УДК: 519.8

# Об эволюции возмущений, вызванных движением метеороидов в атмосфере Земли

# А. С. Холодов

Институт автоматизации проектирования РАН, Россия, 123056, г. Москва, 2-я Брестская ул., д. 19/18 Московский физико-технический институт, Россия, 141700 г. Долгопрудный, М. о., Институтский пер., д. 9 Балтийский федеральный университет им. Им. Канта, Россия, 123056, г. Калининград, ул. А. Невского, д. 14

E-mail: xolod@crec.mipt.ru

Получено 15 сентября 2013 г.

Ки&

На основе МГД-уравнений рассмотрены нестационарные 2D- и 3D-задачи об эволюции возмущений в нижней атмосфере и в ионосфере Земли, вызываемых движением по пологим траекториям входа крупных метеороидов с имитацией их разрушения путем мгновенного увеличения миделя в точке максимума скоростного напора. По результатам численного исследования получены и проанализированы детальные пространственно-временные распределения основных параметров плазменных течений, из которых, в частности, следует ряд явлений, сходных с наблюдавшимися в челябинском феномене.

Ключевые слова: атмосфера, ионосфера, численное моделирование, движение и разрушение метеороидов, эволюция возмущений

# About the evolution of perturbations caused by the movement of meteoroids in the Earth's atmosphere

### A S. Kholodov

Institute for Computer Aided Design, RAS, 19/18 2nd Brestskaya str., Moscow, 123056, Russia Moscow Institute of Physics and Technology, 9 Institutskiy lane, Dolgoprudny, Moscow region, 141700, Russia Baltic Federal University them. Im. Kant, 14 Alexander Nevskiy str., Kaliningrad, 123056, Russia

**Abstract.** — On the basis of the MGD equations we consider 2D- and 3D- nonstationary problems about the evolution of perturbations in the lower atmosphere and the Earth's ionosphere which are caused by the movement of large meteoroids along gently sloping paths of the entry with the simulation of their destruction by the momentary increase of the midship at the point of the pressure head maximum. According to the results of our numerical investigation we obtain and analyze the detailed spatial-temporal distributions of the main parameters of the plasma flows from which in particular a number of phenomena that are similar to those seen in the Chelyabinsk phenomenon follow.

Keywords: the atmosphere, the ionosphere, numerical modeling, motion, and the destruction of meteoroids, the evolution of perturbations

Citation: Computer Research and Modeling, 2013, vol. 5, no. 6, pp. 993-1030 (Russian).

Статья опубликована в специальном выпуске журнала «Компьютерные исследования и моделирование», посвященном исследованиям метеорита, упавшего 15 февраля 2013 года в районе города Челябинска.

#### Введение

Состояние нижней и верхней атмосферы Земли существенно влияет на жизнедеятельность каждого человека, поэтому их исследованию придается постоянное и все возрастающее внимание. Знания о состоянии нижней и верхней атмосферы, умение прогнозировать ее изменения в условиях постоянных и самых разнообразных воздействий естественного и антропогенного происхождения необходимы, в частности, для обеспечения работы всевозможных систем телеи радиосвязи, навигационных систем, проектного функционирования космических аппаратов, безопасности находящихся в космосе (да и на поверхности Земли) людей.

Одной из реальных угроз космического происхождения (что убедительно продемонстрировал недавний челябинский феномен) является астероидная опасность, математическому моделированию различных аспектов которой посвящено большое число оригинальных и обзорных работ ( [Коробейников и др., 1997; Korobeinikov et al., 1998; Тирский, 2000; Artem'eva, Shuvalov, 2001; Zhdan et al., 2004; Андрущенко и др., 2005; Zhdan et al., 2005; Laurence et al., 2007; Popova, Nemchinov, 2008; Stulov, 2008; Barri, 2010] и др.), в том числе данная статья и ряд других работ [Голомазов, 2013; Андрущенко и др., 2013; Иванков, Финченко, 2013; Петров и др., 2013; Никитин и др., 2013; Максимов, 2013; Андрущенко, Шевелев, 2013], публикуемых в настоящем выпуске. Из других (смежных) направлений математического моделирования нейтральной атмосферы и ионосферно-магнитосферной плазмы следует отметить моделирование эволюции генерируемых в приземном слое атмосферы локальных возмущений (например, [Ахмедов, Куницын, 2003; Крысанов и др., 2011] и цитируемые в них работы) и сильных энерговыделений в ионосфере (например, [Гуськов и др., 1992; Ступицкий и др., 2004; Холодов и др., 2004; Холодов и др., 2005; Ступицкий и др., 2006; Лавриненко и др., 2007; Ступицкий, Холодов, 2012а; Ступицкий, Холодов, 2012b] и др.), в том числе с использованием монотонных схем высокого порядка аппроксимации в 2D- и 3D-постановках, а также активно развиваемые с 50-х годов прошлого века многочисленные глобальные математические модели нижней и верхней атмосферы для численного моделирования задач взаимодействия земной и солнечной плазмы в пространственных масштабах десятков и сотен тысяч километров.

Первые глобальные вычислительные модели термосферы были разработаны еще в 80-х годах в США, Великобритании, Советском Союзе [Fuller et al., 1980; Dickinson et al., 1981; Колесник, Королев, 1983; Карпов и др., 1985] и др. С развитием вычислительной техники и вычислительных методов современные вычислительные модели верхней атмосферы (преимущественно зарубежные) включают полные нестационарные 3D-уравнения магнитогазодинамики (при исследованиях в приближении сплошной среды) или соответствующие кинетические модели, учет генерации и эволюцию электрических полей, массу других физико-химических процессов для нейтральных и заряженных составляющих верхней атмосферы. Дальнейшее развитие вычислительных моделей ионосферно-магнитосферной плазмы происходит по нескольким направлениям, в частности, в направлении совмещения возможностей локальных и глобальных моделей, сопряжения моделей нижней и верхней атмосфер.

В качестве примеров активно используемых в настоящее время глобальных МГД-моделей можно указать, например: Dartmouth/NRL/Maryland LFM (J. Lyon, J. A. Fedder, C. Mobarry); GEDAS (Japan, T. Ogino); ISM (Boston University, G. L. Siscoe); Michigan BATS-R-US (University of Michigan, T. I. Gumbosi); UCLA (University of California, J. Raeder); U. of Washington (R. M. Winglee); GUMICS (Finnish Meteorological Institute, P. Janhunen); Thermosphere-Ionosphere-Electrodynamics General Circulation Model (TIE-GCM, High Altitude Observatory, National Center for Atmospheric Research, Boulder, CO, USA); Upper Atmosphere Model (UAM, http://uam.mstu.edu.ru/index.php); Coupled Thermosphere-Ionosphere Model (CTIM, Tim Fuller-Rowell, Space Environment Center, 325 Broadway, Boulder, CO 80303, e mail tjfr@sel.noaa.gov);

995

Open Geospace General Circulation Model (Open GGCM, http://openggcm.sr.unh.edu/); Rice Convection Model (RCM); Space Weather Modeling Framework (SWMF, http://ccmc.gsfc.nasa.gov/) и др.

Движение метеороидов в атмосфере Земли сопровождается, как показано, например, в [Фортов и др., 2013; Емельяненко и др., 2013], самыми разными физическими процессами и при их численном моделировании (с целью уточнения измеряемых и определения отсутствующих параметров движения) требует решения целого комплекса задач, в том числе:

- аэробаллистического моделирования с учетом процесса возможной фрагментации и каскадного разрушения;
- моделирования аэрогазодинамики гиперзвукового обтекания «болидообразных тел с максимально возможным учетом физико-химических процессов, включая процессы прогрева тела, приповерхностные процессы, сильный вдув, перенос излучения и др.;
- моделирования аэрогазодинамики формирования и начальной эволюции следа за плохообтекаемыми телами;
- моделирования процесса нагрева и разрушения тел в газовом потоке в рамках механики деформируемых твердых тел (фрагментация на крупные части и в мелкодисперсную среду);
- моделирования аэрогазодинамики близкорасположенных тел с учетом их интерференции (задача о разделении тела на несколько фрагментов разного размера и массы);
- моделирования многофазной термогазодинамики гиперзвукового обтекания паров и мелкодисперсного облака частиц болида;
- моделирования процесса воздействия ударной волны на элементы городской застройки (в рамках газодинамики, МДТТ и сейсмодинамики);
- моделирования эволюции области начального возмущения в тропосфере, генерация акустикогравитационных волн, возмущений электромагнитных полей и др.

Некоторые из перечисленных выше задач в различных постановках рассматривались ранее, например, [Фортов и др., 2013], а также приведены в работах [Голомазов, 2013; Андрущенко и др., 2013; Иванков, Финченко, 2013; Петров и др., 2013; Никитин и др., 2013; Максимов, 2013; Андрущенко, Шевелев, 2013] из настоящего выпуска. В данной работе для численного решения задачи об эволюции возмущений, вызванных движением метеороидов в атмосфере Земли, использовалась полная магнитогазодинамическая модель в дивергентной форме и консервативный численный метод из [Холодов, 1978; Холодов А. С., Холодов Я. А., 2006; Холодов и др., 2010], что позволило рассматривать сильные возмущения и рассчитывать в том числе разрывные решения без явного выделения поверхностей разрыва.

#### Физико-математическая модель и вычислительный метод

1.1. Так как в данном классе задач расчеты необходимо проводить для сильно неоднородной разреженной среды (с перепадом плотности более чем в 15 порядков) — от нейтральной нижней атмосферы до полностью ионизованной плазмы в верхней части ионосферы и магнитосфере, — возникает проблема выбора корректной математической модели, адекватно реальности описывающей крупномасштабные течения многокомпонентной, вообще говоря, взаимореагирующей среды (нейтрального газа и плазмы). В полной постановке (многомерной многоскоростной, многотемпературной среды с учетом очень многих возможных физико-химических процессов) это чрезвычайно сложная даже для современных высокопроизводительных вычислительных систем задача. Поэтому за основу была выбрана система МГД-уравнений (см., например, [Гуськов и др., 1992; Холодов и др., 2004; Ступицкий, Холодов, 2012b; Куликовский и др., 2001]):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho \mathbf{V}\right) = 0,\tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \cdot \mathbf{V}}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} + \left(p + \frac{B^2}{8\pi}\right) \cdot \mathbf{l} - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{4\pi}\right) = -\rho \cdot \mathbf{g} = \mathbf{f}^g,\tag{2}$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\left(e + p + \frac{B^2}{8\pi}\right) \cdot \mathbf{V} - \frac{\mathbf{B} \cdot (\mathbf{V} \cdot \mathbf{B})}{4\pi}\right) = 0,\tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}\left[\mathbf{V} \times \mathbf{B}\right]. \tag{4}$$

Здесь:  $e = \rho \cdot \left(\varepsilon + \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}}{2}\right) + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{8\pi}$ ; **g** — ускорение силы тяжести; **l** — единичный тензор. Степень ионизации в частице  $\alpha$  = const полагалась неизменной. Для удельной внутренней энергии  $\varepsilon$  использовалось уравнение состояния идеального газа:

$$\varepsilon = \frac{1}{1 - \gamma} \cdot \frac{p}{\rho} = \frac{1}{1 - \gamma} \cdot \frac{RT}{\mu}, \qquad p = \frac{\rho RT}{\mu}.$$
(5)

Остальные обозначения в (1)–(5) общепринятые. Для рассматриваемых здесь течений на начальных стадиях эволюции возмущений атмосферы (до нижней границы ионосферы) влияние земного магнитного поля несущественно, и можно было бы ограничиться, например, уравнениями Эйлера, но обратное влияние воздушной плазмы в ударном слое и в донном следе метеороида на магнитные и электрические поля в возмущенной области может быть весьма существенным, поэтому предпочтительна более полная МГД-модель.

Начальные невозмущенные параметры задавались в зависимости от высоты над сферической поверхностью Земли из [http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/msis\_vitmo.html] путем некоторой их кусочной сплайн-аппроксимации многочленами третьей степени, обеспечивающей погрешность не более 10%. Степень ионизации среды  $\alpha$  предполагалась всюду пространственно однородной, примерно соответствующей некоторой средней степени ионизации воздуха (в расчетах полагалось  $\alpha = 1$ ). Так как пространственные масштабы возмущенной области могут достигать тысячи и более километров, то необходимо учитывать неоднородность геомагнитного поля. Магнитное поле Земли в довольно хорошем приближении описывается полем диполя

$$B_0(R, \lambda) = \sqrt{B_{0R}^2 + B_{0\lambda}^2} = \frac{P_m}{R^3} \cdot \sqrt{1 + 3\sin^2 \lambda}$$
(6)

с компонентами

$$B_{0R} = -\frac{2P_m}{R^3} \cdot \sin \lambda, \qquad B_{0\lambda} = \frac{P_m}{R^3} \cdot \cos \lambda.$$

Здесь  $P_m = 8 \cdot 10^{25}$  Гс · см<sup>3</sup> — магнитный дипольный момент Земли, R — расстояние от центра Земли,  $\lambda = 90^{\circ} - \theta$  — магнитная широта,  $\theta$  — угол между нормалью к поверхности Земли в месте наблюдения и магнитной осью.

Особенностью рассматриваемого класса задач и существенной трудностью в их решении является возможность одновременного присутствия нескольких разномасштабных процессов: возникновения и эволюции сильных разрывов (ударных и магнитозвуковых волн, контактных разрывов и др.), сильно различающихся долей внутренней и кинетической энергии плазмы в возмущенной области, большой неоднородности невозмущенных параметров на рассматриваемых

масштабах атмосферы Земли, длительных времен подлежащих моделированию процессов, образующихся и эволюционирующих под совместным действием силы тяжести и магнитного поля Земли возмущений и др. Помимо отмеченных выше факторов, необходимо учитывать большое число самых разных физических процессов, поэтому выбор физико-математической модели (достаточно адекватной реальности и в то же время не перегруженной второстепенными деталями, превращающими задачу в «нерешаемую» на данном уровне развития вычислительной техники) является определяющим.

**1.2.** Так как возможная начальная симметрия задачи со временем начинает резко нарушаться, то в расчетах использовалась декартова система координат  $\{x, y, z\}$ , в которой z направлено по нормали от поверхности Земли (проходящей через точку разрушения метеороида), x направлено вдоль магнитного меридиана (в направлении южного полюса), y — вдоль магнитной широты на восток. В векторной форме 3D-уравнения (1)–(4), взятые в дивергентной форме, записываются в виде

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \mathbf{F}^{k}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial x_{k}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}), \quad v = \{v_{1}, \dots, v_{I}\}^{T}, \quad \mathbf{F}^{k} = \{F_{1}^{k}, \dots, F_{I}^{k}\}^{T}, \quad \mathbf{f} = \{f_{1}, \dots, f_{I}\}^{T}, \quad (7)$$

где, аналогично [Крысанов и др., 2011; Холодов и др., 2004; Холодов и др., 2010],  $\mathbf{u}(\mathbf{v}) = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, B_x, B_y, B_z\}^T$ ,  $\mathbf{v} = \{\rho, u, v, w, \varepsilon, B_x, B_y, B_z\}^T$ ,  $\mathbf{V} = \{u, v, w\}$  — вектор скорости,  $\mathbf{B} = \{B_x, B_y, B_z\}$  — вектор напряженности магнитного поля. Например, для направления вдоль координаты  $x = x_1$  (k = 1)

$$\mathbf{F}^{l} = \{\rho u, \rho u^{2} + p + p_{m} - B_{x}^{2}/4\pi, \rho uv - (B_{x}B_{y})/4\pi, \rho uw - (B_{x}B_{z})/4\pi, (e + p + p_{m})u - B_{x}(B_{x}u + B_{y}v + B_{z}w)/4\pi, 0, B_{y}u - B_{x}v, B_{z}u - B_{x}w\}^{T},$$
(8)

где  $e_g = \rho\left(\varepsilon + \frac{(\mathbf{V} \cdot \mathbf{V})}{2}\right), p_m = \frac{(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})}{8\pi}, e = e_g + p_m.$ 

В правую часть исходной системы (7) отнесены члены, связанные с силой тяжести, а при необходимости также с параметризованными диссипативными членами (например, турбулентной вязкостью, ионным торможением и др.):

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^{d} + \mathbf{f}^{g} = \left\{ 0, \ f_{1}^{d} + f_{1}^{g}, \ f_{2}^{d} + f_{2}^{g}, \ f_{3}^{d} + f_{3}^{g}, \ -\rho\left(\mathbf{Vg}\right), \ 0, \ 0, \ 0 \right\}^{T}.$$
(9)

Здесь  $\mathbf{f}^{g} = \{f_{1}^{g}, f_{2}^{g}, f_{3}^{g}\}$  — проекции силы тяжести на координатные оси *x*, *y*, *z*,  $\mathbf{f}^{d} = \{f_{1}^{d}, f_{2}^{d}, f_{3}^{d}\}$  — дополнительная сила сопротивления от параметризованных диссипативных членов и др.

В общем алгоритме перехода от известного состояния при  $t = t^n$  к искомому состоянию в момент времени  $t = t^{n+1}$  использовалось расщепление по пространственным переменным *x*, *y*, *z*, а при наличии разрывов большой интенсивности и по физическим процессам, включая, аналогично [Крысанов и др., 2011; Холодов и др., 2004; Холодов и др., 2010], газодинамический этап, магнитный этап, этап расчета правой части (9). Расщепление по пространственным переменным осуществлялось в соответствии с построениями [Холодов, 1978; Магомедов, Холодов, 1988].

1.3. Учитывая сильную неоднородность невозмущенных нижней атмосферы и ионосферы на рассматриваемых в данном классе задач масштабах (от десятков метров до тысяч километров по высоте и в широтно-долготном направлениях), а также длительные времена эволюции возмущений (определяемые характерными скоростями распространения возмущений на данных пространственных масштабах), определенные сложности возникают при задании начальных и граничных условий. Начальные условия (невозмущенные нижняя атмосфера и ионосфера) могут задаваться несогласованными, т. е. не удовлетворяющими стационарным МГД-уравнениям (например, при использовании эмпирических и полуэмпирических моделей для их задания), или требуют предварительного решения (например, методом установления) невозмущенной задачи, что по затратам вычислительных ресурсов является не менее сложной задачей, чем исходная задача эволюции возмущений. Необходимы также специальные меры по обеспечению равновесия невозмущенной ионосферы и предотвращению накопления ошибок аппроксимации используемых численных методов в той части области интегрирования, которой еще не достигли возмущения. Такими мерами могут быть построение вычислительного алгоритма и проведение расчетов для отклонений параметров от их невозмущенных значений (использовалось, например, в [Ахмедов, Куницын, 2003]) или другие подходы. В данной работе использовалось последовательное расширение области интегрирования по мере увеличения размеров возмущенной области, а также некоторые преобразования исходной системы (7).

В качестве начальной области интегрирования в 3D-расчетах выбирался параллелепипед, нижняя и верхняя грани которого (z = 0 и z = Z) были ортогональны нормали к поверхности Земли в точке разрушения метеороида с координатами { $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ }. При этом нижняя грань касалась поверхности Земли в этой точке на некотором этапе последовательного расширения области интегрирования. Оси системы координат x, y, z ( $0 \le x \le X$ ,  $0 \le y \le Y$ ,  $0 \le z \le Z$ ) были ориентированы, как указано выше, начальные размеры параллелепипеда выбирались таким образом, чтобы траектория движения метеороида от начальной точки входа в атмосферу (на местной высоте  $H_0$  с начальным углом наклона вектора скорости к поверхности Земли в этой точке  $\vartheta_0$ ) до точки разрушения { $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ } полностью умещалась в начальной области интегрирования системы (7). В 2D-расчетах в качестве начальной области интегрирования бралось соответствующее сечение описанного выше параллелепипеда. В такой области интегрирования задавалась равномерная по координатам сетка с неизменным при расчете варианта общим числом узлов  $M \times L \times K$ . Координаты сеточных узлов имели следующие значения:  $x_m = (m-1) X/(M-1), y_l = (l-1) Y/(L-1), z_k = (k-1) Z/(K-1)$  (соответствующем образом удваивавшиеся при укрупнении области интегрирования).

## Результаты 2D-моделирования для челябинского болида

**2.1.** При гиперзвуковом входе метеороидов (сильно затупленных тел) в атмосферу Земли по пологим траекториям большая часть траектории движения тела, как показано, например, в аэробаллистических расчетах [Тирский, 2000; Голомазов, 2013; Андрущенко и др., 2013], является практически прямолинейной со сравнительно медленным торможением тела, и только на заключительном участке (вблизи максимума скоростного напора) происходит резкое торможение с возможным разрушением тела (рис. 1, 2). При этом скорости распространения возмущений, вызываемых в атмосфере вблизи тела (скорость звука для слабых возмущений порядка 0.3 км/с и скорость ударных волн, как показано в [Емельяненко и др., 2013], порядка 0.7 км/с), существенно меньше скорости движения самого тела (порядка 20 км/с). Это приводит к формированию сильно вытянутой и относительно медленно эволюционирующей возмущениой области, прилегающей к траектории движения тела (примерно как в наблюдаемом за высокоскоростными самолетами инверсионном следе). Поэтому в представленных здесь расчетах вызванные движения атмосфере Земли до момента его разрушения начальные возмущения атмосферы полагались возникшими мгновенно вдоль всей траектории его движения (что несколько отличается от реальности) и задавались следующим образом.

Из аэробаллистических расчетов в постановке задачи и с использованием реализующего ее программного кода, разработанных и детально изложенных в [Голомазов, 2013], для задания начальных возмущений атмосферы при движении в ней метеороида проводился расчет траектории движения сильно затупленного тела (цилиндрического торца с радиусом и высотой, рав-



Рис. 1. Влияние начального угла входа  $\vartheta_0$  в атмосферу метеороида на зависимости от времени *t* его баллистических параметров: пройденного пути вдоль земной поверхности D(t), высоты над местным горизонтом H(t), скорости  $V_b(t)$ , конвективных тепловых потоков к лобовой поверхности q(t), местного угла наклона к горизонту  $\vartheta(t)$  (без учета разрушения метеороида)



Рис. 2. Зависимость от времени *t* баллистических параметров метеороида D(t), H(t),  $V_b(t)$ , q(t),  $\vartheta(t)$  с учетом его мгновенного разрушения при t = 32 с

ными  $R_b$  и  $L_b$ , с площадью поперечного сечения тела  $S_b = \pi R_b^2$  и объемом  $v_b = S_b L_b$ , средней плотностью  $\rho_b$  и неизменной массой  $M_b = \rho_b v_b$ ), движущегося с переменной скоростью  $V_{\infty}(t)$ в направлении своей оси симметрии. Коэффициент сопротивления тела С<sub>x</sub> и эффективный показатель адиабаты у в (5) принимались постоянными. Начальные высота над местным горизонтом  $H_0$ , угол между направлением движения тела и местным горизонтом  $\vartheta_0$  вместе с невозмущенной плотностью  $\rho_{\infty}(t)$  и температурой  $T_{\infty}(t)$  стандартной атмосферы и приведенными выше размерно-массовыми параметрами тела являлись входными данными для указанной программы. Некоторые характеристики рассматривавшихся траекторий приведены на заимствованных из [Голомазов, 2013] рисунков 1, 2, иллюстрирующих влияние некоторых входных параметров: начального угла входа  $\vartheta_0$  (рис. 1) и мгновенного увеличения площади миделя  $S_b$  при неизменной массе тела в момент времени  $t_0$  (имитирующего разрушение метеороида, рис. 2). На рисунках 1, 2 в зависимости от времени t(c) приведены текущие значения: расстояния D(t) от начальной точки  $\{H_0, \vartheta_0\}$  вдоль поверхности Земли и текущей высоты H(t), угла наклона траектории к местному горизонту  $\vartheta(t)$ , скорости тела  $V_b = V_{\infty}(t)$  и конвективного теплового потока q(t)в приближении Фея и Ридела. Кривые 1 и 2 на рисунке 1 соответствуют начальным углам наклона траекторий  $\vartheta_0 = 7^\circ$  и  $\vartheta_0 = 10^\circ$ . Как уже отмечалось, на большей части траектории движения тела в атмосфере (практически до его разрушения в момент времени  $t_0 \approx 25 \div 30$  с, близкий к моменту достижения максимума скоростного напора  $\rho_{\infty}(t) V_{\infty}^2(t)/2)$ , наблюдается практически постоянная скорость движения тела и прямолинейность траектории. Это же замечание относится и к варьированию в некотором диапазоне других, определяющих траекторию движения метеороида параметров (линейных размеров тела, его массы, начальной скорости, коэффициента сопротивления (формы тела)). Аналогичные распределения с резким торможением после момента времени  $t = t_0$  наблюдаются и на рисунке 2 при внезапном увеличении максимальной площади поперечного сечения тела  $S_b$ , имитирующем его разрушение в мелкодисперсное состояние.



Рис. 3. Влияние числа Маха  $M_{\infty}$  и эффективного показателя адиабаты  $\gamma$  на распределение давления в ударном слое (а), на боковой поверхности цилиндрического торца (b, d) и коэффициент сопротивления сильно затупленных тел (c)

Далее во всех точках цилиндрической области с постоянным радиусом  $R_b$  и с осью, совпадающей с касательной к сформированной описанным выше способом траекторией движения метеороида, вычислялось начальное возмущение в атмосфере Земли с газодинамическими параметрами в каждом поперечном сечении такого слабо криволинейного цилиндра, соответствующими параметрам в точке торможения лобовой поверхности обтекаемого гиперзвуковым потоком цилиндрического торца (для гиперзвуковых движений тел в атмосфере детально анализируемых, например, в [Лунев, 2007, с. 164–181]). Поскольку термодинамические параметры в такой возмущенной области соответствуют достаточно сильно ионизованной плазме, начальное магнитное поле в указанной возмущенной области задавалось нулевым, а вне ее — невозмущенным земным. Дальнейшая эволюция такого начального возмущения определялась решением уравнений (7), аналогичным решению задачи о распаде произвольного цилиндрического разрыва. Вместо постоянных распределений параметров по поперечному сечению области начальных возмущений можно воспользоваться, например, приведенными в [Магомедов, Холодов, 1988] (глава 5) более точными аппроксимациями распределений газодинамических параметров по лобовой поверхности обтекаемого гиперзвуковым потоком цилиндрического торца, однако в данной работе это не использовалось. В качестве примера на рисунках 3а-3d приведены заимствованные из [Магомедов, Холодов, 1988] результаты расчета сверхзвукового стационарного обтекания невязким, нетеплопроводным газом цилиндрического торца в диапазоне чисел Маха  $M_{\infty} = 3 \div \infty$  и показателей адиабаты  $\gamma = 1.4 \div 1.05$  (см. также [Лунев, 2007, с. 288]). Показаны форма ударной волны и изобары  $p/p_{w0}$  = const для варианта  $M_{\infty} = \infty$ ,  $\gamma = 1.4$  (рис. 3а,  $p_{w0}$  – давление в лобовой точке торможения); зависимость коэффициента волнового сопротивления  $C_x$ от показателя адиабаты  $\gamma$  для сегментальных затуплений от сферы  $\theta = 50^{\circ}$  до цилиндрического торца  $\theta = 0^{\circ}$  — рисунок 3с,  $k = (\gamma - 1) / (\gamma + 1)$ ; зависимости от числа Маха  $M_{\infty}$  распределений отнесенного к  $ho_\infty V_\infty^2$  давления  $p_w$  по боковой поверхности цилиндрического торца (при  $\gamma = 1.4$ , рис. 3b) и от показателя адиабаты (при  $M_{\infty} = \infty$ , рис. 3d). Точками на рисунке 3с отмечены аппроксимирующие численные расчеты зависимости из [Магомедов, Холодов, 1988], Треугольники на рисунке 3с и точки на рисунке 3b соответствуют экспериментальным данным.

Из приведенных данных виден диапазон возможных изменений коэффициентов сопротивления сильно затупленных (болидоподобных) тел, а также характерные распределения давления по лобовой и боковой поверхностям таких тел. В частности, видно, что для сильно затупленных тел наблюдаются весьма резкие изменения давления (на порядки) вблизи перехода от лобовой поверхности к боковой, что приводит совместно с сильными тепловыми потоками на лобовой поверхности тела (с преобладанием лучистых над конвективными [Иванков, Финченко, 2013; Емельяненко и др., 2013; Стулов и др., 1995]) к формированию внутри метеороида больших градиентов нормальных и сдвиговых напряжений и является одним из существенных факторов возможной фрагментации метеороида в плотных слоях атмосферы, а также его дальнейшего разрушения в мелкодисперсную среду.



Рис. 4. Распределение теплового потока поперек алюминиевой пластины на участке воздействия высокоэнергетического импульса (а), ее термоупругопластическое деформирование и разрушение (b): поле скоростей в тот же момент времени, что и тепловой поток

Механизмы разрушения движущихся в плотной атмосфере метеороидов под действием больших градиентов нормальных и сдвиговых напряжений могут быть самыми разнообразными [Коробейников и др., 1997; Korobeinikov et al., 1998; Тирский, 2000; Stulov, 2008] и др. В качестве примера (хотя и довольно далекого от рассматриваемой здесь ситуации) на рисунке 4 приведены результаты расчетов деформирования и разрушения участка металлической пластины из алюминия от воздействия мощного энергетического импульса (данные из [Коротин и др., 1989; Иванов и др., 1990]). Для одного из моментов времени показано распределение теплового потока поперек пластины на участке воздействия импульса, которое и вызывает термоупругопластическое деформирование и разрушение материала пластины (рис. 4а) и рассчитанное в [Коротин и др., 1989] поле скоростей в этот же момент времени, имеющее весьма сложный характер (рис. 4b). Видно образование трех различных областей и направлений движения материала пластины: область фазовых превращений на лицевой стороне (плавление и испарение), образование откольной «тарелочки» на тыльной стороне пластины и область пластического состояния материала в промежутке между ними (ее граница отмечена штриховой линией). Применительно к разрушению материала метеороида отличие состоит в возможном образовании области хрупкого разрушения в мелкодисперсную среду вместо области пластических разрушений, а также образование отколов не только на тыльной стороне тела, но и в области резкого перехода от лобовой поверхности к боковой.

Еще один вопрос, оказывающий существенное влияние на последующее движение метеороида, заключается в характере обтекания крупных «откольных» фрагментов и пародисперсной фракции разрушившегося тела. Эта стадия может быть растянутой во времени и состоять из нескольких этапов (на что указано, например, в [Емельяненко и др., 2013]). По видеонаблюдениям челябинского болида, формирование пародисперсного облака и движущихся в нем с последующим опережением крупных фрагментов происходило в течение не менее 3-5 с ([Емельяненко и др., 2013] и сообщения СМИ). В целом, это было обтекание тела с резко изменяющимися размерами и формой. На первом этапе возможным механизмом этих изменений была частичная фильтрация через лобовую поверхность паров метеороида в образовавшейся пористой мелкодисперсной среде. В дальнейшем «расталкивающим» механизмом могло служить обтекание роя близкорасположенных и интерферирующих разноразмерных элементов метеороида, имеющих разную массу и площадь миделя, что достаточно детально исследовано, например, в [Zhdan et al., 2004; Zhdan et al., 2005; Laurence et al., 2007; Barri, 2010; Максимов, 2013; Zhdan et al., 2004; Tiegang Liu, 20013]. Ранее в литературе ([Коробейников и др., 1997; Korobeinikov et al., 1998; Тирский, 2000; Стулов и др., 1995; Руденко, Утюжников, 1999] и др.) использовались и другие сценарии обтекания разрушающихся метеороидов, в которых, например, начальная форма обтекаемого разрушенного тела задавалась и в дальнейшем рассчитывалась как газовое облако. Для иллюстрации на рисунке 5 приведены заимствованные из [Андреев, Холодов, 1989] результаты расчета сверхзвукового обтекания системы близкорасположенных недеформируемых сферических элементов. На рисунке 5а показаны различные варианты их взаимного расположения, а на рисунке 5b для одного из вариантов расчета представлены изолинии давления в ударном слое одного из обтекаемых фрагментов. Видно, что при достаточно близком взаимном расположении максимумы давления смещаются в область минимального просвета между элементами, формируя существенные по величине расталкивающие силы для расположенных на окраине роя элементов. В данной работе процесс разрушения метеороида полагался мгновенным и моделировался, как и в [Голомазов, 2013], увеличением в момент времени  $t_0$  (в заданной точке с координатами  $\{x_0, y_0, z_0\}$  и при неизменной массе) площади поперечного сечения цилиндрического торца  $S_b$ .

Из других возможных видов начальных возмущений атмосферы движущимся в ней метеороидом можно воспользоваться, например, в каждом поперечном сечении прилегающей к траектории области решением задачи о точечном взрыве с выделением соответствующей энергии или численным решением задач о цилиндрическом (до момента разрушения метеороида) и о сферическом (в момент разрушения) взрыве (аналогично [Фортов и др., 2013; Холодов и др., 2004; Емельяненко и др., 2013; Стулов и др., 1995] и др.).

**2.2.** Поскольку расчеты по данной задаче были начаты непосредственно вслед за падением Челябинского метеорита, когда публиковавшиеся в СМИ данные о его характеристиках были весьма приблизительными и довольно противоречивыми, были выбраны параметры, в целом сопоставимые с более поздними данными, хотя и отличающиеся, например, от представленных в [Емельяненко и др., 2013]. Для приведенных в данном разделе результатов численного



Рис. 5. Расчет сверхзвукового обтекания системы близкорасположенных недеформируемых сферических элементов для различных вариантов их взаимного расположения (а) и изолинии давления в ударном слое одного из обтекаемых фрагментов (b).

моделирования были приняты три следующих набора входных данных для расчета траектории движения метеороида в атмосфере, начальных параметров вызванных в атмосфере возмущений и последующего расчета их эволюции с использованием МГД уравнений (1)–(9):

$$R_{b} = 7.5 m, L_{b} = 7.5 m, S_{b} = 176.7 m^{2}, v_{b} = 1325 m^{3}, M_{b} = 2 \cdot 10^{6} kg, H_{0} = 53.59 km, \vartheta_{0} = 4.9^{\circ};$$
  

$$R_{b} = 30 m, L_{b} = 2.36 m, S_{b} = 2827 m^{2}, v_{b} = 6672 m^{3}, M_{b} = 1 \cdot 10^{7} kg, H_{0} = 107.6 km, \vartheta_{0} = 8.6^{\circ};$$
  

$$R_{b} = 30 m, L_{b} = 30 m, S_{b} = 2827 m^{2}, v_{b} = 84810 m^{3}, M_{b} = 1.27 \cdot 10^{8} kg, H_{0} = 62.9 km, \vartheta_{0} = 5.8^{\circ};$$

при одинаковых для всех вариантов значениях

$$\rho_b = 1500 \, kg/m^3, \quad V_\infty = V_0 = 20 \, km/s, \quad C_x = 1.8, \quad \gamma = 1.2.$$
 (10)

Для плотности было взято минимально возможное для хондритов ее значение, эффективный показатель адиабаты  $\gamma$  для равновесной воздушной плазмы изменятся в пределах  $\gamma = 1.2 \div 1.1$  (при нормальном его значении  $\gamma = 1.4$ ). В качестве независимых параметров для обезразмеривания были выбраны линейный размер  $r_* = 1000$  м, а также плотность  $\rho_*$  и температура  $T_*$  стандартной атмосферы на высоте  $H_* = 30$  км. Остальные параметры обезразмеривания, к которым отнесены приводимые на последующих рисунках безразмерные величины (компоненты векторов **v**, **u** из (7)), определяются уравнениями (1)–(5):

$$\varepsilon_* = c_v T_*, \quad e_* = \rho_* \varepsilon_*, \quad V_* = \sqrt{\varepsilon_*}, \quad t_* = r_* / V_*, \quad p_* = \rho_* V_*^2, \quad B_* = \sqrt{p_*}$$
 (11)

где  $c_v$  — эффективная удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме (см., например, [Лунев, 2007, с. 13–27]). В вычислительном плане для приведенных выше размерномассовых характеристик даже в таком упрощенном виде решение рассматриваемой задачи на большие времена в 3D-постановке представляет определенные трудности.

Так как выполненные различными авторами реконструкции траектории движения челябинского метеороида дают довольно разные варианты его траектории в восточно-западном направлении (от юго-восточного до северо-восточного, см. [Емельяненко и др., 2013]), в данной работе принималось, что траектория располагалась в плоскости магнитной широты и вначале были выполнены 2D-расчеты в широтно-вертикальной плоскости  $\{y, z\}$ , дающие определенное представление об эволюции возмущений в этих направлениях. В качестве пробного варианта были выполнены расчеты без разрушения метеороида с приведенным в (10) средним набором входных данных, некоторые результаты которых представлены на рисунках 6-7. На каждой из панелей рисунка 6 для двух различных моментов безразмерного времени  $t/t_* = 0.005$  и  $t/t_* = 0.005$ = 10 приведены распределения возмущений скорости атмосферного воздуха. Черные штрихи указывают величину и направление относительной скорости плазмы возмущенной атмосферы  $\sqrt{v^2 + w^2}/V_*$  в зависимости от вертикальной координаты z (км) для разных расстояний y = const от точки входа в плотные слои атмосферы при Y = 650 км, Z = 120 км. Максимальные и минимальные (нулевые) ее значения указаны у палитры и в подрисуночных подписях. Здесь и далее цветом из палитры отмечены разные значения представляемого на рисунке распределения параметра. Зависимость цвета от относительной величины параметра  $c_{otn}$  (между его минимальным и определяемым заданным в диапазоне [0, 1] уровнем  $U_r$  значением  $C_{Ur} = Ur(c_{\text{max}} - c_{\text{min}}))$  линейная:  $0 \le c_{otn} = (c - c_{min}) / (c_{Ur} - c_{min}) \le 1$ . На данном рисунке при  $U_r = 0.1 - 0.01$  красный цвет соответствует практически всей возмущенной области, ограниченной распространяющейся от начальной траектории ударной волной в нижней атмосфере (или при больших временах быстрой магнитозвуковой волной в ионосфере). Для одного из моментов  $t/t_* = 2$  на рисунке 7 помимо поля скоростей (верхняя панель) в области интегрирования с Y = 650 км, Z = 240 км показаны аналогичные распределения других параметров (последующие панели сверху вниз): вертикальной компоненты вектора скорости  $w/V_*$  (демонстрирующей части возмущенной атмосферы, движущиеся вверх — красный цвет и вниз — голубой цвет); относительной внутренней энергии  $\varepsilon/\varepsilon_*$  и относительного газодинамического давления  $p/p_*$ . Видно, что без учета разрушения метеороида в плотных слоях атмосферы представленные расчетные данные не согласуются с наблюдавшейся в реальности картиной светящейся части возмущенной атмосферы, приведенной, например, на рисунке 8, заимствованном из [Емельяненко и др., 2013] (фото А. Ахметвалеева). Определенные сложности представляет также корректная постановка граничных условий на правой границе, через которую осуществлялся вход метеороида в начальную расчетную область и на соответствующей части которой некоторое время осуществляется сверхзвуковое течение внутрь области интегрирования. Необходимые условия корректности граничных условий для систем уравнений гиперболического типа хорошо известны и описаны, например, в [Магомедов, Холодов, 1988; Godunov, 1979; Холодов, 2009; Белоцерковский и др., 2011], однако в данной ситуации имеется довольно много неопределенностей. В описываемых пробных расчетах на этой границе в начальный момент времени задавались и в дальнейшем сохранялись все компоненты искомого вектора из (7) (т. е. осуществлялся сверхзвуковой вдув струи в слабо затопленное пространство). Это, как видно на рисунке 7, вызывало определенные нарушения в распределениях параметров вблизи этой границы, которые в дальнейших расчетах были устранены переходом к несколько иной постановке граничных условий. Из представленных здесь расчетов также хорошо видна разная скорость распространения возмущений, сопровождающих метеороид в направлении его движения и в поперечном к траектории направлении, что в определенной степени подтверждает правомерность описанного выше одномоментного задания начальных возмущений.

**2.3.** Основные расчеты в 2D-приближении (плоскость  $\{y, z\}$ ) были проведены для приведенного в (10) верхнего набора входных данных и представлены на рисунках 10–20. Для этого варианта при аэробаллистическом расчете начальных возмущений имитировалось разрушение метеороида путем 5-кратного увеличения его максимальной площади поперечного сечения



Рис. 6. Распределение (без учета разрушения метеороида) скоростей в широтно-вертикальной плоскости на начальном этапе (верхняя панель:  $t/t_* = 0.005$ ,  $V_{\text{max}} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2}/V_*\} = 27.8$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.1$ ) и в более поздний момент времени (нижняя панель:  $t/t_* = 10$ ,  $V_{\text{max}} = 10.1$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.01$ ). Штрихи — направление вектора скорости, цвет — его относительная величина в долях умноженной на  $U_r$  разности ее максимального и минимального значений. Шкала палитры — линейная от 0 до 1



Рис. 7. Распределение (без учета разрушения метеороида) параметров в момент времени  $t/t_* = 2$  (панели — сверху вниз): вектора скорости ( $V_{\text{max}} = 29$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.01$ ); вертикальной компоненты скорости ( $w_{\text{max}} = \max\{w/V_*\} = 2.4$ ,  $w_{\text{min}} = -1.63$ ,  $U_r = 0.8$ ); удельной внутренней энергии ( $\varepsilon_{\text{max}} = \max\{\varepsilon/\varepsilon_*\} = 141.4$ ,  $\varepsilon_{\text{min}} = 1$ ,  $U_r = 0.001$ ) и давления ( $p_{\text{max}} = \max\{p/p_*\} = 2.52$ ,  $p_{\text{min}} = 1.7 \cdot 10^{-6}$ ,  $U_r = 0.1$ )

(миделя) до  $S_b = 883.5 \text{ м}^2$  в момент времени (координаты точки разрушения  $z_0 = 27.5 \text{ км}$ ,  $y_0 = 77 \text{ км}$ ). Начальные размеры области интегрирования были  $0 \le y \le Y = 550 \text{ км}$ ,  $23.33 \le z \le Z = 30 \text{ км}$ , с числом сеточных узлов L = 51 и K = 4801. Такой выбор сеточных параметров вызван существенным различием характерных пространственных масштабов возникающих по вертикальному и широтному направлениям возмущений. Вход метеороида осуществлялся в правый верхний угол начальной области интегрирования, размер которой по мере расширения возмущенной области последовательно удваивалась по координате z и при необходимости ее границы сдвигались в нужном направлении (при неизменных K, L).





Рис. 8. Заимствованный из [Емельяненко и др., 2013] снимок светящейся части возмущенной атмосферы в момент разрушения метеороида (фото А. Ахметвалеева)

Рис. 9. Заимствованный из [Емельяненко и др., 2013] снимок слоистой структуры следа за метеороидом (фото А. Ахметвалеева)

На рисунке 10 для трех моментов времени  $t/t_* = 1.2$ ; 3.2; 16 (которым соответствуют верхняя, средняя и нижняя панели) цветом и черными штрихами показаны аналогичные рисунку 6 распределения скорости в возмущенной части атмосферы. На этой стадии видно формирование и эволюция головной части возмущенной области после разрушения метеороида, а также движение в верхнюю и нижнюю часть атмосферы ударных волн и формирование в средней части возмущенной области сильно нагретой разреженной струи из смеси продуктов испарения метеороида и воздушной плазмы (с существенно большими горизонтальными составляющими скорости, чем в остальной возмущенной области). Подобная слоистая структура следа отмечена и в описаниях очевидцев [Емельяненко и др., 2013] (см. также заимствованный из этой работы рис. 9). Следует отметить также более высокую скорость движения и интенсивность ударной волны в верхней части возмущенной области по сравнению с нижней.

Для следующих трех моментов времени  $t/t_* = 36$ ; 38; 50, показанных сверху вниз на трех панелях рисунка 11 и соответствующих периоду взаимодействия двигавшейся вниз части ударной волны с земной поверхностью, видна начальная стадия этого взаимодействия (верхняя панель), формирование более интенсивной отраженной ударной волны (средняя панель) и движение отраженной волны в верхнюю полусферу (нижняя панель).

Для показанных на рисунке 12 более поздних моментов времени  $t/t_* = 65$ ; 90 наблюдается процесс взаимодействия отраженной ударной волны с долгоживущей и более медленно эволюционирующей горячей разреженной струей начального возмущения (аналогичной инверсионному следу за сверхзвуковым самолетом): процесс их сближения (верхняя панель) и собственно взаимодействие (нижняя панель). При этом возникает весьма сложная картина течений, в том числе с разворотом части струйного течения в обратном направлении. В верхней части возмущен-





Рис. 10. Распределение скоростей в широтновертикальной плоскости с имитацией мгновенного разрушения метеороида ( $V_{\min} = 0, U_r = 0.01$ ). Верхняя панель:  $t/t_* = 1.2$ ,  $V_{\text{max}} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2/V_*}\} =$ = 31.1; средняя панель:  $t/t_*$  = 3.2,  $V_{\text{max}}$  = 37.0;  $t/t_*$  = 38,  $V_{\text{max}}$  = 27.7; нижняя панель:  $t/t_*$  = 50, нижняя панель:  $t/t_* = 16$ ,  $V_{\text{max}} = 34.5$ 

Рис. 11. Распределение скоростей в широтновертикальной плоскости с имитацией мгновенного разрушения метеороида ( $V_{\min} = 0, U_r = 0.01$ ). Верхняя панель:  $t/t_* = 36$ ,  $V_{\text{max}} = 27.9$ ; средняя панель:  $V_{\rm max} = 24.8$ 



Рис. 12. Распределение скоростей в широтно-вертикальной плоскости с имитацией мгновенного разрушения метеороида ( $V_{\min} = 0$ ). Верхняя панель:  $t/t_* = 65$ ,  $V_{\max} = 22.01$ ,  $U_r = 0.01$ ; нижняя панель:  $t/t_* = 90$ ,  $V_{\rm max} = 15.99$ ,  $U_r = 0.03$ .

ной области (на среднеионосферных высотах) скорости течения достигают сопоставимых с начальными скоростями метеороида величин из-за экспонентного распределения невозмущенных плотности и давления.



Рис. 13. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 0.6$  с имитацией мгновенного разрушения метеороида: вектора скорости (верхняя левая панель,  $V_{\text{max}} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2}/V_*\} = 29.46, V_{\text{min}} = 0, U_r = 0.01$ ); вектора напряженности магнитного поля (верхняя правая панель,  $B_{\text{max}} = \max\{\sqrt{B_y^2 + B_z^2}/B_*\} = 0.266, B_{\text{min}} = 0, U_r = 0.01$ ); газодинамического давления (средняя левая панель,  $p_{\text{max}} = \max\{\sqrt{B_y^2 + B_z^2}/B_*\} = 159.9, \varepsilon_{\text{min}} = 1, U_r = 0.01$ ); функции плотности  $R_o = (\ln(\rho) - \ln(\rho_{\text{min}})) / (\ln(\rho_{\text{max}}) - \ln(\rho_{\text{min}}))$  (нижняя левая панель,  $\rho_{\text{max}} = \max\{\rho/\rho_*\} = 9.14, \rho_{\text{min}} = 2.58 \cdot 10^{-3}, U_r = 1$ ); вертикальной компоненты скорости  $w/V_*$  (нижняя правая панель,  $w_{\text{max}} = \max\{w/V_*\} = 2.03, w_{\text{min}} = -1.75, U_r = 1$ )

В дополнение к скорости, поведение в области интегрирования распределений других параметров в моменты времени  $t/t_* = 0.6$ ; 14; 50 показано соответственно на рисунках 13, 14 и 15. Величине скорости  $\sqrt{v^2 + w^2}/V_*$  соответствуют левые верхние панели, величине проекций вектора напряженности магнитного поля  $\sqrt{B_y^2 + B_z^2}/B_*$  на плоскость {y, z} — правые верхние панели, газодинамического давления  $p/p_*$  и удельной внутренней энергии  $\varepsilon/\varepsilon_*$  — левые и правые средние панели, функции плотности  $(\ln (\rho) - \ln (\rho_{min})) / (\ln (\rho_{max}) - \ln (\rho_{min}))$  и вертикальной компоненты скорости  $w/V_*$  — левые и правые нижние панели. По распределениям плотности и внутренней энергии также видно существование характерной (аналогичной рис. 8) головной части светящегося следа и разреженной горячей струи в средней части возмущенной области. Следует отметить также появление в этой же области заметных широтных составляющих магнитного поля  $B_y$ , отсутствующих в невозмущенном земном магнитном диполе (правые верхние панели). По мере расширения вертикального размера возмущенной области начинает отличаться от единицы



и существенно расти отношение максимальных значений вертикальных составляющих скорости за фронтом верхней и нижней ударных волн (правые нижние панели).

Рис. 14. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 14$  с имитацией мгновенного разрушения метеороида: вектора скорости (верхняя левая панель,  $V_{\text{max}} = 35.1$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.01$ ); вектора напряженности магнитного поля (верхняя правая панель,  $B_{\text{max}} = 0.502$ ,  $B_{\text{min}} = 1.66 \cdot 10^{-4}$ ,  $U_r = 0.1$ ); газодинамического давления (средняя левая панель,  $p_{\text{max}} = 3.34$ ,  $p_{\text{min}} = 4.36 \cdot 10^{-3}$ ,  $U_r = 0.4$ ); удельной внутренней энергии (средняя правая панель,  $\varepsilon_{\text{max}} = 133.8$ ,  $\varepsilon_{\text{min}} = 0.965$ ,  $U_r = 0.005$ ); функции плотности  $R_o$  (нижняя левая панель,  $\rho_{\text{max}} = 1.62 \cdot 10^{-3}$ ,  $U_r = 1$ ); вертикальной компоненты скорости  $w/V_*$  (нижняя правая панель,  $w_{\text{max}} = 1.14$ ,  $w_{\text{min}} = -0.833$ ,  $U_r = 1$ )

Более детально особенности взаимодействия нижней части ударной волны с земной поверхностью представлены на рисунках 16—20, на которых приведены зависимости различных параметров от вертикальной координаты z, км для срединной широтно-вертикальной плоскости и долготной координаты  $y = 99 \div 110$  км (невдалеке от точки разрушения метеороида  $y = y_0$ ). На рисунках 16, 19 показаны вертикальные распределения функции плотности  $R_0 =$  $= (\ln (\rho) - \ln (\rho_{min})) / (\ln (\rho_{max}) - \ln (\rho_{min}))$  (левые панели) и безразмерной удельной внутренней энергии  $V_e = \varepsilon/\varepsilon_*$  (правые панели). На рисунках 17, 20 показаны аналогичные распределения безразмерных вертикальной  $V_z = w/V_*$  и широтной  $V_y = v/V_*$  компонент вектора скорости, a на рисунке 18 — безразмерных широтной  $By = B_y/B_*$  и вертикальной  $Bz = B_z/B_*$  компонент вектора напряженности магнитного поля. Данные приведены для различных моментов времени, соответствующих движению нижней части ударной волны к поверхности Земли, ее взаимодействию с поверхностью ( $t/t_* = 18$ ; 30; 38, рис. 16–18), этапу движения отраженной волны от поверхности Земли, этапу ее взаимодействия с областью струйного течения и дальнейшего движения к магнитосфере ( $t/t_* = 50$ ; 70; 90, рис. 19–20).



Рис. 15. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 50$  с имитацией мгновенного разрушения метеороида: вектора скорости (верхняя левая панель,  $V_{\text{max}} = 24.8$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.01$ ); вектора напряженности магнитного поля (верхняя правая панель,  $B_{\text{max}} = 0.610$ ,  $B_{\text{min}} = 6.62 \cdot 10^{-5}$ ,  $U_r = 0.003$ ); газодинамического давления (средняя левая панель,  $p_{\text{max}} = 4.91$ ,  $p_{\text{min}} = 5.98 \cdot 10^{-9}$ ,  $U_r = 0.01$  — верхняя часть рисунка); удельной внутренней энергии (средняя правая панель,  $\varepsilon_{\text{max}} = 77.1$ ,  $\varepsilon_{\text{min}} = 0.9$ ,  $U_r = 0.01$ ); функции плотности  $R_o$  (нижняя левая панель,  $\rho_{\text{max}} = 22.8$ ,  $\rho_{\text{min}} = 2.99 \cdot 10^{-8}$ ,  $U_r = 1.25$ ); вертикальной компоненты скорости  $w/V_*$  (нижняя правая панель,  $w_{\text{max}} = 2.67$ ,  $w_{\text{min}} = -1.59$ ,  $U_r = 0.8$ )

Из приведенных на рисунке 16 данных видно, что по мере приближения к поверхности Земли интенсивность нижней части ударной волны, движущейся по экспонентоциально растущей атмосфере, быстро уменьшается (отношение плотности за ударной волной к ее значению перед ударной волной  $\rho_s/\rho_{\infty} = 1.6$ ; 1.27; 1.14 для указанных моментов времени). В области струйного течения плотность резко уменьшается, а температура увеличивается. Рисунок 19 демонстрирует формирование отраженной от поверхности Земли ударной волны, ее движение к медленно изменяющейся области струйного течения и в дальнейшем их взаимодействие, а также ускоряющееся в ионосфере движение верхней части ударной волны (здесь уже быстрой магнитозвуковой волны) и значительный рост ее интенсивности относительно параметров невозмущенной ионосферы. Эти же процессы прослеживаются и по распределениям вертикальной и широтной составляющих вектора скорости (рис. 17, 20). Судя по поведению вертикальной компоненты скорости, на более поздних временах, возможно, осуществляется дальнейшее многократное взаимодействие первичных возмущений с поверхностью Земли и областью струйного течения.

Как уже отмечалось, специального рассмотрения требует вопрос влияния вызываемых движением метеороида возмущений (сильно нагретого и, следовательно, ионизированного ударного слоя перед его лобовой поверхностью) на земные магнитные и электрические поля. Из представ-

#### КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ



Рис. 16. Зависимость плотности  $R_o = \rho/\rho_*$  (левые панели) и удельной внутренней энергии  $V_e = \varepsilon/\varepsilon_*$  (правые панели) от вертикальной координаты  $z_k = (k-1)Z/(K-1)$  с имитацией мгновенного разрушения метеороида (k — номер сеточного узла, шкала линейная). Верхняя, средние и нижние панели соответствуют моментам времени  $t/t_* = 18$ ; 30; 38

ленных на рисунках 10–15 и рисунке 18 данных видно, что в рассматриваемой здесь 2D-МГДпостановке задачи, в области струйного течения вертикальная компонента вектора напряженности магнитного поля остается неизменной, но дополнительно появляется заметная и относительно слабо изменяющаяся во времени широтная составляющая, отсутствующая в невозмущенной атмосфере.

Еще один существенный вопрос, требующий детального количественного анализа, связан с пространственным и временным распределением большой начальной кинетической энергии  $E = M_b V_0^2/2$  тормозящегося в атмосфере метеороида по различным процессам (нагрев и вовлечение в движение окружающей атмосферы, плавление и абляция материала на лобовой поверхности, его деформирование, разрушение и др.). Применительно к метеороидной тематике некоторые аспекты этих сложных процессов рассматриваются, например, в [Коробейников и др., 1997; Korobeinikov et al., 1998; Тирский, 2000; Голомазов, 2013; Андрущенко и др., 2013; Иванков, Финченко, 2013; Петров и др., 2013; Никитин и др., 2013; Максимов, 2013; Андрущенко, Шевелев, 2013; Фортов и др., 2013; Стулов и др., 1995; Zhdan et al., 2004] и др. Для челябинского болида по данным различных источников, проанализированных в [Фортов и др., 2013; Емельяненко и др., 2013], его начальная кинетическая энергия оценивается в  $1.2 \cdot 10^{22} \div 2 \cdot 10^{22}$  эрг



Рис. 17. Зависимость вертикальной  $V_z = w/w_*$  (левые панели) и горизонтальной  $V_y = v/v_*$  (правые панели) от вертикальной координаты  $z_k$ , км. Верхняя, средние и нижние панели соответствуют моментам времени  $t/t_* = 18$ ; 30; 38

 $(300 \div 500$  кт ТНТ). При этом на большей части траектории его движения она практически не изменялась, и основные ее преобразования происходили на заключительной стадии (разрушение и вспышка, см. рис. 1, 2, 8). Между тем разрушения в Челябинске и его окрестностях (в непосредственной близости от места падения его остатков — метеоритов), к счастью, были весьма незначительными. В процессе расчета представленных здесь результатов 2D-моделирования по всей области интегрирования вычислялась обезразмеренные кинетическая и внутренняя энергии тех частей возмущенной атмосферы, которые имели положительную вертикальную компоненту скорости w(t, y, z) > 0 ( $E_+(t)$ ,  $\varepsilon_+(t)$ ) и отрицательную w(t, y, z) < 0 ( $E_-(t)$ ,  $\varepsilon_-(t)$ ), т. е. газовых масс, двигавшихся в верхнюю и нижнюю полусферы от траектории движения метеороида:

$$E_{\pm} = \sum_{l=2}^{L} E_{l\pm}(t, y), \quad \varepsilon_{\pm} = \sum_{l=2}^{L} \varepsilon_{l\pm}(t, y),$$

$$E_{l\pm}(t, y) = h_{y} \int_{0}^{Z} \left( \rho(t, y, z) V^{2}(t, y, z) / (2\rho_{*}V_{*}^{2}) \right) dz, \quad \varepsilon_{l\pm}(t, y) = h_{y} \int_{0}^{Z} \left( \rho(t, y, z) \varepsilon(t, y, z) / (\rho_{*}\varepsilon_{*}) \right) dz,$$

$$V^{2} = w^{2} + v^{2}.$$
(12)

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ



Рис. 18. Зависимость горизонтальной  $B_{y}/B_{*}$  (левые панели) и вертикальной  $B_{z}/B_{*}$  (правые панели) компонент вектора напряженности магнитного поля от вертикальной координаты zk, км. Верхняя, средние и нижние панели соответствуют моментам времени  $t/t_* = 18; 30; 38$ 

Для возмущенной области в таблицах 1, 2 в различные моменты времени  $t/t_*$  приведены указанные характеристики, показывающие распределения относительных энергетических долей.

$t/t_*$	$\frac{E_{4+}(t)}{E_{4-}(t)}$	$\frac{E_{6+}(t)}{E_{6-}(t)}$	$\frac{E_{8+}(t)}{E_{8-}(t)}$	$\frac{E_{10+}(t)}{E_{10-}(t)}$	$\frac{E_{12+}(t)}{E_{12-}(t)}$	$\frac{E_{14+}(t)}{E_{14-}(t)}$	$\frac{E_{16+}(t)}{E_{16-}(t)}$	$\frac{E_{18+}(t)}{E_{18-}(t)}$	$\frac{E_{23+}(t)}{E_{23-}(t)}$	$\frac{E_{+}(t)}{E_{-}(t)}$
0.2	$\frac{0.00}{0.00}$	$\frac{1.09}{13.1}$	$\frac{25.1}{196}$	$\frac{241}{240}$	$\frac{20.4}{75.4}$	$\frac{20.1}{73.8}$	$\frac{20.4}{67.8}$	$\frac{21.6}{61.2}$	$\frac{15.1}{42.9}$	$\frac{885}{2110}$
14	$\frac{1.67}{1.00}$	$\frac{66.8}{34.7}$	$\frac{36.3}{51.8}$	$\frac{26.6}{41.6}$	$\frac{26.6}{34.2}$	$\frac{12.4}{26.1}$	$\frac{8.92}{22.5}$	$\frac{8.11}{20.0}$	$\frac{6.00}{17.6}$	$\frac{484}{846}$
16	$\frac{4.90}{2.83}$	$\frac{69.6}{30.7}$	$\frac{37.1}{41.4}$	$\frac{27.1}{33.6}$	$\frac{26.8}{28.2}$	$\frac{13.0}{22.3}$	<u>9.17</u> 19.9	<u>8.26</u> 18.8	<u>6.09</u> 15.3	$\frac{502}{775}$
36	7.92 1.93	$\frac{52.0}{10.3}$	$\frac{81.9}{9.43}$	<u>52.9</u> 15.4	$\frac{38.1}{13.3}$	$\frac{32.3}{14.6}$	$\frac{22.2}{15.0}$	$\frac{16.1}{14.3}$	$\frac{10.0}{13.6}$	$\frac{918}{443}$
38	$\frac{10.7}{2.35}$	$\frac{54.7}{9.60}$	<u>82.6</u> 8.95	$\frac{54.9}{17.0}$	$\frac{36.9}{14.4}$	$\frac{31.7}{16.0}$	$\frac{21.3}{15.2}$	$\frac{15.2}{14.5}$	$\frac{10.4}{13.7}$	<u>958</u> 449
50	$\frac{1.77}{0.08}$	$\frac{33.3}{4.02}$	$\frac{70.8}{5.50}$	<u>84.4</u> 15.6	<u>64.8</u> 15.6	$\frac{47.0}{9.89}$	$\frac{37.0}{14.2}$	<u>27.7</u> 15.8	$\frac{15.3}{16.3}$	$\frac{1140}{497}$
90	$\frac{1.77}{0.08}$	$\frac{33.3}{4.02}$	$\frac{70.8}{5.50}$	<u>84.4</u> 15.6	<u>64.8</u> 15.6	$\frac{47.0}{9.89}$	$\frac{37.0}{14.2}$	<u>27.7</u> 15.8	$\frac{15.3}{16.3}$	$\frac{1830}{418}$

Таблица 1

Выше уже отмечалась существенное замедление со временем скорости движущейся к поверхности Земли части ударной волны из-за экспонентоциального распределения по высоте плотности и давления (и ускорение при движении верхней ее части, особенно на ионосферных



Рис. 19. Зависимость плотности  $R_o = \rho/\rho_*$  (левые панели) и удельной внутренней энергии  $V_e = \varepsilon/\varepsilon_*$  (правые панели) от вертикальной координаты  $z_k$ , км. Верхняя, средние и нижние панели соответствуют моментам времени  $t/t_* = 50$ ; 70; 90

		r								
$t/t_*$	$\frac{\varepsilon_{4+}(t)}{\varepsilon_{4-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{6+}(t)}{\varepsilon_{6-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{8+}(t)}{\varepsilon_{8-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{10+}(t)}{\varepsilon_{10-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{12+}(t)}{\varepsilon_{12-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{14+}(t)}{\varepsilon_{14-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{16+}(t)}{\varepsilon_{16-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{18+}(t)}{\varepsilon_{18-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{23+}(t)}{\varepsilon_{23-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{+}(t)}{\varepsilon_{-}(t)}$
0.2	$\frac{1.37}{1.40}$	$\frac{20.7}{16.6}$	<u>135</u> 188	$\frac{256}{265}$	<u>73.9</u> 94.1	$\frac{72.3}{91.7}$	$\frac{68.9}{86.0}$	<u>64.9</u> 79.1	$\frac{47.5}{58.1}$	$\frac{2111}{2550}$
14	$\frac{141}{160}$	<u>658</u> 650	<u>238</u> 656	$\frac{182}{607}$	<u>176</u> 645	$\frac{146}{501}$	$\frac{110}{394}$	<u>99.8</u> 391	$\frac{431}{311}$	$\frac{12200}{13300}$
16	$\frac{200}{246}$	<u>692</u> 712	<u>239</u> 733	$\frac{176}{785}$	$\frac{168}{725}$	$\frac{142}{571}$	$\frac{108}{462}$	<u>97.5</u> 435	$\frac{44.0}{354}$	$\frac{12100}{15300}$
36	$\frac{267}{499}$	<u>544</u> 1220	$\frac{439}{1880}$	$\frac{223}{2110}$	$\frac{216}{1630}$	$\frac{107}{1480}$	<u>285</u> 1250	<u>284</u> 918	$\frac{167}{730}$	$\frac{7540}{34700}$
38	<u>291</u> 577	$\frac{547}{1350}$	$\frac{393}{2120}$	$\frac{243}{2120}$	$\frac{217}{1440}$	$\frac{243}{1170}$	$\frac{208}{1220}$	$\frac{254}{993}$	<u>179</u> 791	$\frac{8070}{35700}$
50	<u>179</u> 103	$\frac{403}{1180}$	<u>537</u> 1880	$\frac{238}{1780}$	$\frac{192}{1850}$	$\frac{1180}{570}$	$\frac{1020}{372}$	$\frac{1180}{146}$	<u>695</u> 108	$\frac{20500}{24100}$
90	$\frac{130}{0.00}$	$\frac{408}{0.00}$	$\frac{381}{0.00}$	$\frac{462}{204}$	$\frac{1200}{0.00}$	<u>492</u> 193	$\frac{107}{1950}$	<u>587</u> 246	$\frac{610}{34.8}$	$\frac{17400}{11400}$

Таблица 2

высотах). Из приведенных в таблицах данных видно, что и первоначально примерно равные доли кинетической энергии ведут себя подобным же образом, а доли внутренней энергии (которая суммарно почти на порядок больше кинетической), сосредоточенные в основном в струйной области возмущенной атмосферы, изменяются заметно медленнее. На стадии приближения удар-

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ



Рис. 20. Зависимость вертикальной  $V_z = w/w_*$  (левые панели) и горизонтальной  $V_y = v/v_*$  (правые панели) от вертикальной координаты  $z_k$ , км. Верхняя, средние и нижние панели соответствуют моментам времени  $t/t_* = 50$ ; 70; 90

ной волны к поверхности Земли наблюдается преобладание относительной доли кинетической энергии движущихся вверх газовых масс ( $(2 \div 9)$ -кратное вблизи точки разрушения метеороида  $l = 4 \div 14$  и двукратное для всей траектории). По-видимому, это и обеспечило весьма малую интенсивность пришедшей к поверхности ударной волны. Из таблицы 2 на временах  $t/t_* = 36-38$  также виден резкий подъем внутренней энергии между траекторией метеороида и поверхностью Земли, видимо, связанный с наблюдавшейся вспышкой в момент разрушения болида. При сопоставлениях следует учитывать, что при подсчете внутренней энергии в расширяющейся возмущенной области добавлялась ее начальная невозмущенная составляющая, поэтому полная энергия в возмущенной области со временем изменяется. Использовавшаяся в расчетах разностная схема является консервативной по массе, импульсу и полной энергии, поэтому локально соответствующие законы сохранения в расчетах выполнялись.

**2.4.** Для одного из поперечных сечений возмущенной области y = 88 км (вблизи точки разрушения метеороида) с теми же входными данными были проведены также двумерные расчеты в плоскости меридиана {x, z}. В целом, эти расчеты позволяют в определенной степени восполнить предыдущие 2D-расчеты и воспроизвести характер распределений основных параметров в плоскости меридиана. Начальные размеры области интегрирования были  $0 \le x \le X = 6.66$  км, 23.33 км  $\le z \le Z = 30$  км, с одинаковым числом сеточных узлов M = K = 301, так как здесь про-



Рис. 21. Распределение скоростей в плоскости магнитного меридиана с имитацией мгновенного разрушения метеороида.  $V_{\min} = 0$ ,  $U_r = 0.5$ . Верхняя панель:  $t/t_* = 0.2$ ,  $V_{\max} = \max\{\sqrt{u^2 + w^2}/V_*\} = 1.18$ ; средняя панель:  $t/t_* = 38.3$ ,  $V_{\max} = 0.0754$ ; нижняя панель:  $t/t_* = 48.3$ ,  $V_{\max} = 0.087$ 

странственные масштабы по обоим направлениям сопоставимы. Размер области интегрирования по мере расширения возмущенной области последовательно удваивался по координатам x, z при неизменных K, L.

На рисунке 21 для моментов времени  $t/t_* = 0.2$ ; 38.3; 48.2 показаны распределения скорости, иллюстрирующие цветом ее величину  $V_x = \sqrt{u^2 + w^2}/V_*$ , а штрихами — ее направление (аналогично описанию в п. 2.3). Шкала палитры линейная, диапазон ее изменения (уровень) вместе с максимальными и минимальными значениями параметров указаны у палитры и в подрисуночных подписях. Как и в расчетах из п. 2.3, расширение начальной области возмущений

1017

происходит вначале равномерно по всем направлениям (на масштабах однородной атмосферы, верхняя панель), а при приближении ударной волны к поверхности Земли (средняя панель) ее нижняя часть имеет существенно меньшую интенсивность и их взаимодействие (нижняя панель) идентично описанному в п. 2.3.



Рис. 22. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 178$ : вектора скорости (верхняя левая панель,  $V_{\text{max}} = 2.86$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.5$ ); вектора напряженности магнитного поля (верхняя правая панель,  $B_{\text{max}} = \max\{\sqrt{B_x^2 + B_z^2}/B_*\} = 0.0111$ ,  $B_{\text{min}} = 1.9 \cdot 10^{-4}$ ,  $U_r = 0.1$ ); газодинамического давления (средняя левая панель,  $p_{\text{max}} = \max\{p/p_*\} = 121.5$ ,  $p_{\text{min}} = 0.115$ ,  $U_r = 0.05$ ); удельной внутренней энергии (средняя правая панель,  $\varepsilon_{\text{max}} = \max\{\varepsilon/\varepsilon_*\} = 3.92$ ,  $\varepsilon_{\text{min}} = 0.9$ ,  $U_r = 0.1$ ); относительной плотности  $R_o = \rho/\rho^0$  (нижняя левая панель,  $R_{o_{\text{max}}} = \max\{\rho/\rho^0\} = 107.1$ ,  $R_{o_{\text{min}}} = 0.128$ ,  $U_r = 0.05$ ); вертикальной компоненты скорости (нижняя правая панель,  $w_{\text{max}} = \max\{w/V_*\} = 2.83$ ,  $w_{\text{min}} = -1.23$ ,  $U_r = 1.1$ )

Для более поздних времен для моментов времени  $t/t_* = 178$ ; 278; 598 на рисунках 22, 23 и 24 помимо распределения скорости (левые верхние панели) приведены распределения проекций вектора напряженности магнитного поля  $\sqrt{B_x^2 + B_z^2}/B_*$  на плоскость  $\{x, z\}$  — правые верхние



Рис. 23. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 278$ : вектора скорости (верхняя левая панель,  $V_{\text{max}} = 2.88$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.5$ ); вектора напряженности магнитного поля (верхняя правая панель,  $B_{\text{max}} = 0.0037$ ,  $B_{\text{min}} = 1.31 \cdot 10^{-4}$ ,  $U_r = 0.5$ ); газодинамического давления (средняя левая панель,  $p_{\text{max}} = 1457$ ,  $p_{\text{min}} = 0.495$ ,  $U_r = 0.03$ ); удельной внутренней энергии (средняя правая панель,  $\varepsilon_{\text{max}} = 3.70$ ,  $\varepsilon_{\text{min}} = 0.9$ ,  $U_r = 0.1$ ); относительной плотности  $R_o$  (нижняя левая панель,  $R_{o_{\text{max}}} = 16.19$ ,  $R_{o_{\text{min}}} = 0.55$ ,  $U_r = 0.01$ ); вертикальной компоненты скорости (нижняя правая панель,  $w_{\text{max}} = 2.83$ ,  $w_{\text{min}} = -0.433$ ,  $U_r = 1$ )

панели, газодинамического давления  $p/p_*$  и удельной внутренней энергии  $\varepsilon/\varepsilon_*$  — левые и правые средние панели, отношения плотности к ее невозмущенному значению  $R_O = \rho(x, z) / \rho^0(x, z)$ и вертикальной компоненты скорости  $V_z = w/V_*$  — левые и правые нижние панели. На этом этапе происходит вначале взаимодействие отраженной от поверхности Земли ударной волны с областью струйного течения, а в последующем с нижней границей ионосферы, вблизи которой происходит резкий подъем невозмущенной температуры. Сечение горячей малоплотной области струйного течения плоскостью  $\{x, z\}$  видно в виде голубого (для плотности) и красного (для внутренней энергии) малоразмерных пятен в нижней части соответствующих панелей на рисунке 22. При этих взаимодействиях происходит генерация некоторых вторичных возмущений параметров вблизи нижней границы ионосферы и их распространение вдоль этой границы, весьма сходное с акустико-гравитационными волнами (АГВ) — рисунок 24. В рамках газодинамических и МГД уравнений численно подобные явления моделировались, например, в [Ахмедов, Куницын, 2003; Крысанов и др., 2011] и др. По данным [Емельяненко и др., 2013], АГВ были зафиксированы и в связи с движением в атмосфере челябинского метеороида.



Рис. 24. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 598$ : вектора скорости (верхняя левая панель,  $V_{\text{max}} = 5.16$ ,  $V_{\text{min}} = 0$ ,  $U_r = 0.5$ ); вектора напряженности магнитного поля (верхняя правая панель,  $B_{\text{max}} = 0.00102$ ,  $B_{\text{min}} = 7.77 \cdot 10^{-4}$ ,  $U_r = 0.1$ ); газодинамического давления (средняя левая панель,  $p_{\text{max}} = 4071$ ,  $p_{\text{min}} = 0.0709$ ,  $U_r = 0.01$ ); удельной внутренней энергии (средняя правая панель,  $\varepsilon_{\text{max}} = 3.27$ ,  $\varepsilon_{\text{min}} = 0.9$ ,  $U_r = 0.1$ ); относительной плотности  $R_o$  (нижняя левая панель,  $R_{o_{\text{max}}} = 3789$ ,  $R_{o_{\text{min}}} = 0.0788$ ,  $U_r = 0.01$ ); вертикальной компоненты скорости (нижняя правая панель,  $w_{\text{max}} = 2.60$ ,  $w_{\text{min}} = -4.55$ ,  $U_r = 1.2$ )

# Результаты 3D-моделирования для тел большего размера

Данная работа выполнялась с использованием последовательной версии программного кода и ЭВМ с небольшой производительностью (ноутбук), поэтому провести 3D-моделирование для размеров челябинского метеороида с имевшимися вычислительными ресурсами было довольно сложно. Кроме того, представлялось не менее важным выяснить, каким будет влияние размерно-массовых параметров на основные характеристики возмущений, вызываемых движением в атмосфере более крупных объектов. Поэтому для 3D-расчетов были выбраны входные данные, отличающиеся от приведенных в п. 2.2. данных четырехкратным увеличением начальных линейных размеров, 64-кратным увеличением массы и 16-кратным — площади поперечного сечения цилиндрического торца (с последующим ее 5-кратным увеличением в момент разрушения при t = 25 s в точке  $y_0 = 156$  км,  $z_0 = 28.9$  км срединной широтно-вертикальной плоскости x = X/2). Из-за существенного увеличения массы тела были незначительно увеличены начальная высота, угол входа и тормозной путь *Y*. Начальные размеры области интегрирования были:  $0 \le x \le X = 6.66$  км,  $0 \le y \le Y = 650$  км, 23.33 км  $\le z \le Z = 30$  км, с числом сеточных узлов M = 101, L = 51, K = 301. Как и ранее размер области интегрирования по мере расширения возмущенной области последовательно удваивался по координатам *x*, *z* при неизменных *M*, *L*, *K*.

Некоторые результаты этой серии расчетов представлены на рисунках 25–32 и в таблицах 3, 4. Данные на рисунках 26–27 являются распределениями скоростей в срединной широтновертикальной плоскости  $m = 51(\sqrt{v^2 + w^2}/V_*, правые панели)$  и в отмеченных вертикальными отрезками поперечных сечениях  $l = 13(\sqrt{u^2 + w^2}/V_*, певые панели)$ . На рисунке 31 приведены аналогичные распределения проекций вектора скорости (верхние панели) и соответствующих проекций вектора напряженности магнитного поля ( $\sqrt{B_y^2 + B_z^2}/B_*, \sqrt{B_x^2 + B_z^2}/B_*$  нижние панели), а на рисунке 32 — внутренней энергии ( $\varepsilon/\varepsilon_*$ , верхние панели) и отнесенной к ее невозмущенному значению плотности ( $\rho(x, y, z)/\rho^0(x, y, z)$ ), нижние панели). В целом они аналогичны ранее рассмотренным 2D-расчетам и отличаются лишь количественными данными.



Рис. 25. 3D распределение скоростей с имитацией мгновенного разрушения крупного метеороида в момент времени  $t/t_* = 0.1$  ( $V_{\min} = 0$ ): верхняя панель — в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2 ( $V_{\max} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2}/V_*\} = 28.4, U_r = 0.01$ ); нижняя панель — в меридиональных сечениях  $y_l = (l-1)Y/(L-1) = \text{const}(U_r = 0.01, V_{\max} = \max\{\sqrt{u^2 + w^2}/V_*\} = 1.51$ ; 3.69; 1.62; 1.19 — у палитр нижней панели, слева направо)

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

На рисунке 25 для одного из начальных моментов времени  $t/t_* = 0.1$  показано распределение скоростей в срединной широтно-вертикальной плоскости m = 51 (верхняя панель) и в ряде поперечных сечений y = const, отмеченных на верхней панели желтыми вертикальными отрезками (нижние панели). Отличие от аналогичных 2D-расчетов заключается, в основном в более протяженном участке торможения после разрушения массивного тела.



Рис. 26. Распределение скоростей ( $V_{\min} = 0$ ): левые панели — в меридиональных сечениях y = const ( $V_{\max} = \max\{\sqrt{u^2 + w^2}/V_*\}$ ,  $U_r = 1$ ); правые панели — в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2 ( $V_{\max} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2}/V_*\}$ ). Верхние панели:  $t/t_* = 0.5$ ,  $V_{\max} = 1.68$  на левой панели,  $V_{\max} = 28.1$  на правой панели,  $U_r = 0.1$ ; средние панели:  $t/t_* = 14.7$ ,  $V_{\max} = 0.242$  на левой панели,  $V_{\max} = 3.34$  на правой панели,  $U_r = 0.01$ ; нижние панели:  $t/t_* = 34.7$ ,  $V_{\max} = 0.92$  на левой панели,  $V_{\max} = 3.34$  на правой панели,  $U_r = 0.01$ 



Рис. 27. Распределение скоростей ( $V_{\min} = 0$ ): левые панели — в меридиональных сечениях y = const( $V_{\max} = \max\{\sqrt{u^2 + w^2}/V_*\}, U_r = 1$ ); правые панели — в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2( $V_{\max} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2}/V_*\}$ ). Верхние панели:  $t/t_* = 44.7, V_{\max} = 0.232$  на левой панели,  $V_{\max} = 2.44$  на правой панели,  $U_r = 0.01$ ; средние панели:  $t/t_* = 124.9, V_{\max} = 1.44$  на левой панели,  $V_{\max} = 3.02$  на правой панели,  $U_r = 0.3$ ; нижние панели:  $t/t_* = 185, V_{\max} = 3.06$  на левой панели,  $V_{\max} = 3.34$  на правой панели,  $U_r = 0.01$ 

При движении ударной волны (более медленном к поверхности Земли и быстрым в сторону ионосферы, рисунок 26) наряду с увеличением поперечных размеров возмущенной области и формированием ее слоистой структуры (с малоплотной горячей областью струйного течения в центре) происходит деформация передней части возмущенной области к ее характерной для поздних стадий форме из рисунка 8. На этапе взаимодействия нижней части ударной волны с поверхностью Земли (рис. 27, верхние панели и рис. 28–30), как и в 2D-расчетах, к поверхности Земли приходит относительно слабая ударная волна. Это хорошо видно по величине вертикальной компоненты скорости  $w/V_*$  вблизи поверхности Земли z = 0, показанной для двух моментов времени ( $t/t_* = 44.7$  левые и  $t/t_* = 94.7$  правые рис. 28). Нижние рисунки 28 соответствуют срединной широтно-вертикальной плоскости m = 51, верхние — поперечному сечению l = 13. На рисунке 29 и рисунке 30 для момента времени  $t/t_* = 44.7$  приведены аналогичные зависимости для других параметров в плоскости меридиана l = 13 (левые рисунки) и в срединной широтно-вертикальной плоскости m = 51 (правые рисунки). По пространственным зависимостям на рисунке 29 плотности  $\rho(x, y, z) / \rho^0(x, y, z)$  (верхние рисунки), удельной внутренней энергии (средние рисунки) и *y*-компоненты скорости  $v/V_*$  (нижние рисунки) хорошо видна структура области струйного течения. Представленные на рисунке 30 пространственные зависимости *x*-компоненты (верхние рисунки), *y*-компоненты (средние рисунки) и *z*-компоненты (нижние рисунки) напряженности магнитного поля также аналогичны 2D-расчетам и, видимо, являются источником зафиксированных в челябинском событии ЭМИ [Емельяненко и др., 2013]. Более поздние распределения возмущенного земного магнитного поля показаны на нижних панелях рисунка 31.

При последующем движении отраженной волны вслед за верхней частью первичной волны (рис. 27, средние и нижние панели и рис. 31-32) происходит также ее взаимодействие с областью струйного течения с образованием в области максимальной интенсивности отраженной волны вертикального струйного течения (рис. 24, верхняя левая панель), видимо и являющегося источником акустико-гравитационных волн (АГВ). В области малой интенсивности отраженной волны разрушения области струйного течения не наблюдается, как это хорошо видно на рисунке 32 ( $t/t_* = 145$ ).



Рис. 28. Распределение вертикальной скорости  $w/V_*$  в моменты времени  $t/t_* = 44.7$  (левые рисунки) и  $t/t_* = 94.7$  (правые рисунки): верхняя панель — в меридиональном сечении  $y_l = (l-1) Y/(L-1) = \text{const}$ , l = 13; нижняя панель — в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2



Рис. 29. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 44.7$  в меридиональном сечении  $y_l = (l-1)Y/(L-1) = \text{const}, l = 13$  (левые рисунки) и в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2 (правые рисунки). Верхняя панель — относительная плотность  $\rho/\rho^0$ , средняя панель — удельная внутренняя энергия  $\varepsilon/\varepsilon_*$ , нижняя панель — широтная компонента вектора скорости  $v/V_*$ 



Рис. 30. Распределение компонент вектора напряженности магнитного поля в момент времени  $t/t_* = 44.7$  в меридиональном сечении  $y_l = (l-1) Y/(L-1) = \text{const}, l = 13$  (левые рисунки) и в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2 (правые рисунки). Панели сверху вниз:  $B_x/B_*$ ,  $B_y/B_*$ ,  $B_z/B_*$ 



Рис. 31. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 145$ . Левые панели — в меридиональных сечениях  $y = \text{const}(U_r = 1)$ ; правые панели — в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2. Верхние панели — скорости:  $V_{\min} = 0$ ,  $V_{\max} = \max\{\sqrt{u^2 + w^2}/V_*\} = 3.70$  на левых панелях;  $V_{\min} = 0$ ,  $V_{\max} = \max\{\sqrt{v^2 + w^2}/V_*\} = 3.81$ ,  $U_r = 0.3$  на правых панелях; нижние панели — напряженность магнитного поля:  $B_{\max} = \max\{\sqrt{B_x^2 + B_z^2}/B_*\} = 0.00192$ ,  $B_{\min} = 3.46 \cdot 10^{-4}$  на левых панелях;  $B_{\max} = \max\{\sqrt{B_y^2 + B_z^2}/B_*\} = 0.034$ ,  $B_{\min} = 2.89 \cdot 10^{-4}$ ,  $U_r = 0.03$  на правых панелях



Рис. 32. Распределение параметров в момент времени  $t/t_* = 145$ . Левые панели — в меридиональных сечениях  $y = \text{const}(U_r = 1)$ ; правые панели — в срединной широтно-высотной плоскости x = X/2. Верхние панели — удельная внутренняя энергия:  $\varepsilon_{\text{max}} = \max\{\varepsilon/\varepsilon_*\} = 3.75, \varepsilon_{\min} = 0.9, U_r = 0.3$  на левых панелях,  $\varepsilon_{\max} = 16.37, \varepsilon_{\min} = 0.9, U_r = 0.1$  на правых панелях; нижние панели — относительная плотность:  $\rho_{\max} = \max\{\rho/\rho^0\} = 1621, \rho_{\min} = 0.281, U_r = 0.005$  на левых панелях;  $\rho_{\max} = \max\{\rho/\rho^0\} = 2114, \rho_{\min} = 0.0624, U_r = 0.5$  на правых панелях

В таблицах 3, 4 приведены аналогичные 2D-расчетам пространственные и временные распределения обезразмеренных кинетической и внутренней энергий тех частей возмущенной атмосферы, которые имели положительную вертикальную компоненту скорости w(t, y, z) > 0  $(E_+(t), \varepsilon_+(t))$  и отрицательную w(t, y, z) < 0  $(E_-(t), \varepsilon_-(t))$ , т. е. газовых масс, двигавшихся вверх и вниз от траектории движения метеороида. Здесь также на стадии приближения ударной волны к поверхности Земли наблюдается существенное преобладание относительной доли кинетической энергии движущихся вверх газовых масс ( $(2 \div 12)$ -кратное вблизи точки разрушения метеороида  $l = 13 \div 18$  и 15-кратное для всей траектории). Внутренняя энергия в этой серии расчетов также в значительной степени остается сосредоточенной в области малоплотной горячей струи вблизи начальной траектории. Это позволяет надеяться, что для пологих траекторий входа в атмосферу Земли достаточно крупных космических тел, воздействие на поверхность Земли не будет катастрофическим.

$t/t_*$	$\frac{E_{4+}(t)}{E_{4-}(t)}$	$\frac{E_{6+}(t)}{E_{6-}(t)}$	$\frac{E_{8+}(t)}{E_{8-}(t)}$	$\frac{E_{10+}(t)}{E_{10-}(t)}$	$\frac{E_{12+}(t)}{E_{12-}(t)}$	$\frac{E_{14+}(t)}{E_{14-}(t)}$	$\frac{E_{16+}(t)}{E_{16-}(t)}$	$\frac{E_{18+}(t)}{E_{18-}(t)}$	$\frac{E_{23+}(t)}{E_{23-}(t)}$	$\frac{E_{+}(t)}{E_{-}(t)}$
0.11	<u>595</u> 578	$\frac{1200}{1390}$	$\frac{2310}{2620}$	$\frac{3140}{5460}$	$\frac{4600}{8750}$	7050 5970	<u>89.1</u> 157	$\frac{61}{109}$	<u>66.1</u> 89	<u>36800</u> 49200
0.51	$\frac{180}{757}$	$\frac{471}{1780}$	$\frac{1170}{3550}$	$\frac{2320}{6410}$	$\frac{4160}{8430}$	$\frac{5080}{2260}$	$\frac{77.8}{127}$	$\frac{54.3}{91.4}$	$\frac{46.6}{72.8}$	$\frac{25700}{4800}$
14.7	0.047 0.031	<u>65.7</u> 56.2	<u>29.6</u> 165	<u>27.6</u> 125	<u>37.3</u> 93.8	<u>57.2</u> 74.4	<u>83.3</u> 57.6	<u>90.6</u> 38.2	$\frac{3.60}{0.874}$	<u>887</u> 1300
34.7	$\frac{0.0}{0.9}$	<u>3.95</u> 2.97	$\frac{10.2}{21.7}$	$\frac{11.8}{22.4}$	$\frac{13.0}{17.9}$	$\frac{20.1}{13.6}$	$\frac{34.1}{10.4}$	<u>51.5</u> 7.87	$\frac{22.3}{0.0}$	$\frac{1470}{2040}$
44.7	$\frac{0.0}{1.48}$	$\frac{1.67}{1.47}$	<u>5.11</u> 7.74	<u>6.54</u> 9.06	8.05 7.61	$\frac{13.3}{5.65}$	$\frac{22.6}{4.01}$	$\frac{34.0}{2.80}$	$\frac{21.6}{0.0}$	$\frac{1270}{84.4}$
124.9	<u>0.194</u> 19.9	<u>0.691</u> 15.8	$\frac{4.49}{6.40}$	$\frac{13.0}{3.83}$	$\frac{22.6}{2.87}$	$\frac{42.0}{1.41}$	$\frac{72.5}{0.55}$	$\frac{109}{0.35}$	$\frac{197}{0.24}$	$\frac{9600}{130}$
185.0	0.597 13.7	$\frac{1.98}{60.1}$	<u>2.12</u> 119	<u>3.77</u> 78.7	7.22 27.3	$\frac{12.2}{5.31}$	27.0 1.66	<u>59.5</u> 1.55	$\frac{194}{1.59}$	<u>13500</u> 651

Таблина 3

$t/t_*$	$\frac{\varepsilon_{4+}(t)}{\varepsilon_{4-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{6+}(t)}{\varepsilon_{6-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{8+}(t)}{\varepsilon_{8-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{10+}(t)}{\varepsilon_{10-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{12+}(t)}{\varepsilon_{12-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{14+}(t)}{\varepsilon_{14-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{16+}(t)}{\varepsilon_{16-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{18+}(t)}{\varepsilon_{18-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{23+}(t)}{\varepsilon_{23-}(t)}$	$\frac{\varepsilon_{+}(t)}{\varepsilon_{-}(t)}$
0.11	$\frac{1060}{839}$	<u>2080</u> 1930	$\frac{4120}{4070}$	$\frac{7040}{8120}$	$\frac{11100}{13300}$	$\frac{12500}{12500}$	$\frac{713}{804}$	<u>539</u> 591	$\frac{469}{488}$	80500 86700
0.51	$\frac{1650}{1830}$	<u>2870</u> 3660	<u>5310</u> 6630	<u>2320</u> 11200	$\frac{13700}{16000}$	<u>13600</u> 12000	$\frac{1110}{1240}$	<u>862</u> 973	703 763	103000 116000
14.7	<u>88.1</u> 35.8	$\frac{3970}{4710}$	<u>5620</u> 10900	$\frac{6410}{11500}$	$\frac{8080}{1260}$	$\frac{10300}{14200}$	$\frac{11500}{15700}$	$\frac{10900}{15700}$	$\frac{14600}{8940}$	$\frac{420000}{444000}$
34.7	$\frac{0.0}{16100}$	<u>2940</u> 1540	$\frac{4720}{9410}$	$\frac{4560}{3710}$	$\frac{5010}{2000}$	<u>26100</u> 1870	$\frac{41400}{8550}$	$\frac{48700}{13500}$	$\frac{58000}{0.0}$	<u>1550000</u> 153000
44.7	$\frac{0.0}{12800}$	$\frac{2090}{4570}$	$\frac{2240}{1070}$	$\frac{2380}{2210}$	<u>6760</u> 978	<u>16100</u> 888	23300 884	27800 918	$\frac{30800}{0.0}$	<u>958</u> 449
124.9	$\frac{1310}{49600}$	$\frac{2020}{44400}$	<u>2210</u> 30300	$\frac{1450}{9060}$	<u>1520</u> 8910	<u>30600</u> 6590	$\frac{47600}{1570}$	<u>61200</u> 409	<u>86200</u> 641	<u>2410000</u> 392000
185.0	$\frac{2250}{32800}$	<u>3290</u> 51500	4020	4020	<u>6030</u> 25000	<u>6750</u> 18500	<u>13200</u> 14900	24000 13900	60500 10700	<u>2240000</u> 596000

Таблина 4

# Заключение

В работе на основе МГД уравнений рассмотрены нестационарные 2D- и 3D-задачи об эволюции возмущений в нижней атмосфере и в ионосфере Земли, вызываемых движением по пологим траекториям входа крупных метеороидов с имитацией их разрушения путем мгновенного увеличения миделя в точке максимума скоростного напора. По результатам численного исследования получены и проанализированы детальные пространственно-временные распределения основных параметров плазменных течений, из которых, в частности, следует ряд явлений, сходных с наблюдавшимися в челябинском феномене:

основная часть начальной кинетической энергии метеороида остается в виде внутренней энергии разреженного горячего струйного течения паровоздушной плазмы вблизи его траектории движения, из-за чего интенсивность приходящей к поверхности Земли ударной волны значительно ослабляется;

- по вертикали генерируемые ударной волной возмущения, значительно возрастая по амплитуде, распространяются вплоть до верхней границы ионосферы;
- наблюдаются заметные возмущения земного магнитного поля в области струйного плазменного течения и движущейся от траектории к поверхности Земли и в ионосферу ударной волны, которые, по-видимому, могут быть источником ЭМИ, зафиксированных в челябинском событии;
- движущиеся в ионосферу верхняя часть первичной ударной волны, а также отраженная от поверхности Земли и взаимодействующая затем со струйным течением волна при достижении нижней границы ионосферы являются источником образований, сходных по структуре с наблюдавшимися в челябинском событии акустико-гравитационными волнами.

Автор надеется, что в дальнейшем будут выполнены более систематические и в более точной постановке численные исследования челябинского феномена со всем многообразием сопровождавших его движение в атмосфере Земли процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №13-07-12149. Автор признателен руководителям научного семинара Института прикладной геофизики ак. Дымникову В. П., проф. Лапшину Б. В. и участникам этого семинара за полезные обсуждения данного класса задач, а также редколлегии журнала «Компьютерные исследования и моделирование» за поддержку данной и смежных работ.

#### Список литературы

- Андреев А. А., Холодов А. С. О сверхзвуковом пространственном обтекании затупленных тел с учетом интерференции // Журн. вычисл. матем. и математич. физ. 1989. Т. 29, № 1. С. 142–147.
- Андрущенко В. А., Головешкин В. А., Султанов И. А., Шевелев Ю. Д. Кометно-астероидная опасность и возможность ее предотвращения. Состояние вопроса. (обзор) // Автоматизация моделирования. — М.: Изд-во МГУ, 2005. — С. 48–78.
- Андрущенко В.А., Сызранова Н.Г., Шевелев Ю.Д. Моделирование входа челябинского метеороида в атмосферу. Настоящий выпуск.
- Андрущенко В.А., Шевелев Ю.Д. Обстрел Земли из космоса хроника столетия. Настоящий выпуск.
- Ахмедов Р. Р., Куницын В. Е. Численный метод решения задач распространения акустикогравитационных волн в атмосфере до ионосферных высот // Вестник Моск. университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. – 2003. – № 3. – С. 38–42.
- Белоцерковский, Васильев, Ведерников, Дымников и др. О численном моделировании некоторых задач взаимодействия литосферы, гидросферы и атмосферы Земли // Фрагменты истории и достижения ИАП РАН. 1986–2011. Учреждение РАН ИАП РАН, ООО ИЦ «Полет Джонатана». 2011. Р. 14–71.
- Голомазов М. М. Моделирование движения астероида в атмосфере Земли. Настоящий выпуск.
- *Гуськов К. Г., Райзер Ю. П., Суржиков С. Т.* 3-мерная вычислительная МГД-модель разлета плазмы в неоднородной ионизированной среде с магнитным полем // Матем. моделирование. — 1992. — Т. 4, № 7. — С. 49–66.
- *Емельяненко В. В., Попова О. П., Чугай Н. Н. и др.* Астрономические и физические аспекты челябинского события 15 февраля 2013 г. // Астрономический вестник. 2013. Т. 47, № 4. С. 1–16.
- Иванков А.А., Финченко В.С. Численное исследование теплового разрушения метеорита «Челябинск» при входе в атмосферу Земли. Настоящий выпуск.

- Иванов В. Д., Кондауров В. И., Петров И. Б., Холодов А. С.Расчет динамического деформирования и разрушения упругопластических тел сеточно-характеристическими методами // Матем. моделирование. 1990. Т. 2, № 11. С. 10–29.
- Карпов И.В., Смертин В. М., Бессараб Ф. С. Трехмерная нестационарная модель термосферы: Препринт № 49 (582). М.: ИЗМИР АН СССР, 1985. С. 774–780.
- Колесник А. Г., Королев С. С. Трехмерная модель термосферы // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23, № 4. С. 774–780.
- Коробейников В. П., Гусев С. Б., Семенов И. В. О моделировании разрушений космических тел в атмосфере Земли // Астрономический вестник. — 1997. — Т. 31, № 4. — С. 370–384.
- Коротин П. Н., Петров И. Б., Холодов А С. Численное моделирование поведения упругих и упругопластических тел под воздействием мощных энергетических потоков // Матем. моделирование. 1989. Т. 1, № 7. С. 1–12.
- Крысанов Б. Ю., Куницын В. Е., Холодов А. С. Моделирование МГД-уравнениями ионосферных возмущений, генерируемых в приземном слое атмосферы // Журн. вычисл. мат. и математич. физ. 2011. Т. 50, № 2. С. 1–21.
- *Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю.* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Наука, 2001. 608 с.
- Лавриненко Н. Е., Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю, Холодов А. С. Особенности поведения плазменной области, образуемой взрывом в верхней атмосфере на высотах 100–120 км // Мат. моделирование. — 2007. — Т. 19, № 5. — С. 59–71.
- *Лунев В. В.* Течение реальных газов с большими скоростями. М.: Физматлит, 2007. 760 с.
- *Магомедов К. М., Холодов А. С.* Сеточно-характеристические численные методы. М.: Наука, 1988. 287 с.
- Максимов Ф.А. Сверхзвуковое обтекание системы тел. Настоящий выпуск.
- Никитин И. С., Филимонов А. В., Якушев В. Л. Распространение волн Релея при косом ударе метеорита о поверхность Земли и их воздействия на здания и сооружения. Настоящий выпуск.
- Петров И.Б., Миряха В.А. Санников А.В., Шевцов А.В. Численное моделирование начальной стадии разрушения метеороида в плотных слоях атмосферы в упругопластическом приближении. Настоящий выпуск.
- *Руденко Д. В., Утюжников С. В.* Газодинамические последствия взрыва тунгусского космического тела // Матем. моделирование. 1999. Т. 11, № 10. С. 49–61.
- *Стулов В. П., Мирский В. Н., Вислый А. И.* Аэродинамика болидов. М.: Наука, Физматлит, 1995. 234 с.
- Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю., Холодов А. С., Холодов Я. А. Поведение высокоэнергетичного плазменного сгустка в верхней ионосфере. Часть 1. Начальная стадия разлета и торможения плазменного сгустка // Матем. моделирование. — 2004. — Т. 16, № 7. — С. 43–58.
- Ступицкий Е. Л., Васильев М. О., Репин А. Ю., Холодов А. С., Холодов Я. А. Формирование крупномасштабного струйного течения в результате развития желобковой неустойчивости // Мат. моделирование. — 2006. — Т. 19, № 5. — С. 17–28.
- Ступицкий Е. Л., Холодов А. С. Моделирование динамики плазменного сгустка высокой удельной энергии в верхней атмосфере. 1. Физика процессов и численное моделирование ранней стадии разлета и взаимодействия сгустка с ионосферой и геомагнитным полем (обзор) // Геомагнетизм и аэрономия. — 2012а. — Т. 52, № 4. — С. 1–22.
- Ступицкий Е. Л., Холодов А. С. Моделирование динамики плазменного сгустка высокой удельной энергии в верхней атмосфере. 2. Численное исследование и физические особенности крупномасштабного плазменного течения на поздних стадиях разлета (обзор) // Геомагнетизм и аэрономия. — 2012b. — Т. 52, № 5. — С. 561–590.
- *Тирский Г.А.* Взаимодействие космических тел с атмосферами Земли и планет // Соросовский образовательный журнал. 2000. Т. 6, № 5. С. 76–82.

- Фортов В. Е., Султанов В. Г., Шутов А. В. Взрыв челябинского суперболида в атмосфере Земли: рядовое событие или уникальное стечение обстоятельств // Геохимия. 2013. № 7. С. 609–628.
- Холодов А. С., Холодов Я. А., Ступицкий Е. Л., Репин А. Ю. Численное исследование поведения высокоэнергетичного плазменного сгустка в верхней ионосфере. Часть 2. Разработка трехмерной модели // Мат. моделирование. — 2004. — Т. 16, № 8. — С. 3–23.
- Холодов А.С., Холодов Я.А., Ступицкий Е.Л., Репин А.Ю. Численные исследования поведения плазменного облака в верхней ионосфере // Мат. моделирование. 2005. Т. 17, № 11. С. 43–62.
- Холодов А. С., Васильев М. О., Молоков Е. А. Вычислительные модели верхней атмосферы Земли и некоторые их приложения // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46, № 6. С. 1–21.
- *Холодов А. С.* О построении разностных схем с положительной аппроксимацией для уравнений гиперболического типа // Журн. вычисл. матем. и математич. физ. 1978. Т. 18, № 6. С. 1476–1492.
- Холодов А.С. Численные методы решения уравнений и систем гиперболического типа // Энциклопедия низкотемпературной плазмы (серия «Б»). Т.VII-1. Ч. 2: Математическое моделирование в низкотемпературной плазме. М.: Издательство «ЯНУС-К», 2009. С. 141–174.
- Холодов А. С., Холодов Я. А. О критериях монотонности разностных схем для уравнений гиперболического типа // Журн. вычисл. мат. и математич. физ. — 2006. — Т. 46, № 9. — С. 1638–1667.
- http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/msis vitmo.html.
- Artem'eva N. A., Shuvalov V. V. Motion of a Fragmented Meteoroid through the Planetary Atmosphere // J. Geophys. Res. – 2001. – V. 106.E2. – P. 3297–3309.
- *Barri N. G.* Meteoroid fragments dynamics Collimation effect // Solar System Research. 2010. V. 44, no. 1. P. 55–59.
- Dickinson R. E., Ridley E. C., Roble R. G. A three dimensional general circulation model of the thermosphere // J. Geophys. Res. 1981. V. 86, no. A3. P. 1499–1512.
- *Fuller, Rowell T. J., Rees D. A.* three-dimensional, time dependent global model of the thermosphere // J. Atmosph. Sci. 1980. V. 37, no. 11. P. 2545–2567.
- Godunov S. K. Uravneniia matematicheskoi fiziki. M.: Nauka, 1979.
- Korobeinikov V. P., Shurshalov L. V., Vlasov V. I., Semenov I. V. Complex modelling of the Tunguska catastrophe // Planet. Space Sci. 1998. Vol. 46, no. 2/3. P. 231–244.
- Laurence S. J., Deiterdingand R., Hornung H. G. Proximal Bodies in Hypersonic Flow // J. Fluid Mechanics. 2007. V. 590. P. 209-237.
- Popova O., Nemchinov I. Bolides in the Earth Atmosphere. Catastrophic Events Caused by Cosmic Objects. 2008. P. 131-162.
- *Stulov V. P.,* Meteoroid destruction and fragmentation in the atmosphere // Doklady Physics. 2008. V. 53, no. 8. P. 458–461.
- *Tiegang Liu.* The Hybrid WENO-FD and DG for Hyperbolic Conservation Laws. The Third Russian-Chinese Workshop on Numerical Mathematics. September 11–13, 2013, Moscow, Russia (http://dodo.inm.ras.ru/russia-china/).
- Zhdan I. A., Stulov V. P., Stulov P. V. Characteristic elements of a fractured solid in supersonic flow // Doklady Physics. 2004. V. 49, no. 11. P. 680–682.
- Zhdan I. A., Stulov V. P., and Stulov P. V., Aerodynamic Interaction of Two Bodies in a Supersonic Flow, Doklady Physics. 2004. V. 49, no. 5. P. 315–317.
- Zhdan I. A., Stulov V. P., and Stulov P. V., 3D configurations of broken body fragments in a supersonic flow, Doklady Physics. 2005. V. 50, no. 10. P. 514-517.