция представляет собой нетривиальный социокультурный феномен, обусловленный множеством взаимосвязанных экономических, политических и психологических процессов. О присущей ему внутренней сложности говорит хотя бы тот факт, что для него не существует общепринятого определения: было предложено несколько существенно отличающихся друг от друга подходов, рассматривающих различные аспекты коррупционного поведения. В соответствии с наиболее распространенной точкой зрения под коррупционным поведением следует понимать нелегитимное использование властных полномочий для получения статусной ренты (т. е. финансовой прибыли или каких-либо иных благ), противоречащее действующим законодательным и моральным регулятивам. По-видимому, сам принцип организации власти предполагает потенциальную возможность коррупции. В любом суверенном государстве существует корпорация профессиональных администраторов, имеющих возможность по своему усмотрению определять вид и содержание принимаемых ими решений. Необходимость в предоставлении таких широких полномочий объясняется тем, что в противном случае администраторы не смогут принимать адекватные решения в приемлемые сроки в быстро меняющихся внешних условиях.

Несмотря на то что актуальность построения адекватных математических моделей, описывающих различные аспекты коррупционного поведения, не вызывает сомнений, активные исследования в этой области начинаются не ранее 70-х годов XX века. Обширная библиография (краткий обзор можно найти в [Выборнов, 2006]) посвящена исследованию коррупции с использованием аппарата теории игр. Круг рассматриваемых в этих работах вопросов весьма широк: исследование механизмов внешней коррупции и коррупции внутри структуры; неединственность равновесных состояний в коррумпированной структуре; вопросы оптимизации иерархии и принципов управления в ней; устойчивость коррумпированной структуры к внешним возмущениям; исследование эффективности различных стратегий борьбы с коррупцией. К этим работам тесно примыкают исследования оптимизационных задач, связанных с управлением коррумпированными системами [Выборнов, 2006].

Цикл работ [Михайлов, 1994; Михайлов, 1999; Михайлов, Ланкин, 2006] посвящен исследованию динамики иерархии властных институтов, связь между которыми реализуется с помощью потоков властных полномочий. Внутренняя коррупция в рамках такой модели понимается как возможность получения нижестоящими элементами иерархии части властных полномочий вышестоящих элементов. Распределение власти в иерархии  $p$  описывается решением краевой задачи второго рода для нелинейного уравнения параболического типа:

$$n(x) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x, t, p) n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + n(x) F(x, t, p);$$

$$n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0.$$

Здесь  $n$  определяет количество элементов на различных уровнях иерархии; функция  $F$  характеризует реакцию общества на реализуемые иерархией политические решения; коэффициент  $k$  определяет стратегию поведения элементов иерархии и, в частности, степень коррумпированности элементов иерархии. В [Михайлов, Ланкин, 2006] были представлены результаты исследования различных антикоррупционных стратегий; в частности, авторами был получен противоположный традиционным представлениям вывод: в пирамидальной иерархии наиболее эффективной является стратегия контроля низших элементов иерархии.

В [Rinaldi, Feichtinger, Wirl, 1998] предложена динамическая модель коррупции в демократическом государстве (под демократическим авторы понимают такое государство, в котором политическая элита не оказывает заметного давления на расследования коррупционных преступлений), демонстрирующая возникновение периодических режимов:

$$\frac{\dot{x}}{x} = \mu_1 \left( \frac{\alpha x}{\beta + x} - kx \right) - \mu_2 \omega yz;$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \varepsilon x - \omega z - \rho;$$

$$\frac{\dot{z}}{z} = \sigma \omega y - \theta.$$

Здесь  $x$  описывает общественную поддержку режима,  $y$  соответствует нелегальным средствам, полученным политиками в коррупционных сделках, а  $z$  — стоимость расследования коррупционных преступлений; характерные особенности институтов власти и стратегии поведения политиков определяются неотрицательными константами в правой части. При различном выборе управляющих параметров в системе могут наблюдаться сложные периодические режимы, соответствующие повторяющемуся спаду интереса общества к преследованию коррумпированных политиков. В работе также приведено подробное исследование возникающих в системе бифуркаций и их социальноэкономическая интерпретация; указаны также результаты расчетов, моделирующих коррупцию в Итальянской республике в 1948–1994 гг.

Весьма оригинальный подход к формальному описанию бюрократической коррупции с помощью одномерных клеточных автоматов рассмотрен в [Wirl, 1998]. Автор рассматривал временную эволюцию корпорации администраторов, все представители которой обладают равным объемом властных полномочий, а их поведение определяется не только индивидуальной стратегией, но и поведением ближайшего окружения. Вычисления убедительно доказали, что даже простые клеточные автоматы с двумя состояниями (когда элементы либо некоррумпированы, либо коррумпированы) могут демонстрировать достаточно сложное поведение.

Как отмечалось выше, большая часть работ, посвященных моделированию коррупционного поведения, сводится к решению экстремальных задач в той или иной форме. Конкретная постановка задачи и, в частности, формулировка целевой функции, подлежащей оптимизации, могут существенно различаться в разных работах (см., например, [Rose-Ackerman, 1975; Lui, 1985; Cadot, 1987; Chander, Wilde, 1992; Shleifer, Vishny, 1993]). Такой подход к проблеме моделирования коррупционного поведения, который на сегодняшний день можно считать классическим, фактически основан на гипотезе о рациональном экономическом поведении, согласно которой все активные участники в системе стремятся максимизировать прибыль. Тем не менее коррупция представляет собой самый сложный социокультурный и экономический феномен и не может быть исчерпывающе описана лишь стремлением к максимизации прибыли с учетом возможных рисков (см., например, [Зенюк, Малинецкий, Фаллер, 2013] и цитированную там литературу).

В настоящей работе описан подход к имитационному моделированию коррупции, которая рассматривается как динамический процесс, ассоциированный со случайным блужданием на нагруженном графе. Предложенная имитационная модель опирается на предположение о том, что механизмы, управляющие коррупционным поведением, равноправны (т. е. нельзя выделить среди них преобладающий), и, действуя одновременно, они взаимно усиливают или ослабляют друг друга, поэтому результирующее поведение коррупционера напоминает случайное блуждание. Представлены результаты качественного анализа распределения коррупционных доходов между различными группами элементов в иерархической структуре и динамики общего уровня коррумпированности при различных комбинациях управляющих параметров, соответствующих стратегиям ограничения коррупции.

## Описание модели

Представляется закономерным использовать для описания иерархии связанных элементов аппарат теории графов (см., например, [Newman, 2003]). Вершинам графа  $v_i$  будут соответствовать администраторы (или некоторые их объединения) рассматриваемой властной структуры; ребро  $(v_i, v_j)$ , идущее из вершины  $v_i$  в вершину  $v_j$ , будет означать, что  $i$ -й элемент, если он уже как-либо участвует в коррупционной сделке, может вовлечь в нее  $j$ -й элемент. В общем

случае связи между элементами асимметричны: некоторые элементы могут иметь привилегированное положение, позволяющее им устанавливать связи с теми, кто, в свою очередь, не может непосредственно установить связь с ними. Другими словами, существование ребра  $(v_i, v_j)$  не влечет за собой существование ребра  $(v_j, v_i)$ .

Каждый элемент принадлежит определенной страте, определяющей объем властных полномочий элементов и их авторитет внутри иерархии, а также некоторые другие характерные параметры. Мы ограничимся рассмотрением пирамидальных иерархий, где в высших стратах всегда меньше элементов, чем в низших, поскольку таково большинство реальных властных структур. Для определенности будем нумеровать страты сверху вниз.

Основным параметром, определяющим поведение элементов иерархии в рассматриваемой модели, является толерантность, т. е. готовность элемента вступить в коррупционное соглашение. Для удобства будем считать, что толерантность задается некоторыми целочисленными коэффициентами, приписанными к вершинам графа.

В каждый момент времени  $t_k \in \mathbb{N}$  случайный элемент иерархии получает возможность заключить коррупционную сделку, которую он либо использует, либо отвергает. Вероятность того, что  $i$ -й элемент заключит сделку, определяется текущим значением толерантности и равна  $\xi_i \xi_{\max}^{-1}$ , где  $\xi_i$  — толерантность элемента,  $\xi_{\max}$  — максимально возможное значение толерантности в иерархии (выбранное заранее).

Каждая коррупционная сделка имеет цену, измеряемую некоторыми условными денежными единицами (для их обозначения будем использовать символ \$). Если элемент заключил сделку, он присваивает себе одну \$. После этого элемент принимает решение: будет ли он присоединять к сделке другой элемент или присвоит себе еще одну \$. Вероятность того, что  $i$ -й элемент вовлечет в коррупционную сделку кого-либо еще, в общем случае определяться некоторой функциональной зависимостью от характеристик этого элемента.

Выбор элемента, присоединяемого к сделке, осуществляется случайным образом на основе текущих значений толерантности и весовых коэффициентов ребер: вероятность того, что  $i$ -й элемент заключит соглашение с  $j$ -м, равна

$$p_{ij} = \frac{\xi_j a_{ij}}{\sum_{j=1}^n \xi_j a_{ij}}.$$

Здесь  $n$  — количество элементов в иерархии,  $a_{ij}$  — элементы матрицы смежности. После этого  $j$ -й элемент присваивает себе одну из оставшихся \$ и получает право распоряжаться дальнейшим продвижением сделки. Элемент, однажды участвовавший в сделке, не может быть повторно присоединен к ней.

Не исключена ситуация, когда некоторый элемент, приняв решение присоединить кого-либо к сделке, не сможет этого сделать, поскольку все связанные с ним элементы уже участвовали в этой сделке. В таком случае будем считать, что все оставшиеся \$ присваивает себе элемент, инициировавший сделку.

Весовые коэффициенты ребер, соединяющих участвовавшие в сделке элементы, увеличиваются на единицу, вплоть до некоторого заранее выбранного максимального значения. Такой механизм «поощрения» приводит к укреплению связей между элементами, которые участвовали в одной сделке, и формированию в иерархии своеобразных кластеров. Элементы будут с большей вероятностью присоединять к сделке тех, кто находится в пределах того же кластера.

После того как распределение ренты закончено, принципал может применить санкции. Под принципалом будем понимать некоторую группу, не входящую в рассматриваемую иерархию и обладающую исключительным объемом властных полномочий. В простейшем случае можно считать, что принципал сам не подвержен коррупции и его единственной целью является снижение уровня коррумпированности в иерархии. Для этого он в каждый момент времени

проводит аудит элементов: в соответствии с заданным распределением вероятностей выбирается страта, и из нее с равной вероятностью выбирается несколько элементов; для каждого из выбранных элементов устанавливается объем коррупционного дохода, и если он превосходит некоторое установленное пороговое значение (т. н. порог осуждения), то соответствующие элементы исключаются из системы и заменяются новыми. Эти новые элементы имеют случайное значение толерантности, а весовые коэффициенты всех ребер, инцидентных соответствующим вершинам графа, становятся равными единице. «Порог осуждения» может быть, вообще говоря, отличен от нуля и вместе с количеством подвергаемых аудиту элементов может быть разным для каждой страты. Издержки принципала, связанные с проведением процедуры аудита, в рассматриваемой нами модели не учитываются.

Механизм санкций тесно связан с определением уровня коррумпированности  $C(t_k)$  в иерархии:

$$C(t_k) = \frac{\sum_m \eta_m(t_k)}{\sum_{m=0}^n \eta_m(t_k)},$$

где  $\eta_m(t_k)$  — объем коррупционного дохода  $m$ -го элемента в момент времени  $t_k$ ; сумма в числителе берется только по тем элементам, для которых величина  $\eta_m$  больше соответствующего порогового значения; если сумма в знаменателе обращается в ноль, будем считать  $C(t_k) = 0$ . Уровень коррумпированности лежит в диапазоне  $[0, 1]$ , причем его нулевое значение соответствует коррупции в пределах, которые принципал считает допустимыми. Следует отметить, что истинное значение определенного таким образом уровня коррумпированности ненаблюдаемо для принципала: действительно, если бы ему в каждый момент времени были известны все значения  $\eta_m$ , он всегда бы применял санкции к самым крупным коррупционерам.

Помимо механизма санкций в системе также действует механизм ротации: для каждого элемента существует некоторое значение  $\tau_i$ , соответствующее времени, в течение которого он занимает свое положение в иерархии; по истечении этого времени элемент покидает иерархию (уходит в отставку, переходит или переводится решением руководства на другую должность и т. д.). Соответствующей вершине присваивается новое значение толерантности, а весовые коэффициенты инцидентных ребер заменяются на единичные.

Следует также учитывать возможность изменения толерантности, которая соответствует различным стратегиям поведения элементов иерархии и в некотором смысле выражает их реакцию на санкции принципала: толерантность всех элементов остается неизменной (индифферентная стратегия); толерантность всех элементов, находящихся выше  $s$ -й страты, увеличивается на единицу вплоть до достижения максимально возможного значения (оптимистичная стратегия); толерантность всех элементов в  $s$ -й страте и ниже уменьшается на единицу вплоть до достижения нулевого значения (пессимистичная стратегия); толерантность каждого элемента становится равной среднему арифметическому толерантностей связанных с ним элементов (адаптивная стратегия). Для оптимистичной и пессимистичной стратегий  $s$  — номер страты, элементы которой подверглись санкциям.

## Результаты численного анализа

В качестве примера нами была рассмотрена пирамидальная иерархия из 50 элементов, распределенных по 6 стратам, с симметричными связями (см. рис. 1). Цена коррупционной сделки, предлагаемой элементу из  $s$ -й страты, — реализация случайной величины с дискретным равномерным распределением; значение  $\tau_i$  — реализация случайной величины, имеющей рас-

пределение Пуассона с параметром  $\lambda_s$ , где  $s$  — номер страты, к которой принадлежит  $i$ -й элемент. Максимальное значение толерантности и весовых коэффициентов ребер принято равным 10. Основные характеристики выделенных страт приведены в таблице 1.

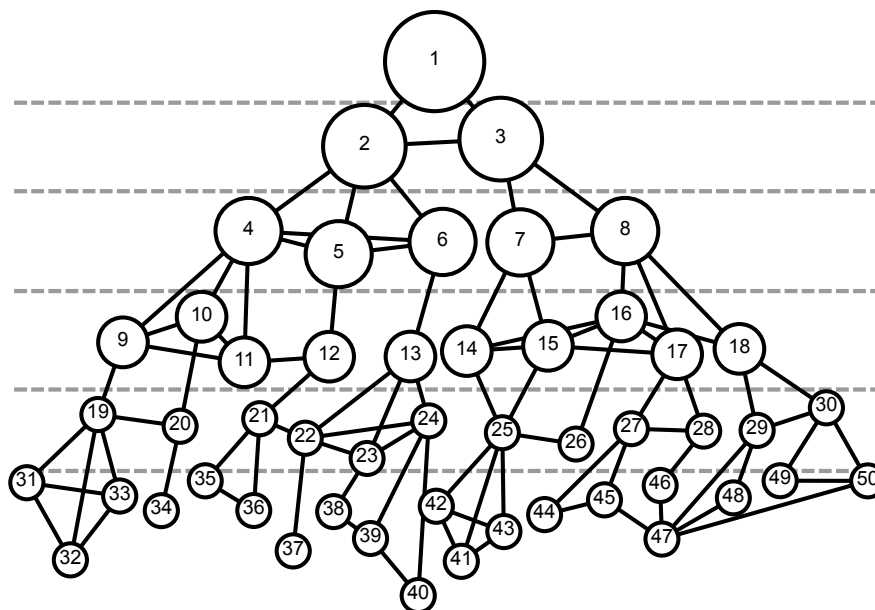


Рис. 1. Рассматриваемая иерархия; пунктиром показано деление элементов на страты

Таблица 1. Характеристики страт

Номер страты	1	2	3	4	5	6
Количество элементов в страте; $\pi_s$	1	2	5	10	12	20
Минимальная цена сделки	50	25	10	8	5	1
Максимальная цена сделки	50	35	15	10	10	6
Вероятность выбора страты для аудита	0.15	0.15	0.15	0.15	0.2	0.2
Количество элементов, подвергаемых аудиту; $\nu_s$	1	1	2	2	3	3
Порог осуждения	0	25	10	8	5	1
Ротационный параметр; $\lambda_s$	500	400	200	200	100	100

Функциональная зависимость, описывающая вероятность присоединения элемента к сделке, была выбрана в виде

$$f(s) = 0.55 \cdot \Phi\left(\frac{4+s}{3}\right),$$

где  $\Phi$  — функция распределения стандартного нормального закона,  $s$  — номер страты, к которой принадлежит элемент. Рассматривались три антикоррупционные стратегии, применяемые принципалом, — стационарная, периодическая и с обратной связью — для которых количество элементов, подвергаемых аудиту, определялось соответственно функциями

$$b(s) = \nu_s;$$

$$b(s, t_k) = \left\lfloor \frac{\pi_s - \nu_s}{2} \left( \sin\left(\frac{2\pi t_k}{L}\right) + 1 \right) + \nu_s \right\rfloor;$$

$$b(s, t_k) = \left\lfloor (\pi_s - \nu_s) \cdot \Phi\left(\frac{C(t_k - L) - 0.5}{0.2}\right) + \nu_s \right\rfloor.$$

Мотивация такого выбора основных параметров модели приведена в [Зенюк, Малинецкий, Фаллер, 2013].

Для стационарной стратегии принципала, как и следовало ожидать, уровень коррумпированности и объем коррупционных доходов достаточно быстро устанавливаются на некоторых постоянных уровнях, положение которых зависит от стратегии элементов. Так, наибольший уровень коррумпированности наблюдается при оптимистичной стратегии элементов (порядка 70 %); для пессимистичной стратегии после непродолжительного переходного периода он устанавливается на уровне 5 % (см. также рис. 2).

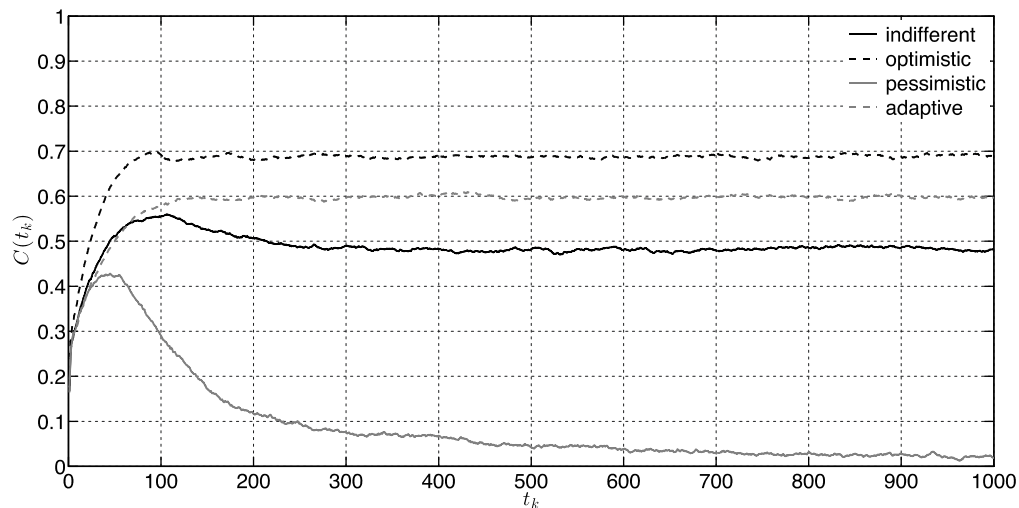


Рис. 2. Уровень коррумпированности: стационарная стратегия принципала

На рисунке 3 показаны зависимости доли коррупционеров (т. е. элементов, коррупционный доход которых превосходит порог осуждения) от общего числа элементов  $n$  в иерархии при различных стратегиях элементов. Доля коррупционеров во всех случаях относительно невелика и в целом повторяет характер зависимости уровня коррумпированности от времени (ср. рис. 2).

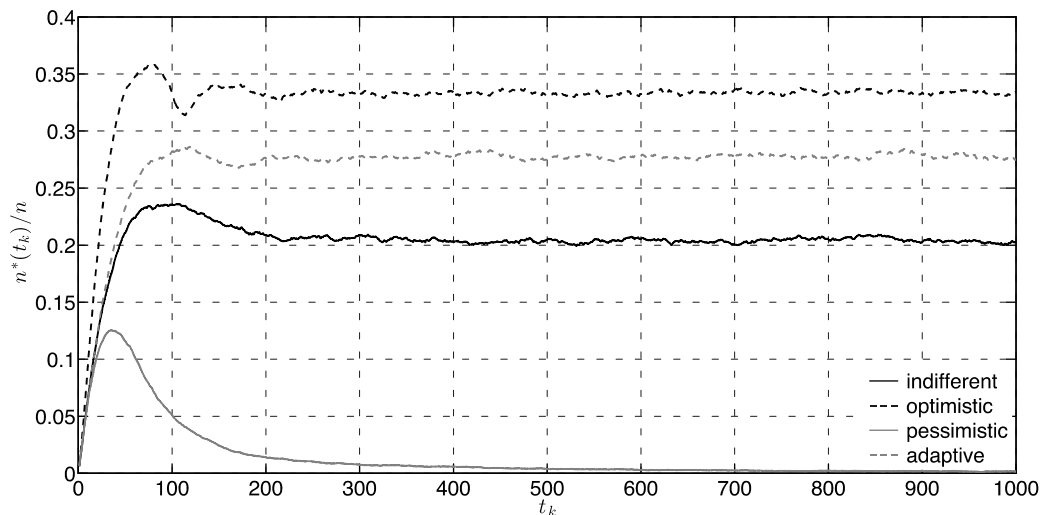


Рис. 3. Доля коррупционеров в иерархии: стационарная стратегия принципала

Динамика системы при выборе периодической стратегии также достаточно проста — основные характеристики системы изменяются периодически, причем период их изменения примерно совпадает с  $L$ . Увеличение параметра  $L$  приводит к некоторому увеличению максимальных значений уровня коррумпированности. Как и в предыдущем случае, динамика уровня коррумпированности совпадает с динамикой количества коррупционеров (см. рис. 4).

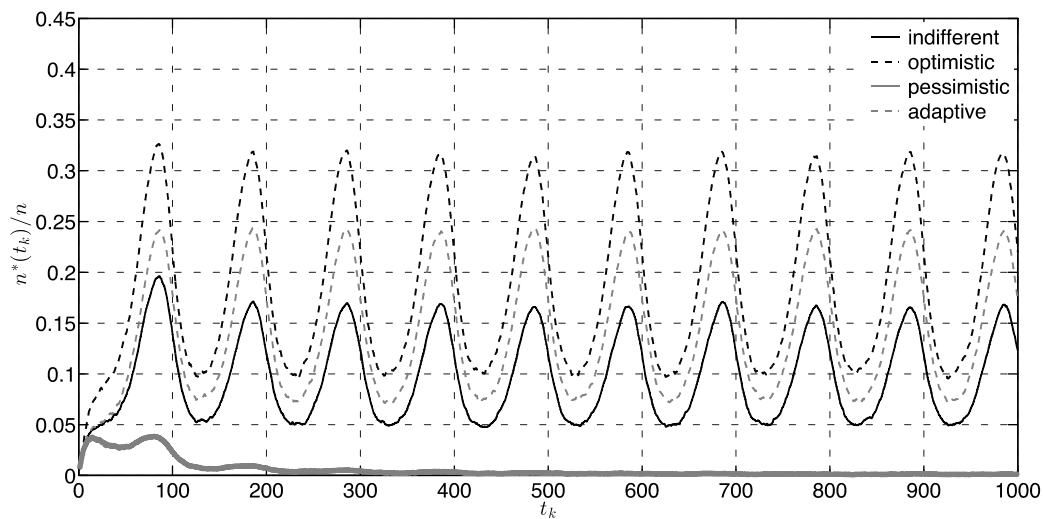


Рис. 4. Доля коррупционеров в иерархии: периодическая стратегия принципала с  $L = 100$

При выборе принципалом стратегии с обратной связью для начального этапа эволюции системы характерны колебания уровня коррумпированности, вызванные временными повышениями строгости санкций, причем при увеличении параметра запаздывания  $L$  размах колебаний становится больше (см. рис. 5). С течением времени амплитуда этих колебаний убывает и стремится к некоторому постоянному значению, причем оно меньше, чем в случае стационарной стратегии (ср. рис. 2 и 5).

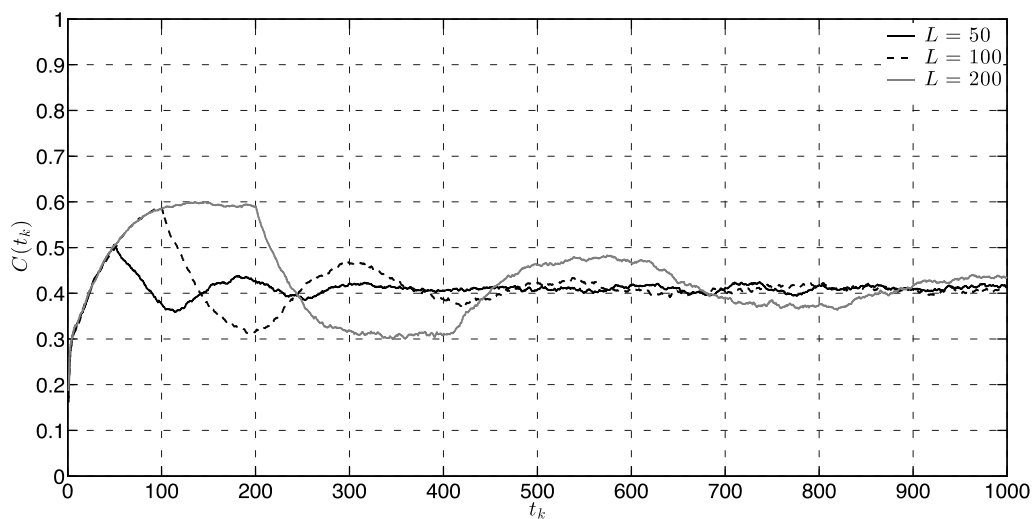


Рис. 5. Уровень коррумпированности: стратегия принципала с обратной связью, адаптивная стратегия элементов

Следует отметить, что почти для всех рассмотренных комбинаций параметров наибольшим совокупным коррупционным доходом обладает четвертая страта. Это обусловлено тем, что элементы этой страты занимают стратегически выгодное положение в иерархии — именно они чаще всего присоединяются к уже заключенным коррупционным сделкам, играя роль посредников. В то же время эта страта достаточно многочисленна, поэтому принципал редко может провести аудит всех ее элементов. Более подробное изложение результатов, связанных с распределением коррупционных доходов между стратами, приведено в [Зенюк, Малинецкий, Фаллер, 2013].

На первый взгляд может показаться, что разумнее всего ужесточить санкции для четвертой страты, повышая вероятность аудита. Однако поскольку увеличить вероятность аудита



в какой-либо страте можно лишь за счет уменьшения этой вероятности в каких-либо других стратах, такие действия не приводят к существенному уменьшению общего уровня коррумпированности в системе — коррупционный доход лишь перераспределяется между остальными стратами.

Результаты численного анализа показывают, что одни лишь административные меры (т. е. ужесточение санкций или усиление механизма ротации отдельно друг от друга) не могут существенно снизить уровень коррумпированности в иерархии. Наименее коррумпированной является иерархия с пессимистичной стратегией элементов, однако механизм изменения толерантности неподконтролен принципалу. По-видимому, основным способом снижения толерантности в контексте реальной социальной практики является использование современных дидактических методов для формирования нетерпимости к коррупции. Существенное влияние на снижение толерантности также оказывает увеличение социального статуса корпорации администраторов, поскольку в этом случае ущерб от разоблачения коррупционных преступлений многократно возрастает и делает принятие коррупционной сделки иррациональным.

## Список литературы

- Выборнов Р. А. Модели и методы управления организационными структурами с коррупционным поведением участников. — М.: ИПУ РАН, 2006. — 110 с.
- Зенюк Д. А., Малинецкий Г. Г., Фаллер Д. С. Социальная модель коррупции в иерархических структурах // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2013. — № 87. — 27 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-87>.
- Михайлов А. П. Математическое моделирование динамики распределения власти в иерархических структурах // Математическое моделирование. — 1994. — Т. 6, № 6. — С. 108–138.
- Михайлов А. П. Модель коррумпированных властных иерархий // Математическое моделирование. — 1999. — Т. 11, № 1. — С. 3–17.
- Михайлов А. П., Ланкин Д. Ф. Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18, № 12. — С. 115–124.
- Cadot O. Corruption as a Gamble // Journal of Political Economy. — 1987. — Vol. 33, No. 2. — P. 223–244.
- Chander P., Wilde L. Corruption in Tax Administration // Journal of Political Economy. — 1992. — Vol. 49, No. 3. — P. 333–349.
- Lui F. T. An Equilibrium Queuing Model of Bribery // Journal of Political Economy. — 1985. — P. 760–781.
- Newman M. E. J. The structure and function of complex networks // SIAM Review. — 2003. — Vol. 45, No. 2. — P. 167–256.
- Rinaldi S., Feichtinger G., Wirl F. Corruption dynamics in democratic societies // Complexity. — 1998. — Vol. 3, No. 5. — P. 53–64.
- Rose-Ackerman S. The economics of corruption // Journal of public economics. — 1975. — Vol. 4, No. 2. — P. 187–203.
- Shleifer A., Vishny R. W. Corruption // Quarterly Journal of Economics. — 1993. — Vol. 110, No. 3. — P. 599–617.
- Wirl F. Socio-economic typologies of bureaucratic corruption and implications // Journal of Evolutionary Economics. — 1998. — Vol. 8, No. 2. — P. 199–220.