

УДК: 336.01+519.857

Оптимальное управление вложением средств коммерческого банка с учетом процессов реинвестирования

В. П. Охупкин

Вятский государственный университет,
факультет экономики и менеджмента,
Россия, 610000, г. Киров, ул. Московская, д. 36

E-mail: vpokhapkin@yandex.ru

Получено 17 февраля 2014 г.

Статья посвящена созданию математического управления процессами вложения средств банка в его деятельность. Весь процесс построения оптимального управления можно разбить на две составляющие: первая, выявление функций, описывающих движение ликвидного капитала в банке, и вторая, использование полученных функций в схеме динамического программирования. Прежде эта задача была рассмотрена в статье «Оптимальное управление вложением средств банка как фактор экономической стабильности» в № 4 за 2012 год. В существующей статье рассмотрена модификация этого решения, в частности, вводится дополнительная функция реинвестирования $\mathfrak{R}(\varphi)$, где φ — это приток ликвидных средств от предшествующего шага.

Ключевые слова: банковская ликвидность, эконометрическая модель движения ликвидного капитала, оптимальное управление, реинвестирование

Optimal control of the commercial bank investment including the reinvestment processes

V. P. Okhapkin

Vyatka State University, Faculty of Economics and Management, VyatSU, 36 Moskovskaya st.,
Kirov, 610000, Russia

Abstract. — Article is devoted to the creation of a mathematical control of the bank investment process. The whole process of building optimal control may be divided into two components: in the first place, there is the identification of the functions describing the liquid capital movement in the bank and, in the second place, the use of these functions in the scheme of dynamic programming. Before this problem was discussed in the article “Optimal control of the bank investment as a factor of economic stability” in the 4th issue for 2012. In the present article considers this modification of the solution, in particular, we use $\mathfrak{R}(\varphi)$ as a function of reinvestment, where φ is inflow of liquid capital realized at the previous step of control.

Keywords: bank liquidity, the econometric model of the liquid capital movement, optimal control, reinvestment

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2014, vol. 6, no. 2, pp. 309–319 (Russian).

Введение

Стабильность функционирования банка основывается на способности своевременно и в полном объеме расплачиваться по своим обязательствам. Как правило, одним из источников ухудшения банковской ликвидности является наличие в балансе банка некачественных кредитов. Начало и причины мирового финансового кризиса показали, что беспечное отношение к некачественным банковским кредитам может спровоцировать цепочку масштабных финансовых потерь внутри финансовой системы отдельного государства и тесно связанных с этим государством экономик других стран. Самыми существенными последствиями таких потерь является разорение и национализации крупнейших мировых банковских и страховых институтов. С начала мирового финансового кризиса разорился банк Bear Stears, банк Lehman Brothers обанкротился, Merrill Lynch был выкуплен Bank of America, а 80 % акций страхового гиганта American International Group (AIG) были выкуплены ФРС, фактически пройдя процедуру национализации. Кроме того, финансовый кризис в США оказал значительное негативное воздействие на фондовые площадки в Европе и Азии. Начиная с ноября 2007 года, индекс S&P обрушился на 30 процентных пункта, индекс развитых стран (MSCI World) упал на 32.3 %, а индекс развивающихся рынков (MSCI Emerging Markets) на 40.5 процентных пункта. Нужно понимать, что современные банковские институты являются активными участниками на рынке ценных бумаг и такое обрушение естественным образом сказалось на их устойчивости. Значимость устойчивости банков продиктована выполнением важных системообразующих функций в экономике: рационализация и упорядочение финансовых потоков, концентрация и перераспределение капитала в отрасли экономики и, пожалуй, самая главная — это функция стимулирования экономического роста. По мнению Demirguc-Kunt et al. кризис банковской системы это неспособность определенной части банковской системы поддерживать ликвидный уровень и осуществлять платежи по своим обязательствам [Demirguc-Kunt et al., 2000, p.3]. В то же время известно, что поддержание банковской ликвидности на высоком уровне задача решаемая от части, поскольку отношение «ликвидность—доходность» находятся в обратной зависимости. Это тот момент, когда возникает задача о нахождении оптимального плана инвестирования в деятельность банка с целью получения максимально возможного притока ликвидного капитала с учетом существующих затрат на ведение банковской деятельности. Если рассматривать банковские кризисы с позиции ликвидности в трактовке Kumar, Masson and Miller, то кризисы банковской ликвидности происходят по причине недостатка средств для выплаты всех снимаемых депозитов в конкретный момент времени, хотя в перспективе удовлетворить все предъявляемые требования банк в состоянии [Kumar et al., 2000]. В свою очередь, кризис платежеспособности — это превышение обязательства банка над стоимостью его текущих активов. Вне зависимости от подходов и определений, которые даются кризису банковской ликвидности и платежеспособности, существующими инструментами упреждения кризисных явлений в банковском секторе является система индикаторов. Ответом базельского комитета по банковскому надзору на угрозы банкам со стороны мирового финансово-экономического кризиса стало ужесточение нормативов достаточности капитала с 2 до 4.5 %, в результате чего общее требование к уровню собственных средств банк достигнет 7 %. В работе Yoichiro Ishihara приведены действующие определения банковских кризисов, выраженные в количественных отношениях, которые должны явно демонстрировать кризис банковской ликвидности или платежеспособности [Yoichiro Ishihara, 2005, p. 2–5]. Однако использование индикативной системы не способствует упреждению кризисных явлений, а лишь сигнализирует об их начале. Ужесточение требований к банковскому капиталу не открывает источников его пополнения. В этой статье предложена методология поиска оптимального по критерию управления инвестиционными процессами в банке. Цель — сформировать капитальную базу для создания специализированных стабилизационных фондов для нивелирования финансовых потерь силами самого банка.

Эконометрический анализ ликвидной позиции банка

Первоисточники и исходные данные. Перед выполнением эконометрических исследований и поиском движения ликвидных средств в аналитическом виде обозначим, какие данные требуются для расчета и, в какой банковской отчетности их можно обнаружить. Источником информации о движении средств, прибылях и убытках в банке является внутренняя детализированная документация: оборотно-сальдовая ведомость кредитной организации и отчет о прибылях и убытках. Нужно помнить, что различные стандарты ведения финансовой отчетности могут подразумевать различные способы расчета тех или иных статей затрат и прибыли кредитной организации. Поскольку для анализа представляет интерес информация об объемах притока и оттока ликвидных средств, то основным документом, из которого необходимо изъять данные, будет являться оборотно-сальдовая ведомость. В таких ведомостях, как правило, хранится информация об операциях по бухгалтерским счетам банка, о начальных, конечных значениях этих счетов и их изменениях. Поскольку для анализа необходимо знать тенденции в движении капитала, то в отчетности необходимы графы, в которых отражаются значения счетов по кредиту и дебету, а не значения на конец и начало отчетного периода (поскольку эти величины отражают направления изменения по тому или иному счету). Также необходимо помнить, что кредит активных и пассивных счетов демонстрирует разное направление движения капитала, то же самое происходит и при рассмотрении значений по дебету активных и пассивных счетов. В отчете о прибылях и убытках кредитной организации необходимы дынные, в которых отражаются отток или приток ликвидных средств.

Первичная задача при сборе и подготовке к вычислениям исходной информации состоит в формировании временных рядов. Для адекватного эконометрического анализа достаточно информации за один финансовый год (период отчетности — один месяц).

Ликвидная позиция банка и ликвидные средства. Одной из пруденциальных норм, предложенной в антикризисной программе базельского комитета по банковскому надзору [4], является норма по созданию резервов, обеспечивающих ликвидность кредитных организаций и покрытие возможных потерь. Банковская ликвидность есть фундаментальная основа нормальной работы банка. Функциональное назначение банковской ликвидности в экономической системе состоит преимущественно в удовлетворении денежного спроса со стороны контрагентов, которые проводят операции по своим счетам, заявляют о просьбе выдачи кредита или требуют возврата средств по депозитам; достаточный уровень банковской ликвидности позволяет банку уходить от использования рискованных операций в своей деятельности; банковская ликвидность связана, на первый взгляд, с субъективной характеристикой — репутацией банка, но имеет серьезный экономический выход в виде количества привлеченных клиентов, которые в свою очередь стремятся к финансовой стабильности своих вложений. Создание оптимального уровня ликвидности представляется весьма сложной задачей, которая может быть решена только отчасти. Такое положение связано с тем, что существует взаимосвязь между уровнем ликвидности банка и его доходностью.

Для достижения максимальной доходности наравне с удержанием ликвидности на необходимом уровне банками используется инструмент управления нетто-ликвидная позиция. В расчете этого инструмента используется каждая операция, связанная с привлечением и размещением средств. Расчет нетто-ликвидной позиции производится в соответствии со следующим уравнением:

$$Lt = Lp - Ls = (Pd + Dnd + Ps + Pa + Pr) - (Sr + Sp + Rnd + Rp + Rd), \quad (1)$$

где: Lt — нетто-ликвидная позиция; Lp — предложение ликвидных средств; Ls — спрос на ликвидные средства; Pd — поступления депозитов; Dnd — доходы от продажи недепозитных банковских услуг; Ps — погашение ранее выданных ссуд; Pa — продажа активов банка; Pr — привлечение средств на денежном рынке; Sr — снятие денег клиентами со своих счетов; Sp — поступление заявок на получение кредитов, которые банк намерен удовлетворить; Rnd — оплата

расходов по привлечению недепозитных средств; Rp — расходы на прочие операции банка (в том числе — уплату налогов); Rd — выплата дивидендов акционерам.

Уравнение (1) представляет собой баланс притока и оттока капитала и одновременно демонстрирует экономико-математическую модель управления ликвидностью банка. В свою очередь, слагаемые (1) во временном разрезе отражают стратегию банка по управлению перво-классными, высоколиквидными и ликвидными средствами.

Эконометрическая модель движения ликвидного капитала в банке. Деятельность банка вне зависимости от его специализации можно классифицировать по трем основным направлениям деятельности: финансовое, операционное и инвестиционное направление. Классификация банковских операций в целом и элементов уравнения (1) в частности по этим направлениям деятельности представляется задачей непростой с точки зрения определений этих направлений. Это обстоятельство связано с тем, что денежные потоки тесно переплетены между собой и провести однозначную разделительную линию между ними крайне сложно. Денежный поток, создаваемый операционной деятельностью, может быть направлен на приобретение дочерних компаний, основных средств, инвестиционных ценных бумаг, то есть перетекать в сферу инвестиционной деятельности. В свою очередь, поток, создаваемый финансовой деятельностью, может направляться в операционную деятельность, например на погашение комиссий, штрафов, процентов от привлекаемых денежных средств. В этой ситуации нужно сделать допущение относительно классификации денежных потоков в математическом смысле, то есть сделать предположение о том, что (1) можно классифицировать по видам банковской деятельности так, как это представлено в таблице 1.

Таблица 1: Классификация элементов нетто-ликвидности по видам банковской деятельности

Вид деятельности	Приток ликвидных средств	Отток ликвидных средств
Финансовая	Продажа активов банка	Выплата дивидендов
	Погашение ранее выданных ссуд	Снятие денег клиентами со своих счетов
	Поступление депозитов	Поступление заявок на получение кредитов
Операционная	Доходы от продажи недепозитных банковских услуг	Расходы на прочие операции банка
Инвестиционная	Привлечение средств на денежном рынке	Оплата расходов по привлечению недепозитных средств

Примечание: вышеприведенная классификация необходима для соблюдения методологии динамического программирования и в некотором смысле является условной

Агрегируя данные в соответствии с таблицей 1, получим шесть временных рядов. Три из которых характеризуют приток ликвидных средств, а оставшиеся три последних — отток. Фактически эти временные ряды будут отражать динамику изменения, движения ликвидного капитала в банке. Пользуясь методами эконометрического моделирования, выведем регрессионные уравнения по каждому из этих рядов.

Обозначим приток ликвидных средств от ведения финансовой деятельности через $fin_in(x)$, для операционной деятельности введем обозначение $oper_in(y)$, а для инвестиционной деятельности — $invest_in(z)$. Указанные обозначения ничто иное, как функции (уравнения регрессии) своих аргументов. Очевидно, что для работы банку требуются активы, которые перераспределяются и вкладываются. Собственно аргументами этих функций являются объемы доступных для вложения активов. В свою очередь отток ликвидных средств связанный с ведением финансовой деятельности обозначим через $fin_out(x)$, операционную деятельность обозначим через $oper_out(y)$, а инвестиционную деятельность — $invest_out(z)$. Наличие одинаковых аргументов в функциях притока и оттока ликвидных средств не должно вводить в за-

блуждение. Между активами и пассивами можно поставить знак равенства, фактически это один и тот же объект только с различных точек зрения. Разница в этих точка зрения выражается в аналитическом виде уравнений регрессии, которые, будучи основаны на эмпирических данных, поясняют, в какой роли, с какой точки зрения рассматривается аргумент функции.

Формализуя процессы притока и оттока ликвидных средств в форме уравнений необходимо предварительно выполнить структурирование временных рядов: выделить трендовую, сезонную и случайную составляющие. Это делается для того, чтобы выделить ядро процессов — их тренды. Оценку качества проведенной декомпозиции необходимо оценить по ряду тестов на адекватность и качество.

Собственно, сами тренд-модели необходимы, чтобы восстановить временной ряд, но уже без сезонных и случайных колебаний. Эти тренд-модели можно назвать основной движущей силой процессов притока и оттока ликвидного капитала в банке. Однако тренд-модели — это еще не функции, показывающие какое количество ликвидного капитала поступило и покинуло банк. Непосредственным выражением процессов притока и оттока ликвидного капитала в зависимости от количества доступных активов и обязательств, соответственно, будут являться регрессионные уравнения, полученные на основе временных рядов тренд-моделей и активов/пассивов банка. Немногим ранее мы дали обозначение для таких функций. В таблице 2 отражены функции, демонстрирующие движение ликвидного капитала¹.

Таблица 2. Функции притока/оттока ликвидного капитала коммерческого банка (в тыс. руб.)²

Вид деятельности	
Приток денежных средств	
– финансовая	$fin_in(x) = 8168382.38 - 13.56 \times x + 0.00000694 \times x^2$
– операционная	$oper_out(y) = -355.05 + 0.02 \times y$
Отток денежных средств	
– финансовая	$fin_out(x) = 75867077.27 - 25.93 \cdot x$
– операционная	$oper_out(y) = -13467.47 + 0.15 \cdot y$

Таблица 3. Оценки качества моделей: коэффициент (индекс) корреляции и детерминации F-критерий Фишера

Вид деятельности	Коэффициент (индекс*) корреляции	Коэффициент (индекс*) детерминации	F-критерий Фишера
Приток денежных средств			
– финансовая	0.9232*	85.22 %*	37.50
– операционная	0.9663	93.37 %	183.12
От $fin_in(x)$ ток денежных средств			
– финансовая	-0.9367**	87.74%	100.19
– операционная	0.8890	79.04%	52.79

* Модели движения ликвидного капитала, представленные нелинейными зависимостями.

** Отрицательное значение линейного коэффициента корреляции означает, что уменьшение размера пассивов не всегда ведет к уменьшению расходов связанных с ведением финансовой деятельности. Поскольку финансовая деятельность включает в себя инструменты, стоимость которых зависит от конъюнктуры рынка, например, отрицательная переоценка валюты или ценных бумаг.

¹ Данные, используемые для расчета, предоставлены один из коммерческих банков, который действует на территории Российской Федерации. Целевая направленность в работе банка — малый и средний бизнес. Банк имеет в своем составе два филиала. Одним из условий предоставления данных о работе банка является соблюдение коммерческой тайны. В связи с этим название банка не разглашается.

² Регрессионные уравнения выведены с использованием нового массива данных по отношению к данным использованным в статье «Оптимальное управление вложением средств банка как фактор экономической стабильности» за 2012 г. Т. 4. № 4.

Фактически, функции $fin_in(x)$, $oper_in(y)$, $fin_out(x)$ и $oper_out(y)$ (в том числе, не идентифицированные функции $invest_in(z)$, $invest_out(z)$) выражают стратегию управления ликвидностью банка в аналитическом (функциональном) виде.

Оптимальное управление в терминах динамического программирования. Особенность схемы динамического программирования состоит в разбиении всего процесса планирования на небольшие участки однотипных задач планирования. В нашей задаче разбиением на этапы будет тот временной промежуток, за который получены регрессионные уравнения. Если временной ряд охватывает, например, один квартал, то вполне очевидно, что функции динамики ликвидного капитала будут демонстрировать поведение только за этот период. Нет никакого смысла при составлении оптимального плана за этап брать четыре или пять месяцев — этот план не будет отражать реального положения дел в движении ликвидного капитала.

Поскольку всякий план объединен некоторой целью, то необходимо определить некоторый критерий, который будет выражать успешность планирования. Для банка такой целью может быть максимально возможный приток ликвидных средств в текущей стратегии управления ликвидностью банка. Если принять W — приток ликвидных средств за период один финансовый год, а w_i — приток ликвидных средств на i -м этапе планирования, то критерий можно выразить так:

$$W = \sum_{i=1}^n w_i. \quad (2)$$

Задача состоит в максимизации этого критерия. Сделаем предположение о том, что некоторый банк обладает активами в размере H_0 . Функции, которые демонстрируют движение ликвидного капитала, известны и определены эконометрическим методом. Введем первое естественное ограничение на размер активов банка. В ходе процесса планирования объем вкладываемых средств будет изменяться таким образом, что к началу каждого последующего этапа планирования объем активов будет уменьшаться³. Например, если для вложения в финансовую деятельность доступно для вложения активы размером x , то к следующему шагу планирования этот объем уменьшится под воздействием $fin_out(x)$. Математически ограничения на траты запишутся так:

$$fin_out(x) < x, oper_out(y) < y, invest_out(z) < z. \quad (3)$$

Согласно введенному критерию успех управления заключается в максимально возможном притоке ликвидных средств в банк. Весь процесс управления можно представить в виде системы. Обозначим такую систему символом S . Эта система будет включать в себя количество шагов равное m , то есть то количество шагов, в течение которого лицо принимающее решение планирует осуществлять оптимальное управление.

Замечание. Длина шага будет определяться временным периодом, за который были получены функции притока и оттока капитала. Например, для получения функций были использованы данные за период три месяца — это означает, что длина одного шага составляет один квартал. Если процесс оптимального планирования планируется на финансовый год, длина шага — один квартал, то весь процесс планирования разобьется на четыре шага.

Допущение. Несмотря на то что в теоретической части выполненного исследования существуют функции, описывающие движение ликвидного капитала в связи с ведением инвестиционной деятельности, в расчетной части использованы только функции операционной и финансовой деятельности. Это вынужденное допущение возникло из-за сложностей извлечения ин-

³ На данный момент это ограничение имеет чисто математический смысл. Вполне очевидно, что банк всякий раз пополняет свои активы для поддержания постоянной работы. Однако предлагаемая модель оптимального управления ликвидностью банка является базовой и необходимой для того чтобы подготовить основу для модификации модели и получить модель с учетом реинвестирования капитала полученного от предшествующих этапов планирования.

формации о ведении инвестиционной деятельности из доступной отчетности (отчеты о прибыли и убытках, оборотные ведомости по счетам бухгалтерской отчетности). Сложность прежде всего заключается в том, что учет движения ликвидных средств от инвестиционной деятельности может вестись сразу на счете по учету доходов, например в случае, если средства были получены от МБК за короткий период.

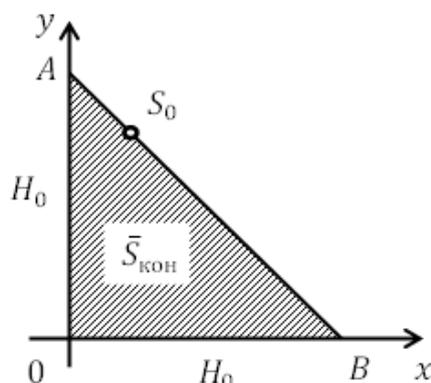


Рис. 1. Состояние системы в фазовом пространстве

Предложение. Проблема с получением информации могла бы быть решена уровне банковского работника; человека, обладающего информацией об операциях инвестиционного характера, которая собирается отдельно от учета иных операций.

Если x_i и y_i — x'_i и y'_i — это состояние системы после расходования средств. Положение системы в начальный момент времени, до процесса планирования, можно представить в фазовом пространстве (рис. 1), где ось Ox отображает объем вкладываемых средств в операционную деятельность, а ось Oy , соответственно, объем средств, расходуемых на финансовое направление.

Тривиальным утверждением будет являться утверждение о том, что пространство треугольника AOB — это пространство, в котором может происходить изменение состояния системы S . Это утверждение выражается в выполнении следующих условий:

$$x + y \leq H_0, \quad (4)$$

где H_0 — начальный объем средств доступный для вложения в деятельность банка.

$$x \geq 0; y \geq 0. \quad (5)$$

Начальное состояние системы — это единственный доступный параметр H_0 , который состоит из суммы x и y . На рисунке 1 начальное состояние изображено точкой на прямой AB . Конечное состояние $\bar{S}_{кон}$ находится где-то на плоскости, ограниченной треугольником AOB , кроме прямой AB . Траектория в фазовом пространстве движется от прямой AB к началу координат. Самый первый шаг нужно определить отдельно от других. Это первый шаг есть перемещение из точки S_0 в некоторую точку, например точку M , внутри треугольника AOB с координатами (x_1, y_1) . Все последующие шаги будут состоять из двух звеньев:

1. Первое звено — перераспределение средств в различные направления деятельности банка. В этот момент сохраняется постоянным выражение $x + y$, а графически происходит смещение вдоль (параллельно) прямой AB , например, в новую точку $N(x_2, y_2)$.
2. Второе звено — это звено расходования средств. В этот момент происходит уменьшение средств до $x'_2 \leq x_2$ и $y'_2 \leq y_2$, а точка будет двигаться к началу координат.

Таким образом, в фазовом пространстве будет вырисовываться оптимальная траектория движения, а каждый шаг будет представлять собой оптимальное управление в данный момент.

Заметим, что звенья шагов неравноценны: управление осуществляется только на первом звене каждого шага, а на втором мы получаем приток ликвидных средств. Приток ликвидных средств от ведения операционной и финансовой деятельности может быть математически выражен так:

$$w_i = \text{fin_in}(x_i) + \text{oper_in}(y_i). \quad (6)$$

Задача состоит в том, чтобы выявить начальное состояние системы S_0^* и путь, по которому будет проходить траектория в фазовом пространстве, и сделать это таким образом, чтобы (2) обратить в максимум.

Процесс перераспределения будет состоять в том, чтобы некоторую часть из H_{m-1} , например, x_m , на шаге m вложить в финансовую деятельность. Соответственно, для финансовой деятельности объем доступных средств будет равен $y_m = H_{m-1} - x_m$.

Следуя теории динамического программирования, запишем процесс условной оптимизации для любого этапа планирования:

$$W_{i,i+1,\dots,m}^*(H_{i-1}) = \max_{0 \leq x_i \leq H_{i-1}} \{ \text{fin_in}(x_i) + \text{oper_in}(H_{i-1} - x_i) + \\ + W_{i+1,\dots,m}^*(\text{fin_out}(x_i) + \text{oper_out}(H_{i-1} - x_i)) \}, \quad (7)$$

где $W_{i+1,\dots,m}^*(H_i)$ — функция, для которой найден оптимум на предыдущих этапах.

Поскольку конечная задача состоит в максимизации притока ликвидных средств, то каждому максимуму на i -м этапе будет соответствовать свое условное оптимальное управление.

$$W_{i+1,\dots,m}^*(H_i) \sim x_{i-1}^*(H_{i-1}).$$

Особенность оптимизации первого шага состоит в том, что параметр H не изменяется функциями оттока ликвидного капитала — он известен заранее, поскольку руководству банка должно быть известно, какое количество средств они готовы вложить в свою деятельность. Таким образом, сумма максимальных значений на каждом шаге планирования и первом шаге будет являться максимально полному притоку ликвидных средств в течение всего процесса планирования и исполнения плана.

$$W^*(H_0) = W_{1,2,3,\dots,m}^*(H_0).$$

Проследить ход условной оптимизации на основе формулы (7) можно в работе [Охупкин, 2012]. В этой работе показана процедура оптимизации и составлен оптимальный план для одного из коммерческих банков, действующих на территории Российской Федерации. Однако в этой работе получено базовое решение: без учета повторного вложения вновь полученных фондов. Естественным продолжением этой задачи является капитализации средств на каждом шаге планирования и перераспределение этих средств в деятельность банка [Охупкин, 2012].

Для того чтобы реализовать процесс капитализации средств введем функцию, которая будет демонстрировать долю привлеченных ликвидных средств на i -м этапе направленную на реинвестирование уже на этапе $i+1$. Обозначим такую функцию через $\mathfrak{R}(\varphi)$, где φ — это приток ликвидных средств, обеспеченный деятельностью банка, в рамках существующей (неизменной) стратегии управления ликвидностью. Теперь всякое движение системы в фазовом пространстве будет происходить в трехмерном пространстве (рис. 2) $xOy\varphi$, где ось Ox отображает объем средств, вкладываемых в финансовую деятельность банка, ось Oy — в операционную, а ось $O\varphi$ показывает суммарный приток ликвидных средств от ведения всех видов деятельности. Положение системы, как и в первом случае, характеризуется положением точки на прямой AB в плоскости xOy . Движение в фазовом пространстве для первого этапа начинается с перемещения точки начального состояния S_0 на линии AB в плоскости xOy с координатами $(x_1, y_1, 0)$ в точку K , координаты которой соответствуют (x_1', y_1', φ) . Первое звено второго

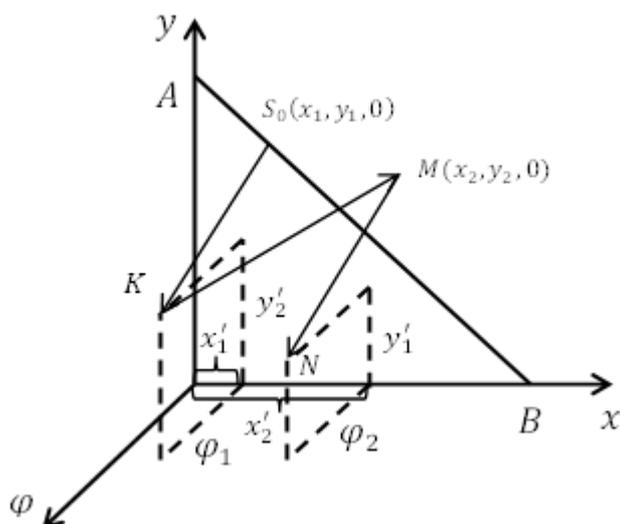


Рис 2. Состояние системы в трехмерном фазовом пространстве

этапа — это момент вложения имеющихся у банка активов и перераспределение активов между видами деятельности. Точка состояния системы S занимает положение на плоскости xOy в точке M с координатами $(x_2, y_2, 0)$, при этом выполняется равенство $x_2 + y_2 = x'_1 + y'_1 + \Re(\varphi_1)$. На втором звене второго этапа происходит расчет по обязательствам банка (отток средств) и приток денежных средств от активных операций банка, после перераспределения и вложения активов в деятельность и т. д. Отметим, что после того, как стал известен исход текущего шага планирования, то для следующего шага существенна лишь общая сумма перераспределяемых средств:

$$H_{i-1} = x'_{i-1} + y'_{i-1} + \Re(\varphi_{i-1}).$$

Таким образом, не смотря на то, что все изменения происходят в трехмерном пространстве, варьированию будет подвергаться только параметр H_{i-1} . Критерий останется прежним: сумма максимально возможного притока на отдельных шагах планирования. Однако на всех шагах, кроме последнего, будет учитываться чистый приток ликвидных денежных средств, средств, которые не были вложены в деятельность банка:

$$w_i = \varphi_i - \Re(\varphi_i).$$

Последний шаг планирования будет содержать в себе сумму притока средств и остаток вложенных активов:

$$w_m = \varphi_m + x'_m + y'_m.$$

Для любого шага планирования условное оптимальное управление $x_i^*(H_{i-1})$ запишется так:

$$W_{i,i+1,\dots,m}^*(H_{i-1}) = \max_{0 \leq x_i \leq H_{i-1}} \{ \text{fin_in}(x_i) + \text{oper_in}(H_{i-1} - x_i) - \Re(\text{fin_in}(x_i) + \text{oper_in}(H_{i-1} - x_i)) + W_{i+1,\dots,m}^*(\text{fin_out}(x_i) + \text{oper_out}(H_{i-1} - x_i) + \Re(\text{fin_in}(x_i) + \text{oper_in}(H_{i-1} - x_i))) \}. \quad (8)$$

Если записать оптимальное управление для первого шага, то максимально возможный приток ликвидных средств будет рассчитан следующим образом:

$$W_{1,2,\dots,m}^*(H_0) = \max_{0 \leq x_1 \leq H_0} \{ \text{fin_in}(x_1) + \text{oper_in}(H_0 - x_1) - \Re(\text{fin_in}(x_1) + \text{oper_in}(H_0 - x_1)) + W_{2,\dots,m}^*(\text{fin_out}(x_1) + \text{oper_out}(H_0 - x_1) + \Re(\text{fin_in}(x_1) + \text{oper_in}(H_0 - x_1))) \}. \quad (9)$$

Пользуясь знанием о реинвестировании средств в деятельность банка, формулами (8) и (9), выполним пошаговую оптимизацию с учетом функций притока и оттока ликвидных средств. Для того чтобы эконометрически вывести функцию $\mathfrak{R}(\varphi)$, необходимо обладать данными анализа макро- и микроэкономической ситуации, на основе которых банком принимается решение о пропорциях реинвестировании части средств полученных от шага $i-1$. Поскольку данные такого анализа доступны на уровне банковского работника, сейчас мы можем сделать лишь предположение о виде этой функции. Положим, что банком вкладывается ровно $1/2$ средств, полученных от предыдущего шага планирования.

$$\mathfrak{R}(\varphi) = \frac{\varphi}{2}.$$

Выпишем подробно ход решения для последнего шага планирования, а для последующих этапов укажем лишь вид оптимального управления. Итак, определим условное оптимальное управление $x_m^*(m-1)$, для которого достигается максимум выражения:

$$\begin{aligned} W_m^*(H_{m-1}) &= \max_{0 \leq x_m \leq H_{m-1}} \{8168382.38 - 13.56 \cdot x_m + 0.00000694 \cdot x_m^2 - 355.05 + \\ &+ 0.02 \cdot (H_{m-1} - x_m) + 75867077.27 - 25.93 \cdot x_m - 13467.67 + 0.15 \cdot (H_{m-1} - x_m)\} = \\ &= 84021636.93 - 39.49 \cdot x_m + 0.00000694 \cdot x_m^2 + 0.17 \cdot (H_{m-1} - x_m). \end{aligned}$$

График функции w_m при заданных значениях аргументов x_m и H_{m-1} представляет собой параболу. Вторая производная этой функции по переменной x_m положительна — график функции обращен выпуклостью вниз.

$$\frac{\partial^2 w_m}{\partial x_m^2} = 0.00001388.$$

Максимальное значение, как и в случае базовой задачи оптимального планирования вложений кредитной организации, находится на границах интервала $(0, H_{m-1})$. Определим условное оптимальное управление, последовательно подставляя $x_m = 0$ и $x_m = H_{m-1}$.

1. При $x_m = 0$. Тогда $w_m(H_{m-1}, x_m) = 84021636.93 + 0.17 \cdot H_{m-1}$;

2. При $x_m = H_{m-1}$. $w_m(H_{m-1}, x_m) = 84021636.93 - 39.49 \cdot H_{m-1} + 0.00000694 \cdot H_{m-1}^2$.

Величина функции $w_m(H_{m-1}, x_m)$ при $x_m = 0$ больше величины той же функции при $x_m = H_{m-1}$. Оптимальное управление $x_m^*(H_{m-1}) = 0$ для m -го шага принесет условный максимальный оборот по бухгалтерским счетам кредитной организации в размере

$$W_m^*(H_{m-1}) = 84021636.93 + 0.17 \cdot H_{m-1}.$$

Далее, последовательно выпишем оптимальное управление для остальных шагов. Оптимальное управление $x_{m-1}^*(H_{m-2}) = 0$ для $(m-1)$ -го шага принесет условный максимальный оборот по бухгалтерским счетам кредитной организации в размере

$$W_{m-1}^*(H_{m-2}) = 101695046.55 + 0.0372 \cdot H_{m-2}.$$

Оптимальное управление $x_{m-2}^*(H_{m-3}) = 0$ для $(m-2)$ -го шага принесет условный максимальный оборот по бухгалтерским счетам кредитной организации в размере

$$W_{m-2}^*(H_{m-3}) = 108752739.80 + 0.0159 \cdot H_{m-3}.$$

Оптимальное управление $x_{m-3}^*(H_{m-4})=0$ для $(m-3)$ -го шага принесет условный максимальный оборот по бухгалтерским счетам кредитной организации в размере

$$W_{m-3}^* (H_{m-4}) = 114111918.30 + 0.0125 \cdot H_{m-4}.$$

Исходя из полученных результатов, оптимальное управление с учетом реинвестирования части полученных ликвидных средств состоит в том, чтобы рекомендовать приоритетным направлением операционную деятельность банка. Нужно отметить, что выбор приоритетного направления не исключает вложений в иные виды деятельности. Характерным свойством операционной деятельности является быстрая экономическая отдача от проводимых активных операций банка (например, оказание брокерских услуг, комиссионные вознаграждения, операции с ценными бумагами не инвестиционного характера), в то время как финансовая деятельность подразумевает возврат основных денежных активов через длительный промежуток времени.

Заключение

Новый и более сложный уровень взаимной интеграции экономических систем разных стран подразумевает и новые решения в поиске точек равновесия и стабильности. Возможно, самым главным в процессе такого поиска является отыскание таких условий, при которых эта стабильность возможна.

Сложности последних пяти лет в мировой экономике показали, что уязвимость банковской системы оказывает негативное влияние на целый ряд социально-экономических показателей государства и отраслей производства. Являясь ключевым звеном в воспроизводственных процессах и финансово-распределительной системой, банки должны обладать достаточным запасом прочности. Наиболее чувствительным показателем является банковская ликвидность. Требование об удовлетворении своих запросов в полном объеме и своевременно со стороны контрагентов банка способно внести значительный вклад в поддержание экономического равновесия в государстве. С этой целью использование математического управления для определения оптимальных по критерию режимов инвестирования в банковскую деятельность является перспективным решением задачи укрепления банковской системы к внешним и внутренним финансово-экономическим шокам.

Список литературы

- Антикризисные рекомендации базельского комитета по банковскому надзору: доклад к самиту G20 [Электронный ресурс]. — Базель: Банк международных расчетов, 2010. — Режим доступа: <http://www.bis.org/publ/bcbs179.pdf>
- Охапкин В. П. Оптимальное управление вложением средств банка как фактор экономической стабильности. — 2012. — Т. 4, № 4. — С. 959–967.
- Demirguc-Kunt, Asli, Enrica Detragiache and Poonam Gupta. Inside the Crisis: An Empirical Analysis of Banking Systems in Distress // Policy research working paper. Washington: World Bank. — 2000.
- Kumar, Manmohan S., Paul Masson and Marcus Miller. Global Financial Crises: Institutions and Incentives // IMF Working Paper WP. — 2000.
- Yoichiro Ishihara. Quantitative Analysis of Crisis: Crisis Identification and Causality // World Bank Policy Research Working Paper 3598. — 2005. — P. 26.