

УДК: 519.8

Численное моделирование начальной стадии разрушения метеорита в плотных слоях атмосферы в упругопластическом приближении

И. Б. Петров^a, В. А. Миряха^b, А. В. Санников^c, А. В. Шевцов^d

Московский физико-технический институт,
Россия, 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9

E-mail: ^a petrov@mipt.ru, ^b miryahav@mail.ru, ^c donxenapo@gmail.com, ^d led@frtk.ru

Получено 15 сентября 2013 г.

В статье приводятся результаты моделирования деформации метеорита при попадании в плотные слои атмосферы разрывным методом Галёркина на неструктурированных треугольных сетках и методом сглаженных частиц. В качестве исходных данных брались материалы по Челябинскому метеориту. Проводилась серия расчетов, где варьировались характеристики материала метеорита и угол входа в плотные слои атмосферы.

Ключевые слова: метеорит, плотные слои атмосферы, метод Галёркина, метод сглаженных частиц

Computational modeling of a meteor entering atmosphere dense layers using elastoplastic approximation

I. B. Petrov, V. A. Miryaha, A. V. Sannikov, A. V. Shevtsov

Moscow Institute of Physics and Technology, 9 Institutskiy lane, Dolgoprudny, Moscow region, 141700, Russia

Abstract. — The article contains results of modeling a meteor entering dense atmosphere layers using Galerkin's method and smoother particle hydrodynamics. Numerical simulations were run using experimental data gathered for the Chelyabinsk meteor while varying the meteor material characteristics and its orientation when entering the atmosphere.

Keywords: meteor, atmosphere dense layers, Galerkin's method, smoothed particle hydrodynamics

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 6, pp. 957–967 (Russian).

Статья опубликована в специальном выпуске журнала «Компьютерные исследования и моделирование», посвященном исследованиям метеорита, упавшего 15 февраля 2013 года в районе города Челябинска.

Задача исследования разрушения метеорита в атмосфере Земли

Как известно, последствия входа метеорита в атмосферу Земли могут варьироваться от полного сгорания без существенных последствий, кроме временного снижения прозрачности атмосферы, до падения осколков разных размеров на сушу или в море, вызывая существенные разрушения. Кроме того, пример Луны в сравнении с Землей наглядно демонстрирует количество тел, регулярно встречающихся с планетой и масштаб возможных разрушений при падении метеорита на поверхность планеты. Эти факты делают задачу моделирования разрушения космического тела в плотных слоях атмосферы чрезвычайно важной и актуальной наравне с задачей моделирования непосредственного столкновения тела с поверхностью.

Воздействие атмосферы планеты на космическое тело

С целью более удобного применения методов моделирования поведения упругопластических тел и ухода от необходимости моделировать саму атмосферу моделирование высокоскоростного движения тела в атмосфере предлагается заменить моделированием воздействия встречного скоростного напора воздуха \vec{Q} , создающего в каждой точке лицевой поверхности тела избыточное давление величиной $-(\vec{Q}, \vec{n})$, где \vec{n} — вектор нормали в данной точке поверхности. Изменение скоростного напора по мере движения метеорита было рассчитано и приведено в работе [Астрономические и физические аспекты челябинского события 15 февраля 2013 г., 2013]. Ниже приводится график зависимости скоростного напора от времени полета.

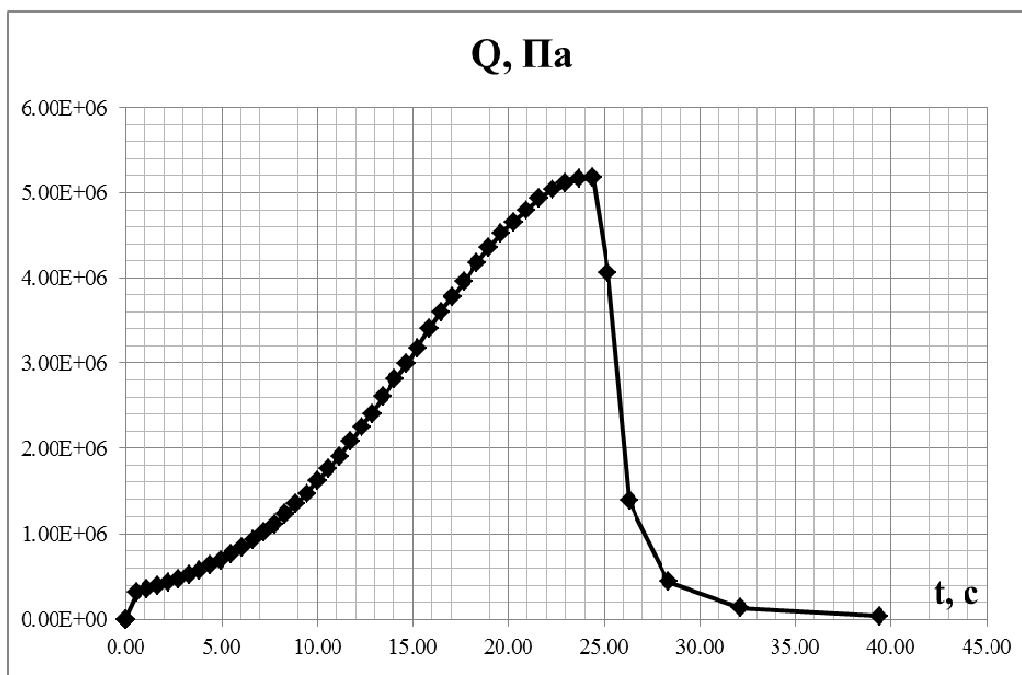


Рис. 1. Изменение скоростного напора во времени

Также для упрощения моделирования было допущено, что при проявлении щели между двумя осколками на один из них сразу же начинает действовать отталкивающая сила скоростного напора, не смотря на то, что большая часть одного из осколков изначально перекрывается вторым осколком. Такое допущение существенно снижает точность моделирования траекторий отлета осколков, но не должно сильно искажать разделение тела на осколки, поскольку погрешность вносится уже после образования осколков.

Постановки задачи

Из наблюдений известно, что поперечный размер метеорита, упавшего в районе Челябинска в 2013 году, составлял ~ 15 м. Поэтому было принято решение рассматривать метеорит как цилиндр диаметром 15 м и высотой 5 м. Для исследования влияния ориентации тела при входе в атмосферу имеет смысл рассмотреть вход метеорита в атмосферу плашмя и под небольшим углом. Кроме того, желательно отдельно рассмотреть поведение при тех же условиях метеорита лишь с учетом пластичности и с использованием двухпараметрического критерия разрушения (учет предельных сжимающих и растягивающих напряжений).

Важно также заметить, что моделирование 40 секунд полета, для которых известен скоростной напор, потребовало бы чрезвычайно много вычислительного времени. Поэтому предлагается рассмотреть только небольшой отрезок времени с пиковым скоростным напором (секунды с 22-й до 25-й).

Характеристики материала метеорита

Поведение метеорита ожидаемо сильно варьируется от его механических характеристик, что делает важным их правильный выбор. Однако выбор корректных численных значений этих характеристик существенно осложнен следующими факторами:

- 1) Найденные обломки являются наиболее прочными частями метеорита и потому измеренные по ним характеристики оказываются завышены.
- 2) Состав метеорита достаточных размеров, как правило, неоднороден — присутствуют различного рода трещины и вариации прочностных характеристик.

Обычно эти трудности обходят путем эффективного снижения прочностных характеристик для всего тела по сравнению с их значениями для малых образцов.

Известно, что материал упавшего в Челябинске метеорита принадлежал группе LL хондритов [Астрономические и физические аспекты челябинского события 15 февраля 2013 г., 2013]. Хондриты представляют собой множество небольших хондр (размером около 1 мм), находящихся в мелкокристаллической матрице. Группа LL хондритов отличается самым низким содержанием свободного железа, по прочности такие материалы приблизительно соответствуют прочному льду: $\mu = 3.3 \cdot 10^9$ Па, предел линейной упругости: $5 \cdot 10^6$ Па, предел сжатия: $5 \cdot 10^6$ Па, предел растяжения: $2 \cdot 10^6$ Па [Коробейников, Гусев, Семенов, 1997]. Кроме того известно, что средняя плотность вещества упавшего метеорита составляла 3200 кг/м³.

Моделирование методом сглаженных частиц

Метод сглаженных частиц (Smoothed Particles Hydrodynamics) относится к семейству бессеточных методов и основан на переходе к явному интегрированию по времени путем выражения пространственных производных решения через значения решения в так называемых частицах — наборе подвижных точек, в которых производится численное решение уравнений. Численные аппроксимации уравнений механики деформируемого тела, построенные с помощью оригинального метода SPH, выглядят следующим образом [Потапов, Петров 2009]:

$$\begin{aligned}\frac{d\rho_i}{dt} &= - \sum_k m_k (u_k^\alpha - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha}, \\ \frac{du_i^\alpha}{dt} &= \sum_k m_k \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_k^{\alpha\beta}}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta}, \\ \frac{de_i}{dt} &= \sum_k m_k (u_i^\alpha - u_k^\alpha) \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_k^{\alpha\beta}}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dS_i^{\alpha\beta}}{dt} &= 2\mu \left(\varepsilon_i^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \right) + S_i^{\alpha\gamma} R_i^{\beta\gamma} + S_i^{\gamma\beta} R_i^{\alpha\gamma}, \\ \varepsilon_i^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} \sum_k \frac{m_k}{\rho_k} \left[(u_k^\alpha - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} + (u_k^\beta - u_i^\beta) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha} \right], \\ R_i^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} \sum_k \frac{m_k}{\rho_k} \left[(u_k^\alpha - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} - (u_k^\beta - u_i^\beta) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha} \right].\end{aligned}$$

Метод SPH хорошо зарекомендовал себя при моделировании существенных деформаций и разрушения тел под высокими нагрузками, когда существенно возрастает техническая сложность использования сеточных методов из-за значительного разлета вещества. Это позволяет предполагать, что метод будет также хорошо применим к моделированию разрушения тела под действием высокого внешнего давления. Поскольку оригинальный метод сглаженных частиц характеризуется возрастающей неустойчивостью, используется гибридная схема на основе оригинального метода и монотонной схемы Годунова, хорошо зарекомендовавшая себя при решении других задач деформации и разрушения различных конструкций [Потапов, Петров 2009].

Внешнее давление предлагается приблизительно моделировать массовой плотностью силы $f = -\frac{P\vec{n}}{2\rho h}$, приложенной к двум граничным слоям частиц. Данное соотношение получается из двух предпосылок:

- 1) Поверхностная плотность силы в соответствии с определением давления равна $-P\vec{n}$.
- 2) Поверхностная сила считается равномерно действующей на два граничных слоя частиц — сила непосредственно воздействует только в пределах расстояния обнуления ядра сглаживания.

Следовательно, $f = -P\vec{n}/2h/\rho = -\frac{P\vec{n}}{2\rho h}$, что производит к изменению записи одного из уравнений, приведенных выше: $\frac{du_i^\alpha}{dt} = \sum_k m_k \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_k^{\alpha\beta}}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} - \frac{P_i \vec{n}_i}{2\rho_i h}$.

Такой подход позволяет не усложнять чрезмерно процедуру вычисления и демонстрирует качественно верные результаты, не являясь полностью корректным.

Далее приводятся результаты численного моделирования трех секунд полета метеорита в атмосфере Земли при различных варьируемых параметрах. На всех графиках ниже метеорит падает справа налево, интервал во времени между двумя изображениями составляет 1 секунду; масштаб между изображениями не сохранен с целью одновременно показать большую часть материала метеорита. При этом приводятся изображения метеорита только на первых 1.5 секундах полета, поскольку при дальнейшем полете происходит значительный разлет обломков, что моделируется данным методом некорректно.

Моделирования входа метеорита плазмы

В первую очередь имеет смысл рассмотреть поведение метеорита в приближении пластического течения: используется критерий Мизеса, а предельные напряжения сжатия и растяжения принимаются бесконечными. В этом случае метеориту удастся приблизительно поддерживать свою целостность ограниченное время, после чего метеорит распадется на множество обломков.

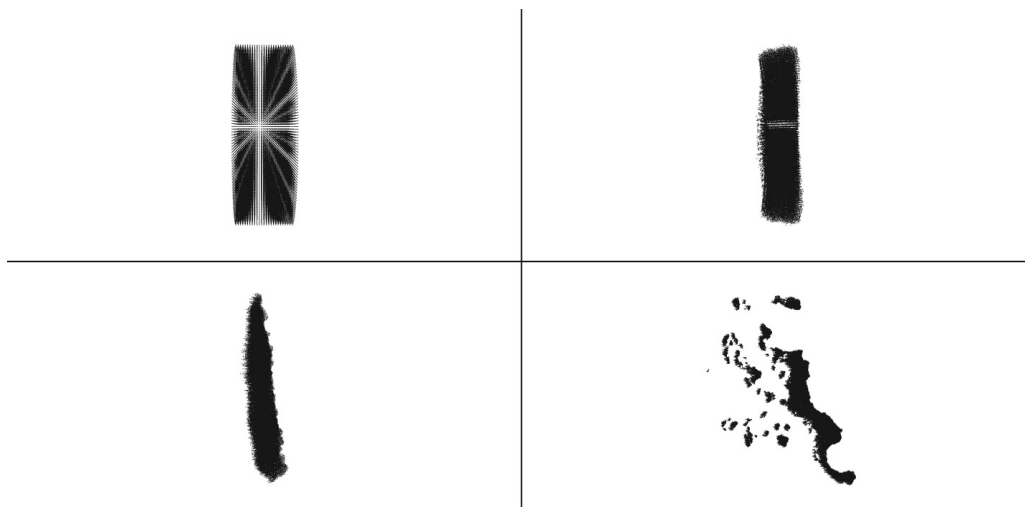


Рис. 2. Результат моделирования метеорита с использованием критерия пластичного течения на интервале 0.5 с

Моделирование входа метеорита плашмя с учетом предельных напряжений

Далее рассматривается поведение метеорита с использованием двухпараметрического критерия разрушения: учет предельных сжимающих и растягивающих напряжений. В этом случае метеорит разделяется на сравнительно небольшое количество обломков, которые далее поддерживают свою целостность.

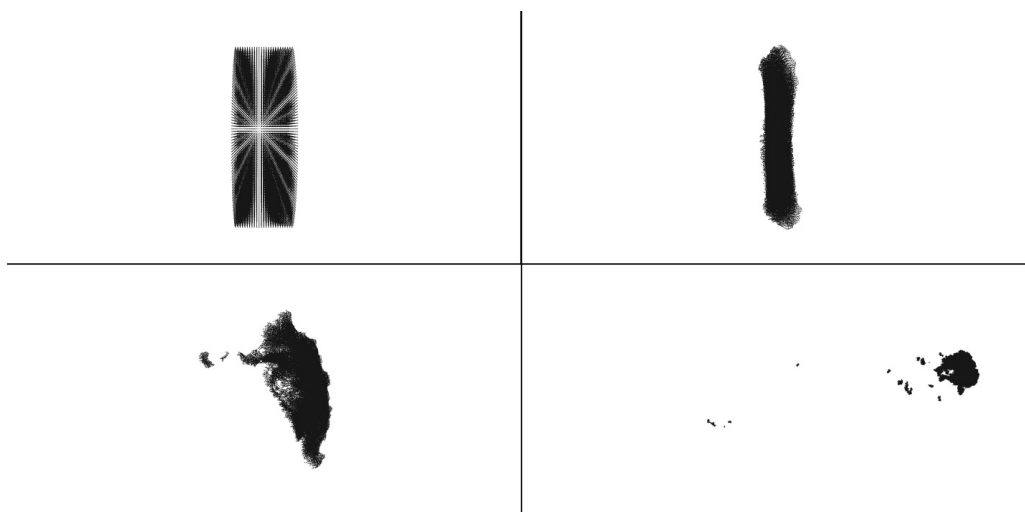


Рис. 3. Результат моделирования метеорита с использованием критерия разрушения на интервале 0.5 с

Как видно, учет лишь критерия пластичности недостаточен для моделирования разрушения каменного метеорита, для которого более характерно крошение, а не растекание. В первом случае метеорит ведет себя подобно капле густой жидкости, упавшей в воду. В то время как моделирование с использованием критерия разрушения демонстрирует образование сравнительно небольшого числа осколков и центрального крупного, приблизительно поддерживающих затем свою целостность.

Моделирование входа метеорита под углом с учетом предельных напряжений

Затем производится рассмотрение процесса разрушения метеорита при тех же условиях и с использованием тех же критериев, но ось метеорита сориентирована под углом 10° к траектории падения.

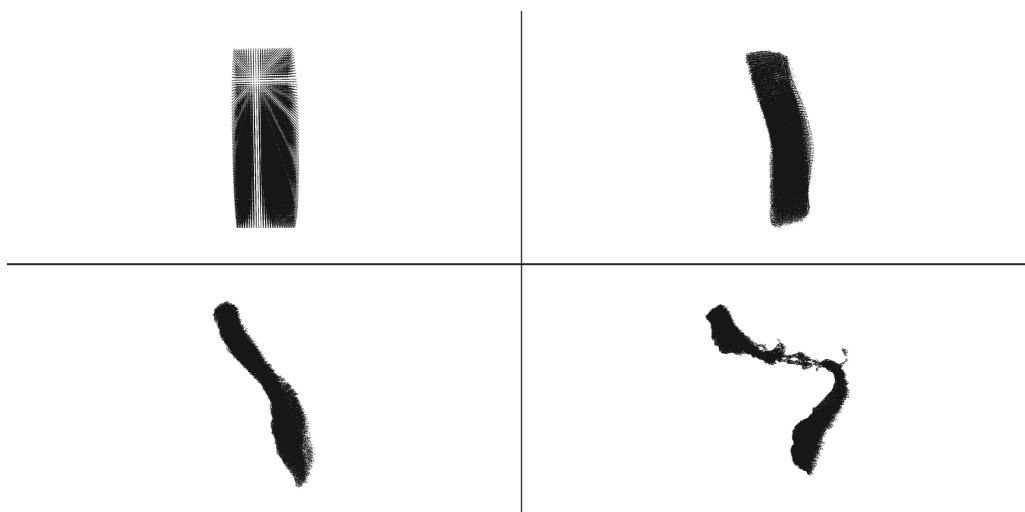


Рис. 4. Результат моделирования вошедшего под углом метеорита с использованием критерия разрушения на интервале 0.5 с

Результат численного моделирования для данного случая позволяет заключить, что тела, ось симметрии которых не параллельна траектории входа в атмосферу, отличаются большей вероятностью образования нескольких осколков. Вызвано это тем, что несимметричные тела начинают заметно вращаться после входа в плотные слои атмосферы.

Разрывный метод Галёркина на неструктурированных треугольных сетках

Систему уравнений упругости в матричном виде для двумерного случая для изотропного пространства в переменных напряжения и скорости можно записать как

$$\frac{\partial u_p}{\partial t} + \frac{\partial (A_{pq} u_q)}{\partial x} + \frac{\partial (B_{pq} u_q)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где \vec{u} вектор из пяти неизвестных переменных $\vec{u} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, v_x, v_y)^T$.

В (1) и далее подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

Собственные значения матриц A_{pq} и B_{pq} таковы: $s_1 = -c_p$, $s_2 = -c_s$, $s_3 = 0$, $s_4 = c_s$, $s_5 = c_p$. Для построения численной схемы рассмотрим систему уравнений (1).

Область интегрирования и разбита на треугольники $T^{(m)}$. Матрицы A_{pq} , B_{pq} постоянны внутри $T^{(m)}$. Внутри треугольников решение системы (1) численно аппроксимируется как u_h с помощью линейной комбинации независящих от времени полиномиальных функций $\Phi_l(x, y)$ степени не выше N с носителем $T^{(m)}$ и зависящих от времени через коэффициенты $\epsilon_{pl}^{(m)}: (u_h^{(m)})_p(x, y, t) = \epsilon_{pl}^{(m)}(t) \Phi_l(x, y)$. На границах элементов допускаются разрывы в численном решении.

Умножим (1) на базисную функцию Φ_k и проинтегрируем по треугольнику $T^{(m)}$:

$$\int_{T^{(m)}} \Phi_k \frac{\partial (u_h)_p}{\partial t} dV + \int_{T^{(m)}} \Phi_k \left(\frac{\partial (A_{pq} (u_h)_q)}{\partial x} + \frac{\partial (B_{pq} (u_h)_q)}{\partial y} \right) dV = 0$$

Интегрирование по частям дает

$$\begin{aligned} \int_{T^{(m)}} \Phi_k \frac{\partial (u_h)_p}{\partial t} dV + \sum_{j=1}^3 \int_{(\partial T^{(m)})_j} \Phi_k (F_p^{h,out,j} + F_p^{h,in,j}) dS - \\ - \int_{T^{(m)}} \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial x} A_{pq} (u_h)_q + \frac{\partial \Phi_k}{\partial y} B_{pq} (u_h)_q \right) dV = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Второе слагаемое в (2) не удастся проинтегрировать из-за разрывности решения на границе ячейки. Эта проблема решается с учетом изотропности системы уравнений относительно поворота, с помощью сведения к одномерной задаче распада произвольного разрыва Римана.

В (2) за $(\partial T^{(m)})_j$ обозначены стороны треугольника $T^{(m)}$, $j = 1, 2, 3$, а за $F_p^{h,in,j}$ и $F_p^{h,out,j}$ обозначены выходящий и входящий в ячейку $T^{(m)}$ потоки соответственно, задающиеся следующими формулами:

$$\begin{aligned} F_p^{h,in,j} &= F_{pl}^{h,in,j} \Phi_l^{(m_j)}, \\ F_p^{h,out,j} &= F_{pl}^{h,out,j} \Phi_l^{(m_j)}, \end{aligned}$$

индекс m_j соответствует треугольнику, соседствующему с $T^{(m)}$ через общую сторону с номером j , $F_{pl}^{h,in,j}$ и $F_{pl}^{h,out,j}$ задаются следующими формулами:

$$\begin{aligned} F_{pl}^{h,in,j} &= \frac{1}{2} T_{pq}^j \left(A_{qr}^{(m)} + |A_{qr}^{(m)}| \right) (T_{rs}^j)^{-1} \epsilon_{sl}^{(m)}, \\ F_{pl}^{h,out,j} &= \frac{1}{2} T_{pq}^j \left(A_{qr}^{(m)} - |A_{qr}^{(m)}| \right) (T_{rs}^j)^{-1} \epsilon_{sl}^{(m)}, \end{aligned}$$

где $|A_{qr}^{(m)}| = R_{qp}^{(m)} \{ \text{diag} (c_h, c_s, 0, c_s, c_p) \} (R_{sr}^{(m)})^{-1}$, $R_{qp}^{(m)}$ — матрица, составленная из собственных векторов матрицы $A_{qr}^{(m)}$, T_{rs}^j — матрица перехода в систему координат, в которой решается задача Римана на стороне треугольника с номером j , $j = 1, 2, 3$.

Конечная формула имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_{pl}^{(m)} \int_{T^{(m)}} \Phi_k \Phi_l dV + \sum_{j=1}^3 F_{pl}^{h,in,j} \int_{(\partial T^{(m)})_j} \Phi_k^{(m)} \Phi_l^{(m)} dS + \sum_{j=1}^3 F_{pl}^{h,out,j} \int_{(\partial T^{(m)})_j} \Phi_k^{(m)} \Phi_l^{(m)} dS - \\ - A_{pq} \epsilon_{ql}^{(m)} \int_{T^{(m)}} \frac{\partial \Phi_k}{\partial x} \Phi_l dV - B_{pq} \epsilon_{ql}^{(m)} \int_{T^{(m)}} \frac{\partial \Phi_k}{\partial y} \Phi_l dV = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

Далее уравнение (3) интегрируется по времени, например, методом Рунге–Кутты высокого порядка точности. Благодаря нескольким приемам интегралы по базисным функциям можно заранее предрассчитать. Метод полностью локальный и хорошо подходит для распараллеливания. Полученная схема позволяет решать исходную систему уравнений с произвольным порядком аппроксимации по пространству, ограниченным машинной точностью. Порядок аппроксимации по времени определяется используемым интегратором и также ограничен лишь машинной точностью.

Попадание метеорита в плотные слои атмосферы

В данной работе приводится анализ процесса вхождения метеорита в плотные слои атмосферы посредством численного моделирования. В модельной постановке метеорит представлен как упругопластическое тело сферической формы, влияние атмосферы — как граничное условие с постепенно нарастающей внешней силой на переднюю кромку метеорита. Расчет производился в безразмерной постановке с модельными характеристиками среды. В основе расчетной программы лежит разрывный метод Галёркина, для данной задачи использовалась аппроксимация решения полиномами первого порядка, для интегрирования по времени — семистадийный интегратор Дормана-Принса пятого порядка аппроксимации. В исходном состоянии все компоненты скорости и тензора напряжений нулевые.

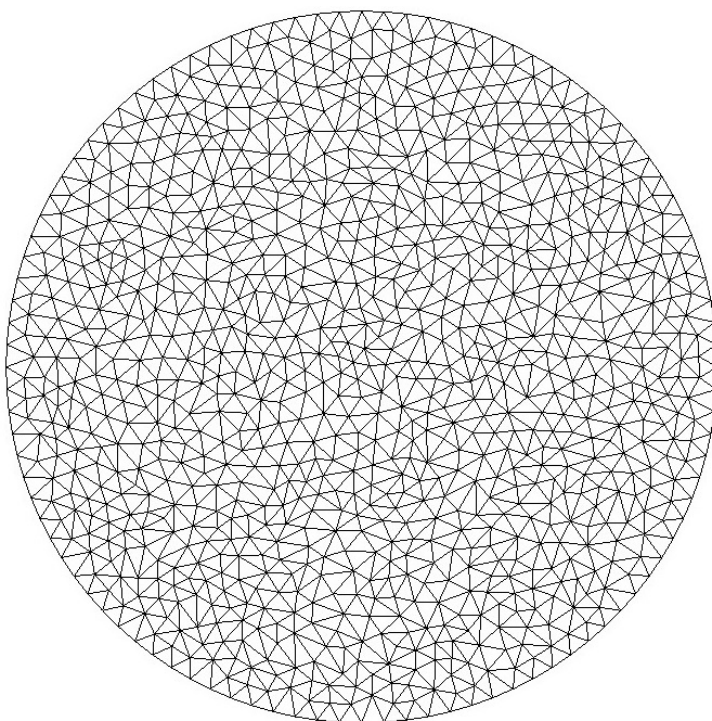


Рис. 5. Сферическая модель метеорита. Исходное состояние

На рисунках приведены результаты деформации метеорита набегающим потоком воздуха, а также распределения компонент тензора напряжения σ_{xx} и σ_{yy} , которые показаны тонкой и толстой линией соответственно вдоль горизонтальной оси симметрии в разные моменты времени.

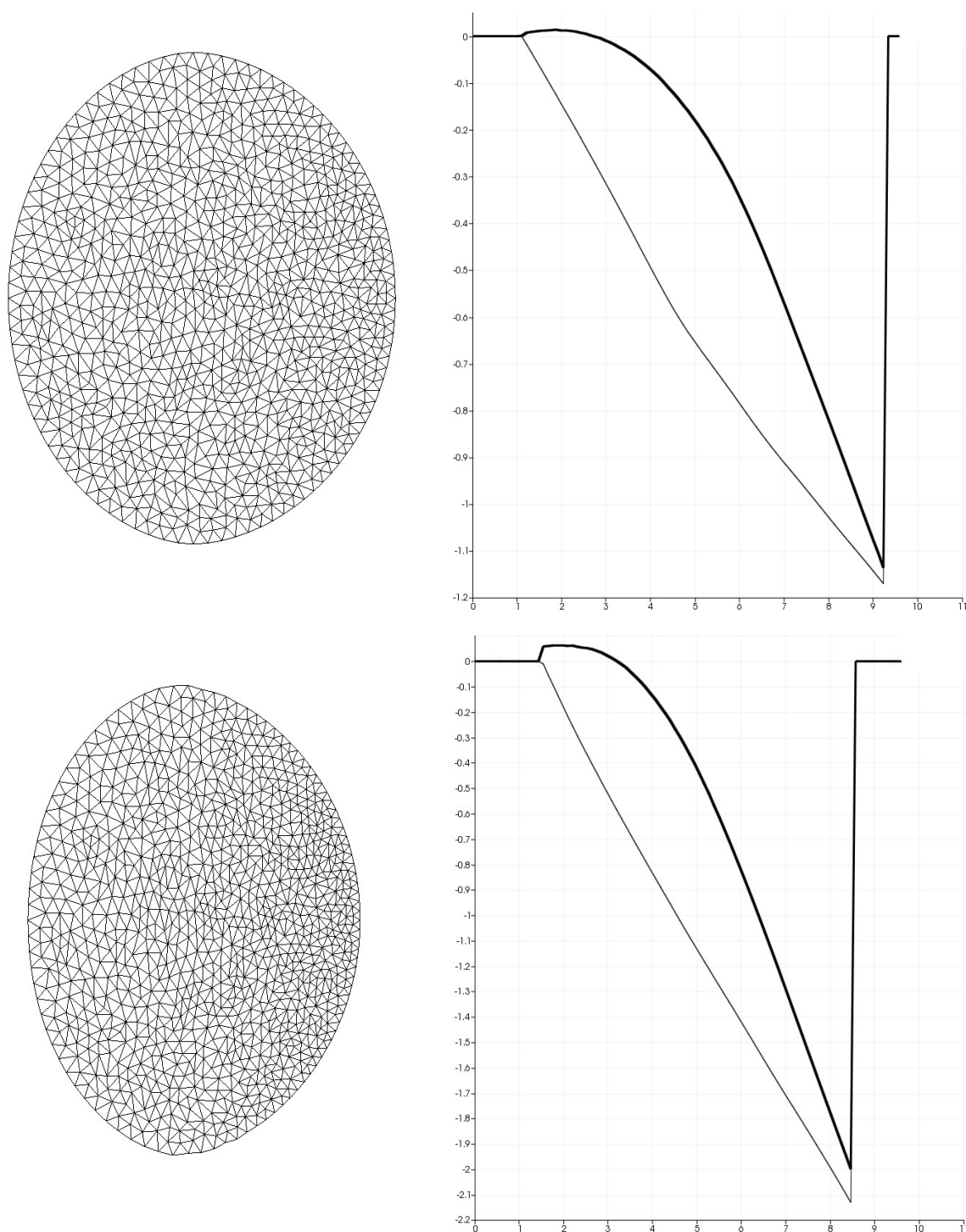
Двумерное упругое приближение

Рис. 6. Форма метеорита и характерные распределения компонент тензора напряжений в упругом приближении

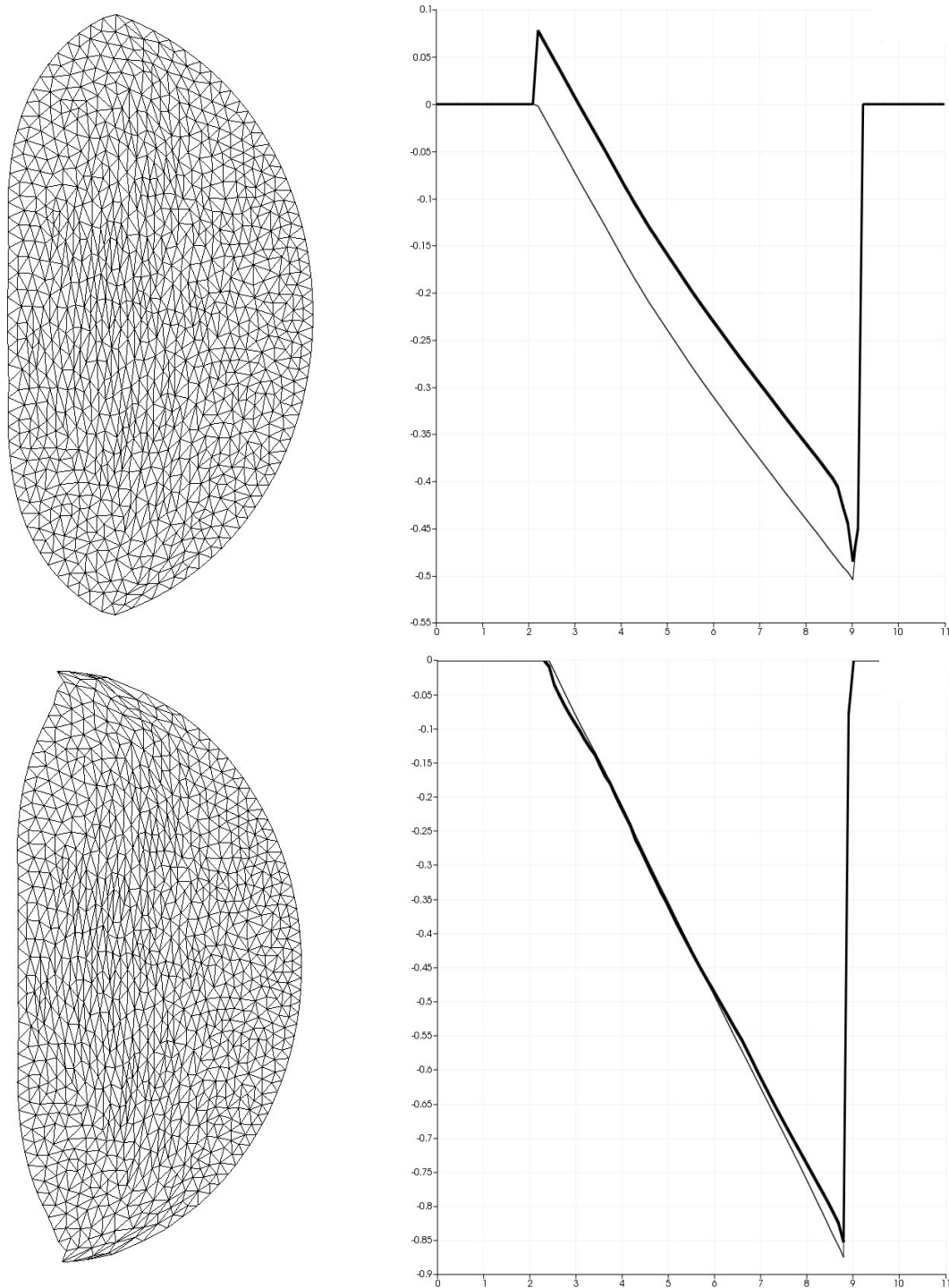
Двумерное упругопластическое приближение

Рис. 7. Форма метеорита и характерные распределения компонент тензора напряжений в упругопластическом приближении

Форма метеорита в результате деформации, полученная в результате численных экспериментов, качественно совпадает с приведенной в работе [Коробейников, Гусев, Семенов, 1997].

Заключение

Результаты моделирования показывают, что скоростной напор начинает спадать вместе с существенным разрушением метеорита, сопровождающимся потерей скорости. Это позволяет предположить, что падение напора является следствием разрушения и что динамика скоростного напора зависит не только от аэродинамических, но и прочностных свойств метеорита. Кроме того, получено экспериментальное подтверждение важности критерия разрушения и количественных характеристик материала метеорита при рассмотрении процесса разрушения метеорита в плотных слоях атмосферы.

Список литературы

- Емельяненко В. В., Попова О. П., Чугай Н. Н. и др.* Астрономические и физические аспекты челябинского события 15 февраля 2013 г. // *Астроном. вестн.* — 2013. — Т. 47, № 4. — С. 1–16.
- Потапов А. П., Петров И. Б.* Моделирование высокоскоростных соударений методом сглаженных частиц (SPH) // *Информационные технологии.* — 2009. — № 8. — С. 46–50.
- Коробейников В. П., Гусев С. Б., Семенов И. В.* О моделировании разрушений космических тел в атмосфере Земли // *Астрономический вестник.* — 1997. — Т. 31, № 4. — С. 370–384.