УДК: 533.6

Сверхзвуковое обтекание системы тел

Ф. А. Максимов

Институт автоматизации проектирования РАН,
Россия, 123056, г. Москва, 2-я Брестская ул., д. 19/18

E-mail: maximov@cfcd.ru

Получено 15 сентября 2013 г.

Работа посвящена аэродинамическим свойствам системы тел, обтекаемой сверхзвуковым потоком. Рассматривается вопрос об уменьшении взаимного влияния с увеличением размера, характеризующего разлет элементов системы. Для моделирования течения применен метод построения сетки из набора сеток. Одна из сеток, регулярная с прямоугольными ячейками, отвечает за интерференцию между телами и служит для описания внешнего невязкого течения. Другие сетки связаны с поверхностями обтекаемых тел и позволяют описать вязкие слои около обтекаемых тел. Эти сетки накладываются на первую, без совмещения каких-либо узлов. Граничные условия реализуются через интерполяцию функций на границах с одной сетки на другую.

Ключевые слова: аэродинамическое сопротивление, система тел, численное моделирование

Supersonic flow of system of bodies

F. A. Maksimov

Institute for Computer Aided Design, 19/18 2nd Brestskaya str., Moscow, 123056, Russia

Abstract. — The given work is devoted aerodynamic properties of system of the bodies which are flowed round by a supersonic stream. The question on reduction of mutual influence with increase in the size characterising scattering of elements of system is considered. The method of construction of a grid is applied to current modeling from a set of grids. One of grids, regular with rectangular cells, is responsible for an interference between bodies and serves for the description of an external nonviscous current. Other grids are connected with surfaces of streamline bodies and allow to describe viscous layers about streamline bodies. These grids are imposed on the first, without combination of any knots. Boundary conditions are realized through interpolation of functions on borders from one grid on another.

Keywords: aerodynamic resistance, system of bodies, numerical modelling

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 6, pp. 969–980 (Russian).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-01229). Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

Статья опубликована в специальном выпуске журнала «Компьютерные исследования и моделирование», посвященном исследованиям метеорита, упавшего 15 февраля 2013 года в районе города Челябинска.

Введение

Течение около системы тел представляет научный и практический интерес. Часто обтекание нескольких (двух или более) тел рассматривается для моделирования движения фрагментов метеорного тела в атмосфере Земли с учетом их аэродинамического взаимодействия [Андреев, Холодов, 1989; Ждан, Стулов, 2004а; Ждан, Стулов, 2004б; Максимов, 2006; Ждан, Стулов, 2007; Барри, 2009; Максимов, Шевелев, 2010]. Это представляется очень важным для исследования эффекта «взрыва» метеорного тела. «Взрыв», по сути, представляет собой резкое увеличение суммарной аэродинамической силы сопротивления из-за фрагментации начального тела, и, как следствие, ускорения передачи кинетической энергии метеорного тела воздушной среде. Фрагментация приводит к увеличению площади миделевого сечения системы фрагментов относительно исходного метеорного тела. Но вместе с тем ясно, что если тело «разрезать» на множество фрагментов, но при этом не отдалить их относительно друг друга, то исходное тело и «разрезанное» тело будут иметь равное сопротивление. Представляет интерес аэродинамические свойства системы фрагментов исходного метеорного тела при их различном относительном положении.

Задачи моделирования обтекания системы тел представляют интерес не только для метеоритной тематики, но и в других областях. В частности, укажем, что в аэродинамике определенный интерес вызывают «проницаемые» поверхности, т. е. поверхности, относительно которых газ движется не только параллельно, но и в направлении по нормали к ним, что позволяет управлять их аэродинамическими свойствами. Эти проницаемые поверхности формируются набором непроницаемых элементов и каналов, через которые реализуется течение, и фактически проницаемые поверхности представляют упорядоченную систему тел, течение около которой определяет аэродинамические свойства этой поверхности.

Можно отметить еще задачу об интерференции носителя и отделяемого объекта. Исследование аэродинамических свойств как носителя, так и отделяемого объекта, с учетом взаимного влияния необходимы для моделирования динамики их полета, что во многих случаях может быть крайне важным.

В данной работе описывается метод моделирования на системе сеток, каждая из которых строится около соответствующего тела, а совокупность этих сеток и простой регулярной сетки позволяет увязать обтекание системы тел с учетом взаимного влияния и таким образом рассматривать задачи, характерные, например, для метеоритной тематики. Приводятся результаты моделирования системы двух и более тел.

Метод моделирования на системе сеток

Метод моделирования на многоблочных сетках используется для разрешения физических явлений разных масштабов [Исаев, Баранов, Усачов, 2013]. Рассмотрение течений около системы тел, рассматриваемых в данной работе, является достаточно сложной задачей из-за необходимости расчета течения в многосвязной области. В данном случае метод моделирования на системе сеток реализован именно для расчета течений в геометрически сложных областях, когда сложно построить одноблочную сетку. Метод расчета с использованием системы сеток реализован для расчета двумерных конических и плоских течений [Максимов, Шевелев, 2012].

Расчетная сетка строится набором из двух или более регулярных (упорядоченных) сеток (рис. 1). Первая основная сетка *A*, представляющая собой сетку с прямоугольными ячейками и предназначенная для расчета внешнего невязкого течения, никак не связана с обтекаемым телом. Вторая сетка *B* связана с поверхностью обтекаемого тела (на рис. 1 — цилиндра), одни из координатных линий данной сетки ориентированы по нормали к телу, и узлы вдоль этих координатных линий экспоненциально сгущены к поверхности тела.

Решение получается методом установления. Для того, чтобы решения на двух сетках связать в единое, после выполнения шага интегрирования значения газодинамических функций на внешней границе L сетки B путем интерполяции определяются из решения, получаемого на сетке A . В то же время решение во всех узлах сетки A , попадающих в область определения решения сетки B , заменяется решением, получаемым на сетке B . Так как используется двухшаговая разностная схема, граница области B состоит из двух внешних слоев. А область определения сетки B уменьшается на два внешних слоя.

Рис. 1. Расчетная сетка — два блока

При пересчете значений газодинамических функций с одной сетки на другую используется интерполяция. В двумерном случае интерполяция может быть реализована в следующем виде. На первом этапе решается задача определения принадлежности точки O ячейке $\#ABCD\#$ (рис. 1в). Данная задача может быть решена, например, перебором. Целесообразно использовать способы более быстрого поиска ячейки (но надо иметь в виду, что эта задача решается только один раз для определения коэффициентов интерполяции). Значение функций в узле O определяется через значения функций в узлах A , B , C и D . В принципе значения функций в узле O можно определить через значения функций в трех узлах — например, B , A , D . Это можно реализовать следующим образом: $f_O = f_A + \alpha(f_B - f_A) + \beta(f_D - f_A)$, где $\alpha = \frac{|AO \times AB|}{|AD \times AB|}$, $\beta = \frac{|AO \times AD|}{|AB \times AD|}$.

Для того чтобы учесть значение функции в узле C , можно аналогично выразить значения функций в узле O через значения функций в D , C и B . Конечное выражение берется как среднее арифметическое между двумя, или с весовыми функциями. Выбор коэффициентов интерполяции можно осуществлять как из математических соображений (в том числе и за счет увеличения количества используемых узлов для обеспечения требуемого порядка аппроксимации), так и из физических соображений — например, выбором точки A из анализа направления вектора скорости в узлах ячейки. Узлом A можно принять узел, вектор скорости в котором направлен к точке O (что целесообразно при рассмотрении сверхзвуковых течений). Наиболее вероятно, что при решении различных задач необходимо выбирать коэффициенты интерполяции разными способами.

Традиционно при построении многоблочных сеток стыковка областей производится: грань к грани и узел к узлу. Это приводит к алгоритмическим ограничениям. Необходимость построения многоблочных сеток со стыковкой областей обосновывается желанием сохранить порядок аппроксимации на границах. Но порядок аппроксимации означает лишь скорость сходимости решения разностного уравнения к решению исходного дифференциального уравнения при изменении шага разностной сетки. Во внешней невязкой области течения достаточно иметь первый порядок аппроксимации. При решении сложных задач необходимо иметь такое количество узлов, чтобы восстановить при необходимости решение во всех точках пространства. Обычный (без предположения о каких-либо свойствах искомой функции) способ восстановления функции

при этом — линейная интерполяция. Если этот способ не работает, то вероятно, что использованное количество узлов (и их распределение по пространству) не позволяет описать решение, и в этом случае надо использовать другую сетку. Здесь предполагается, что используется сетка достаточная для описания искомых функций, а, следовательно, предполагается, что полученное решение позволяет восстановить решение во всем пространстве, что и используется в алгоритме. Приведенный способ построения коэффициентов интерполяции обеспечивает первый порядок аппроксимации, его достаточность проверяется решением задач.

Описанный метод моделирования на системе сеток изначально предполагает рассмотрение обтекание вязким газом. Сетка, строящая около поверхности тела со сгущением узлов, позволяет описать вязкие эффекты в пограничном слое. Используемая математическая модель и метод интегрирования приведены в [Максимов, Шевелев, 2003]. Использование модели вязкого газа является отличительным признаком данной работы (в работах по метеоритной тематике обычно используется модель уравнений Эйлера). Однако, поскольку силовое воздействие на тела рассматриваемых форм в основном определяется лобовой стороной, использование модели вязкого газа, за исключением отдельных задач, незначительно влияет на получаемые результаты.

Обтекание двух цилиндров

В [Максимов, Шевелев, 2010] приведены результаты расчетов обтекания при числе Маха $M = 4$ двух цилиндров одного размера. Если рассматривается обтекание двух цилиндров, то можно провести прямую линию P через их центры. Аэродинамическое взаимодействие цилиндров будет зависеть от расстояния между ними и угла γ между прямой P и вектором скорости набегающего потока. На рисунке 2а представлена полученная оценка аэродинамических сил в скоростной системе координат при изменении угла γ от 0 до 90° с шагом 5° . Данные результаты получены при расстоянии между центрами цилиндров $2D$, где D — диаметр цилиндра. Линии 1 и 2 соответствуют коэффициентам сопротивления C_x головного (в дальнейшем цилиндр 1) и заднего (в дальнейшем цилиндр 2) цилиндров соответственно. Линии 3 и 4 — коэффициенту поперечной силы C_y цилиндров 1 и 2 соответственно.

Рис. 2. Аэродинамические характеристики двух цилиндров и сфер

Можно выделить три режима взаимодействия цилиндров:

1) при углах $0^\circ \leq \gamma \leq 35^\circ$ цилиндр 2 находится в аэродинамической тени цилиндра 1, коэффициент C_x уменьшается при $\gamma = 0^\circ$ более чем в 5 раз. Если $\gamma > 0^\circ$, то образуется поперечная сила, в соответствии с которой цилиндр 2 должен перемещаться к центру аэродинамического следа от цилиндра 1. Величина поперечной силы составляет до $20 \div 25\%$ от продольной силы.

2) при углах $40^\circ \leq \gamma \leq 65^\circ$ на головную часть цилиндра 2 воздействует головная ударная волна цилиндра 1, что приводит к тому, что сила сопротивления на цилиндре 2 больше, чем сила сопротивления, действующая на цилиндр 1. Максимальное увеличение составляет до 45 %. Направление поперечной силы при $\gamma \approx 50^\circ$ изменяется. Это означает, что при $\gamma > 50^\circ$ головная ударная волна цилиндра 1 воздействует на верхнюю половину головной части цилиндра 2, при этом поперечная сила «выталкивает» цилиндр 2 из аэродинамического следа цилиндра 1.

3) при углах $\gamma > 65^\circ$ взаимодействие между цилиндрами приобретает существенно взаимный характер. При $\gamma < 65^\circ$ воздействие цилиндра 2 на цилиндр 1 ограничивается влиянием на течение в донной области, а при $\gamma \geq 65^\circ$ зоны дозвукового течения около головных частей цилиндров объединяются, что приводит к росту сопротивления обоих цилиндров относительно изолированного цилиндра и образованию отталкивающих сил на обоих цилиндрах.

Сравнение результатов обтекания сфер (представленные в аналогичном виде на рисунке 2б, [Максимов, 2006]) и цилиндров показывает схожесть поведения аэродинамических характеристик, за исключением взаимодействия при углах $\gamma > 65^\circ$. В случае обтекания сфер на том же расстоянии между их центрами зоны дозвукового течения не объединяются и не образуются расталкивающие силы. Это связано с трехмерным характером течения около сфер, что приводит к существенному уменьшению зоны дозвукового течения в головной части и возмущенной области течения.

Приведем пример расчета, при котором существенно влияние вязкости. Рассматривается обтекание двух цилиндров радиусов 1 и 0.2 при числах Маха $M = 4$ и Рейнольдса $Re = 10^5$. Цилиндры расположены вдоль направления потока. Относительное положение цилиндров характеризует расстояние X между их центрами, отнесенное к радиусу большего цилиндра. На рисунке 3 приведены поля течения при различном относительном положении цилиндров и результаты расчета коэффициента сопротивления C_x в зависимости от X (отрицательное значение X соответствует расположению маленького цилиндра в следе за большим, положительное — расположение маленького цилиндра впереди). Поля течений представлены в виде изолиний числа Маха и линий тока при различных значениях X . Зоны в возмущенной области без изолиний соответствуют зонам дозвукового течения, которые образуются около головной и донной частей. Линии тока проведены для демонстрации поведения течения в отрывных зонах.

Линия 1 с маркерами на рисунке 3 соответствует маленькому цилиндру, 2 — большому. В качестве характерной площади используется соответствующее значение миделя. При расположении маленького цилиндра в следе, сила сопротивления на него существенно уменьшается, вплоть до образования отрицательной ($X = -1.5$) — в этом случае цилиндр располагается в зоне возвратного течения за большим цилиндром. При расположении большого цилиндра в следе за маленьким при $X \leq 3$ образуется типичная схема при обтекании тела с иглой с образованием «жидкого конуса». При маленьком значении X угол раствора конуса велик, что приводит к относительно высокому сопротивлению. С увеличением X сопротивление уменьшается. При $X > 3$ «жидкий конус» от малого цилиндра до большого разбивается вначале на два — за передним цилиндром и перед вторым. При $X > 4$ второй цилиндр обтекается без образования отрывной зоны перед ним. Линия 3 на рисунке 3 соответствует суммарному сопротивлению (характерная площадь — мидель большого цилиндра). Есть оптимальное положение маленького цилиндра, при котором реализуется минимальное сопротивление этой системы из двух тел.

Обтекание системы тел

Основная цель данной работы — исследование влияния радиуса разлета фрагментов метеорита на аэродинамические свойства системы и определение величины радиуса, при котором

Рис. 3. Обтекание двух цилиндров разного размера

взаимная интерференция несущественно влияет на аэродинамическое сопротивление и можно предполагать, что коэффициент сопротивления каждого фрагмента в среднем соответствует коэффициенту изолированно обтекаемого тела.

Сделать предположения о характере формы фрагментов, их относительного геометрического положения и распределения по размерам достаточно сложно. Здесь принято, что фрагменты имеют форму цилиндров, которые располагаются в круговой области. В случае плоской задачи площадь, занимаемая цилиндрами, должна соответствовать площади исходного начального цилиндра (площадь пропорциональна массе). Таким образом, можно получить радиус начального тела, а радиус разлета следует из задаваемых геометрических размеров круговой области. Было рассмотрено несколько вариантов распределения цилиндров в окружности (рис. 4): 1 — цилиндры равномерно расположены по внешней окружности (количество цилиндров $n = 10$); 2 — цилиндры расположены на двух окружностях: на внутренней 4 и на внешней — 6 (суммарное количество цилиндров $n = 10$); 3 — один цилиндр в центре и на двух окружностях, на которых расположено 6 и 12 цилиндров (суммарное количество цилиндров $n = 1 + 6 + 12 = 19$); 4 — на трех окружностях, на которых расположено 3, 6 и 10 цилиндров (суммарное количество цилиндров $n = 3 + 6 + 10 = 19$); 5 — один цилиндр в центре и на трех окружностях, на которых расположено 6, 12 и 18 цилиндров (суммарное количество цилиндров $n = 1 + 6 + 12 + 18 = 37$). Для каждого расчетного варианта может быть определен относительный радиус разлета R , который является отношением максимального радиуса обтекаемой конфигурации к радиусу цилиндра, имеющего площадь равную сумме площадей. Приведенные на рисунке 4 конфигурации соответствуют случаю, когда радиус системы тел приблизительно в 5 раз больше радиуса исходного тела.

Все расчеты были выполнены при числе Маха $M = 4$ на сетке в невязкой области течения 351×401 узлов, и для каждого рассматриваемого тела дополнительно вводилась сетка 361×51 . Внешняя граница сетки, связанной с телом, находилась на расстоянии меньшем, чем отход ударной волны в носовой части. Расчеты проводились от состояния набегающего потока либо исходя из данных решения с близкими значениями параметров задачи, что позволяло ускорить процесс установления.

Рис. 4. Варианты распределения цилиндров

В качестве примеров расчетов на рисунках 5–7 приведены поля течения в виде распределения давления. Можно выделить три режима обтекания: 1 — коллективное обтекание, когда формируется единая головная ударная волна, при этом наибольшее давление реализуется на головной части впереди находящихся тел; 2 — обтекание с формированием головной волны у каждого тела, но при возможном существенном влиянии впереди летящих тел на сзади летящие за счет попадания их в область за ударной волной с повышенным давлением; 3 — изолированное обтекание без существенного взаимного влияния.

Первый режим реализуется при малых значениях радиуса разлета. На рисунке 5 изображены варианты 3 ($R \approx 1.6$) и 5 ($R \approx 2.4$), где обтекание системы тел в некотором смысле похоже на обтекание одного тела с образованием общей головной ударной волны.

Рис. 5. Коллективное обтекание системы тел

На рисунке 6 изображены варианты 2 ($R \approx 5.0$) и 4 ($R \approx 5.2$). Видно, что около большинства тел формируется собственная головная волна, но на тела находящиеся во втором эшелоне падает ударная волна от впереди летящих тел, что приводит к существенному росту давления на их головной части.

На рисунке 7 представлены варианты 1 ($R \approx 10.4$) и 2 ($R \approx 11.7$), для которых тела достаточно далеко удалены друг от друга и характер обтекания разных тел приблизительно одинаков.

Рис. 6. Обтекание с существенной интерференцией

Рис. 7. Изолированное обтекание

В процессе расчета по времени решение устанавливалось, при этом определялись коэффициенты сопротивления и подъемной силы всех тел, помещенных в поток, а также среднее, максимальное и минимальное значения. Результаты расчета коэффициента аэродинамического сопротивления C_x приведены на рисунке 8 в зависимости от R . На рисунке слева маркерами приведены средние значения C_x для всех рассчитанных вариантов (цифрами обозначены марке-

ры с вариантом расположения тел в потоке), сплошной линией — осреднение этих результатов, а пунктирными линиями — осреднения максимального и минимального значений этих коэффициентов. Справа на рисунке маркерами приведены значения максимального и минимального C_x по результатам расчетов, которые осреднялись.

С ростом R среднее значение C_x увеличивается и должно стремиться к коэффициенту изолированно обтекаемого цилиндра, в рассматриваемых условиях к $C_x \approx 1.2$. Данное значение в расчетах не достигается по всей видимости из недостаточно больших значений R в рассчитанных вариантах.

Поведение изменения C_x (среднего, максимального и минимального) хорошо согласуется с описанными характерами течения. При малых значениях $R < 3$ не только среднее значения C_x относительно мало, но даже и максимальное. Фактически это объясняется тем, что близко расположенные сзади стоящие тела приводят к значительному повышению давления в донной части впереди стоящих тел и уменьшают тем самым их аэродинамическое сопротивление.

В диапазоне $3 < R < 7$ растет не только среднее значения C_x , но есть и тела, на которые действует сила сопротивления значительно большая, чем если бы они обтекались изолированно. Это может быть объяснено только тем, что обтекаются они относительно более плотным потоком, образуемым впереди летящими телами.

Этот факт может оказывать влияние на механизм разрушения метеорного тела. Действительно, надо полагать, что разрушение реализуется при действии на тело некоторой достаточно большой силы. При падении метеорного тела, эта сила реализуется при достижении достаточно плотного слоя в атмосфере. Если при этом тело разрушается и на какой-то фрагмент действует еще большая сила, то вероятно процесс дальнейшей фрагментации может ускориться.

В диапазоне $R > 8$ максимальное и минимальное значения C_x сближаются, а среднее значение медленно стремится предположительно к значению изолированно обтекаемого тела.

Рис. 8. Коэффициент аэродинамического сопротивления

На рисунке 9 приведены результаты расчетов коэффициента подъемной силы C_y . При расчете данного коэффициента учитывалось положение фрагмента относительно горизонтальной оси симметрии. Положительное значение соответствует тому, что действующая сила направлена от оси, а отрицательная — к оси. Если бы это не учитывалось, то в силу симметрии рассмотренных конфигураций, средняя подъемная сила была бы равна 0. Результаты расчетов на рисунке 9 представлены в аналогичном виде, как и для силы сопротивления. Важно отметить, что для всех рассмотренных вариантов на систему действует сила, которая должна приводить к увеличению поперечного размера — боковая сила от оси симметрии. Характер обтекания системы также оказывает существенное влияние на значение C_y . Особенно это проявляется в диапазоне $3 < R < 7$,

когда значения максимальной боковой силы как от оси симметрии, так и к ней могут иметь значительно большие значения, чем средние значения. Фактически в этом диапазоне реализуется максимальная интерференция между элементами системы.

В диапазоне $R > 8$ среднее и минимальное значения C_y сближаются, при этом минимальное (отрицательное, имеющее направление к оси симметрии) значение C_y — достаточно быстро стремится к 0.

Рис. 9. Коэффициент подъемной силы

Рис. 10. Коэффициент подъемной силы

Реализованный метод расчета может быть применен для расчета обтекания систем как с другой конфигурацией тел, так и состоящей из тел другой геометрии, в том числе и разной. На рисунке 10 приведены примеры расчетов около систем различной конфигурации.

На рисунке 10а приведен расчет конфигурации, предложенной в [Ждан, Стулов, 2004б]. На рисунках 10б–г приведены примеры расчета конфигурации, характерной для моделирования проницаемой поверхности, установленной под углом (в данном случае 40°). Приведены картины, когда сечения тел в виде цилиндра или эллипсов, установленных под разным углом по отношению к набегающему потоку. Аэродинамические свойства таких систем тел являются предметом отдельного исследования.

Заключение

С помощью использования многоблочных вычислительных технологий реализован метод расчета обтекания системы тел. Метод применен для расчета обтекания системы тел, расположенных в окружности. Рассмотрено 5 вариантов конфигурации. В зависимости от отношения радиуса области (в которой расположены тела системы) к радиусу тела, имеющего массу, эквивалентную суммарной массе системы, получена оценка аэродинамических свойств — аэродинамического сопротивления и боковой силы. Можно выделить три режима обтекания. 1 — коллективное обтекание, когда система имеет общую ударную волну, а аэродинамическое сопротивление всех элементов меньше аэродинамического сопротивления изолированно обтекаемого элемента. Коллективное обтекание реализуется при увеличении размера системы до 3 раз по сравнению с исходным телом. 2 — обтекание с существенной интерференцией, при котором образуемые зоны повышенной плотности могут приводить к существенному увеличению аэродинамического сопротивления и подъемной силы отдельных элементов. Этот режим реализуется при размере системы от 3 до 7 по сравнению с исходным телом. 3 — при размере системы больше 7 реализуется режим близкий к изолированному обтеканию каждого элемента. При фрагментации на систему действует боковая сила, которая в среднем приводит к увеличению поперечного размера. Получена и приведена оценка аэродинамических сил в среднем, а также максимальных и минимальных значений.

Список литературы

- Андреев А. А., Холодов А. С. О сверхзвуковом обтекании затупленных тел с учетом интерференции // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1989. — Т. 29, № 1. — С. 142–147.
- Барри Н. Г. Аэродинамическое взаимодействие фрагментов метеорного тела. Эффект коллимации // Доклады академии наук. — 2009. — Т. 428, № 1. — С. 35–37.
- Ждан И. А., Стулов В. П., Стулов П. В. Аэродинамическое взаимодействие двух тел в сверхзвуковом потоке // Доклады академии наук. — 2004. — Т. 396, № 2. — С. 191–193.
- Ждан И. А., Стулов В. П., Стулов П. В. Характерные элементы разрушенного тела в сверхзвуковом потоке // Доклады академии наук. — 2004. — Т. 399, № 2. — С. 199–201.
- Ждан И. А., Стулов В. П., Стулов П. В., Турчак Л. И. Коэффициенты сопротивления тел метеорной формы // Астрономический вестник. — 2007. — Т. 41, № 6. — С. 544–547.
- Исаев С. А., Баранов П. А., Усачов А. У. Многоблочные вычислительные технологии в пакете VP2/3 по аэротермодинамике. LAPLAMBERTAcademicPublishing. — Саарбрюкен. — 2013. — 316 с.
- Максимов Ф. А., Шевелев Ю. Д. Численное моделирование трехмерных пространственных сверхзвуковых течений вязкого газа с отрывом потока // Математическое моделирование. Проблемы и результаты. — М.: Наука, 2003. — С. 384–421.
- Максимов Ф. А. Аэродинамическое взаимодействие двух тел в сверхзвуковом потоке // Сб. мат. Межд. научн. конф. «Проблемы баллистики». Т. 2. — СПб.: БГТУ, 2006. — С. 44–48.

Максимов Ф. А., Шевелев Ю. Д. Интерференция двух цилиндров в сверхзвуковом потоке // Сб. тр. Всероссийской НТК «Фундаментальные основы баллистического проектирования — 2008». — СПб.: БГТУ, 2010. — С. 62–71.

Максимов Ф. А., Шевелев Ю. Д. Использование гибридных сеток для решения задач аэродинамического проектирования // «Супервычисления и математическое моделирование. Труды XIII межд. семинара». — Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2012. — С. 330–338.