

УДК: 539.3

Исследование деформационного поведения фрагмента кости при осевом сжатии, содержащего компактный и губчатый слои разной плотности

Т. В. Колмакова

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

E-mail: kolmakova@ftf.tsu.ru

*Получено 5 марта 2013 г.,
после доработки 22 мая 2013 г.*

Представлены результаты компьютерного моделирования деформационного поведения фрагмента кости при осевом сжатии, содержащего компактный и губчатый слои разной плотности. Результаты расчетов показывают, что возможна смена преобладающего вида деформации сжатия образца кости на деформацию изгиба и наоборот при изменении, как плотности его губчатой составляющей, так и при изменении плотности компактной составляющей.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, компактная костная ткань, губчатая костная ткань, деформационное поведение

Research of deformation behavior of bone fragment at an axial compression, containing compact and spongy layers of different density

T. V. Kolmakova

Tomsk State University, 36 Lenin av., Tomsk, 634050, Russia

Abstract. — The results of computer simulation of deformation behavior of bone fragment at axial compression, containing compact and spongy layers of different density, are presented. The result of calculations show that changing of prevailing type of deformation of compression of bone sample on deformation of bend and vice versa is possible at densities change of his spongy constituent and compact constituent

.Keywords: Computer simulation, compact bone, spongy bone, stress and strain state, deformation behavior

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 31, pp. 433–441 (Russian).

Необходимость восстановления или замены участка кости в результате удаления различных новообразований, воспалительных процессов, врожденных аномалий строения требует разработки совместимых с костной тканью имплантатов. Одним из основных требований, предъявляемым к имплантатам, является подобие их в механическом поведении костной ткани [Путляев, 2004; Буякова, Хлусов, Кульков, 2004; Баринов, 2010].

Кости сформированы двумя типами костной ткани: компактной (кортикальной) и губчатой (трабекулярной), отличающимися пространственным расположением структурных элементов, плотностью, минеральным содержанием [Архипов-Балтийский, 2004]. Плотность, минеральное содержание компактной и губчатой костных тканей, определяющие их механические свойства, варьируются в зависимости от их анатомического местоположения и отличаются для разных индивидуумов.

Поведение отдельно кортикальной и отдельно губчатой костной ткани под нагрузкой изучается достаточно давно. Однако за пределами исследований остались представления о деформационном поведении объемов костной ткани содержащих и компактную и губчатую составляющие. В настоящей работе исследуется деформационное поведение объемов кости при осевом сжатии, отличающихся плотностью компактной и губчатой костных тканей. Плотность компактной костной ткани может варьироваться от 1.6 г/см^3 до 2.0 г/см^3 [Liebschner, 2004; Zioupos, Cook, Hutchinson, 2008], а плотность губчатой ρ_g — от 0.1 г/см^3 до 1.0 г/см^3 [Liebschner, 2004].

Рассматривается объем костной ткани — модельный образец с размерами $a \times a \times c$, содержащий губчатую, компактную составляющие в соотношении 1 : 1 и промежуточный слой (рис. 1).

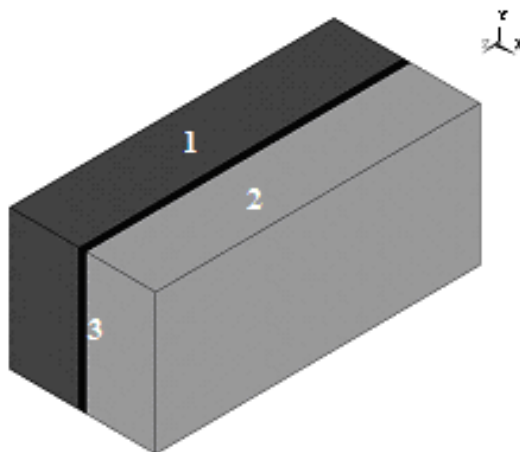


Рис. 1. Геометрическая модель костного образца (1—компактная составляющая, 2—губчатая составляющая, 3— промежуточный слой)

Моделировалось нагружение образца напряжением сжатия σ_0 вдоль оси Z (оси кости). Плоскость нагружения YX на рисунке 1 представлена на переднем плане, плоскость закрепления — на заднем плане.

Задача решалась в рамках линейной теории упругости:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} = 0, \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}), \\ \sigma_{ij} = 2\mu \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \delta_{ij} \right), \end{cases}$$

где σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, ε_{ij} — компоненты тензора деформаций, U_i — компоненты вектора перемещений, θ — объемная деформация, ν — коэффициент Пуассона,

μ — модуль сдвига ($\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, E — модуль упругости), δ_{ij} — символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$, при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$, при $i \neq j$).

Модули упругости E (ГПа) на сжатие компактной (k) и губчатой (g) составляющих образца задавались в зависимости от их плотности ρ (г/см³) и минерального содержания согласно модели Эрнандеса [Hernandez, 2001]. Выражения для определения модулей упругости при сжатии компактной и губчатой составляющих от их плотности с учетом массовой доли минералов 60% и 53 % соответственно представлены ниже:

$$E_k = 2.78\rho_k^{2.58}, \quad E_g = 2.21\rho_g^{2.58}.$$

Коэффициенты Пуассона компактной и губчатой составляющих образца принимались равными 0.32 и 0.2 соответственно [Doblare M, Garcia J. M., 2002]. Механические характеристики промежуточного слоя определяются как среднеарифметические значения характеристик компактного и губчатого слоев.

Расчеты проводились в программном комплексе ANSYS с использованием метода конечных элементов. Конечно-элементная модель образца кости представлена на рисунке 2.

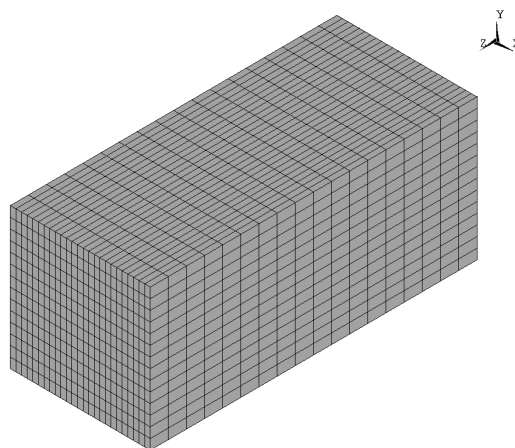


Рис. 2. Конечно-элементная модель образца кости

Ширина образца принималась равной $a = 6$ мм. При такой ширине образца толщина компактного слоя соответствует минимальной толщине, встречающейся в костях челюсти [Параскевич, 2008]. Ширина промежуточного слоя принималась равной 220 мкм, что соответствует средней толщине трабекул, встречающихся в губчатой костной ткани [Dagan, Beery, Gefen, 2004].

Приложенные к тыльной поверхности образца граничные условия влияют на полученные в результате расчетов значения деформаций в некоторой области, что было обнаружено при задании одинаковых механических свойств для всех структурных составляющих (губчатого, промежуточного и компактного слоев) образца. Удаление плоскости закрепления от плоскости нагружения образца, т.е. увеличение длины c образца привело к снижению относительной погрешности расчетов. Это свидетельствовало о том, что по мере увеличения длины образца увеличивается область решений, на которую не оказывают влияние прикладываемые граничные условия. При длине образца $c = 14$ мм относительная погрешность расчетов составила 1.5 %. При такой же длине наблюдается сходимость результатов расчетов усредненной по конечным элементам продольной деформации образцов (рис. 3) с разными заданными механическими свойствами структурных элементов образцов, определяемые плотностью и минеральным содержанием.

Таким образом, при ширине образца $a = 6$ мм достаточно использовать длину $c = 14$ мм, при этом отношение длины к ширине равно 2.3.

Исследовалось влияние увеличения размеров образца при фиксированном отношении его длины к ширине.

На рисунке 4 показано изменение усредненной по конечным элементам деформации с ростом ширины образца a .

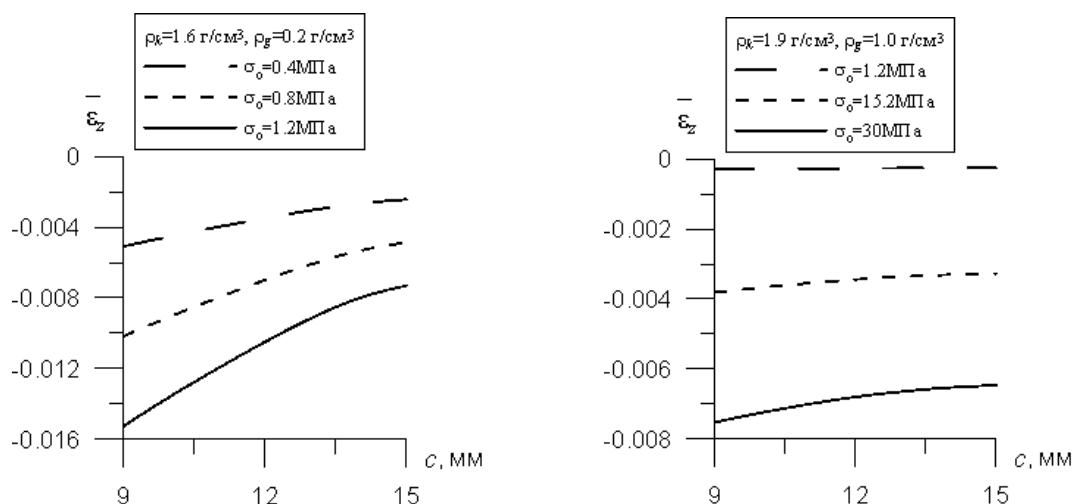


Рис. 3. Изменения деформации с ростом длины образца

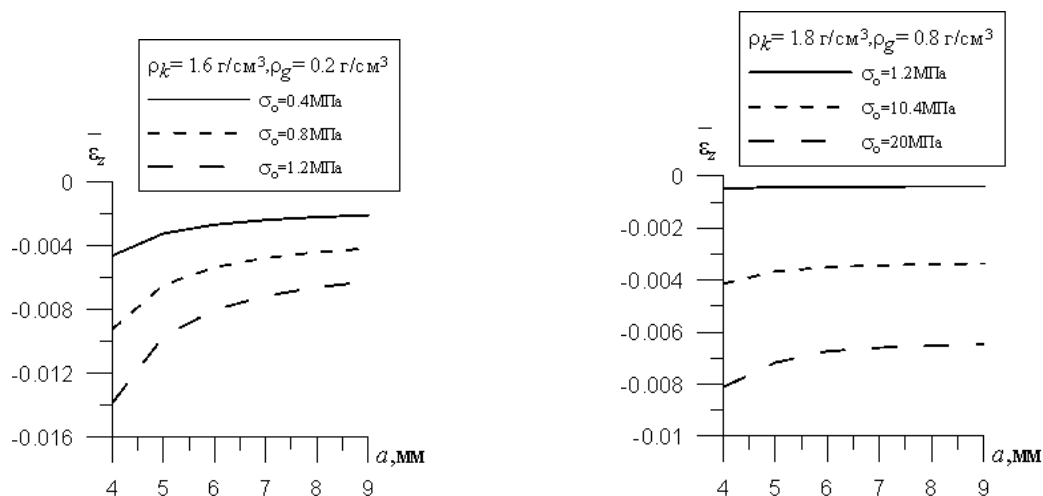
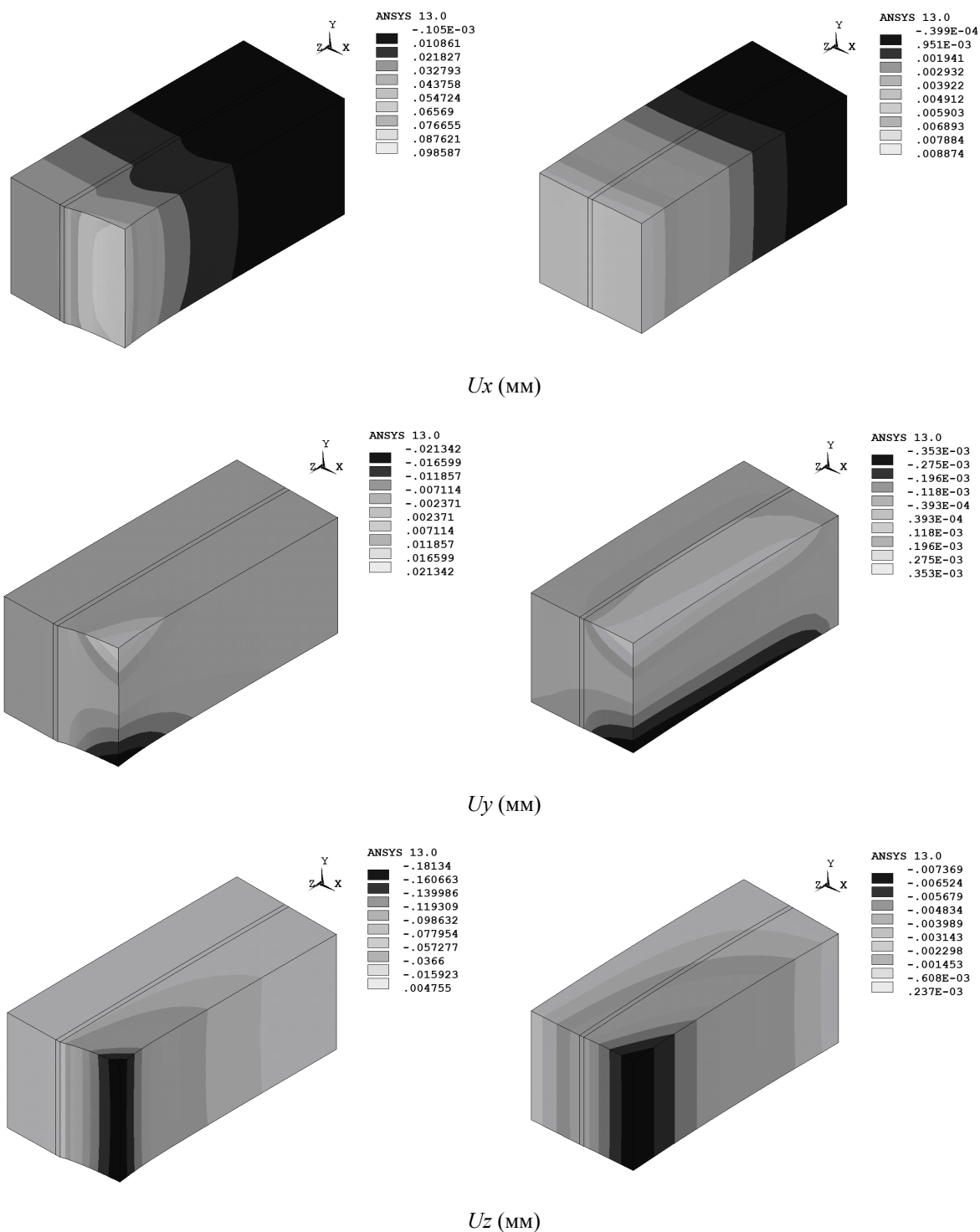


Рис.4. Изменения деформации с ростом ширины образца при фиксированном отношении длины к ширине образца 2.3

Видно, что деформация образца с размером a выше 6 мм практически не меняется, поэтому образец с размерами $6 \times 6 \times 14 \text{ мм}^3$ может быть выбран для проведения расчетов.

Представленные на рисунке 5 распределения перемещений в трех направлениях образцов показывают, что в результате осевого сжатия образца губчатая составляющая сжимается в большей степени по сравнению с компактной в направлении оси Z преимущественно со свободного края, прилегающего к плоскости нагружения (рис. 5, U_z). Одновременно растягиваясь в направлении оси X , губчатая составляющая увлекает за собой компактную в этом направлении (рис.5, U_x), осуществляя тем самым изгиб образца в положительном направлении оси X . Большее растяжение свободного края губчатой составляющей по сравнению с компактной

в направлении оси Y приводит к растяжению компактной составляющей, примыкающей к промежуточному слою (рис. 5, U_y).



$$\rho_k = 1.6 \text{ г/см}^3, \rho_g = 0.2 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_k = 1.9 \text{ г/см}^3, \rho_g = 1.0 \text{ г/см}^3$$

Рис. 5. Распределение перемещений в образцах при напряжении сжатия 1.2 МПа

Таким образом, реализуются три вида деформации в разных направлениях: деформация сжатия в направлении оси Z, деформация изгиба в направлении оси X и деформация растяжения в направлении оси Y.

Максимальные по модулю значения перемещений в трех взаимно перпендикулярных направлениях для образца с плотностью компактного слоя 1.6 г/см^3 и плотностью губчатого слоя 0.2 г/см^3 равны соответственно $\max|U_x| = 0.99\text{E-}01 \text{ мм}$, $\max|U_y| = 0.21\text{E-}01 \text{ мм}$, $\max|U_z| = 0.18 \text{ мм}$. Для образца с плотностью компактного слоя 1.9 г/см^3 и плотностью губчатого слоя 1.0 г/см^3 $\max|U_x| = 0.89\text{E-}02 \text{ мм}$, $\max|U_y| = 0.35\text{E-}03 \text{ мм}$, $\max|U_z| = 0.74\text{E-}02 \text{ мм}$. В случае первого образца преобладающим является значение $\max|U_z|$, а в случае второго образца $\max|U_x|$, что свидетельствует о преобладании деформации сжатия по сравнению с остальными видами деформаций для первого рассматриваемого образца и преобладающем влиянии деформации изгиба для второго образца.

На рисунке 6 представлена зависимость параметра mU_i , показывающего степень проявления вида деформации (изгиба — mU_x , растяжения — mU_y , сжатия — mU_z) образца, от плотности его губчатой составляющей. Параметр mU_i равен отношению значения максимального по абсолютной величине перемещения в одном из направлений системы координат к сумме максимальных по абсолютной величине перемещений в трех взаимно перпендикулярных направлениях:

$$mU_i = \frac{\max|U_i|}{(\max|U_x| + \max|U_y| + \max|U_z|)}, \quad i = x, y, z.$$

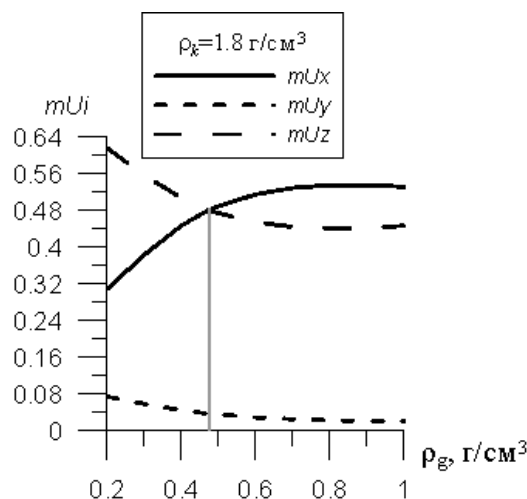


Рис. 6. Зависимость степени проявления вида деформации mU_i (изгиба — mU_x , растяжения — mU_y , сжатия — mU_z), реализующегося в одном из трех взаимно перпендикулярных направлениях, от плотности губчатой составляющей образца с плотностью компактного слоя $\rho_k = 1.8 \text{ г/см}^3$

Из рисунка 6 видно, что в образцах с различной плотностью губчатого слоя в меньшей степени реализуется деформация растяжения в направлении оси Y. Для образцов с плотностью губчатой составляющей $< 0.47 \text{ г/см}^3$ преобладает деформация сжатия (рис. 6), реализующаяся в направлении оси Z. Для образцов с плотностями губчатой составляющей $> 0.47 \text{ г/см}^3$ преобладает деформация изгиба в направлении оси X (рис. 6). Два вида деформации (сжатия и изгиба) в равной степени проявляются в образце с плотностью губчатой костной ткани равной 0.47 г/см^3 (рис. 6, отмечено вертикальной линией серого цвета).

В образце с плотностью губчатого слоя 0.47 г/см^3 уменьшение плотности компактного слоя с 1.8 г/см^3 до 1.6 г/см^3 приводит к повышению степени проявления деформации изгиба и снижению степени проявления деформации сжатия, преобладающим видом деформации ста-

новится деформация изгиба (см. рис. 7а, mU_x , mU_z). Обратная картина наблюдается при повышении плотности компактного слоя до 1.9 г/см^3 , в этом случае преобладающим видом деформации является деформация сжатия (см. рис. 7б, mU_x , mU_z).

Для образцов с разной плотностью компактного слоя в равной степени проявляются деформация сжатия и деформация изгиба только при определенном значении плотности губчатого слоя. Такое состояние наступает, например, в образце с плотностью компактного слоя 1.6 г/см^3 и плотностью губчатого слоя 0.42 г/см^3 (рис. 7а), в образце с плотностью компактного слоя 1.8 г/см^3 и плотностью губчатого слоя 0.47 г/см^3 (рис. 6), в образце с плотностью компактного слоя 1.9 г/см^3 и плотностью губчатого слоя 0.5 г/см^3 (рис. 7б). В этом случае отношение плотности компактного слоя к плотности губчатого равно 3.8 (рис. 8).

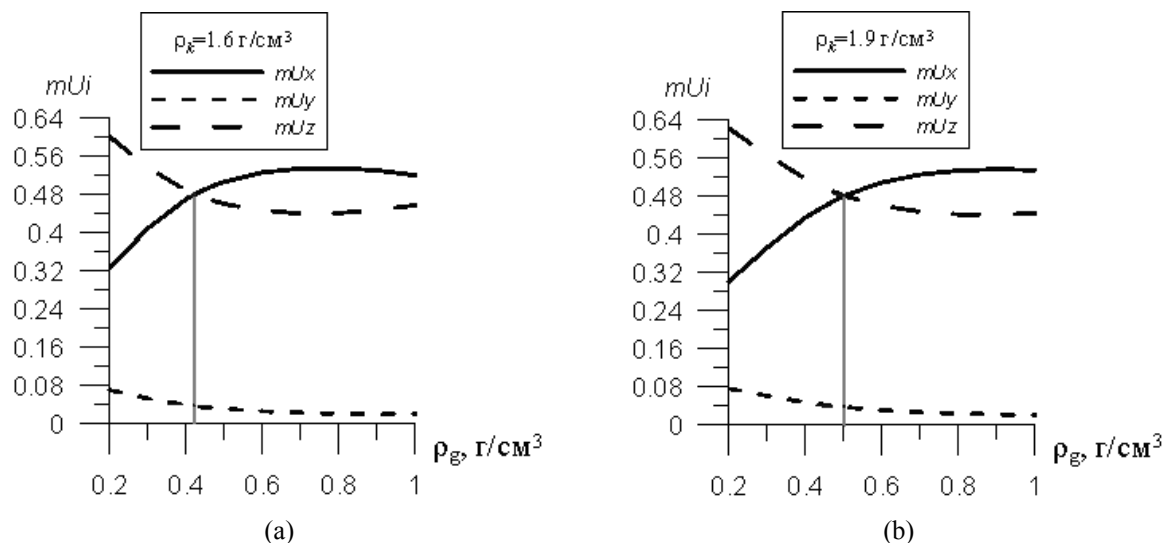


Рис. 7. Зависимость степени проявления вида деформации mU_i (изгиба — mU_x , растяжения — mU_y , сжатия — mU_z), реализующегося в одном из трех взаимно перпендикулярных направлениях от плотности губчатой составляющей образцов с плотностью компактного слоя $\rho_k = 1.6 \text{ г/см}^3$ (а) и $\rho_k = 1.9 \text{ г/см}^3$ (б)

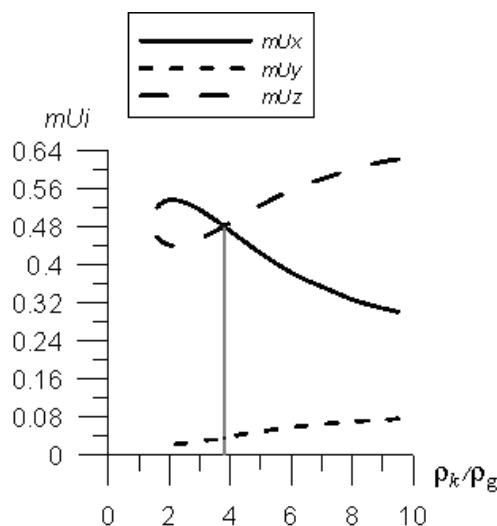


Рис. 8. Изменение степени проявления видов деформации mU_i (изгиба — mU_x , растяжения — mU_y , сжатия — mU_z) в зависимости от отношения плотностей компактного и губчатого слоев образца

Рисунок 8 показывает, что в объемах кости с определенным отношением плотностей компактного и губчатого слоев существуют определенные степени проявления видов деформации (деформации сжатия, деформации изгиба, деформации растяжения), одна из которых

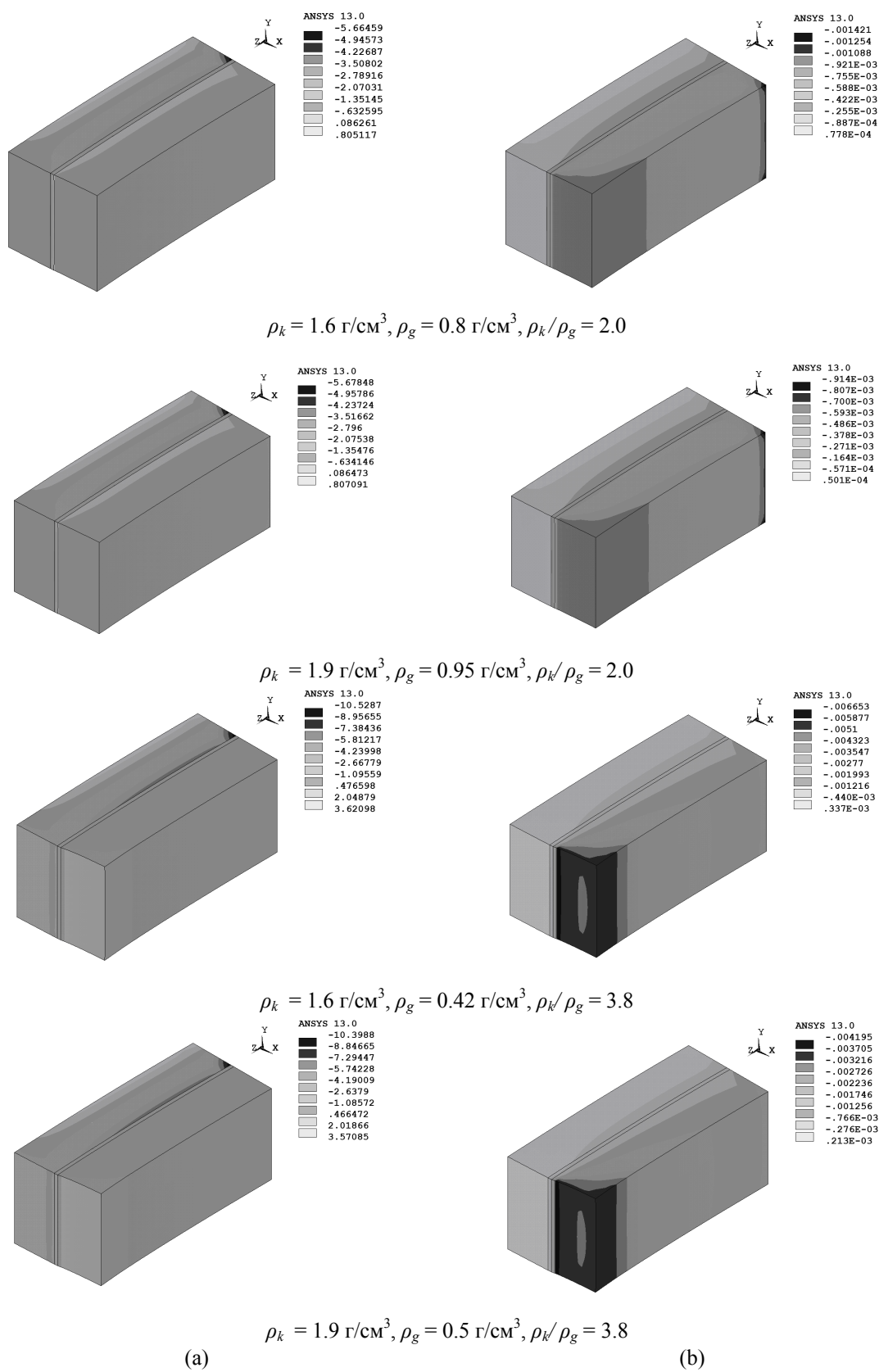


Рис.9. Распределение напряжений σ_z (МПа) (а) и деформаций ε_z (б) в модельных образцах кости с $\rho_k/\rho_g = 2.0$ и $\rho_k/\rho_g = 3.8$ при напряжении сжатия 1.2 МПа

может быть преобладающей. Так для образцов с отношением $\rho_k/\rho_g > 3.8$ преобладает деформация сжатия (рис. 8, mUz), а для образцов с отношением $\rho_k/\rho_g < 3.8$ деформация изгиба (рис. 8, mUx)

На рисунке 9 представлены распределения напряжений σ_z и деформаций ε_z в образцах кости с $\rho_k/\rho_g = 2.0$ и $\rho_k/\rho_g = 3.8$.

Из рисунка 9 видно, что для образцов кости, имеющих одинаковое отношение ρ_k/ρ_g , наблюдается одинаковая картина распределения напряжений и деформаций, определяемая соответствующим влиянием реализующихся видов деформации в трех взаимно перпендикулярных направлениях.

Таким образом, в результате проведенных исследований выявлено, что для объема кости, подверженного осевому сжатию, содержащего компактный и губчатый слои в соотношении 1 : 1 с массовой долей минералов 60 % и 53 % соответственно, изменение плотностей его структурных составляющих может привести к смене преобладающего вида деформации, деформации сжатия на деформацию изгиба, и наоборот.

Для участков костей с отношением плотностей компактного и губчатого слоев $\rho_k/\rho_g < 3.8$ преобладающей является деформация изгиба, а с отношением $\rho_k/\rho_g > 3.8$ преобладает деформация сжатия. При отношении $\rho_k/\rho_g = 3.8$ в равной степени реализуются деформация сжатия и деформация изгиба.

В образцах кости, имеющих одинаковое отношение плотности компактного слоя к плотности губчатого слоя, реализуется одинаковое распределение напряжений и деформаций по образцу, определяемое соответствующим влиянием реализующихся видов деформации в трех взаимно перпендикулярных направлениях.

Список литературы

- Архипов-Балтийский С. В. Рассуждение о морфомеханике. Норма: в 2х томах. Калининград, 2004. — 820 с.
- Баринов С. М. Керамические композиционные материалы на основе фосфатов кальция для медицины // Успехи химии. — 2010. — Т. 79, № 1. — С. 15–32.
- Буюкова С. П., Хлусов И. А., Кульков С. Н. Пористая циркониевая керамика для эндопротезирования костной ткани // Физическая мезомеханика. — 2004. — № 7. Спец. Выпуск. Ч. 2. — С. 127–130.
- Параскевич В. Л. Разработка системы дентальных имплантатов для реабилитации больных с полным отсутствием зубов: автореф. дисс... д-ра мед. наук. — Москва, 2008. — 46 с.
- Путляев В. И. Современные биокерамические материалы // Соросовский образовательный журнал. — 2004. — Т. 8, № 1. — С. 44–50.
- Dagan D., Beery M., Gefen A. Single-trabecula building block for large-scale finite element models of cancellous bone // Medical&Biological Engineering&Computing. — 2004. — Vol. 42. — PP. 549–556.
- Doblare M, Garcia J. M. Anisotropic bone remodelling model based on a continuum damage-repair theory // Journal of Biomechanics. — 2002. — Vol. 35. — PP. 1–17.
- Hernandez C. J. Simulation of Bone Remodeling During the Development and Treatment of Osteoporosis / C. J. Hernandez. — PhD Thesis, Stanford University, 2001. — 356 p.
- Liebschner M. A. K. Biomechanical considerations of animal models used in tissue engineering of bone // Biomaterials. — 2004. — № 25. — PP. 1697–1714.
- Ziopoulos P., Cook R. B., Hutchinson J. R. Some basic relationships between density values in cancellous and cortical bone // Journal of biomechanics. — 2008. — V. 41. — PP. 1961–1968.