модели в физике и технологии

УДК: 519.8

Управление движением жесткого тела в вязкой жидкости

Е. В. Ветчанин^{1,а}, В. А. Тененев^{2,b}, А. С. Шаура^{2,c}

 1 Удмуртский государственный университет, Россия, 426034, г. Ижевск, ул. Университетская, д. 1 2 Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова, Россия, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7

E-mail: a eugene 186@mail.ru, b tenenev@istu.ru, c shauraa@mail.ru

Получено 13 сентября 2013 г.

Решена задача оптимального управления движением мобильного объекта с внешней жесткой оболочкой вдоль заданной траектории в вязкой жидкости. Рассматриваемый мобильный робот обладает свойством самопродвижения. Самопродвижение осуществляется за счет возвратнопоступательных колебаний внутренней материальной точки. Оптимальное управление движением построено на основе системы нечеткого логического вывода Сугено. Для получения базы нечетких правил предложен подход, основанный на построении деревьев решений с помощью разработанного генетического алгоритма структурно-параметрического синтеза.

Ключевые слова: оптимальное управление движением, самопродвижение, генетический алгоритм, структурно-параметрический синтез, деревья решений, нечеткая логика

Motion control of a rigid body in viscous fluid

E. V. Vetchanin¹, V. A. Tenenev², A. S. Shaura³

Abstract. — We consider the optimal motion control problem for a mobile device with an external rigid shell moving along a prescribed trajectory in a viscous fluid. The mobile robot under consideration possesses the property of self-locomotion. Self-locomotion is implemented due to back-and-forth motion of an internal material point. The optimal motion control is based on the Sugeno fuzzy inference system. An approach based on constructing decision trees using the genetic algorithm for structural and parametric synthesis has been proposed to obtain the base of fuzzy rules.

Keywords: optimal motion control, self-locomotion, genetic algorithm, structural-parametrical synthesis, decision tree, fuzzy logic

Citation: Computer Research and Modeling, 2013, vol. 5, no. 4, pp. 659-675 (Russian).

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «УдГУ» в рамках гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-2519.2012.1, АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (1.2953.2011).

¹Udmurt State University, 1 Universitetskaya street, Izhevsk, 426034, Russia

²Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 7 Studencheskaya street, Izhevsk, 426069, Russia

Введение

Одной из наиболее важных задач управления мобильными устройствами является организация соответствующего управляющего воздействия, необходимого для осуществления движения по желаемой траектории. Управление движением осложняется тем, что мобильные роботы представляют собой динамические мехатронные системы с неголономными связями, поэтому возникает потребность в синтезе нелинейного робастного и адаптивного управления.

Среди известных к настоящему времени методов управления движением мобильных роботов можно выделить несколько принципиальных подходов, которые используются самостоятельно или в сочетании друг с другом в различных модификациях.

Методы управления, использующие функции Ляпунова как в работе [Капауата et al., 1991], нелинейный алгоритм бэкстеппинг (backstepping) для решения задач управления и устойчивости в [Lee et al., 1998; Пахомов и др., 2011; Tanner, Kyriakopoulos, 2003; Velagic et al., 2005; Velagic et al., 2006] и принудительные ограничения в работе Lee и Tai [Lee, Tai, 2001] основаны на стабилизации траекторий. В частности, бэкстеппинг на каждом шаге требует решения последовательных рекуррентных подзадач, начиная с известного устойчивого положения системы до тех пор, пока не будет найдено внешнее управление, позволяющее осуществить требуемое перемещение как последовательное движение по участкам отдельных устойчивых траекторий. Большинство подходов применимо для узкого класса задач, использующих кинематические модели неголономных систем или динамические модели с постоянными или медленно изменяющимися параметрами, и малоэффективно в применении к динамическим моделям неголономных систем с нестационарными траекториями. Невозможность применения таких подходов в последнем случае обусловлена математической сложностью задач и необходимостью исследования устойчивости решений дифференциальных уравнений с нестационарной правой частью.

Для управления циклическими процессами, возникающими при организации движения, широко используются методы, основанные на использовании Central Pattern Generator (или CPG) — Центральных Генераторов Шаблонов [Ijspeert, 2008]. Как правило, основу CPG составляет искусственная нейронная сеть или система взаимосвязанных нелинейных осцилляторов [Ijspeert, 2008; Lachat et al., 2006], которые по аналогии с управлением биологическими процессами могут генерировать шаблоны циклической активности, модулируемые управляющими параметрами. Использование моделей СРG дает возможность мобильным роботам осуществлять различные виды движения — идти, бежать, плыть, катиться, прыгать и переключаться между ними [Ijspeert, 2008]. Важными свойствами такого подхода являются устойчивость ритмического шаблона, вызванная предельным циклом поведения мобильного робота, и сглаженность траекторий, несмотря на скачкообразное изменение значений управляющих параметров. Организация движения требует правильного решения задачи генерации ритма — согласования между количеством степеней свободы, управлением балансом и модуляцией скорости и направления.

В ряде работ в качестве альтернативы СРG для управления движением роботов используются методы, основанные на применении конечных автоматов, генераторах синусоидальных импульсов, предварительном описании траекторий как в методах, основанных на принципе Zero Moment Point (ZMP) — точки нулевого момента [Vukobratovic, Borovac, 2004] или эвристических управляющих правилах, как в Virtual Model Control [Pratt et al., 2001].

На основе принципа ZMP [Park, Chung, 1999] адаптировано интерактивное обучение шагающих роботов для сохранения динамического равновесия. Такая адаптация подразумевает лишь небольшие отклонения от первоначальной траектории, чтобы справится со значительными изменениями начальных условий, некоторые авторы [Denk, Schmidt, 2001] предлагают использовать дискретные множества траекторий с возможностью выбора в интерактивном режиме наиболее адаптированного решения для каждой конкретной ситуации. Такой подход требует хранения

большого количества траекторий, позволяющих справиться с различными ситуациями. Кроме того, необходимо переключаться из одного режима в другой, что может привести к непредсказуемым последствиям. Альтернативой является использование непрерывного набора параметризованных траекторий [Chevallereau, Sardain, 2000; Wieber, 2000], что исключает необходимость переключений, но порождает проблему выбора и определения таких траектории.

В [Azevedo et al., 2004] для поиска необходимого управления движением по желаемой траектории используются методы условной оптимизации, но наибольшее распространение получили интеллектуальные подходы, основанные на использовании нейронных сетей [Fierro, Lewis, 1998; Song, Sheen, 2000] и нечеткой логики [Jiang et al., 2005; Fatmi et al., 2006; Hung, Chung, 2006; Zein-Sabatto et al., 2003]. Применение нейронных сетей обусловлено их способностью к обучению и хорошей аппроксимации нелинейных функций. В [Barto, 1983; Hendzel, 2007] рекомендуется использовать нейронную сеть как часть хорошо известной структуры с адаптивным критиком. В настоящее время в большинстве работ по управлению системами используются многослойные нейронные сети прямого распространения, обучаемые методом обратного распространения ошибки и его более эффективными модификациями [Narenda, Pathasarathy, 1990]. В [Jiang et al., 2001; Ramirez, Zeghloul, 2000] они используются для получения стабильного управления кинематическими моделями роботов при решении траекторной задачи.

Подавляющее большинство отмеченных выше работ сконцентрировано на кинематических моделях, управляемых значениями скорости на входе, и меньшее внимание уделено проблеме неголономных динамических систем, для которых входными данными являются значения сил и вращающих моментов. В работах [Bloch, Drakunov] и [Chwa, 2004] использован скользящий режим управления для решения траекторной задачи. В [Fierro, Lewis, 1998], сочетая метод бэкстеппинга при прокладке маршрута и управление крутящим моментом, авторы разработали модель многослойной нейросети, которая могла бы обучаться с учетом динамики мобильного робота в режиме реального времени. Аналогично в [Fukao et al., 2000] использовали бэкстеппинг при организации адаптивного управления динамической моделью робота. В [Velagic et al., 2008; Velagic et al., 2005] использовали рекуррентную сеть для управления роботом с неголономными связями, обучаемую в интерактивном режиме методом обратного распространения ошибки с адаптивной скоростью обучения. Кроме методов, использующих фиксированную архитектуру сети, существуют методы, основанные на последовательном выращивании структуры или ее адаптации в процессе обучения [Nolfi, Floreano, 2002; Haasdijk et al., 2010].

В общем случае управление движением автономных мобильных устройств сопряжено с рядом проблем, связанных с восприятием окружающей среды, планированием и отслеживанием траектории, контролем скорости и управлением низкоуровневым движением.

Нечеткое управление является одним из подходов к реализации интеллектуальных систем управления и базируется на понятиях нечеткой логики и теории нечетких множеств, введенных Л. Заде в 1965 году [Zadeh, 1965]. Нечеткая логика отходит от классических множеств и логики, используя «мягкие» лингвистические системные переменные и непрерывный диапазон истинность [0,1]. Нечеткое управление часто основано на следовании по заранее явно определенным маршрутам с помощью расчетов и навигационных датчиков или отслеживании препятствий и других особенностей окружающей среды с помощью внешних датчиков. В первом случае управление заключается в генерации управляющих команд для следования по заданному пути, принимая во внимание фактическое положение и ограничения, накладываемые мобильным устройством и особенностями его движения, а нечеткая логика может выполнять роль обычного путевого трекера, как это предлагается в [Ollero et al., 1994], или использоваться для прямого нечеткого контроля при создании руководящих команд из входов датчиков [Martinez et al., 1993]. Второй случай соответствует нечетким реактивным подходам для навигации мобильного робота, когда на входы контроллера поступает информация с внешних датчиков.

В качестве альтернативы более традиционным стратегиям построения представлений об окружающем мире и последующему логическому обоснованию были разработаны поведенческие подходы к управлению мобильными роботами. Основная идея управления перемещением в рамках этого подхода заключается в разбиении задачи навигации на отдельные мелкие легко решаемые подзадачи управления и выбора поведения в виде последовательности простейших четко определенных действий. Основные элементарные действия могут быть сформулированы, например, как «избежать препятствия» или «переместиться в предопределенную позицию». Такой подход, разделяй и властвуй, оказался достаточно успешным, так как позволяет получить модульную систему управления, которая упрощает решение проблемы навигации и дает возможность добавлять новые поведения системы, не вызывая значительного усложнения задачи.

По способу определения результирующего управления поведенческие методы управления могут быть разделены на два подхода: в методах, использующих голосование, каждый раз выбирается только один вариант поведения, в то время как в методах, управление которых основано на синтезе (объединении) команд, находится комбинация или взвешенная сумма нескольких поведенческих стратегий.

Работы Brooks [Brooks, 1985; Brooks, 1989] послужили толчком к развитию разнообразных схем управления с классифицирующей архитектурой на основе голосования, когда поведения располагаются в порядке изменения приоритета и выбор поведения с высоким уровнем приоритета подавляет все поведения с более низкими уровнями. Важными для развития методов на основе командного синтеза стали работы Arkin [Arkin, 1987; Arkin, 1989; Arkin, Balch, 1997], в которых представлено использование реактивного поведения на основе движущих схем (motorschemas). Результат применения каждой схемы описывается потенциальным полем, а решающее действие формируется путем взвешенного суммирования выходных значений движущих схем. Сочетание обоих подходов описано в работах [Rosenblatt, 1995; Rosenblatt, Payton, 1989; Langer et al., 1994] в виде архитектуры DAMN, в которой определенные централизованным голосованием независимые поведенческие реакции комбинируются в один «утвержденный» выход.

Механизм голосования больше подходит для конкурирующих поведений, а метод командного синтеза позволяет получить кооперативное управление из отдельных реакций [Hoffmann, 2003; Pirjanian, 1999], сочетая предлагаемые различными поведениями решения в соответствии с некоторыми правилами. Конкурирующие поведения могут привести к нестабильности [Egerstedt, 2000], когда в управлении движением поочередно участвуют несколько альтернативных вариантов поведения, или зависанию [Sahota, 1994], когда в течение длительного времени не удается получить необходимое управление роботом. Методы командного синтеза частично решают эту проблему, активизируя все варианты поведения одновременно, однако этот подход имеет ограниченную применимость, когда конкурирующие поведения формируют конфликтующие команды управления, что может приводить к колебаниям или остановке робота [Pirjanian, 1999]. Для решения этих проблем предложены подходы на основе нечеткого командного синтеза, например методы нечеткого смешивания контекстно-зависимых поведений [Saffiotti et al., 1993; Saffiotti et al., 1995; Michaud, 1997; Abreu, Correia, 2000; Bonarini et al., 2003; Vadakkepat et al., 2004], нечеткой модуляции поведения [Tunstel, 1995], а также нечеткий теоретико-расчетный подход [Pirjanian, Mataric, 1999].

В контекстно зависимом смешивании поведений у Saffiotti [Saffiotti et al., 1995] использован один набор нечетких правил для определения нечеткого поведения и еще один набор нечетких метаправила для контроля активности отдельных нечетких поведений путем обнаружения конфликтных ситуаций. В нечеткой модуляции у Tunstel [Tunstel, 1995] предлагаются аналогичные концепции, использующие набор нечетких правил для оценки поведенческой ак-

тивности. Нечеткий теоретико-расчетный подход [Pirjanian, Mataric, 1999] основан на начальной нечеткой модуляции поведения с последующим выбором подмножества поведенческих реакций, используя методы многокритериальной оптимизации.

Обе эти парадигмы — голосование и командный синтез — позволяют разрабатывать системы управления, используя иерархические [Simmons, 1994; Tunstel, Jamshidi, 1994] и неиерархические [Agre, Chapman, 1987; Rosenblatt, Payton, 1989; Rosenblatt, 1997] подходы. В иерархических подходах набор поведенческих реакций на низшем уровне активируется с помощью предварительных знаний о системе и обеспечивает целенаправленное принятие решений. В неиерархических подходах все поведения постоянно одинаково активны, что устраняет требование предварительных знаний о системе и делает систему более реагирующей.

Нечеткие правила обладают рядом преимуществ, т. к. позволяют справляться с неопределенностью и искажениями в данных, в отличие от многих других методов мало зависят от размерности и сложности системы, позволяют работать как с непрерывными, так и с дискретными сигналами, обеспечивая на выходе необходимое управление. Главной сложностью при создании нечеткой системы управления является проблема генерации компактной, но максимально полной базы правил управления поведением сложной системы. Способы получения баз нечетких правил основаны на (а) экспертных знаниях, (b) управляющих действиях оператора, (c) нечеткой модели процесса и (d) обучении. Не все методы могут быть одинаково применимы к решению конкретных задач, каждый имеет свои ограничения и недостатки. Далее в работе будет предложен способ получения базы правил на основе деревьев решений, используя генетический алгоритм структурно-параметрической оптимизации.

Многие подходы к управлению движением зависят от выбора движителей мобильных роботов, а также наличия или отсутствия сенсоров и обратной связи. Большая часть работ посвящена управлению движением колесных роботов [Ollero et al., 1994; Jiang et al., 2005; Hendzel, 2007; Chwa, 2004; Abreu, Correia, 2000] или устройств, основанных на применении иных движителей (гусеницы, винты, плавники), значительное количество исследований направлено на управление движением человекоподобных шагающих роботов [Vukobratovic, Borovac, 2004; Park, Chung, 1999] или роботов, имитирующих движение животных — рыб [Lachat et al., 2006], птиц, ящериц [Ijspeert, 2008].

В меньшей степени исследовано движение и управление движением мобильных устройств с неизменной жесткой оболочкой без внешних подвижных элементов. Такие устройства способны интегрироваться в окружающую среду, не нарушая происходящих в ней процессов, и поэтому обладают рядом неоспоримых преимуществ по сравнению с использованием традиционных движителей. Примерами таких устройств могут служить робот-колесо [Хи, Ои, 2005] и роботшар [Nagarajan et al., 2009; Tomic et al., 2012], а также системы подобные модели трехмассового плавающего робота [Волкова, Яцун, 2011]. В работе [Хи, Ои, 2005] движение робота-колеса основано на принципе гироскопической прецессии, а для решения задачи управления движением по заданной траектории рассмотрены подходы на основе модели и обучении каскадной нейронной сети. Управление роботом с одним сферическим колесом в [Nagarajan et al., 2009] основано на использовании двух независимых регуляторов, каждый из которых работает в одной из вертикальных плоскостей — продольной или поперечной. Регулятор вертикального положения построен на базе ZMP-метода для шагающих человекоподобных роботов. В [Tomic et al., 2012] двигательный механизм сферического робота состоит из четырех неуравновешенных масс, перемещающихся вдоль радиальных спиц, концы которых образуют правильный тетраэдр, или трех неуравновешенных масс, перемещающихся вдоль взаимно-перпендикулярных ребер воображаемого куба расположенного в центре сферы. Для управления роботом используется упрощенная модель системы и алгоритм пропорционального адаптивного оценивания и управления для организации движения неуравновешенных масс без учета глобальной ориентации робота.

Использование перемещения внутренних масс является одним из способов организации движения мобильных систем, не имеющих внешних движителей [Волкова, Яцун, 2011; Childress et al., 2011; Черноусько, 2010]. Трудность управления такими устройствами заключается в отсутствии явной зависимости между законом перемещением внутренних масс и направлением движением тела.

Движение мобильной системы за счет перемещения внутренней массы

Рассматривается в плоской постановке задача организации управления движением в вязкой жидкости тела с неизменяемой формой за счет перемещения внутренней массы [Черноусько, 2010]. Перемещаемый объект с внешней жесткой оболочкой в форме цилиндра массой M содержит внутреннюю материальную точку массой m_1 , совершающую возвратно-поступательное движение по заданному закону $\rho(t) = (\xi_1(t), \eta_1(t))^T$ (рис. 1). Движение тела и материальной точки рассматривается относительно двух декартовых систем координат: неподвижной Oxy и подвижной Oxy и по

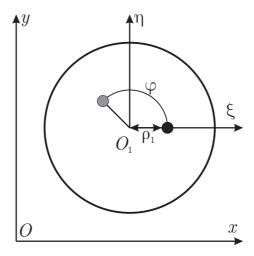


Рис. 1. Перемещаемый объект с внутренней материальной точкой

точки m_1 по закону (1), где операция [] соответствует взятию целой части числа:

$$\xi_{1}(t) = \begin{cases} \rho_{1} \sin^{2}(\omega_{1}\tau), & \tau < \frac{\pi}{2\omega_{1}}, \\ \rho_{1} \cos^{2}\left(\tau - \frac{\pi}{2\omega_{1}}\right), & \tau \leqslant \frac{\pi}{2\omega_{1}}, \end{cases}$$

$$\tau = t - \left(\left\lfloor \frac{t}{T_{0}} \right\rfloor\right) T_{0}, \quad T_{0} = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\omega_{1}}\right),$$

$$\eta_{1}(t) = 0.$$
(1)

Частота колебания внутренней точки в первой части периода выше, чем во второй, из-за чего в вязкой жидкости за период колебания происходит перемещение тела.

Управлять направлением движения тела можно поворотом оси, вдоль которой совершает колебания материальная точка, на угол φ относительно подвижной системы координат $O_1\xi\eta$. Поворот направления колебаний на угол φ не означает, что тело будет двигаться в этом направлении. Для движения по некоторой заданной траектории необходимо подобрать закон изменения угла φ , зависящий от параметров движения мобильной системы $\varphi = \varphi(\varphi_0, u_b, v_b)$: угла поворота

тела φ_0 , составляющих скорости движения тела u_b , v_b . Характеристики движения материальной системы определяются из совместного решения уравнений движения (2) и Навье–Стокса.

$$\frac{dP_1}{dt} - \omega P_2 = F_1, \quad \frac{dP_2}{dt} + \omega P_1 = F_2, \quad \frac{dK}{dt} + u_b P_2 - v_b P_1 = G,
\frac{dx}{dt} = u_b \cos(\varphi_0) - v_b \sin(\varphi_0), \quad \frac{dy}{dt} = u_b \sin(\varphi_0) + v_b \cos(\varphi_0),
\frac{d\varphi_0}{dt} = \omega, \quad P_1(0) = P_2(0) = K(0) = x(0) = y(0) = F\varphi_0(0) = 0,$$
(2)

где $P_1=(A_1+m_1)u_b+m_1(\dot{\xi}_1(t)-\omega\eta_1(t)),\ P_2=(A_2+m_1)v_b+m_1(\dot{\eta}_1(t)+\omega\xi_1(t))$ — проекции вектора импульса в подвижной системе координат; $K=B\omega-m_1(u_b\eta_1-v_b\xi_1)-m_1(\dot{\xi}_1(t)-\omega\eta_1)\eta_1+m_1(\dot{\eta}_1(t)+\omega\xi_1)\xi_1$ — кинетический момент; $\mathbf{F}=(F_1,F_2)$ — сила, действующая со стороны жидкости на тело, G — момент этой вязкой силы; $A_1=M+\lambda_1,\ A_2=M+\lambda_2,\ B=J+\lambda_3;\ M,\ J$ — масса тела и момент инерции без учета материальных точки; $\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3,\$ коэффициенты присоединенных масс; ω — угловая скорость вращения; $\mathbf{U}_b=(u_b,v_b)$ — вектор скорости движения тела (точки O_1); $u_1=\dot{\xi}_1(t),\ v_1=\dot{\eta}_1(t)$ — проекции скорости движения материальных точек в подвижной системе координат; φ_0 — угол поворота подвижной системы координат $O_1\xi\eta$ относительно неподвижной Oxy.

Для определения вязкой силы $\mathbf{F} = (F_1, F_2)$ необходимо решение системы уравнений Навье–Стокса. Для многократного численного решения уравнений движения системы вязкое взаимодействие описывается аппроксимирующими зависимостями [Тененев, Ветчанин, 2011]:

$$\mathbf{F} = q_1 \mathbf{A}^{k-1} + q_2 \frac{C_D |\mathbf{U}_b| \mathbf{U}_b}{2},$$

$$C_D = \frac{q_3}{Re} (1 + q_4 R e^{\gamma}), \quad \mathbf{A}^{k-1} = \frac{\mathbf{U}_b^{k-1} - \mathbf{U}_b^{k-2}}{\Delta t}; \quad q_1 = -3.2; \quad q_2 = 0.57; \quad q_3 = 7; \quad q_4 = 0.6; \quad \gamma = 0.87.$$
(3)

В общем виде полученная задача оптимального управления может быть представлена в форме:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \varphi),\tag{4}$$

где φ — управляющий параметр.

Организация управления на основе системы нечетких правил

Заданная криволинейная траектория, вдоль которой необходимо осуществить перемещение, может быть заменена кусочно-непрерывной ломаной линией (рис. 2). На каждом прямолинейном отрезке A_i, A_{i+1} необходимо обеспечить передвижение тела из начала A_i в конец отрезка A_{i+1} . В начальной точке отрезка $A_i = (x_i, y_i)$ известны значения параметров движения (φ_{0i}, u_i, v_i) мобильной системы, на основании которых необходимо определить управление φ_i , позволяющее попасть в конечную точку отрезка $A_{i+1} = (x_{i+1}, y_{i+1})$.

Для получения зависимости управляющей функции φ от параметров движущегося тела решается задача оптимального управления движением в заданную точку по кратчайшему маршруту. Задача сводится к дискретному аналогу и решение ищется с помощью генетического алгоритма условной оптимизации. В качестве критерия оптимальности может быть выбрано минимальное отклонение тела от прямолинейной траектории

$$\int_{0}^{t_{k}} |y(t)| dt \to \min, \tag{5}$$

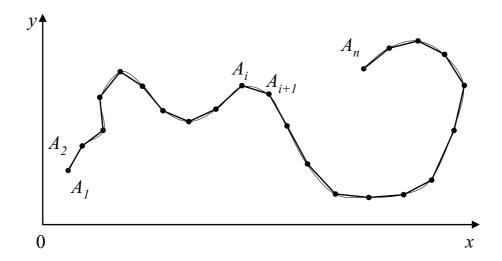


Рис. 2. Замена заданной траектории движения тела кусочно-непрерывной линией

при условии минимального отклонения конечной координаты тела от заданной точки:

$$|x(t_k) - x_k| \to \min, \tag{6}$$

Зависимость управления от параметров движущегося тела $\varphi = \varphi(\varphi_0, u, v)$ находится на основе системы нечеткого логического вывода Сугено. Нечеткие знания формулируются в виде нечетких продукционных правил вывода, задаваемых в форме *if* A then B:

$$R_r: if \bigcap x_i \in A_{ir} then y is B_r, \quad r = 1, K_R.$$
 (7)

Условие $x_i \in A_{ir}$ соответствует условию разделения множества объектов $x_i \le (w_{ij}), i = \overline{1, m-1};$ $j = \overline{1, n}$ и означает попадание величины x_i в нечеткий интервал w_{ij}^{\pm} с функциями принадлежности:

$$\mu^{+}(x_{i}) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \exp\left(-\beta\left(x_{i} - w_{iq}\right)\right)} + \frac{1}{1 + \exp\left(-\beta\left(1 - w_{iq}\right)\right)} \frac{x_{i} - w_{iq}}{1 - w_{iq}} & | x_{i} \ge w_{iq}; \\ \frac{1}{1 + \exp\left(-\beta\left(x_{i} - w_{iq}\right)\right)} \frac{x_{i}}{w_{iq}} & | x_{i} < w_{iq} \end{cases}$$
(8)

И

$$\mu^{-}(x_{i}) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \exp\left(\beta\left(x_{i} - w_{iq}\right)\right)} + \left(1 - \frac{1}{1 + \exp\left(-\beta w_{iq}\right)}\right) \frac{w_{iq} - x_{i}}{w_{iq}} & | x_{i} \ge w_{iq}; \\ \frac{1}{1 + \exp\left(\beta\left(x_{i} - w_{iq}\right)\right)} \frac{1 - x_{i}}{1 - w_{iq}} & | x_{i} < w_{iq}. \end{cases}$$
(9)

Функция принадлежности $\mu^+(x_i)$ соответствует условию $x_i \ge (w_{iq})$, а $\mu^-(x_i)$ — условию $x_i < (w_{iq})$. Величина β характеризует размытость интервала, при $\beta \to \infty$ нечеткий интервал переходит в обычный. Для заданного вектора $\mathbf{X} = (x_i)^T = (\varphi_0, u, v)^T$ определяются степени истинности каждого правила α_r , $r = \overline{1, K_R}$. Степени истинности соответствуют значениям функций принадлежности левых частей (предпосылок): $\alpha_r = \min_k (\mu_k^\pm)$, $k = \overline{1, g_r}$, где g_r — количество условий в данном правиле R_r . В результате, агрегированный выходной сигнал определяется по формуле

$$F_1(\mathbf{X}) = \frac{1}{\sum_{r=1}^{K} \alpha_r} \sum_{r=1}^{K_R} \alpha_r \left(p_{r0} + \sum_{j=1}^{n} p_{rj} x_j \right), \tag{10}$$

коэффициенты p_{rj} , $r=\overline{1,K_R}$; $j=\overline{0,n}$ определяются по имеющейся обучающей выборке. Для получения продукционных правил типа *if* A *then* B использованы деревья решений, построенные на оптимальных траекториях с помощью генетического алгоритма структурно-параметрического синтеза [Шаура, 2012]. Применение алгоритма построения деревьев решений для генерации управляющих правил позволяет перейти к системе нечеткого вывода.

Алгоритм построения деревьев решений

Деревья решений представляют правила в иерархической последовательной структуре, где каждому объекту соответствует единственный узел, дающий решение. Каждое дерево решений порождает определенный набор управляющих правил.

Общий генетический алгоритм структурно-параметрического синтеза, основанный на исторической нумерации структурных новообразований [Stanley, Miikkulainen, 2002; Шаура, 2012], может быть применен и для построения деревьев решений. Каждая особь популяции генетического алгоритма представляет собой некоторое возможное дерево решений. Структурообразующими элементами дерева являются узлы, дуги могут быть рассмотрены как свойства соответствующих узлов, из которых они выходят, поэтому в соответствии с алгоритмом структурнопараметрического синтеза структура дерева может быть закодирована в виде взаимосвязанных списков по следующей схеме (рис. 3):

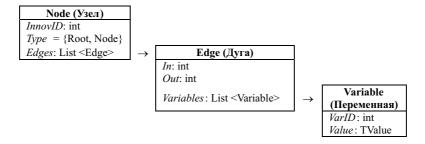


Рис. 3. Система связанных списков для кодирования фенотипа

В соответствии с представленной схемой (рис. 3) при кодировании дерева для каждого узла (**Node**), не являющегося листом, в генотип записывается порядковый номер появления этого узла (*InnovID*) в фенотипе индивидов популяции, тип этого узла (*Type*): Root — если узел является корнем дерева и Node — в противном случае, а также список дуг, выходящих из кодируемого узла (*Edges*). Дуги дерева (**Edge**) характеризуются входным (*In*) и выходным (*Out*) узлами и списком условий на переменные (*Variables*), при которых происходит переход по данной дуге. Если дуга оканчивается листом, то Out = 0. Условие на переменную (**Variable**) отражает, на какую именно из переменных исходной задачи (*VarID*) накладывается ограничение и каков характер этого ограничения (*Value*).

В общем случае условия в узлах дерева и значения атрибутов на дугах могут носить произвольный характер: проверка равенства или неравенства, проверка булева значения конкретного оператора, проверка принадлежности к классу, проверка принадлежности к области (диапазону) значений. Кодирование, представленное на рисунке 3, позволяет описать произвольное n-парное дерево с любыми условиями ветвления (рис. 4).

Начальная популяция генетического алгоритма формируется из минимально возможных деревьев, глубина которых равна 1, т.е. каждое такое дерево содержит только корень и листья. Функция приспособленности формируется на основании ошибки построения дерева по обучающему набору данных, т.е. каждый индивид оценивается по качеству классификации исходных

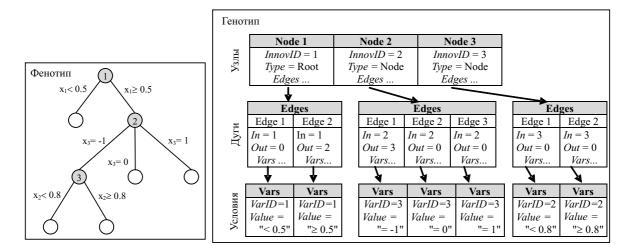


Рис. 4. Кодированное представление дерева решений

данных: приспособленность Fitness определяется разностью между общим количеством данных N и количеством неправильно классифицированных Misclassification:

$$Fitness = N - Misclassification. (11)$$

Fitness = N означает, что все наблюдения классифицированы верно, а Fitness = 0 — что нет ни одного верно классифицированного. Таким образом, чем выше приспособленность индивида, тем лучше его дерево описывает исходный набор данных.

Построение дерева происходит на основе обучающего набора данных, содержащего входные и выходные значения. По этому же набору оценивается качество каждого полученного дерева. Переменные, по которым происходит ветвление, и условия ветвления формируются из имеющихся в обучающей выборке атрибутов и соответствующих им интервалов изменения значений.

В процессе работы генетического алгоритма деревья растут за счет появления новых узлов в результате мутации и скрещивания до тех пор, пока не будет выполнено условие останова алгоритма и найдено соответствующее решение.

Мутация реализует случайное появление новых узлов ветвления на месте листьев или корня дерева (рис. 5), при этом количество дуг с условиями, выходящих из нового узла, может быть зафиксировано и постоянно для всего дерева или меняться от одного узла к другому. Если новый узел возникает на месте корня дерева, то он становится новым корнем, а тот узел, который был им раньше, — одним из его потомков (рис. 5, а). Если новый узел возникает на месте листа дерева, то он замещает его (рис. 5, б). Условия на вновь появившихся дугах формируются из соответствующего числа выбранных атрибутов случайно взятой одной или нескольких переменных.

Скрещивание деревьев реализовано по принципу выявления общей структурной части родителей на основе исторической нумерации. Пример такого скрещивания представлен на (рис. 6). Общая часть родительской структуры выделена жирным.

Потомки, получаемые в результате действия операторов скрещивания и мутации, также являются допустимыми деревьями решений.

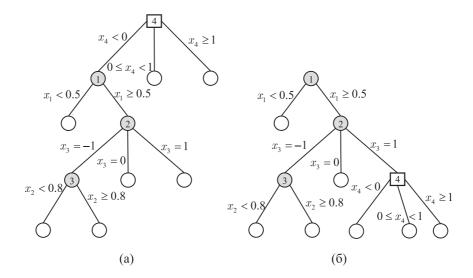


Рис. 5. Структурная мутация: (а) появление нового узла на месте корня дерева, (б) появление нового узла на месте существующего листа

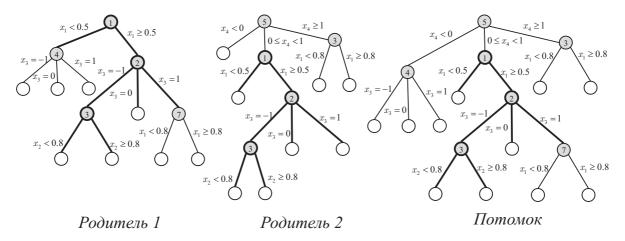


Рис. 6. Скрещивание, основанное на выявлении общей структурной части

Результаты моделирования

Система нечетких правил для управления движением рассмотренного мобильного робота построена на основе набора оптимальных траекторий. Оптимальные траектории были получены в результате решения задачи оптимального управления движением тела из одной точки в другую с минимальным отклонением от прямолинейной траектории с помощью генетического алгоритма условной оптимизации [Шаура, 2009]. Для этого задача оптимального управления была сведена к своему дискретному аналогу путем разбиения всего временного отрезка $[0,\ t_k]$ на 20 равных интервалов с кусочно-постоянным управлением на них. Каждая хромосома генетического алгоритма кодировала набор из 20 значений управляющего параметра, соответствующий одной возможной траектории. В результате решения задачи при различных начальных условиях — ориентации робота и его начальной скорости было получено множество оптимальных траекторий для построения на их основе системы управляющих нечетких правил.

Используемый набор оптимальных траекторий передвижения тела (x, y) из точки (0; 0) в точку (0; 1) при разных значениях параметров (угол поворота тела φ_0 , составляющие скорости

 u_b, v_b) показан на рисунке 7, а соответствующее им оптимальное управление движением тела на рисунке 8.

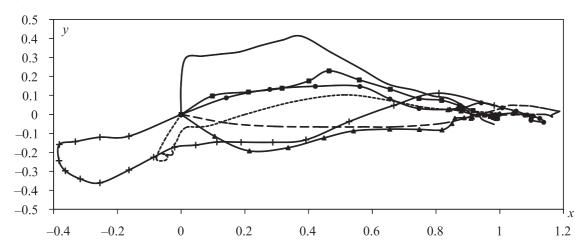


Рис. 7. Оптимальные траектории движения тела из точки (0;0) в точку (0;1) при разных значениях параметров движения

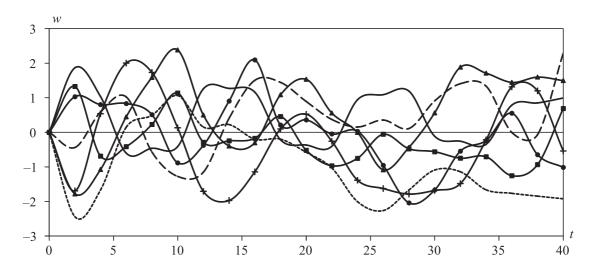


Рис. 8. Соответствующее оптимальное управление движением тела из точки (0; 0) в точку (0; 1)

Для рассмотренной задачи организации управления движением в вязкой жидкости тела с неизменяемой формой за счет перемещения внутренней массы по заданному закону $\rho_1(t) = (\xi_1(t), \eta_1(t))^T$ (1) с помощью генетического алгоритма структурно-параметрического синтеза на основе обучающего набора оптимальных траекторий рисунке 7 и соответствующего управления (рис. 8) получено дерево решений, показанное на (рис. 9). В полученном дереве решений каждый путь из корня к листу определяет одно правило типа *if* A *then* B. Построенное дерево дает результирующую базу управляющих правил следующего вида:

```
if v \ge 0.05 then \varphi = 3

if v < 0.05 \land \varphi_0 \ge -0.60 \land u \ge 0.07 then \varphi = 3

if v < 0.05 \land \varphi_0 \ge -0.60 \land u \ge 0.04 \land u < 0.07 then \varphi = 2

if v < 0.05 \land \varphi_0 \ge -0.60 \land u \ge -0.03 \land u < 0.04 then \varphi = 2

if v < 0.05 \land \varphi_0 -0.60 \land u < -0.03 then \varphi = 3

if v < 0.05 \land \varphi_0 < -0.60 \land v \ge 0.02 \land u \ge 0.12 then \varphi = 1
```

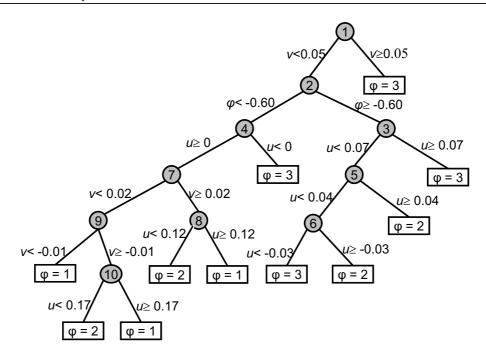


Рис. 9. Дерево решений

```
if v < 0.05 \land \varphi_0 < -0.60 \land u \geqslant 0 \land v \geqslant 0.02 \land u < 0.12 then \varphi = 2 if \varphi_0 < -0.60 \land v < 0.02 \land v \geqslant -0.01 \land u \geqslant 0.17 then \varphi = 1 if \varphi_0 < -0.60 \land u \geqslant 0 \land v < 0.02 \land v \geqslant -0.01 \land u < 0.17 then \varphi = 2 if \varphi_0 < -0.60 \land u \geqslant 0 \land v < -0.01 then \varphi = 1 if v < 0.05 \land \varphi_0 < -0.60 \land u < 0 then \varphi = 3.
```

Полученная система нечетких правил в совокупности с функциями принадлежности и взвешенной суммой (10) для получения агрегированного выходного сигнала определяют управление движением рассмотренного мобильного устройства из одной точки в другую.

Пример оптимального управления движением мобильного устройства из точки (0;0) в точку (0;1) с начальной ориентацией $\varphi=3$ на основе полученной системы нечетких правил представлен на рисунке 10. Длинными стрелками на рисунке показано направление движения мобильного устройства, а двунаправленными — направление возвратно-поступательных перемещений внутренней материальной точки.

Выводы

В работе решена задача управления движением мобильного объекта с внешней жесткой оболочкой в форме цилиндра с помощью внутренней материальной точки, совершающей возвратно-поступательное движение, на основе системы нечеткого логического вывода Сугено. Для получения базы нечетких правил предложен подход, основанный на построении деревьев решений с помощью разработанного алгоритма структурно-параметрического синтеза.

Представленный подход позволяет полностью построить интеллектуальную систему управления технической системой, начиная с набора обучающих данных и заканчивая базой управляющих правил, используя хорошо сочетающиеся возможности генетических алгоритмов и аппарата Data Mining.

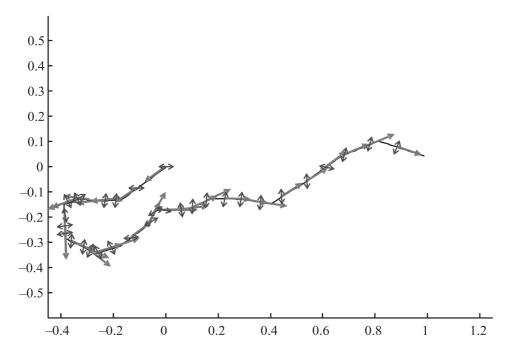


Рис. 10. Траектория движения мобильного устройства при оптимальном управлении на основе нечетких правил

Список литературы

- Ветичанин Е. В., Тененев В. А. Моделирование управления движением в вязкой жидкости тела с переменной геометрией масс // Компьютерные исследования и моделирование. 2011. Т. 3, № 4. С. 371–381.
- *Волкова Л. Ю., Яцун С. Ф.* Управление движением трехмассового робота, перемещающегося в жидкой среде // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 4. С. 845–857.
- Пахомов К. В., Перегудова О. А., Силантьев П. П. Управление движением неголономного мобильного робота на основе метода бэкстеппинга // Научно-технический вестник Поволжья. -2011. № 3. С. 30–34.
- *Тененев В. А., Ветичанин Е. В.* Управляемое движение тела в жидкости при возвратно-поступательном перемещении внутренней материальной точки // Интеллектуальные системы в производстве. -2011. № 4. С. 62–72.
- *Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н.* Мобильные роботы, управляемые движением внутренних тел // Труды института математики и механики УрО РАН. -2010. Т. 16, № 5. С. 213–222.
- *Шаура А. С.* Генетический алгоритм с параллельным поиском допустимых особей при решении задач условной оптимизации с ограничениями-равенствами // Интеллектуальные системы в производстве. -2009. -№ 1. С. 91–96.
- *Шаура А. С.* Построение деревьев решений с помощью генетического алгоритма структурно-параметрического синтеза // Интеллектуальные системы в производстве. 2012. № 1. С. 72–80.
- *Abreu A., Correia L.* Behavior-based decision control in autonomous vehicles: A fuzzy approach using Khepera // Proc. IEEE 9th Int. Conf. Fuzzy Syst. 2000. P. 140–145.
- *Agre P., Chapman D.* Pengi: An implementation of a theory of activity // Proc. 6th Nat. Conf. Artif. Intell. 1987. P. 268–272.
- *Arkin R. C., Balch T.* AuRA: Principles and Practice in Review // Journal of Experimental and Theoretical ArtificialIntelligence. 1997. Vol. 9, no. 2/3. P. 175–188.

- *Arkin R. C.* Motor schema-based mobile robot navigation // Int. J. of Robotic Research. 1989. Vol. 8. P. 92–112.
- Arkin R. C. Towards Cosmopolitan Robots: Intelligent Navigation in Extended Man-made Environments: PhD Thesis. University of Massachusetts, Department of Computer and Information Science, 1987.
- Azevedo C., Poignet P., Espiau B. Artificial locomotion control: from human to robots // Robotics and Autonomous Systems. 2004. Vol. 47. P. 203–223.
- Barto A. G. Neuronlike adaptive elements that can solve difficult learning control problems // IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics. 1983. Vol. 13. P. 834–846.
- Bloch A. M., Drakunov S. Tracking in NonHolonomic Dynamic System Via Sliding Modes // Proc. IEEE Conf. On Decision & Control. 1991. P. 1127–1132.
- Bonarini A., Invernizzi G., Labella T. H., Matteucci M. An architecture to coordinate fuzzy behaviors to control an autonomous robot // Fuzzy Sets Syst. 2003. Vol. 134, no. 1. P. 101–115.
- *Brooks R.A.* A Robot that Walks; Emergent Behavior from a CarefullyEvolved Network // Neural Computation. 1989. Vol. 1, no. 2. P. 253–262.
- *Brooks R. A.* A Robust Layered Control System for a Mobile Robot // IEEE Journal of Robotics and Automation. 1985. Vol. 2, no. 1. P. 14–23.
- Chevallereau C., Sardain P. Design and actuation optimization of a 4 axes biped robot for walking and running // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2000. P. 3365–3370.
- Childress S., Spagnolie S. E., Tokieda T. A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid // J. Fluid Mech. 2011. Vol. 669. P. 527–556.
- *Chwa D.* Sliding-Mode Tracking Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots in Polar coordinates // IEEE Trans. On Control Syst. Tech. 2004. Vol. 12, no. 4. P. 633–644.
- Denk J., Schmidt G. Walking primitive synthesis for an anthropomorphic biped using optimal control techniques // Proceedings of the International Conference on Climbing and Walking Robots. 2001. P. 819–826.
- *Egerstedt M.* Behavior-based robotics using hybrid automata // Proc. 3rd Int. Workshop Hybrid Syst.: Comput., Control. 2000. P. 103–116.
- Fatmi A., Al Yahmadi A., Khriji L., Masmoudi N. A Fuzzy Logic Based Navigation of a Mobile Robot // Transactions on engineering, computing and technology. 2006. P. 169–174.
- Fierro R., Lewis F.L. Control of a Nonholonomic Mobile Robot Using Neural Networks // IEEE Transactions On Neural Networks. 1998. Vol. 9, no. 4. P. 589–600.
- Fukao T., Nakagawa H., Adachi N. Adaptive Tracking Control of a NonHolonomic Mobile Robot // IEEE Trans. On Robotics and Automation. 2000. Vol. 16, no. 5. P. 609–615.
- Haasdijk E., Rusu A.A., Eiben A.E. HyperNEAT for Locomotion Control in Modular Robots // International Conference on Evolvable Systems. 2010. P. 169–180.
- *Hendzel Z.* Adaptive Critic Neural Networks for Motion Control of Wheeled Mobile Robot // Nonlinear Dynamics. 2007. Vol. 50, no. 4. P. 849–855.
- *Hoffmann F.* An overview on soft computing in behavior-based robotics // Proc. Int. Fuzzy Syst. Assoc. World Congr. -2003. -P. 554-551.
- *Hung L-C., Chung H-Y.* Design of Hierarchical Fuzzy Logic Control for Mobile Robot System // IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics. 2006. P. 1–6.
- *Ijspeert A. J.* Central pattern generators for locomotion control in animals and robots: a review // Preprint of Neural Networks. 2008. Vol. 21/4. P. 642–653.
- Jiang H., Motai Y., Zhu X. Predictive Fuzzy Logic Controller For Trajectory Tracking Of A Mobile Robot // IEEE Mid-Summer Workshop on Soft Computing in Industrial Applications. 2005. P. 29–32.

- *Jiang Z.P., Lefeber E., Nijmeijer H.* Saturated stabilization and tracking of a nonholonomic mobile robot // Systems & Control Letters. 2001. Vol. 42. P. 327–332.
- Kanayama Y., Kimura Y., Miyazaki F., Noguchi T. A Stable Tracking Control Method For a Non-Holonomic Mobile Robot // Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems. 1991. P. 1236–1241.
- Lachat D., Crespi A., Ijspeert A.J. BoxyBot: a swimming and crawling fish robot controlled by a central pattern generator // IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics. 2006. P. 643–648.
- Langer D., Rosenblatt J. K., Hebert M. A Behavior-Based SystemFor Off-Road Navigation // IEEE Journal of Robotics and Automation. 1994. Vol. 10, no. 6. P. 776–782.
- *Lee T-C, Lee C. H., Teng C-C.* Tracking Control of Mobile Robots Using the Backsteeping Technique // Proc. 5th. Int. Conf. Contr., Automat., Robot. Vision. 1998. P. 1715–1719.
- *Lee T-C, Tai K.* Tracking Control of Unicycle-Modeled Mobile robots Using a Saturation Feedback Controller // IEEE Trans. On Control Systems Technology. 2001. Vol. 9, no. 2. P. 305–318.
- *Martinez J. L., Ollero A., Garcia-Cerezo A.* Fuzzy Strategies for Path Tracking of Autonomous Vehicles // Proc. First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies. 1993. Vol. 1. P. 24–30.
- Michaud F. Selecting behaviors using fuzzy logic // Proc. IEEE 6thInt. Conf. Fuzzy Syst. 1997. P. 585–592.
- Nagarajan U., Kantor G., Hollis R. L. Trajectory Planning and Control of an Underactuated Dynamically Stable Single Spherical Wheeled Mobile Robot // International Conference on Robotics and Automation. 2009. P. 3743–3748.
- Narenda K. S., Pathasarathy K. Identification and control of dynamic systems using neural network // IEEE Transaction on Neural Networks. 1990. Vol. 1, no. 1. P. 4–27.
- *Nolfi S., Floreano D.* Synthesis of Autonomous Robots Through Evolution // Trends in Cognitive Sciences. 2002. Vol. 6, no. 1. P. 31–37.
- Ollero A., Garcia-Cerezo A., Martinez J. L. Fuzzy Supervisory Path Tracking of Autonomous Vehicles // Control Engineering Practice. 1994. Vol. 2, no. 2. P. 313–319.
- *Park J., Chung H.* Zmp compensation by on-line trajectory generation for biped robots // Proceedings of the IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics. 1999. P. 960–965.
- *Pirjanian P., Mataric M.* A decision-theoretic approach to fuzzy behavior coordination // Proc. IEEE Int. Symp. Comput. Intell. Robot.Autom. 1999. P. 101–106.
- *Pirjanian P.* Behavior coordination mechanisms-State-of-the-art. Technical Report IRIS-99-375. Univ. Southern California, 1999.
- Pratt J., Chew C. M., Torres A., Dilworth P., Pratt G. Virtual model control: An intuitive approach for bipedal locomotion // The International Journal of Robotics Research. 2001. Vol. 20(2). P. 129–143.
- Ramirez G., Zeghloul S. A New Local Path Planner for Nonholonmic Mobile Robot Navigation in Cluttered Environments // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 2000. P. 2058—2063.
- Rosenblatt J. K., Payton D. W. A Fine-Grained Alternative to the Subsumption Architecture for Mobile Robot Control // Proceedings of the IEEE/INNS International Joint Conference on Neural Networks. 1989. Vol. 2. P. 317–324.
- Rosenblatt J. K. DAMN: A Distributed Architecture for MobileNavigation: PhD thesis, Carnegie Mellon University Robotics Institute. Pittsburgh, 1995.
- Rosenblatt J. K. The distributed architecture for mobile navigation // J. Exp. Theoret. Artif. Intell. 1997. Vol. 9. P. 339–360.

- Saffiotti A., Konolige K., Ruspini E. A multivalued-logic approach to integrating planning and control // Artif. Intell. 1995. Vol. 76. P. 481–526.
- Saffiotti A., Ruspiniand E., Konolige K. Blending reactivity and goal-directedness in a fuzzy controller // Proc. IEEE 2nd Int. Conf. Fuzzy Syst. 1993. P. 134–139.
- Sahota M. K. Action selection in robotics in dynamic environments through inter-behavior bidding // Proc. 3rd Int. Conf. Simul. Adapt.Behav. 1994. P. 138–142.
- Simmons R. G. Structured control for autonomous robots // IEEE J. Robot. Autom. -1994. Vol. 10, no. 1. P. 34–43.
- Song K. T., Sheen L. H. Heuristic fuzzy-neural Network and its application to reactive navigation of a mobile robot // Fuzzy Sets Systems. 2000. Vol. 110, no. 3. P. 331–340.
- Stanley K. O., Miikkulainen R. Evolving Neural Networks through Augmenting Topologies // Evolutionary Computation. 2002. no. 2(10). P. 99–127.
- *Tanner H. G., Kyriakopoulos K. J.* Backstepping for nonsmoothsystems // Automatica. 2003. Vol. 39. P. 1259–1265.
- Tomic F., Nudehi S., Flynn L. L., Mukherjee R. Design, Fabrication and Control of Spherobot: A Spherical Mobile Robot // J. Intell Robot Syst. 2012. Vol. 67. P. 117–131.
- *Tunstel E., Jamshidi M.* Fuzzy logic and behavior coordination control strategy for autonomous mobile robot mapping // Proc. IEEE 4th Int. Conf. Fuzzy Syst. 1994. P. 514–517.
- *Tunstel E.* Coordination of distributed fuzzy behaviors in mobile robot control // Proc. IEEE Int. Conf. Syst. 1995. P. 4009–4014.
- *Vadakkepat P., Miin O. C., Peng X., Lee T. H.* Fuzzy behaviorbased control of mobile robots // IEEE Trans. Fuzzy Syst. 2004. Vol. 12, no. 4. P. 559–565.
- *Velagic J., Lacevic B., Hebibovic M.* On-Line Identification of a Robot Manipulator Using Neural Network with an Adaptive Learning Rate // Proc. 16th IFAC World Congress. 2005. Vol. 2684. P. 1–6.
- *Velagic J., Lacevic B., Perunicic B.* A 3-Level Autonomous Mobile Robot Navigation System Designed by Using Reasoning/Search Approaches // Robotics and Autonomous Systems. 2006. Vol. 54, no. 12. P. 989–1004.
- *Velagic J., Osmic N., Lacevic B.* Neural Network Controller for Mobile Robot Motion Control // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2008. Vol. 47. P. 193–198.
- *Vukobratovic M., Borovac B.* Zero-moment point thirty five years of life // International Journal of Humanoid Robotics. 2004. Vol. 1(1). P. 157–173.
- Wieber P.B. Modelisation et Commande d'un Robot MarcheurAnthropomorphe: PhD thesis. Paris, 2000.
- Xu Y., Ou Y. Control the Single Wheel Robots // Springer-Verlag, 2005.
- Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8. P. 338–353.
- Zein-Sabatto S., Sekmen A., Koseeyaporn P. Fuzzy Behaviors for Control of Mobile Robots // Systemics, Cybernetics And Informatics. 2003. Vol. 1. no. 1. P. 68–74.