

УДК: 530.182+519.7

Теория самоорганизации. На пороге IV парадигмы

Г. Г. Малинецкий

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН,
Россия, 125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4

E-mail: GMalin@Keldysh.ru

Получено 24 мая 2013 г.

В работе представлены ключевые проблемы теории самоорганизации или синергетики, а также прогноз ее развития на ближайшие десятилетия. Показано, что будущее этого междисциплинарного подхода, вероятно, определит создание и становление сетевой парадигмы. Рассмотрены постановки нескольких фундаментальных научных и принципиальных технологических задач, а также конкретные результаты, приводящие к этим выводам.

Ключевые слова: синергетика, сетевая парадигма, самоорганизация, когнитивные центры, сетевая социология, малые миры, сетецентрические войны, когнитивные пределы, кризис вычислений, сложность, самоорганизованная критичность

Theory of self-organization. On the cusp of IV paradigm

G. G. Malinetskii

RAS Keldysh Institute of Applied Mathematic, 4 Miusskaya sq., Moscow, 125047, Russia

Abstract. — We discuss key problems of self-organization theory, synergetics, and the prospects of its development for the next decades. We show that the future of this interdisciplinary approach probably is defined by the development of new network paradigm. We consider statements of several fundamental scientific and principle technological problems and concrete results giving rise to these conclusions.

Keywords: synergetics, сетевая парадигма, self-organization, cognitive centres, network sociology, small worlds, network-centric wars, cognitive limits, crisis of calculations, complexity, self-organized criticality

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 3, pp. 315–366 (Russian).

Введение

Жизнь ведь тоже только миг,
Только растворенье
Нас самих во всех других
Как бы им в даренье.

Б. Пастернак

В работе представлены ключевые проблемы теории самоорганизации или синергетики, а также прогноз ее развития на ближайшие десятилетия. Показано, что будущее этого междисциплинарного подхода, вероятно, определит создание и становление сетевой парадигмы.

В 2013 году мы отмечаем знаменательный юбилей — двадцатилетие конференции «Математика, компьютер, образование». В основе этого научного форума лежат идеи интеграции, неразрывной связи науки и образования. На этой конференции, ежегодно проходящей в Дубне и в Пущино, экономисты слушают биологов, математики — гуманитариев, обогащая друг друга своими взглядами, идеями, проблемами.

Вполне естественно, что в центре внимания участников конференции оказывались междисциплинарные подходы и *теория самоорганизации — синергетика*. Пожалуй, одним из главных достижений организаторов конференции стало то, что через два десятилетия удалось пронести этот дух творческого взаимодействия естественников, гуманитариев, математиков, ожидание и готовность увидеть новое, необычное, парадоксальное. Ощущение праздника, умение удивляться и радоваться успехам коллег, уверенность в огромных возможностях и перспективах науки, на мой взгляд, связана с тем высоким научным уровнем и тоном, который задал постоянный участник многих конференций, выдающийся специалист по прикладной математике, междисциплинарным исследованиям, один из основоположников синергетики, Сергей Павлович Курдюмов [Мне нужно быть..., 2010]. Он рассматривал науку как важнейшую часть всей культуры человечества, выражаемой разными языками. Этот дух и стиль во многом связан с участием и творчеством писательницы З. Е. Журавлевой, редактора газеты «Госпожа Удача», одного из организаторов этой замечательной конференции.

И сейчас, оглядываясь на пройденный путь, естественно всмотреться в будущее, представить, о чем будут рассказывать участники этой конференции в следующие 20 лет, в каком обличье предстанет самоорганизация в работах следующего поколения ученых.

Для исследователя наука и приумножение знаний о природе, человеке и обществе является самостоятельной ценностью. Для общества, однако, и знание, и наука как социальный институт, ориентированный на его получение, уточнение, сохранение, развитие — это инструмент для достижения более безопасной, долгой, благополучной жизни людей, для расширения коридора возможностей общества.

Знание выступает в двух взаимосвязанных ипостасях. С одной стороны, это бэкономский аспект «Знание — сила сама по себе» (Knowledge is power by itself), где акцент делается на том, что информация и понимание, независимо от того, каким образом они опосредованы, дают новые возможности, повышают шансы достичь поставленных обществом целей (впрочем, как показало развитие науки в XIX и XX веках, они могут помочь и в целеполагании, и в уточнении, и в корректировке целей). С другой стороны, все более важной становится «лемовская трактовка» знания, представленная в книге «Сумма технологии» [Лем, 1996] — своеобразном манифесте развития нашей технологической цивилизации. С этой позиции, главная роль науки — служить основой для создания, поддержки, использования и обеспечения безопасности технологий.

С этих двух позиций мы посмотрим на теорию самоорганизации и на те проблемы, которые она ставила и ставит перед прикладной математикой. В этих заметках мы будем опираться на результаты многочисленных обсуждений, происходивших в Институте прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН (ИПМ) на семинарах и школах [Будущее прикладной ма-

тематики..., 2005, 2008, 2009] «Будущее прикладной математики», на беседы с членами редакционной коллегии серии книг «Синергетика: от прошлого к будущему», которая выпускается издательством URSS по инициативе С. П. Курдюмова с 2002 года, и, конечно, на дискуссии, проходившие на конференции «Математика, компьютер, образование».

Организатор и первый директор ИПМ, выдающийся математик, механик, «главный теоретик космонавтики», академик М. В. Келдыш считал, что для того, чтобы страна во второй половине XX века имела реальный, а не «бумажный» суверенитет, она должна обладать *ядерными технологиями, космическими системами и надежными шифрами*. Третий директор ИПМ, один из основоположников теории самоорганизации член-корреспондент РАН С. П. Курдюмов полагал, что в XX веке к этим технологиям следует добавить *технологии проектирования будущего, высокие гуманитарные технологии, технологии сборки и разрушения социальных субъектов*. Первые позволяют выяснить, какие небольшие изменения в различных сферах жизнедеятельности сейчас могут существенно повлиять на траектории развития стран, регионов или мира в целом в двадцати–тридцатилетней перспективе. Вторые дают ключ к развитию и наиболее эффективному использованию возможностей отдельных людей и коллективов. Третьи предоставляют инструменты для управления большим кругом социальных процессов.

Технологические приоритеты XX века немедленно отразились в направлениях теоретических исследований во множестве дисциплин и, в частности, в такой, казалось бы, абстрактной науке, как математика. В этой связи показательна оценка ключевых достижений и путей развития научных исследований, которую дает академик В. И. Арнольд в статье, посвященной математическим итогам XX века [Арнольд, 2005]:

«Вся математика делится на три части: криптография (оплачиваемая ЦРУ, КГБ и им подобными), гидродинамика (поддерживаемая производителями атомных подводных лодок) и небесная механика (финансируемая военными и другими организациями, типа НАСА, имеющими отношение к ракетам).

Криптография привела к созданию теории чисел, алгебраической геометрии над конечными полями, алгебры¹, комбинаторики и компьютеров.

Гидродинамика породила комплексный анализ, уравнения в частных производных, теорию групп и алгебр Ли, теорию когомологий и методы вычислений.

Небесная механика дала начало теории динамических систем, линейной алгебре, топологии, вариационному исчислению и симплектической геометрии.

Существование таинственных связей между всеми этими различными областями — самая поразительная и прекрасная сторона математики (не имеющая никакого разумного объяснения).

Опыт прошедших столетий показывает, что развитие математики было обусловлено не столько техническим прогрессом (больше всего поглощавшим усилия математиков во все времена), сколько неожиданными открытиями взаимосвязей между ее различными областями (которые сделались возможны благодаря этим усилиям)».

При этом существенна не только непосредственная связь математических достижений с ключевыми направлениями технологического развития, но и взаимодействие различных направлений исследований (внутринаучная междисциплинарность).

Роль «прикладных задач» в развитии этой сферы знаний в течение XX века существенно выросла.

В самом деле, хрестоматийными в истории математики стали постановка и решение трех классических задач Античности (трисекция угла, удвоение куба, квадратура круга). Эти задачи, которые не удавалось решить выдающимся геометрам Древнего мира, породили новые идеи и, в конечном счете, привели к развитию алгебры и математического анализа [Куран, Роббинс, 1967].

¹ Создатель современной алгебры Виет был криптографом короля Генриха IV во Франции.

Огромное влияние на математику XX века оказали проблемы, сформулированные в 1900 году Давидом Гильбертом. Решение ряда из них потребовало напряженной работы нескольких поколений математиков и в некоторых областях позволило выйти на новые рубежи.

Однако сейчас наступает новая эпоха. Глубокие математические подходы все чаще рождаются при анализе «неразрешимых задач» других дисциплин.

Одной из волнующих проблем биологии развития является моделирование и понимание клеточной дифференцировки или морфогенеза. В самом деле, клетка, дающая начало новому организму, делится на две одинаковые клетки. Те, в свою очередь, также делятся на две одинаковых. При этом, как утверждает основная догма молекулярной биологии, все они несут одинаковую наследственную информацию. Как же одни клетки «узнают», что их потомкам суждено стать клетками мозга, сердца или легких? После открытия стволовых клеток и создания технологий их использования в медицине эта проблема приобрела не только теоретическое, но и огромное прикладное значение.

В попытке ответить на этот вопрос такими гигантами, как Алан Тьюринг, Рене Том и Джон фон Нейман, были созданы новые математические теории.

А. Тьюринг заложил основы теории систем «реакция–диффузия», и, в конечном счете, качественного анализа систем нелинейных параболических уравнений. По его мысли, информация о дальнейшей судьбе клеток вырабатывается в ходе самоорганизации и взаимодействия между клетками. И для того, чтобы описать это, достаточно рассмотреть химическую реакцию между двумя гипотетическими веществами — активатором и ингибитором — и простейшие диффузионные процессы:

$$\begin{aligned} u_t &= D_1 \Delta u + f(u, v, \lambda), \\ v_t &= D_2 \Delta v + g(u, v, \lambda), \\ u_x(0, t) &= u_x(l, t) = 0, \quad v_x(0, t) = v_x(l, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \\ u(x, 0) &= u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x), \quad 0 \leq t < \infty. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь u и v — концентрации, соответственно, активатора и ингибитора, $f(u, v)$ и $g(u, v)$ описывают химическую реакцию, протекающую между ними, D_1 и D_2 — соответствующие коэффициенты диффузии, x и t — пространственная и временная координаты, l — характерный размер ткани, λ — параметр системы.

Оказалось, что при разных начальных данных при $u_0(x)$ и $v_0(x)$ на больших характерных временах ($t \rightarrow \infty$) возникают стационарные пространственно-неоднородные распределения концентраций, позже названные И. Р. Пригожиным *диссипативными структурами* [Николис, Пригожин, 1979]. Область приложений этой модели, помимо описания морфогенеза, оказалась огромна — от физики твердого тела и химической кинетики до экологии и экономики.

По мысли французского математика Р. Тома, важнейшей чертой морфогенеза являются процессы изменения типа симметрии конфигурации клеток в ходе развития. Эти качественные конечные изменения, происходящие при бесконечно малых вариациях параметра, Р. Том назвал *катастрофами*. Исходная модель теории катастроф,

$$\dot{x} = -\frac{\partial U(x, \lambda_1, \dots, \lambda_p)}{\partial x}, \quad (2)$$

устроена таким образом, что $x(t) \rightarrow x^*$, где x^* — минимум функции $U(x, \lambda_1, \dots, \lambda_p)$, называемой *потенциалом*. Величины $\lambda_1, \dots, \lambda_p$, от которых зависит потенциал, называют *управляющими параметрами*.

Типов потери устойчивости стационарного состояния x^* при изменении этих параметров оказалось не так много. При одном параметре $p=1$ — всего один, при двух — два, когда $p \leq 5$ типичными являются всего 7 *элементарных катастроф*. Родившись при анализе проблемы морфогенеза, теория катастроф оказалась применима в космологии и физике лазеров, в психологии и теории фазовых переходов, а также в огромном количестве других областей [Постон, Стюарт, 1980].

Выдающийся математик XX века Джон фон Нейман, размышляя над проблемой морфогенеза, сосредоточил внимание на проблеме самовоспроизведения. Для анализа этой задачи он предложил новый математический язык — *клеточные автоматы* [Ахромеева и др., 2007].

В течение нескольких веков изменение полей в пространстве и во времени описывали с помощью дифференциальных уравнений, в которых и временная координата t , и пространственные x и y , и сама изучаемая функция $\phi(x, y, t)$ являются непрерывными функциями. Например, время t может выражаться любым действительным числом $0 \leq t < \infty$. Дж. Нейман предложил рассматривать x, y, t, ϕ как дискретные величины (например, $t = 1, 2, \dots$), как натуральные числа из некоторого конечного набора.

Дж. Нейману удалось предложить клеточный автомат, который обладал свойством самовоспроизведения. Сейчас, после регулярных, систематических, разрушительных атак компьютерных вирусов, которые прекрасно воспроизводят себя, это не кажется удивительным. Однако стоит обратить внимание на замечательную творческую роль математики — результат Дж. Неймана был получен до появления программирования в его современном понимании с операционными системами, трансляторами, языками высокого уровня.

Возникло новое направление научной мысли, стремящееся описывать природу, общество, человека с помощью клеточных автоматов. Такой подход представляется более естественным для компьютерной эпохи, чем язык дифференциальных уравнений. Ведь для организации вычислений приходится «переводить» используемые непрерывные сущности в объекты дискретного мира, с которыми могут оперировать компьютеры. При этом в теории разностных схем, отражающих свойства дифференциальных уравнений, считается, что шаги по пространству h и времени τ стремятся к нулю, что нереально, а неизбежная дискретность самой величины ϕ обычно «замечается под ковер» [Ахромеева и др., 2007].

Добились ли математики своей цели? Удалось ли им предложить метафоры, раскрывающие принципы морфогенеза? Многие специалисты по биологии развития по-прежнему утверждают, что для таких сложных объектов, как автомобиль, самолет или, тем более, клетка, нельзя говорить о принципах — в механизмах функционирования этих систем «используются» явления и процессы из разных областей физики, химии, механики. Тем не менее, потребность выявить «принципы», которые лежат в основе функционирования сложных систем, возникает вновь и вновь. И во многих случаях разобраться в этих принципах позволяют нелинейные математические модели, порой достаточно простые.

Чтобы заглянуть в будущее, представить, чем будут заниматься ученые в течение ближайших 20–30 лет, в какие направления технологий будут вкладываться главные усилия, можно посмотреть на среднюю цитируемость работ в различных областях знания. Цитируемость статей показывает, насколько большим и активным является сообщество, работающее в каком-то научном направлении.

Со школьных времен у нас есть представления, что математика — большой и сложный предмет, физика и химия примерно в два раза меньше и проще, а биология еще в два раза меньше и проще физики и химии.

Однако «взрослая наука» выглядит сегодня совершенно иначе (см. рис. 1) [Ученые — свет, 2011]. Посмотрим на данные по разным отраслям науки. Возьмем «наследниц» школьной биологии — *молекулярную биологию и генетику, иммунологию, биологию и биохимию, микробиологию, фармацевтику с токсикологией*, — они в 7 раз превосходят *физику и химию* и в 17 раз — *математику* или информатику. Это связано с тем, что науки живут как бы в «разном

возрасте» — одни в старости, другие в зрелости, третьи в юности. Многие идеи, методы и подходы, «пройденные» в одной области исследований, могут оказаться волнующей перспективой в другой. Поэтому самым ученым очень нужны *междисциплинарные подходы*, которые позволяют мыслить широко, поверх границ отдельных дисциплин, научных направлений и школ, помогают ломать барьеры, мешающие двигаться вперед.

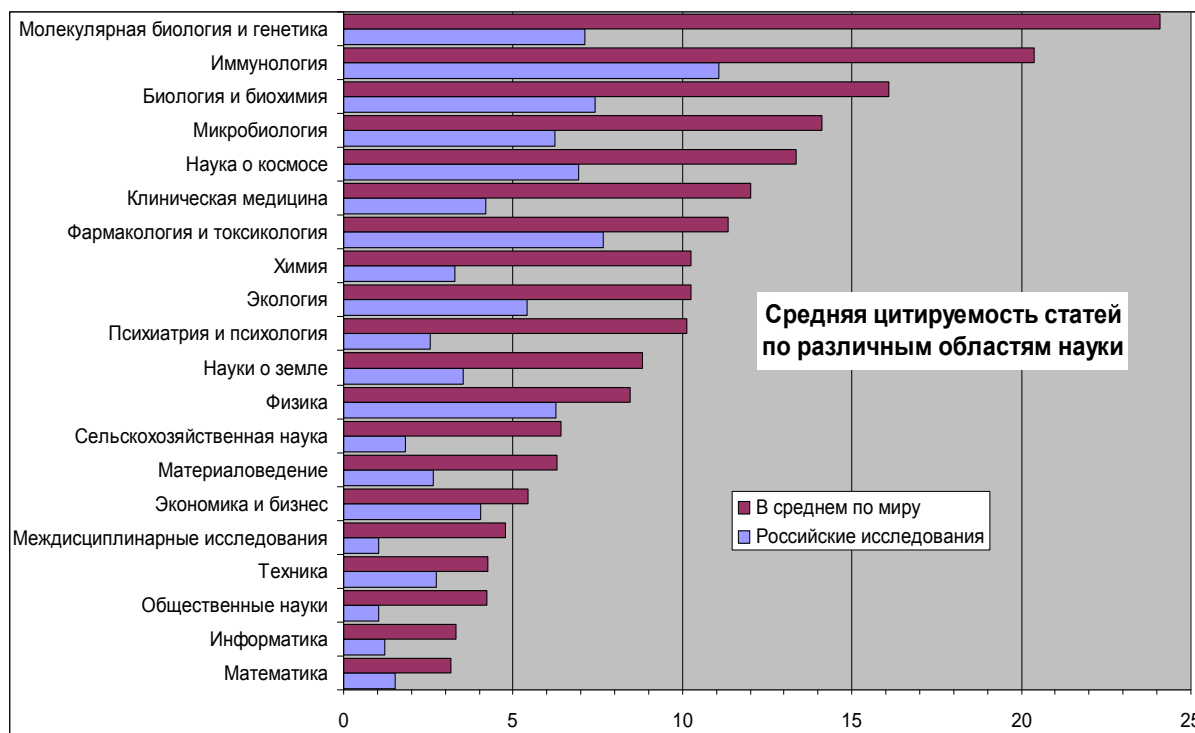


Рис. 1. Цитируемость работ, характеризующая активность научного сообщества в различных областях

Интересно сравнение приоритетов мировой и отечественной науки. Вероятно, XXI век будет веком человека. Развитие возможностей и способностей людей и коллективов станет магистральным направлением прогресса. С ним будут связаны и главные возможности, и основные угрозы. Поэтому весьма показателен перечень «аутсайдеров» отечественной науки. Это *гуманитарные дисциплины*, а также *психология и психиатрия*. Здесь мы отстали от мировых показателей вчетверо. И завершают список *междисциплинарные исследования*, где отставание оказывается почти пятикратным.

Одним из наиболее активно развиваемых в последние десятилетия междисциплинарных подходов является *теория самоорганизации* или *синергетика* (от греческого — «совместное действие») [Хакен, 1980].

Термин «синергетика» был введен в 1970-х годах немецким физиком-теоретиком Германом Хакеном, занимавшимся физикой лазеров и статистической механикой. Он вкладывал в этот термин два смысла.

Во-первых, это подход, рассматривающий явления самоорганизации в физических, химических, биологических, социальных и иных системах, появление новых качеств, свойств, характеристик сложных систем, элементы которых таковыми не обладают. Или, коротко говоря, это теория возникновения новых качеств у целого в ходе взаимодействия частей.

Во-вторых, это подход, развитие которого требует взаимодействия естественников, гуманитариев, математиков, а сейчас еще и управленцев, экспертов, преподавателей.

Другие определения или характеристики теории самоорганизации исходят из того же представления, но делают акцент на ее различных гранях.

Один из патриархов отечественной синергетики Д. С. Чернавский определяет ее как *общую теорию неустойчивостей в системах различной природы* [Чернавский, 2004]. С. П. Курдюмов подчеркивал, что синергетика — это язык, на котором и естественники, и гуманитарии могут обсуждать, ставить и рассматривать свои проблемы. В нем есть свои понятия, категории, но прежде всего, это язык математических моделей [Курдюмов, 2006]. Большую роль в его прежнем становлении и нынешнем развитии играют компьютерное моделирование и асимптотическая математика (*асимптотология*, как называет ее профессор математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета Р. Г. Баранцев [Андрианов и др., 2009]).

Известный философ и методолог науки В. Г. Буданов трактует синергетику как подход, лежащий на пересечении сферы *предметного знания, математического моделирования и философской рефлексии* [Буданов, 2009].

Многие научные направления ищут и находят свои корни в древности. Синергетика, пожалуй, ближе всего к проблеме, которую, по мнению ряда философов, поставил Сократ: «Одна песчинка — еще не куча, две песчинки — тоже не куча. Но миллион песчинок — куча. Где та грань, на которой множество песчинок становится кучей?». Удивительно, но во многих случаях исследователи на рубеже XXI века, занимающиеся коллективными явлениями, сейчас умеют отвечать на этот вопрос. А математическое моделирование динамики и статистики куч песка вообще находятся в центре внимания специалистов, занимающихся синергетикой.

Оглядываясь на пройденный синергетикой путь, важно и интересно заглянуть в будущее, представить траекторию ее развития на ближайшие десятилетия.

Гегель и Маркс полагали, что приближение к объективной истине, ко все более полному и точному описанию природы, общества и человека происходит равномерно, последовательно, монотонно.

Этот взгляд изменила выдвинутая американским историком науки Томасом Куном (1922–1995) *теория научных революций* [Кун, 2009]. Рассматривая историю физики, он увидел существенно иную картину. В течение длительных периодов эволюционного развития научного знания исследователи уточняют и конкретизируют имеющуюся картину. Уже до начала работы большинству из них ясно, какой результат, скорее всего, получится, и дело лишь в том, насколько быстро, точно и эффективно это будет сделано. Такой вид научной деятельности Т. Кун назвал «*нормальной наукой*».

Однако с течением времени количество противоречий в разрабатываемой картине реальности растет (или, напротив, появляются странные совпадения) или возникают проблемы, требующие кардинального пересмотра сложившейся картины. Такое быстрое изменение ряда старых устоев происходит в ходе *научных революций*. В ходе таких революций создается новая *парадигма*, заменяющая старую.

В понятие парадигмы — одного из основополагающих концептов современной философии науки — Т. Кун вложил два смысла. Во-первых, это беспрецедентное научное достижение, задающее новый, более высокий, стандарт научных исследований. Во-вторых, это источник новых проблем и задач разного уровня, которыми может заниматься научное сообщество, развивая нормальную науку.

Характерный признак научных революций — новые, более глубокие и содержательные ответы на «старые» или «вечные» вопросы, которые удается получить, разрабатывая новую парадигму. С другой стороны, очень часто «странные» в рамках предшествующей научной картины совпадения получают объяснение или сами становятся основой теории. Например, в классической, ньютоновской механике совпадение инертной (фигурирующей в законе $\vec{F} = m\vec{a}$) и гравитационной массы (входящей в закон всемирного тяготения) представляется любопытным результатом эксперимента. В общей теории относительности этот факт становится краеугольным камнем всех дальнейших построений.

Т. Кун детально разобрал переход от птолемеевой к коперниковской системе описания движения небесных тел, преобразившей само естествознание. Он рассматривал научные революции, кардинально изменившие наше мировоззрение.

Однако позже оказалось, что в рамках отдельных научных дисциплин представление о нормальной науке, парадигмах или научных революциях полезно и содержательно.

Возраст человека определяется не только «формальным», календарным образом, но и содержательно — сделанными делами, пережитым, осмысленным. Естественным же образом измерять «реальный возраст» науки, сопоставляя его с числом тех парадигм, которые определяли ее развитие. С этой точки зрения можно взглянуть и на синергетику.

Парадигмы синергетики

Разум, однажды
расширивший свои
границы, никогда не
вернется в прежние.

А. Эйнштейн

В рамках каждой парадигмы можно сформулировать глубокий, содержательный научный вопрос, ответ на который был дан в ходе соответствующей научной революции и построения связанных с ней научных теорий.

В конце XIX века с осознанием фундаментальности второго начала термодинамики, развитием статистической физики и кинетической теории газов, с доказательством *H*-теоремы стала ясной перспектива «тепловой смерти» нашей реальности. В самом деле, в соответствии с представлениями классической термодинамики тепло необратимо передается от нагретых тел к более холодным. Эволюция необратимо ведет к наиболее вероятному состоянию, каковым и является «тепловая смерть». Пессимизм и трагичность этого следствия фундаментальной физической теории были в полной мере осознаны одним из основоположников кинетической теории — Людвигом Больцманом (1844–1906) [Исихара, 1973]. Но как же примирить этот вывод с наблюдаемой в течение миллионов лет геологической, химической, а затем и биологической эволюцией? Ведь данные палеонтологии наглядно показывают возникновение все более сложных и все лучше приспособляющихся к изменениям окружающей среды биологических видов. Что позволяет так эффективно действовать «демону Дарвина»?

Фундаментальный вопрос, который стоял перед естествознанием с XIX века — *Что угрожает тепловой смерти?*

Ответ на него во многом связан с деятельностью Брюссельской научной школы, которую в течение многих лет возглавлял Илья Романович Пригожин (Нобелевская премия по химии 1977 года). В ходе произошедшей научной революции было убедительно показано, что в открытых нелинейных далеких от равновесия диссипативных (связанных с процессами необратимого рассеяния энергии — вязкостью, теплопроводностью, диффузией, электрическим сопротивлением и др.) системах возможно самопроизвольное возникновение упорядоченности, самоорганизация, появление структур различных типов [Николис, Пригожин, 1979].

Это изменение взгляда на реальность междисциплинарно — оно касается не только термодинамики или физики, но и всего естествознания в целом.

Возникающая упорядоченность может быть различной — например, пространственно-неоднородными стационарными распределениями концентраций каких-либо реагирующих в ходе химических реакций веществ, структур в плазме, конфигураций атомов примесей на поверхности твердых тел, вихрей в жидкости. Чтобы подчеркнуть принципиальную роль процессов рассеяния энергии, И. Р. Пригожин назвал их *диссипативными структурами*.

В ряде задач физики плазмы, теории горения и взрыва, в лазерной термохимии были предложены модели, описывающие процессы, связанные с неограниченным ростом одной из переменных за ограниченное время. С легкой руки С. П. Курдюмова стали говорить, что такие

процессы развиваются *в режиме с обострением*. Простейший и наиболее известный математический объект, демонстрирующий такую динамику и детально изученный в научной школе С. П. Курдюмова, — *модель тепловых структур* [Ахромеева и др., 2007; Курдюмов, 2006]

$$T_t = \operatorname{div}(kT^\sigma \operatorname{grad} T) + qT^\beta, \quad \beta > 1, \quad \sigma > 0. \quad (3)$$

Наконец, это могут быть своеобразные спиральные или бегущие волны в диссипативных средах, названные Р. В. Хохловым *автоволновыми процессами*, или *колебательные химические реакции*, открытые Б. П. Белоусовым.

Что же их всех объединяет? Со времен Ньютона и до середины XX века основное внимание уделяли *консервативным системам* (в которых сохраняются энергия, импульс, момент импульса, масса), рассматривая диссипативные процессы как нечто второстепенное, как досадную помеху и для теории, и для практики. Развитие парадигмы диссипативных структур показало, что в большинстве случаев и во множестве систем дело обстоит наоборот. Источники и стоки вместе с нелинейностью и диссипацией и творят упорядоченность.

В самом деле, диффузия в замкнутой, линейной, близкой к равновесию системе приводит, как и следует из статической механики, к простейшему равновесию. Однако если система открыта, например, какие-то продукты химических реакций удаляются, то дело может обстоять совершенно иначе. Алан Тьюринг еще в 1952 году обнаружил неустойчивость, в которой наличие диффузии активатора и ингибитора (коэффициенты диффузии этих веществ должны сильно отличаться) ведет к возникновению структур. Исследования в области физики плазмы в химической кинетике, в экологии многократно увеличили количество примеров неустойчивостей и систем, в которых наблюдается самоорганизация.

Судя по всему, наша Вселенная является открытой системой, и представления классической термодинамики тут оказываются неприменимы. Тепловая смерть не является единственной перспективой. Космологи рассматривают другие сценарии эволюции нашей реальности. Эти сценарии критическим образом зависят от свойств элементарных частиц, исследуемых сейчас на Большом адронном коллайдере и других гигантских ускорителях [Черепашук, Чернин, 2005].

И. Р. Пригожин, приезжая в Москву, говорил о том, что, по его мысли, необратимость и диссипативные процессы не являются только макроскопическим феноменом, следствием статистики, что они должны появляться уже на уровне фундаментальных теорий, рассматривающих свойства процессов на микроуровне.

Схожие мысли высказывал С. П. Курдюмов. Свою трактовку необратимости в квантово-механических системах предлагает Д. С. Чернавский [Чернавский, 2004]. Возможно, появление таких фундаментальных физических теорий — дело недалекого будущего.

В большинстве научных дисциплин новая парадигма среди прочего демонстрирует ограниченность или несостоятельность предшествующей (кто, зная ньютоновскую механику и гелиоцентрическую систему, будет разбираться в построениях Птолемея?). В лучшем случае новая парадигма очерчивает область применимости предшествующих теорий в соответствии с *принципом соответствия*. Этот принцип предполагает, что новая теория должна выводить старую, как свой предельный случай, как некоторую асимптотику.

В междисциплинарных подходах, по-видимому, дело обстоит иначе. Одна парадигма не «проходится», как школьный предмет, не «преодолевается» как изжившая себя теория. Она продолжает развиваться, но на авансцену выходят другие проблемы, в решении которых удаётся продвинуться.

Например, сейчас парадигма диссипативных структур самым активным образом развивается в контексте нанонауки, наноинженерии, нанотехнологий [Еленин, 2002]. В самом деле, силовые туннельные микроскопы осуществили мечту ученых — видеть атомы и манипулировать ими. Они позволяют двигаться «сверху вниз» — с макроуровня к микророботам [Хартманн, 2008]. Однако для того, чтобы создавать материалы нового поколения, микрообъекты с заданными свойствами, нужно освоить путь «снизу-вверх». Надо научиться создавать ус-

ловия, при которых в результате самоорганизации появляются нанообъекты, которые нам нужны, научиться проходить путь «снизу-вверх» — от микрообъектов к макроструктурам или к огромному множеству других микрообъектов. Огромное значение приобретают исследование и использование закономерностей самоорганизации на наномасштабах, которые, безусловно, относятся к парадигме диссипативных структур. Иногда, например, для молекул фуллерена C_{60} — символа нанотехнологий — это удастся сделать [Кац, 2008]. Но если все ограничится фуллеренами, то будущее нанотехнологий не состоится.

Следующая парадигма синергетики также связана с фундаментальной проблемой, которую почти три века относили к категории философских. Исаак Ньютон сравнивал Вселенную с гигантским часовым механизмом, который создал бог и которому он дал первотолчок, не вмешиваясь далее в ход процессов.

Последователь Ньютона, выдающийся математик, механик, философ наполеоновской эпохи Пьер Симон Лаплас (1749–1827) развил этот взгляд. По его мысли, ум достаточно мощный, чтобы принять в расчет координаты и скорости всех частиц во Вселенной, мог бы заглянуть как угодно далеко и в будущее, и в прошлое. Такой взгляд, утверждающий полную предопределенность, получил название *лапласовского детерминизма*.

Таким образом, возникает фундаментальный вопрос: *Возможен ли глобальный прогноз? Существует ли свобода воли?* Лаплас настаивал на утвердительном ответе на первую половину этого вопроса. Но отсюда немедленно следует, что свободы воли нет, что все наши настоящие и будущие решения уже определены тем состоянием, в котором вселенная находилась в некоторый момент. Шекспир утверждал, что весь мир театр, а мы в нем все актеры. Лаплас идет дальше: мир в его понимании — кукольный театр, и мы всего лишь куклы в чужих руках и ничего не решаем.

Интересно, что именно Лаплас был основоположником теории вероятностей. Однако саму «вероятность» он считал лишь платой за наше незнание. Бросая монету в орлянке, можно было бы точно сказать, упадет ли она орлом или решкой, решая для нее уравнения механики. Но мы не знаем ее исходного положения и скорости, и поэтому вынуждены опираться на статистику.

В представлении, что все обстоит именно так, ученые прожили без малого 150 лет. Ситуацию изменила работа американского метеоролога Эдварда Лоренца (1917–2008) «О детерминированном непериодическом течении», появившаяся в 1963 году [Лоренц, 1981].

Однако простейшая математическая модель, показавшая, что все может быть устроено именно так, как предполагал Э. Лоренц, появилась гораздо раньше. Эта модель была предложена Дж. Нейманом и Д. Уламом в качестве инструмента для получения случайных чисел (конечно, сейчас псевдослучайные числа получают с помощью компьютера совсем иначе и предъявляют к ним очень жесткие требования, но значение пионерских работ не стоит недооценивать).

Модель Дж. Неймана и Д. Улама получила название *отображение тент* (или «палатка»). Она определяет последовательность чисел $\{x_n\}$ по явной формуле:

$$x_{n+1} = 1 - 2|x_n|, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad x_1 = \tilde{x}, \quad (4)$$

Эту модель можно рассматривать как динамическую систему в случае дискретной временной переменной $n = 1, 2, 3, \dots$. Состояние системы в момент n характеризуется числом x_n . Последовательность $\{x_n\}$ однозначно определяется начальным значением \tilde{x} . Можно проверить, что если $-1 \leq \tilde{x} \leq 1$, то все элементы последовательности $\{x_n\}$ будут принадлежать интервалу $[-1, 1]$. Если \tilde{x} — иррациональное число из этого интервала, то и последовательность чисел $\{x_n\}$ не будет периодической.

Однако не эти любопытные свойства сделали модель «тент» классической, входящей во все учебники нелинейной динамики. Она позволяет проиллюстрировать удивительное свойство

чувствительности к начальным данным [Динамические системы..., 1985]. Рассмотрим две последовательности, которые генерирует обсуждаемое отображение $\{x'_n\}$ и $\{x''_n\}$. Для одной $x'_1 = a_1$, а для другой $x''_1 = a + \varepsilon$, где величина ε очень мала. Тогда можно проверить $|x'_2 - x''_2| = 2\varepsilon$, $|x'_3 - x''_3| = 4\varepsilon, \dots, |x'_n - x''_n| = 2^{n-1} \varepsilon$.

Другими словами, с каждым шагом расстояние между траекториями $|x'_n - x''_n|$ увеличивается вдвое. И когда $\varepsilon \cdot 2^N \approx 1$, то, зная последовательность $\{x''_n\}$, мы ничего не можем сказать о поведении $\{x'_n\}$. Представим теперь, что $\{x'_n\}$ определяет динамику исследуемого объекта, а $\{x''_n\}$ — описывающую его математическую модель. Тогда через $N > \log_2 \varepsilon^{-1}$ шагов мы теряем возможность следить за динамикой объекта, (эту величину, после которой нельзя дать прогноз состояния объекта, исследуя его модель, и ученые вынуждены опираться только на статистику, называют *горизонтом прогноза*).

Это означает, что взмах крыльев бабочки (изменившей начальное состояние атмосферы на очень малую величину ε) может через некоторое время (для атмосферы горизонт прогноза — 2–3 недели) привести к разрушительному урагану за тысячи километров от нее. Важно взмахнуть в правильное время в правильном месте.

В чем же роль прикладной математики, к каковой можно отнести классическую работу Э. Лоренца? То, что простейшая динамическая система «тент», биллиарды с отрицательной кривизной границ и некоторые другие абстрактные модели могут иметь конечный горизонт прогноза, математикам было ясно еще в 1950-х годах.

Однако работа Лоренца, предложившего и изучившего простейшую модель конкретного физического явления — конвекции в подогреваемом снизу слое жидкости,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y, \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz,\end{aligned}\tag{5}$$

— стала началом научной революции. Проведенные компьютерные эксперименты показали, что *эта ситуация типична*. В простейшей нелинейной динамической с квадратичными нелинейностями наблюдается непериодическое движение (позже названное *динамическим хаосом*), а расстояние между двумя бесконечно близкими траекториями, как и в модели «тент», экспоненциально растет со временем

$$d(t) \approx \varepsilon e^{\lambda t}, \quad \lambda > 0.\tag{6}$$

Величина λ , называемая *ляпуновским показателем*, является важнейшей характеристикой динамической системы и определяет горизонт прогноза $T \approx 1/\lambda$.

Исследователи привыкли к тому, что если достаточно долго подождать, то система выходит на некоторое притягивающее множество в фазовом пространстве — *аттрактор* (от английского to attract — притягивать) и далее фазовые переменные выходят либо на постоянные значения (аттрактор — устойчивая особая точка), либо на периодический режим (аттрактор — предельный цикл). В случае модели Лоренца движение остается непериодическим, как бы долго мы его не наблюдали. Такие аттракторы, с легкой руки математиков Д. Рюэля и Ф. Такенса, были названы *странными аттракторами*.

После пионерской работы Лоренца странные аттракторы начали находить всюду — в радиотехнике и медицине, в экологии и экономике. Для солнечной активности и динамики магнитных полюсов Земли были предложены модели, описывающие динамический хаос. С этим явлением начали связывать хаотическое, нерегулярное движение жидкости — турбулентность. Природа турбулентности волновала ученых несколько веков, и ответ, который дала

теория странных аттракторов, оказался для исследователей полной неожиданностью. Понимание дали не сложнейшие трехмерные модели, а простейшие одномерные отображения.

Система Лоренца и несколько других упомянутых моделей позволяют подчеркнуть разницу между *пониманием*, которое дает синергетика, и *знанием*, которое необходимо для практического воплощения этого понимания.

Уравнения (5) были выведены с помощью приложения метода Галёркина к системе уравнений гидродинамики, в которой учтено тепловое расширение жидкости. Физика конвективной неустойчивости, которую описывает эта система уравнений, достаточно очевидна: теплая жидкость внизу, благодаря расширению, приобретает меньшую плотность и стремится «всплыть» вверх, в то время как холодная опускается вниз и начинает прогреваться. В результате этого возникает своеобразный вихрь, называемый конвективной ячейкой. Именно такая неустойчивость является одним из важных факторов формирования погоды.

Величины x , y и z отражают амплитуды первых Фурье-гармоник полей скоростей и температур в двумерном случае. Начиная с 1970-х годов изображения *аттрактора* Лоренца (притягивающего множества в фазовом пространстве) и его аналогов заполнили страницы множества физических и математических журналов (см. рис. 2). Изучение этого клубка траекторий дало представление о явлении динамического хаоса, понимание его. Исследование его появления при изменении параметров помогло открыть *сценарии возникновения хаоса* [Динамические системы..., 1985; Sparrow, 1982].

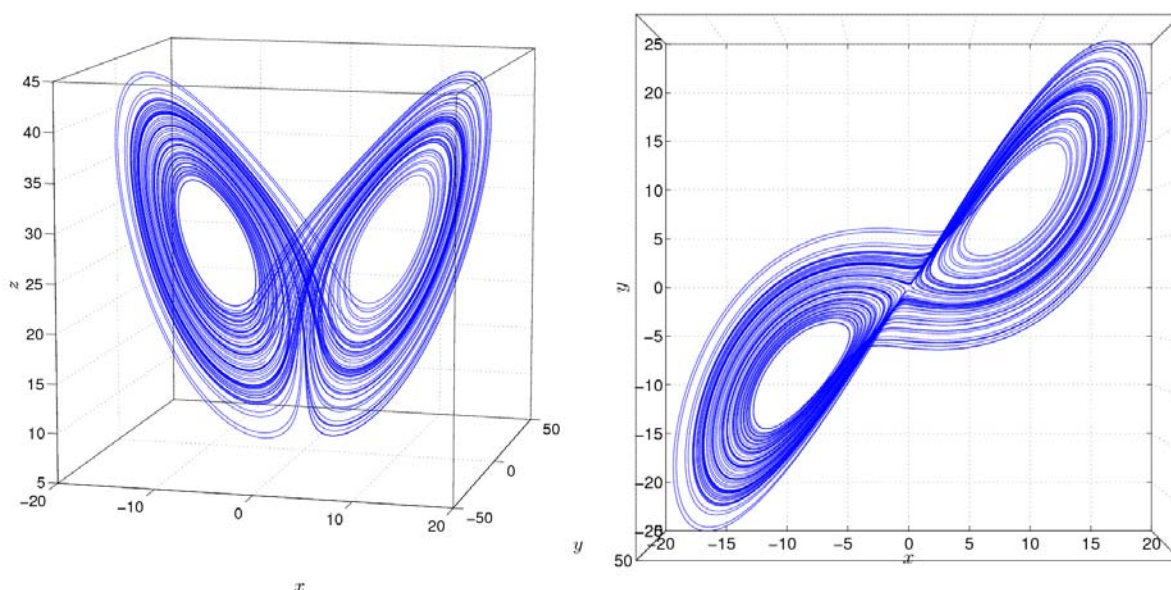


Рис. 2. Фазовые траектории аттрактора Лоренца — самого известного странного аттрактора нелинейной динамики

Последнее можно отнести к одним из важнейших результатов синергетики, прикладной математики XX века, естествознания в целом.

Однако дальнейшие экспериментальные и компьютерные исследования показали, что турбулентности и динамического хаоса в двумерной постановке в реальной гидродинамической системе, которую исследовал Э. Лоренц, нет. Наблюдаемая картина связана с несовершенством модели (5), которая не отражает качественных свойств исходного объекта. Это явление получило название «ложного хаоса» и оказалось не редкостью в мире нелинейной динамики. Чтобы свойства галёркинской модели и исходного уравнения в частных производных были близки, требуется брать более 80 гармоник. И задача описания конвективной неустойчивости требует не двумерной, а трехмерной постановки.

С другой стороны, понимание дорогого стоит — появились более сложные гидродинамические модели, хорошо совпадающие с экспериментом и описывающие динамический хаос. Кроме того, оказалось, что есть множество задач, в которых простые галёркинские системы дают хорошее описание исходного объекта. В качестве примера можно привести системы «реакция–диффузия» (1).

На рубеже XX века выдающийся математик, механик, философ Анри Пуанкаре выдвинул исследовательскую программу, связанную с изучением нелинейных систем. Развитие синергетики и нелинейной динамики вплоть до настоящего времени может рассматриваться как воплощение этой грандиозной программы. Одним из ее направлений является исследование *бифуркаций* [Йосс, Джозеф, 1983].

Под бифуркацией (от французского «раздвоение», «ветвление») понимают изменение числа и/или устойчивости решений определенного типа при вариации параметров исследуемых уравнений. Термин был введен К. Якоби в 1834 году.

Идея А. Пуанкаре состояла в том, что пространство представляющих интерес нелинейных систем огромно, в то время как число характерных для них бифуркаций невелико, что в окрестности точки бифуркации множество объектов, в которых она происходит, может быть описано некоторым универсальным образом. Само развитие теории катастроф подтверждает глубину и плодотворность этой идеи.

Для теории систем «реакция–диффузия» в окрестности точки, где пространственно-однородное решение уравнения (5) теряет устойчивость, универсальное описание во множестве случаев дает краевая задача [Ахромеева и др., 2007]:

$$\begin{aligned} W_t &= W - (1 - ic_1)W_{xx} - (1 + ic_2)W|W|^2, \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 \leq t < \infty, \\ W &= u + iv, \quad W(x, 0) = W_0(x), \quad W_x(0, t) = W_x(l, t) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Для систем «реакция–диффузия» его вывели японские исследователи И. Курамото и Т. Цузуки, в ряде работ его называют зависящим от времени уравнением Гинзбурга–Ландау (TDGL).

Для него тоже можно применить метод Галёркина, полагая, что $w = u + iv = (x_0 + iy_0) + (x_1 + iy_1)\cos kx$, $k = \pi/l$, что дает уравнение, связывающее квадрат амплитуды первой гармоники $\xi = x_0^2 + y_0^2$, второй $\eta = x_1^2 + y_1^2$ и удвоенную разность фаз между ними θ :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= 2\xi - 2\xi(\xi + \eta) - \xi\eta(\cos\theta + c_2 \sin\theta), \\ \dot{\eta} &= 2\eta - 2\eta(2\xi + 0,75\eta) - 2\xi\eta(\cos\theta - c_2 \sin\theta) - 2k^2\eta, \\ \dot{\theta} &= c_2(2\xi - 0,5\eta) + \sin\theta(2\xi + \eta) + c_2 \cos\theta(2\xi - \eta) + 2c_1k^2. \end{aligned} \quad (8)$$

На рисунке 3 показан один из наиболее подробно исследованных аттракторов этого уравнения ($c_1 = 7$, $c_2 = -6$, $k = 1$).

Аттрактор в пространстве $\{\xi \sin\theta, \xi \cos\theta, \eta\}$ (без учета тонкой структуры) можно представить как склеенные друг с другом лист Мёбиуса (правая часть) и обычное кольцо (левая часть). Совершая оборот по правой части аттрактора, траектория увеличивает фазу на 2π , по левой — оставляет неизменной. Для этого аттрактора траектории также экспоненциально разбегаются, и ляпуновский показатель положителен. Здесь представление о горизонте прогноза можно проиллюстрировать особенно наглядно, — до некоторого момента $x'(t)$ и $x''(t)$, соответствующие близким вначале точкам $x'(0)$ и $x''(0)$, проходят одну и ту же последовательность листов, а затем в какой-то момент $x'(t)$ сворачивает налево, а $x''(t)$ — направо.

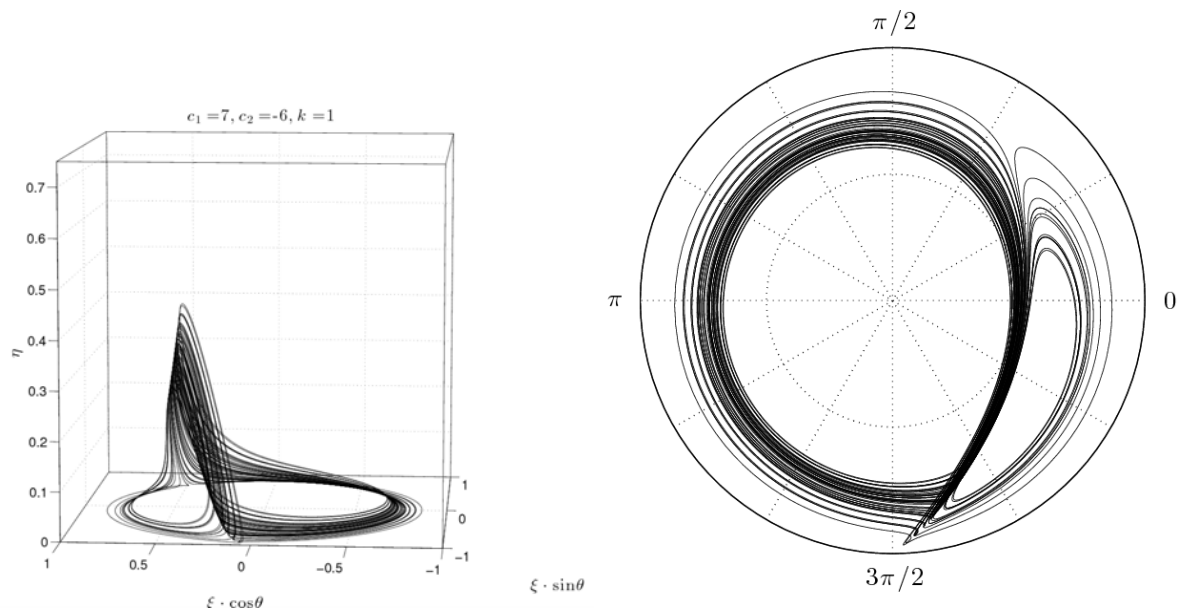


Рис. 3. Странный аттрактор в двухмодовой системе, отражающей свойства системы реакция-диффузия в окрестности точки бифуркации

Однако если в случае модели Лоренца галёркинская система ведет себя качественно иначе, чем решения соответствующих гидродинамических уравнений, то в случае двухмодовой системы (8) ситуация совершенно иная. Ее решения очень хорошо соответствуют траекториям исходного уравнения Курамото–Цузуки в случае малых областей. Это позволило выяснить много интересных особенностей данной модели.

Изучение динамических систем с хаотическим поведением решений позволило дать новый, более глубокий ответ на вопрос о глобальном прогнозе и свободе воли.

Лаплас исходил из предпосылки, что можно бесконечно точно измерить состояние изучаемой системы ($\varepsilon = 0$). Это предположение нереалистично — точность измерений конечна ($\varepsilon > 0$). Типичным для моделей естествознания является *чувствительность к начальным данным*. Мы можем предсказывать состояние исследуемых объектов только до горизонта прогноза, а далее приходится обращаться к их статистическому, вероятностному описанию. Глобальный прогноз невозможен, каким бы быстродействием и памятью не обладали используемые компьютеры. Наша реальность гораздо богаче и интереснее, и мы являемся ее творцами. *Эффект бабочки* показывает, что наши действия меняют очень многое в мире. Это дает новое понимание природы, общества и человека, позволяет осознать нашу меру ответственности за происходящее.

На первый взгляд, обсуждавшиеся парадигмы существенно отличаются и задаваемыми вопросами, и полученными ответами. Изучение диссипативных структур показало, что нелинейные уравнения в частных производных — один из самых распространенных классов используемых математических моделей — оказался гораздо проще, чем предполагали ученые. Причина этому — самоорганизация, которая эффективно уменьшает число существенных параметров и тем самым упрощает изучаемые процессы. Во второй парадигме, открывшей дверь в исследование динамического хаоса, напротив, очень сложными и необычными оказались простейшие динамические системы, которые могут обладать чувствительностью к начальным данным и иметь конечный горизонт прогноза.

Поэтому стоит подчеркнуть элементы преемственности между первой и второй парадигмами. В самом деле, вычислительные эксперименты для классических систем реакция-диффузия показывали не только стационарные диссипативные структуры, которые увидел Алан Тьюринг, не только периодические во времени автоволновые процессы, волновавшие Илью Пригожина и его последователей. В ряде случаев они демонстрировали странное хаотическое поведение, характерное и для натуральных экспериментов. Возникло представление о «химической турбулентности» и «диффузионном хаосе». Однако ответы на вопросы о природе и способах описания этих явлений удалось получить только после создания второй парадигмы синергетики.

Следует обратить внимание на преемственность рассматриваемых синергетикой проблем по отношению к общим математическим идеям. Когда создается и разрабатывается парадигма, то фрагменты предшествующих исследований и многие результаты укладываются в нее как элементы в головоломку. С другой стороны, появляются общие понятия, позволяющие увидеть единое во многом.

Лагранж и многие другие выдающиеся математики вложили большие усилия, чтобы доказать, что непрерывные функции являются дифференцируемыми почти всюду. Однако в течение многих десятилетий это кажущееся очевидным утверждение никак не удавалось доказать. Опровергнуть его смог один из создателей современного математического анализа — Карл Вейерштрасс. Он построил контрпример — непрерывную функцию, не являющуюся дифференцируемой ни в одной точке. Эта функция задается суммой некоторого ряда

$$W(x) = \sum_{n \geq 1} a^n \cos(b^n \pi x), \quad |a| < 1, b > 1$$

и удовлетворяет функциональному уравнению

$$f(x) - af(bx) = g(x),$$

где $g(x) = a \cos(b\pi x)$. Так как $|a| < 1$, ряд мажорируется геометрической прогрессией, и поэтому в соответствии с классическими терминами математического анализа он сходится к непрерывной функции. Вейерштрасс доказал, что при некоторых a и b функция $W(x)$ не имеет производной ни в одной точке отрезка $-\pi \leq x \leq \pi$.

После этой выдающейся работы ряд парадоксальных контрпримеров, «монстров», как их называли сами математики, начал стремительно расти.

Среди этих «монстров» *канторово множество* — в некоторых его вариантах оно может иметь конечную длину, но не содержать ни одного отрезка; *остров Коха* — фигура на плоскости, имеющая конечную площадь и бесконечный периметр; и *дьявольская лестница* — непрерывная, монотонная кривая, производная которой равна нулю почти всюду, *губка Серпинского*, имеющая конечный объем и бесконечную площадь поверхности.

Все эти множества получаются в результате предельного перехода, после бесконечного повторения одной и той же процедуры [Мамфорд и др., 2011]. Их отличительная черта — отсутствие выделенного характерного пространственного масштаба, т. е. *масштабная инвариантность*. Всматриваясь в них со все большим увеличением, мы каждый раз будем видеть примерно одну и ту же картину.

Такое «самоподобие» понятно из вида функции Вейерштрасса. Эта функция представляет собой наложение бесконечного множества «пил» — точнее, синусоид, n -я синусоида имеет частоту $\sim 1/b^n$ и масштаб a^n . Чем чаще «пила», тем меньше масштаб ее «зубьев». Поэтому на каждом масштабе при любом увеличении мы видим фрагмент одной из пил.

Открытие подобных монстров потрясло математическое сообщество. «С омерзением и ужасом я отворачиваюсь от этой зловерной язвы — непрерывных функций, нигде не имеющих производных», — писал Эрмит Стилтесу.

Следуя логике математического исследования, Ф. Хаусдорфом была введена количественная мера, позволяющая характеризовать такие объекты — *хаусдорфова размерность*. Ее упрощенная версия (размерность подобия) определяется как предел отношения

$$d_s = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)},$$

где $N(\varepsilon)$ — минимальное количество шаров диаметром ε , которыми можно покрыть рассматриваемое множество. Для отрезка $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1}$ и $d_s = 1$, для квадрата $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-2}$ и $d_s = 2$, для куба $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-3}$ и $d_s = 3$. Однако для «монстров» — объектов, обладающих масштабной инвариантностью, d_s может быть нецелым числом. Именно поэтому такие объекты были названы *фракталами* (от английского fractal — дробный, нецелый).

В начале XX века математики полагали, что открытые ими масштабно-инвариантные «монстры» не имеют никакого отношения к описанию природы (хотя в это время уже было открыто броуновское движение, при котором траектория частицы определяется схожими множествами). Однако в конце века благодаря междисциплинарному взгляду на такие сущности, который стал возможен благодаря работам французского математика Бенуа Мандельброта (1934–2010), гадкий утенок превратился в прекрасного лебедя.

Фракталы начали обнаруживать в географии и астрофизике, в физиологии и теории турбулентности, в гидродинамике и даже в последовательности криков младенца. Конечно, в отличие от математических построений, при анализе реальных данных нельзя перейти к пределу $\varepsilon \rightarrow 0$. Однако можно проверить, что степенная зависимость $N(\varepsilon) \approx \varepsilon^{-d_s}$ прослеживается в широком диапазоне величин ε , и считать, что в этом случае фрактал достаточно хорошо отражает геометрию реального объекта.

Принципиальная черта фракталов — масштабно-инвариантных объектов — состоит в *отсутствии характерных масштабов*. Это противоречит нашей интуиции, здравому смыслу и приводит к ряду глубоких, парадоксальных выводов, которые мы обсудим далее.

Большие проблемы и многие достижения науки XXI века связаны с развитием *системного подхода* [Моисеев, 1981]. Если наука XIX века имела дело с отдельными элементами, объектами, процессами, с анализом (дословно «расчленением», «разбиением»), то в XX веке в центре внимания ученых и инженеров оказались *системы и связи между элементами*, которые превращают множество частей в целое.

В свое время выдающийся философ наполеоновской эпохи Г. В. Ф. Гегель говорил: «Математика — наука точная, потому что математика — наука тощая!» И действительно, в то время за строгость и определенность выводов математики платили узостью класса моделей, которые могли быть исследованы с помощью инструментов, имевшихся в распоряжении ученых.

Например, самого Гегеля волновали проблемы *саморазвития*, к которым в полной мере можно было бы применить законы диалектики. Это происходило задолго до создания теории эволюции. Поэтому, оглядываясь вокруг, процессы саморазвития, которым он посвятил большую часть своего научного творчества, философ увидел только в одной области, доступной его исследованию — в культуре. В ее изучение он внес выдающийся вклад.

Известный специалист в области философии науки, академик В. С. Степин, полагает, что синергетика — это, прежде всего, *теория саморазвивающихся систем*, что к ее основоположникам следует отнести Гегеля, поставившего ряд проблем, которые через полтора столетия были осознаны в естествознании и во многих гуманитарных дисциплинах. По мысли В. С. Степина именно синергетика станет ядром научной картины мира в XXI веке [Человек. Наука. Цивилизация..., 2004].

Поэтому третья парадигма синергетики — *парадигма сложности* — в большой степени была ориентирована на проблему, поставленную Гегелем — *Как ведут себя саморазвивающиеся системы?*

Развитие теории самоорганизации было и остается тесно связанным с компьютерным моделированием, с постановкой вычислительных экспериментов. Именно компьютерный анализ определял доступную исследователям сложность нелинейных моделей, которые изучались при разработке различных парадигм.

Первую модель «реакция–диффузия» Алан Тьюринг исследовал, решая численно уравнения в частных производных на арифмометре. Позже компьютерное изучение моделей этого класса позволило увидеть не только стационарные диссипативные структуры и периодические автоволновые процессы, но и различные типы хаоса и турбулентности. Во многом это стимулировало и развитие второй парадигмы, и интерес к простейшим моделям, демонстрирующим хаотическую динамику.

Становление третьей парадигмы во многом связано с возможностью прямого численного моделирования процессов эволюции. Иногда в этой связи говорят о *многоагентных системах* или об *искусственной жизни*.

Здесь можно привести следующий характерный пример. Почему в обществе существует альтруизм? Этот фундаментальный вопрос задают себе социологи, этнографы, этологи, психологи. В соответствии с теорией Дарвина эволюция стоит на трех китах — наследственности, изменчивости и естественном отборе. Альтруизм — готовность отдать часть своего жизненно важного ресурса ближнему. Однако это действие уменьшает вероятность выживания самого индивидуума. И если благодаря странной мутации таковые возникли, то уже через несколько поколений их не будет. С другой стороны, без альтруистов множество сообществ просто не выживает...

Чтобы ответить на вопрос о природе этого феномена исследователи моделируют эволюцию. Каждой особи соответствует некоторая компьютерная программа-агент. Репертуар действий агентов достаточно велик. Они могут двигаться в различных направлениях, оценивать окружающую обстановку, есть, отдыхать, защищаться, нападать, размножаться, обучаться. Для генома таких созданий, как и для обычных биологических объектов, имеют место и наследственность, и изменчивость. Ограниченность ресурсов создает конкуренцию и приводит к естественному отбору. «Интеллект» агентов определяется некоторой нейронной сетью, которая может «обучаться» в ходе «жизнедеятельности» агента.

Бедой многих сложных моделей является то, что они, зачастую, демонстрируют только то, что исследователи в них «заложили» и не показывают ничего нового и неожиданного. Модель, построенная сотрудником ИПМ М. С. Бурцевым и относящаяся к искусственной жизни, оказалась иной [Burtsev, Turchin, 2006].

В традиционных моделях «хищник–жертва», которые проходят в традиционных курсах математического моделирования, есть две популяции, играющие всего две роли. Хищники поедают всех попадающихся жертв, в то время как жертвы стремятся избежать своей грустной участи и размножаются. В то же время в модели М. С. Бурцева поведенческие стратегии отдельных особей вырабатываются в ходе саморазвития популяции. Происходит выбор из 2^{1000} возможных стратегий.

Обратим внимание на то, что в первой парадигме, как правило, описывалась самоорганизация в обычном *физическом пространстве* (в ряде моделей физики плазмы еще и в пространстве импульсов). Во второй парадигме, обычно, самоорганизация была связана с выходом на аттрактор, с *эффективным уменьшением числа состояний*, в которых может находиться исследуемая система. В парадигме сложности в изучаемых системах происходит *самоорганизация в пространстве решающих правил* у каждого из агентов (в ходе развития он определяет свою поведенческую стратегию и образ действий). С другой стороны, возникает согласованный набор «ролей» и долей их носителей у популяции в целом. Задействован оказывается еще один иерархический уровень.

Естественно в ходе эволюции было ожидать появления «ястребов», стратегия которых связана с индивидуальным нападением и развитием необходимых для этого качеств, и жертв — «голубей». Однако расчеты показали, что одновременно с этим в популяции появились «вороны», ориентированные на коллективное нападение (название произошло от известной поговорки «ворон ворону глаз не выклюет»), и «скворцы», предпринимающих коллективную защиту в случае опасности.

На рисунке 4 представлены численности «кланов» в популяции, придерживающихся различных поведенческих стратегий. Видны резкие колебания и то, что ни на какой регулярный режим эти численности не выходят. Однако, не менее любопытным представляется еще одно важное обстоятельство. Со школьных времен мы привыкли к тому, что в задаче есть правильный ответ или несколько ответов, напечатанных в конце задачника. И здесь, естественно, было бы ожидать того же. Поэтому можно было бы предположить, что и вся развивающаяся популяция в конце концов методом проб и ошибок «найдет» оптимальное соотношение «ястребов», «голубей», «воронов», «скворцов», которое далее меняться не будет.

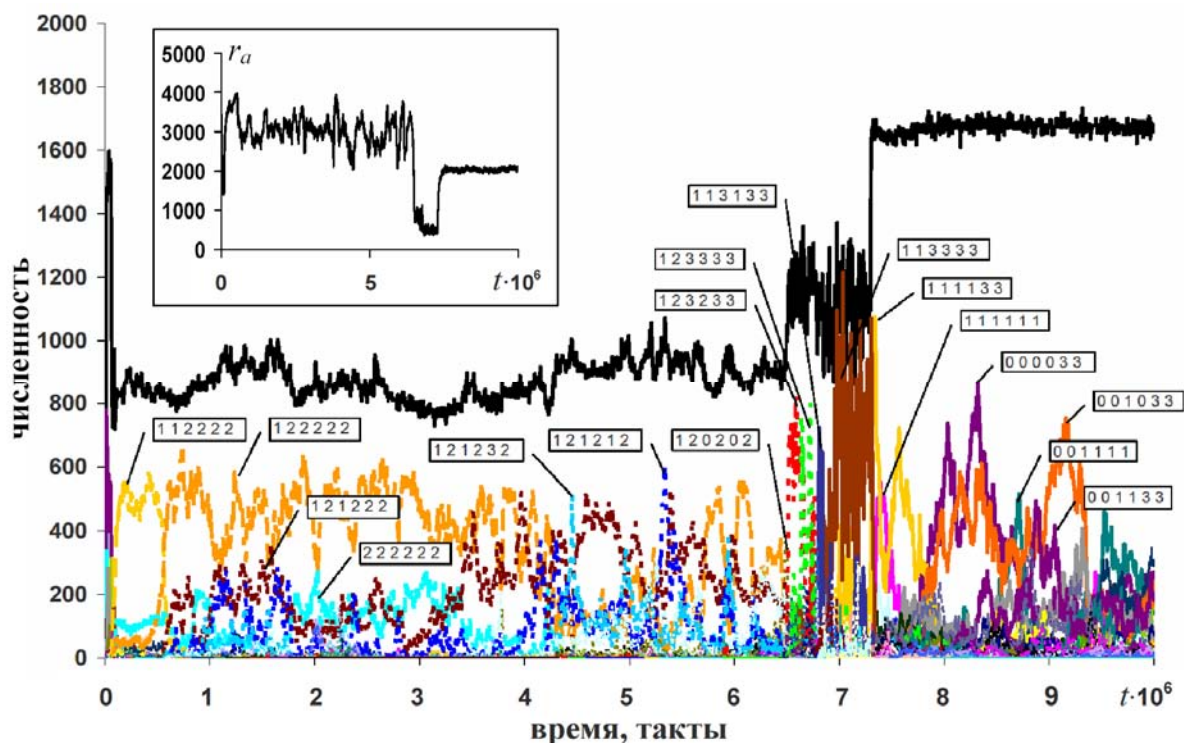


Рис. 4. Зависимость от времени численности видов в популяции, придерживающихся различных стратегий

Однако, как показывают модели искусственной жизни и, в частности, эта модель, в них после длительных периодов «квазиравновесия» могут происходить «революции»: проигрышные прежде стратегии оказываются выигрышными, и численность их обладателей быстро растет, а бывшие «фавориты» оказываются внизу. И здесь тоже можно вспомнить восточную поговорку: «Когда караван поворачивает назад, то хромой верблюд оказывается первым».

Модели искусственной жизни и развитие парадигмы сложности помогло по-новому взглянуть на многие парадоксальные черты сложных систем. Вопреки очевидности оказалось, что повышение уровня достатка в примитивных сообществах часто приводит не к снижению, а к росту агрессивности. В парадигме сложности оказывается возможным исследовать, опираясь на методы математического моделирования, данные естественных наук и междисциплинарные подходы, очень глубокие вопросы. Один из них — необходима ли

смерть? Или это просто «заплата» возникшая в ходе эволюции, чтобы наскоро, как это иногда делают программисты, решить мелкие вопросы, возникшие здесь и теперь?

Парадигма сложности связана во многом с имитационным моделированием, с достаточно подробным математическим описанием отдельных агентов и их взаимодействия. Однако на следующем уровне, когда становится понятно, какие факторы и переменные наиболее важны, можно строить достаточно простые модели, более близкие к тем, которые использовались в рамках первой и второй парадигмы.

Следующий шаг синергетики тесно связан с развитием математической традиции, сложившейся в XX веке. Эту традицию условно можно назвать *геометризацией математического мышления*.

Столетие назад происходил выбор между алгебраическим подходом как основой построения всей математической науки и геометрическим стилем мышления. Первую траекторию отстаивал Давид Гильберт, Эмма Нетер, и свое воплощение она получила в многотомной серии книг, написанной коллективом исследователей под псевдонимом Бурбаки. По второму пути предлагал двигаться выдающийся французский математик, механик и философ Анри Пуанкаре (1854–1912). Сейчас выбор кажется очевидным — развитие синергетики можно рассматривать как одно из воплощений в жизнь исследовательской программы Анри Пуанкаре. Однако тогда будущее было неясным — историки науки говорят, что после смерти А. Пуанкаре более чем на десятилетие труды этого гиганта были забыты даже в самой Франции [Мухин, 2012].

Для дальнейшего важны два пункта программы А. Пуанкаре. Первый связан с развитием идей выдающегося математика Феликса Клейна (1849–1925). Этот ученый предложил по новому взглянуть на евклидову геометрию и на все поле геометрических исследований в так называемой Эрлангенской программе (1870) [Кокстер, 1966].

Действительно, в одних теоремах школьной программы речь идет о равенстве или пропорциональности отрезков, в других — об измерении углов, в третьих — о пересечении линий. Ф. Клейн предложил рассмотреть все множество геометрических преобразований — переносы, повороты, проектирования, растяжения без разрывов и наложений — и выяснить, какие свойства фигур не меняются при этих преобразованиях (или выделить их *инварианты* — неизменные свойства), а затем расклассифицировать все теоремы в зависимости от того, в каком классе преобразований остаются истинными их утверждения.

В частности, среди множества геометрий очень интересной оказалась *топология* (Анри Пуанкаре назвал этот раздел математики «анализом места», «геометрией положения»; позже за ним закрепилось название, происходящее от греческих слов — «топос» — место, и «логос» — знание). В этой геометрии допускаются любые непрерывные (сохраняющие близость). Ее можно сравнить с геометрией резинового листа, который можно растягивать, сжимать, деформировать любым образом, однако нельзя разрывать и склеивать.

При таких преобразованиях, тем не менее, есть свои инварианты — например, число пересечений множества отрезков, число ребер, входящих в данную вершину графа, а также множество других.

Одна из первых топологических теорем была доказана Леонардом Эйлером. Он доказал, что для широкого класса выпуклых многогранников выполняется равенство

$$B - P + G = 2,$$

где B — число вершин многогранника, P — ребер, G — граней. Это равенство выполняется не только для всех правильных многогранников — платоновых тел (куба, тетраэдра, октаэдра, икосаэдра и додекаэдра), но и для любых многогранников, гомеоморфных сфере. Гомеоморфизмы — преобразования, типичные для топологии — представляют собой взаимно однозначные непрерывные отображения одних множеств в другие.

Если представить себе, что многогранник сделан из резины и что в нем проделана небольшая дырка, то при надувании через эту дырку он должен превратиться в сферу. Это не всегда можно сделать. Например, так нельзя поступить с тором или со сферой, имеющей несколь-

ко ручек. Иными словами, теорема Эйлера справедлива для класса графов на сфере, соответствующих различным многогранникам. С другой стороны, эти графы можно представить как матрицы из нулей и единиц: $a_{ij} = 1$, если i -я вершина многогранника соединена с j -ой, $a_{ij} = 0$, в противном случае. И доказанная Эйлером теорема эквивалентна некоторому утверждению, касающемуся матриц... И таких связей между топологией и другими разделами математики оказалось очень и очень много.

Некоторые объекты, рассматриваемые в топологии, поражают воображение. Наиболее известный из них — лист Мёбиуса. Это односторонняя поверхность. В отличие от обычного кольца, у которого есть внутренняя и внешняя сторона, здесь сторона только одна, и это имеет много замечательных следствий. Удивительными свойствами обладает другая односторонняя поверхность — бутылка Клейна... Анри Пуанкаре полагал, что, в конце концов, именно топология окажется в основе множества фундаментальных математических теорий. Двадцатый век подтвердил это предвидение выдающегося ученого.

Другой принципиальный пункт исследовательской программы Пуанкаре, как мы уже говорили, — *изучение бифуркаций*. Бифуркации играют огромную роль в синергетике. Каждая бифуркация — это математический образ потери устойчивости. И если рассматривать синергетику, следуя Д. С. Чернавскому [Чернавский, 2004], как общую теорию неустойчивостей, то, очевидно, именно теория бифуркаций должна лежать в ее основе.

В самых разных системах возникают *одни и те же бифуркации*. За этим скрывается огромное внутреннее единство нелинейного мира и возможность исследовать бифуркации, рассматривая простейшие системы, в которых они происходят. Кроме того, с помощью бифуркационных диаграмм и других простых геометрических инструментов результаты такого анализа можно сделать очень наглядными.

В первой парадигме возникновение множества диссипативных структур может быть связано с диффузионной неустойчивостью пространственно-однородного состояния или бифуркацией Тьюринга. Появление упорядоченности, представляющей собой периодические колебания, определяется бифуркацией рождения предельного цикла или, как ее часто называют, бифуркацией Андронова–Хопфа.

Одним из фундаментальных результатов второй парадигмы синергетики является выяснение сценариев перехода от порядка к хаосу. Этих сценариев в природе и, собственно, в изучаемых математических моделях найдено всего несколько. Определяются эти сценарии некоторой последовательностью бифуркаций, приводящих от простейших типов упорядоченности к более сложным, от них — к хаосу [Ахромеева и др., 2007; Малинецкий и др., 2006].

Сетевая парадигма

Предсказывать очень трудно,
особенно предсказывать будущее.

Н. Бор

Каково будущее синергетики? Какие общие фундаментальные вопросы остались без ответа? Где семена, посеянные сегодня, из которых завтра вырастет лес новых идей, теорий, результатов?

По-видимому, и организации, и люди, и страны, да и все человечество в целом было и будет находиться в треугольнике «знание–прогноз–управление». В самом деле, во множестве случаев исследование, развитие науки вооружают нас представлениями о гипотетических объектах или ситуациях, с которыми мы еще не сталкивались, помогает в определенной степени заглядывать в будущее.

Само теоретическое знание позволяет обойтись без множества экспериментов, аккумулируя результаты уже проведенных исследований и позволяя сосредоточить внимание на неизвестном. Прогноз, как правило, нужен и людям, и организациям, чтобы планировать и осуществлять свою практическую деятельность, оценивать риски, связанные с выполнением

или невыполнением принятых решений. Наконец, приоритеты научных исследований, карта незнания, которую составляют или держат в сознании ученые, самым тесным образом связана с нашей практической деятельностью, с возможностью влиять на какие-то процессы, управлять ими. Треугольник замыкается — все его вершины оказываются соединенными между собой.

Первая, вторая, да и третья парадигмы синергетики были связаны, в большой степени, с естествознанием, с описанием и пониманием того, как устроена природа, как могут быть организованы технологические процессы, какие нелинейные эффекты могут быть положены в их основу.

Исаак Ньютон считал, что гипотез не измышляет, что важно написать правильные уравнения, и, в конце концов, они будут решены. Лаплас полагал, что мы в состоянии бесконечно точно определить и задать начальное состояние исследуемой динамической системы. Можно сказать, что эти великие исследователи не видели ограничений в нашем познании природы.

За прошедшие века многое изменилось. Многие ограничения уже осознаны. И, по-видимому, наиболее серьезные из них связаны с управлением (а значит, и с нашими возможностями использовать знание) и со взаимодействием людей. «Скорость эскадры определяется быстройходностью самого медленного корабля», — гласит известная мудрость. И этим самым медленным кораблем все чаще оказывается человек.

Каковы основные рычаги руководителя? Большинство учебников управления выделяют пять — *ресурсы, финансы, кадры, организация, информация*. Основное направление технологического развития нашей цивилизации было связано с поиском новых ресурсов и повышением эффективности их использования. Отчасти этим и объясняется стремительное развитие естественных наук — физики, химии, биологии — с которыми связано создание этих ресурсов. Финансы, денежно-кредитная система, были, прежде всего, инструментом для их наиболее эффективного распределения.

Однако, судя по всему, не в этих сферах лежат главные вызовы, с которыми столкнется человечество в XXI веке. Основные угрозы, риски и возможности будут связаны с человеком и обществом, с управлением социальными процессами, с организацией и самоорганизацией социальных, социально-технологических и других «человекомерных систем» [Синергетика..., 2008].

Обратим внимание на три важнейшие технологии XXI века, выделенные С. П. Курдюмовым — *проектирование будущего, высокие гуманитарные технологии, алгоритмы сборки и разрушения социальных субъектов*. Несмотря на развитие математической психологии, теоретической географии, математической социологии, наконец, математической истории (которая изначально строилась на основе представлений синергетики [Капица и др., 2003]), их выводы и результаты не сравнимы с тем, что дают естественные науки для описания, понимания и предсказания свойств своих объектов.

По-видимому, здесь лежит огромное поле деятельности для междисциплинарных подходов.

Достаточно ясна и научная стратегия ближайших десятилетий — идти от хорошо понятых систем и процессов в естествознании, учитывая минимальное количество новых сущностей, характерных для социальных или гуманитарных наук.

По-видимому, одной из таких сущностей являются связи — то, что характеризует взаимодействие элементов, входящих в систему, то, что делает из частей целое.

Совокупность этих связей будем называть *сетью*. Вполне возможно, что на следующем этапе развития синергетики в центре внимания исследователей будет находиться *сетевая парадигма*. Тот фундаментальный вопрос, который предстоит разрешить сегодня, можно сформулировать так: «Как выращивать сетевые структуры

? Как их использовать и управлять ими?»

Ряд приложений этих исследований очевиден уже сегодня. Само общество пронизано сетевыми структурами. Казалось бы, понимание их роли и механизмов функционирования должна была бы дать развивающаяся не первый век социология. Однако феномен флэшмобов, оранжевые революции, эффективные действия сетевых структур, способных быстро парализовать ог-

ромный государственный аппарат и могущественные ведомства, показывают, что практика здесь очень сильно обогнала теорию. Необходимо быстро и масштабно исследовать, осмыслить и понять новые возможности и угрозы сетевой эпохи, в которую вступило человечество.

В настоящее время и в России, и во многих других странах образовательные системы оказались в остром кризисе. Падает уровень образования и стремительно уменьшается число студентов, желающих всерьез, по-настоящему, освоить выбранную специальность. Университеты — образовательные организации, созданные еще в Средневековье, — все хуже адаптируются к реалиям глобализации. С другой стороны, интернет сделал реальностью создание виртуальных институтов, лабораторий, компаний, повседневную совместную работу людей, разделенных тысячами километров. Стало возможным практически в каждом вузе с помощью интернета слушать лекции специалистов мирового уровня по каждому из осваиваемых предметов. Впрочем, мало иметь возможности, ими надо еще и разумно пользоваться.

Расстояния оказались несущественными. Из всех геометрий самой важной оказалась топология и те ее разделы, которые могут быть использованы для описания возникающих в компьютерных сетях графов связей. И здесь возникают ограничения другого рода — *когнитивные пределы*, связанные с объемом информации, которую человек может эффективно осваивать и использовать, с количеством сотрудников и адресатов, с которыми он может взаимодействовать, с организацией работы в сетях.

Мир уже пережил взлет компьютерных технологий связи, управления, мониторинга в 1990-х годах и кризис «новой экономики», в основе которой лежит интернет, информационно-телекоммуникационный комплекс в 2000-х. Экономика стала гораздо более «быстрой», рефлексивной и нестабильной, чем прежде. Последствия экономических кризисов для многих стран уже оказываются сравнимы с результатами крупных военных конфликтов. Закономерности «сетевой экономики» все в большей мере начинают определять настоящее и будущее всего мирового хозяйства. Сегодня трудно представить предпринимательство без электронных денег и электронной подписи.

Высокие технологии оказываются все теснее связанными с сетевыми технологиями. Имеет место довольно очевидная закономерность — то, что в начале апробируется в ходе решения задач национальной обороны или при реализации крупных научно-технических проектов, спустя некоторое время, иногда через десятилетия, переходит в сферу высоких технологий, ориентированных на товары и услуги массового потребления. Впрочем, иногда бывает и наоборот.

Сетевые технологии сегодня играют все более важную роль и в науке, и в обороне. Первым в рейтинге наиболее важных научных достижений 2012 года большинство экспертов, опрошенных журналом Science, назвали наблюдение признаков бозона Хиггса, субатомной частицы, образовавшейся при столкновении протонов в кольце Большого адронного коллайдера. Одна из составляющих этого выдающегося научного достижения — разработка и реализация гигантской сетевой структуры, обеспечивающей обработку информации с коллайдера огромным количеством суперкомпьютеров, более чем из десятка стран.

В прикладной математике произошла «тихая революция», связанная с организацией коллективной работы сети компьютеров над одной сложной задачей. Здесь можно привести два впечатляющих примера.

В связи с развитием интернета и необходимостью защиты больших информационных потоков начали широко применяться шифры с открытым ключом. Их идея связана с использованием *односторонних функций*. Не претендуя на строгость, назовем *простыми* задачи, решение которых требует не более, чем полиномиального числа действий N^α , где N — объем входящей информации, α — некоторая постоянная. Задачи, для которых число действий с ростом N растет быстрее любого полинома, назовем *сложными*.

Односторонние функции $F_k(x)$ таковы, что:

- зашифровать сообщение x длины N — простая задача $y = F_k(x)$,

- расшифровать при неизвестном значении параметра k , (называемого ключом) $y = F_k^{-1}(x)$ — сложная задача,
- а расшифровать при известном k — вновь простая задача.

Поэтому и функцию $F_k(x)$ и зашифрованное сообщение y можно и передавать по интернету, и сообщать всем желающим [Введение в криптографию, 2000; Мао, 2005].

Авторы алгоритма зашифровали с его помощью некую английскую фразу, предложив расшифровать ее всем, кому это интересно. Сложной задачей, на которой основан алгоритм, было разложение числа, содержащего N десятичных цифр, на два простых числа. Простые числа в этом случае имели соответственно 64 и 65 десятичных знаков.

В этой работе, продолжавшейся 220 дней, участвовало около 600 человек и 1600 компьютеров. (Фраза была — The magic words are squeamish ossifrage; ее можно перевести как «Заклинания — привередливые скопы» (скопа — птица).) Для нас здесь важно то, что эту задачу удалось «разделить на части» и использовать для ее решения компьютерную сеть.

Еще более впечатляющий проект, в котором приняли участие миллионы компьютеров, — поиск лекарства против рака. Желающих участвовать в проекте снабдили математическими моделями, позволяющими тестировать воздействие различных веществ на развитие раковой клетки на разных стадиях жизненного цикла, а затем выбирали наиболее интересные варианты для детального анализа.

Сотовая связь — пример того, как сетевые структуры уже изменили нашу реальность.

Вся история военного дела представляет собой совершенствование коллективных действий боевых единиц. По-видимому, будущее за «безлюдными войнами», за «стаями» и «командами» роботов.

При размышлениях о парадигме очень полезно оглянуться назад и проследить традицию в постановке и решении подобных проблем.

Классический подход к численному решению дифференциальных уравнений в частных производных связан с отображением пространства дифференцируемых функций на пространство сеточных функций, заменой дифференциальных уравнений сеточными, определенными на некотором шаблоне, и дальнейшим решением получившихся уравнений. В случае явных схем мы это делаем по одной и той же формуле, в случае неявных применяем несколько более сложный алгоритм. Все это подробно обсуждается в традиционных курсах численных методов [Самарский, 1982].

Однако уже в 1950-х годах было понято, что для некоторых достаточно простых физических процессов не удастся написать описывающие их уравнения в частных производных. И в этих случаях следует использовать вероятностное описание и, в частности, методы Монте-Карло.

Большой класс таких задач возник в *теории перколяции* (просачивания) и фильтрации. Эти работы были начаты британскими математиками С. Р. Бродбентом и Дж. М. Хаммерсли в 1954 году в связи с совершенствованием противогазов. Основной частью противогаза является активированный уголь или другое пористое вещество. Размеры пор должны быть достаточно велики, чтобы через толщу этого вещества могли проникать молекулы кислорода, и в то же время достаточно малы, чтобы молекулы отравляющего вещества не могли преодолеть эту преграду.

Основная модель теории перколяции удивительно проста. Структуру пористого материала будем моделировать с помощью прямоугольной решетки, ограниченной по горизонтали $a \leq x \leq b$. Каждую ячейку с вероятностью p будем считать проницаемой для газа, с вероятностью $(1-p)$ — не проницаемой (в некоторых задачах удобно рассматривать как проницаемые или непроницаемые ребра соответствующих ячеек).

Главный вопрос состоит в том, проницаема ли такая система: найдется ли хоть один целиком проницаемый кластер, тянущийся от $x = a$ до $x = b$.

Основные результаты этой теории связаны с наблюдаемым в таких задачах «фазовым переходом»:

$$R \sim \begin{cases} 0, & p < p_c, \\ (p - p_c)^\alpha, & p > p_c, \end{cases} \quad (9)$$

где R — проницаемость, p_c — некоторое критическое значение вероятности p_c . Другими словами, когда $p < p_c$ система непроницаема. При увеличении вероятности происходит фазовый переход и возникает кластер, тянущийся от одного края системы до другого. Проведя множество вычислительных экспериментов, можно определить и критическое значение p_c , и показатель α . В теории перколяции для множества моделей эти показатели определяются аналитически или оцениваются иными способами, не связанными с прямым численным моделированием [Кестен, 1986].

Природу такой зависимости объяснить можно с помощью очень простой модели. Представим себе прямоугольную ячеистую проволочную сетку. При $x = a$ и $x = b$ к ней приложена некая разность потенциалов. Пока все (или почти все) звенья этой сетки целы, она, очевидно, будет проводить ток. Когда мы с вероятностью p будем перерезать звенья, то сопротивление, очевидно, будет расти. Когда не останется ни одного пути от отрезка $x = a$ до отрезка $x = b$, сетка утратит связность, сопротивление станет бесконечным.

Круг приложений теории перколяции оказался очень широк — от проблем фильтрации нефти и описания эпидемий до распространения слухов и коррупции.

Однако для нас важно, что простейшая сетевая структура и элементарный физический процесс могут порождать парадоксальное поведение, связанное с фазовыми переходами.

Попробуем усложнить структуру и вновь рассмотреть простейшие физические процессы. Во многих пористых материалах, в отличие от регулярной периодической структуры, существуют поры различных размеров. Естественно характеризовать их с помощью распределения вероятностей этих пор по их радиусу. В ряде случаев можно предполагать, что мы имеем дело с масштабно-инвариантным объектом (вспомним губку Серпинского), с фракталами.

Анализ кинетики, диффузии, процессов переноса на фракталах, которому в последние десятилетия уделялось большое внимание, привел к замечательным результатам. Обратим внимание только на некоторые из них.

Одним из основополагающих утверждений химической кинетики является закон действующих масс для реакций в газовой фазе. Если в системе идет реакция, в которой в результате взаимодействия молекул вещества X с молекулами вещества Y получится вещество Z , то изменение z (концентрации вещества Z) зависит от концентраций x и y по закону

$$\frac{dz}{dt} = kxy. \quad (10)$$

Вспомним, что концентрация x — это вероятность найти молекулу X в единице объема. Реакция возникает, когда молекулы встречаются друг с другом и выписанное выше соотношение — это просто перемножение вероятностей независимых событий.

Однако, если реакция происходит в пористом веществе, имеющем фрактальную структуру, то зависимость оказывается иной

$$\frac{dz}{dt} = kxyt^\alpha, \quad \alpha < 1, \quad (11)$$

где показатель α связан с геометрическими свойствами фрактала.

Для случайного блуждания частицы в обычной среде имеет место соотношение Эйнштейна

$$\langle \xi^2 \rangle = 2Dt, \quad (12)$$

где $\langle \xi^2 \rangle$ — среднеквадратичное смещение частицы, D — коэффициент диффузии. Зависимость от времени линейна.

Во фрактальной среде

$$\langle \xi^2 \rangle = \sigma^2 t^\alpha, \quad \alpha < 1,$$

где показатель α зависит от фрактальной размерности сети каналов и твердого остова. Понятно, почему диффузия в этом случае протекает медленнее, чем в обычной сплошной среде — частицам приходится двигаться по узким каналам с поворотами, тупиками, сужениями.

Возникает естественный соблазн описывать диффузию, перенос, другие процессы во фрактальных средах, опираясь, тем не менее, на потенциал методов математической физики. Однако это требует обобщения понятий производной и интеграла на нецелые показатели [Данилов, 2011; Тарасов, 2011].

Ключевой шаг в этом направлении был сделан Леонардом Эйлером, обобщившим функцию $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. Этим обобщением стала гамма-функция Эйлера:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \quad (\operatorname{Re} z > 0). \quad (13)$$

Эта функция такова, что $\Gamma(1) = 1$, $\Gamma(n+1) = n!$. Отсюда виден путь к нецелым производным. В самом деле, n раз интегрируя по частям, имеем

$$\int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} u^n(t) dt = u(x). \quad (14)$$

Здесь $u^n(t)$ — n -я производная функции u . Но тогда производную порядка β функции u^β естественно было бы определить, используя равенство

$$\int_a^x \frac{(x-t)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} u^\beta(t) dt = u(x). \quad (15)$$

Точно так же можно было бы действовать в случае интеграла

$$\int_a^x dx \int_a^x dx \dots \int_a^x \phi(x) dx = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x (x-t)^{n-1} \phi(t) dt \equiv \Phi^n(\phi),$$

тогда $\Phi^\beta(\phi) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_a^x (x-t)^{\beta-1} \phi(t) dt.$ (16)

Существуют и другие пути обобщения этих основных конструкций математического анализа. Однако до последних десятилетий не было прикладных задач, в которых эти обобщения имели бы глубокий смысл.

С развитием теории фракталов такие приложения появились, и начала стремительно развиваться «математическая физика с дробными производными» [Данилов, 2011; Тарасов, 2011]. Например, вместо классического уравнения диффузии

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u \quad (17)$$

во фрактальной среде диффузия описывается уравнением с дробной производной по времени

$$\frac{\partial^\beta u}{\partial t^\beta} = \Delta u. \quad (18)$$

Оказалось, что схожие уравнения хорошо отражают, к примеру, распространение эпидемии по сетевым структурам, имеющим фрактальный характер.

Подводя итог, можно сказать, что простейшие физические процессы, рассматриваемые на фрактальных структурах, описывают интересные физические эффекты и требуют необычной математики.

Однако еще более удивительными представляются процессы самоорганизации в более крупных и масштабных системах. Пожалуй, здесь тоже можно обратиться к одному из «вечных вопросов» науки — о роли катастроф в истории. Господствующая доньше картина биологической эволюции восходит к Чарльзу Дарвину. По его мысли, первый набор видов был сотворен господом Богом, а затем начался процесс медленных, плавных, эволюционных изменений, определяемых наследственностью, изменчивостью и естественным отбором. Вымирание динозавров, произошедшее 65 миллионов лет назад, давшее шанс млекопитающим, рассматривается в рамках такой картины как реакция на падение гигантского метеорита — событие внешнее по отношению к биосфере.

Однако два века назад, в наполеоновскую эпоху, французский естествоиспытатель Жорж Кювье обосновал противоположную точку зрения — длительные периоды относительного покоя в биосфере Земли чередуются с гигантскими катастрофами, в ходе которых революционным образом природа меняется — вымирает огромное количество биологических видов, стремительно возникают и развиваются новые. Иными словами, та реальность, которую мы сейчас видим перед собой, — результат огромной последовательности произошедших катастроф, кратковременное затишье перед следующей бурей.

Чарльз Дарвин гигантские вымирания в истории Земли отрицал. Однако обратим внимание на рисунок 5, ставший результатом десятилетней работы 200 палеонтологов. Видно, что в течение всей истории жизни на Земле вновь и вновь происходили гигантские вымирания, в ходе которых гибло более половины видов, населявших планету.

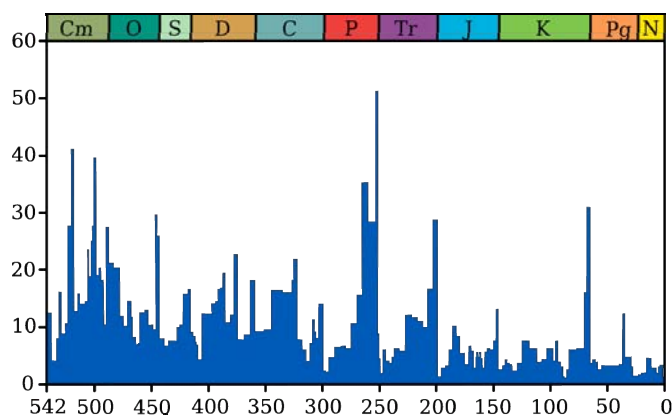


Рис. 5. Вымирание родов морской фауны (%) в зависимости от времени (млн лет). [Википедия: Вымирание]

Механизм возникновения катастроф, динамику и статистику целостных систем обычно относят к третьей парадигме синергетики. Однако сетевые взаимодействия, с которыми связаны многие замечательные явления, скорее, следует отнести к 4-ой парадигме, не к тому, что уже было в науке, а к тому, что только начинается.

Размышляя о будущем математики, Анри Пуанкаре заметил, что в будущем новые явления будут открываться на основе знаний об общей математической структуре описывающих их математических моделей. Развитие междисциплинарных подходов и вычислительного эксперимента сделало это предвидение реальностью.

Это особенно наглядно проявилось при анализе катастроф.

Один из основополагающих законов геофизики был установлен Ч. Ф. Рихтером и Б. Гутенбергом. В соответствии с ним

$$N(E) \sim E^{-\beta}, \quad (19)$$

где E — энергия землетрясения, $N(E)$ — число землетрясений с энергией, большей E , β — показатель порядка 1 [Владимиров и др., 2000]. В этом законе принципиально важно отсутствие выделенного масштаба.

Наша интуиция «настроена» на существование таких масштабов в окружающем нас мире. Физиологи, психологи, антропологи утверждают, что физические, интеллектуальные и иные характеристики людей прекрасно описываются гауссовой кривой

$$\rho(x) \sim e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}}, \quad (20)$$

где $\rho(x)$ — плотность вероятности распределения какого-либо признака в популяции (например, роста), M — среднее значение, σ^2 — дисперсия. Житейская мудрость, соответствующая этому выражению, — «Чудес не бывает».

Поскольку рост распределен таким образом, а функция $\rho(x)$ убывает очень быстро (за 3σ выходит не более 0,3 % случаев), то мы с легким сердцем можем пренебречь вероятностью встречи как с 2,5-метровым гигантом, так и 30-сантиметровым карликом. Очевидно, здесь есть характерный размер объекта — M и характерная мера среднего отклонения от него σ .

Но так бывает далеко не всегда. Оказалось, во многих случаях в открытых нелинейных системах происходят *масштабно-инвариантные процессы*, не имеющие собственных характерных значений. Их статистическим выражением являются степенные распределения вероятности вида

$$\rho(x) \sim x^{-(1+\alpha)}. \quad (21)$$

Именно они типичны для фракталов.

Область применения такого статистического описания ограничивается размером рассматриваемой системы L и величиной ее элементов. И тут уже «отрезать хвосты» распределения, которые содержат гигантские катастрофические события, уже нельзя. Из-за медленного убывания плотности $\rho(x)$ крупные события оказываются недостаточно редкими, чтобы их вероятностью можно было бы пренебречь. При $\alpha \leq 2$ для приведенного степенного распределения бесконечна дисперсия, а при $\alpha \leq 1$ бесконечным становится и само математическое ожидание. В этом случае сумма значений случайной величины в некоторой выборке становится сравнима с наибольшим значением в ней. Поэтому обе характеристики быстро и неограниченно увеличиваются по мере роста объема выборки (например, со временем).

Масштабно-инвариантные системы ведут себя антиинтуитивным, парадоксальным образом. Такое поведение гораздо ближе не к нашей привычной реальности, а к красивому и страшному миру, описанному в «Сказках 1001 ночи». Вероятность чудес в этом мире достаточно велика для того, чтобы ее следовало принимать в расчет. Нельзя пренебречь вероятностью встречи с джинном, дэвом или ифритом, рост которых может превышать десятки, а то и сотни метров. И одна такая встреча может полностью изменить жизнь героев.

Оказалось, что в области природных и техногенных катастроф статистика в большом интервале масштабов (так же, как в реальных фракталах) описывается степенными зависимостями. Характерны они и для многих социальных систем. Таковы землетрясения, наводнения, лесные пожары, биржевые крахи, ущерб от утечки конфиденциальной информации, число раненых и погибших в результате аварий на производстве, ущерб от аварий на атомных электростанциях.

Например, до недавнего времени стоимость ликвидации последствий Чернобыльской аварии превышала потери от всех других катастроф в атомной энергетике вместе взятых. В 2011 году ликвидация и смягчение последствий на электростанции Фукусима 1 оценивалось в 75 миллиардов долларов, а общие затраты на работы по ликвидации и смягчению последствий этой аварии, которые будут проводиться в течение многих лет, по оценкам экспертов превысят 250 миллиардов долларов.

С чем связаны такие степенные распределения и антиинтуитивное поведение подобных объектов? Простейшее объяснение является «сетевым».

В самом деле, привычное нам гауссово распределение, как показывается в курсах теории вероятностей, возникает в центральной предельной теореме.

Согласно ей распределение N одинаково распределенных случайных величин с конечным математическим ожиданием и дисперсией после соответствующей нормировки стремится к гауссовой кривой (20) [Босс, 2013].

Однако если случайные величины *зависимы*, то все может обстоять совершенно иначе. Представим себе энергетическую систему. Выход из строя одной электростанции приводит к тому, что остальные объекты начинают работать в более напряженном режиме, их вероятность выйти из строя увеличивается. Возникает «эффект домино» или цепная реакция отключений. Качественные соображения представляются достаточно очевидными, однако более глубокое понимание требует построения и исследования математических моделей, демонстрирующих схожую динамику.

Заметим, что построение распределения вероятности, имеющего степенную асимптотику, требует выборки очень большого объема, доступных, как правило, только в вычислительном эксперименте. Поэтому для анализа данных используют зависимости ранг–размер [Подлазов, 2013а].

Эти зависимости в случае степенных распределений (21) также имеют степенной вид

$$x(r) \sim r^{-1/\alpha}. \quad (22)$$

Такие зависимости строятся следующим образом: все элементы выборки упорядочиваются в порядке убывания и нумеруются. Самому большому элементу присваивается величина r_0 (это число, называемое величиной *рангового искажения*, выступает в качестве удобного подгоночного параметра и учитывает нестепенное поведение плотности вероятности при очень больших значениях величины x). Второму элементу — $r_0 + 1$, третьему — $r_0 + 2$. Ранг r — номер элемента в построенной таким образом выборке. При этом, если для плотности вероятности наибольшие значения находятся «на хвосте», то для зависимости ранг–размер, наоборот, — в начале $r_0, r_0 + 1, \dots$

Две типичные зависимости, связанные с катастрофами, показаны на рисунке 6. Если строить зависимость ранг–размер в двойном логарифмическом масштабе (логарифмическая шкала по обеим осям), то формуле (22) будет соответствовать прямая с угловым коэффициентом — $1/\alpha$. Видно, что реальные данные по статистике катастроф очень хорошо ложатся на прямые.

Принципиальный шаг в понимании, моделировании и описании таких систем был сделан датским ученым, много лет работавшим в Америке, Пером Баком (1948–2002) [Бак, 2013].

В качестве концептуальной модели для описания катастрофической динамики он выбрал кучу песка, положенную на чашку весов. Сверху на чашку случайным образом бросают песчинку. Она может остаться в куче, может скатиться вниз, может толкнуть еще одну песчинку и вместе с ней упасть с чашки, а может вызвать и лавину осыпаний, в результате которой с чашки осыплется довольно много песка.

Вероятность этих событий зависит от того, насколько крутой является куча. Если она пологая, то больших лавин будет мало и крутизна кучи будет расти. Если куча крутая, то, напротив, больших лавин будет больше и крутизна будет уменьшаться.

В результате крутизна, определяющая статистику лавин, будет стремиться к тому значению, *при котором возможны лавины любого масштаба*. Отсюда и масштабная инвариантность катастрофического поведения, и степенные зависимости.

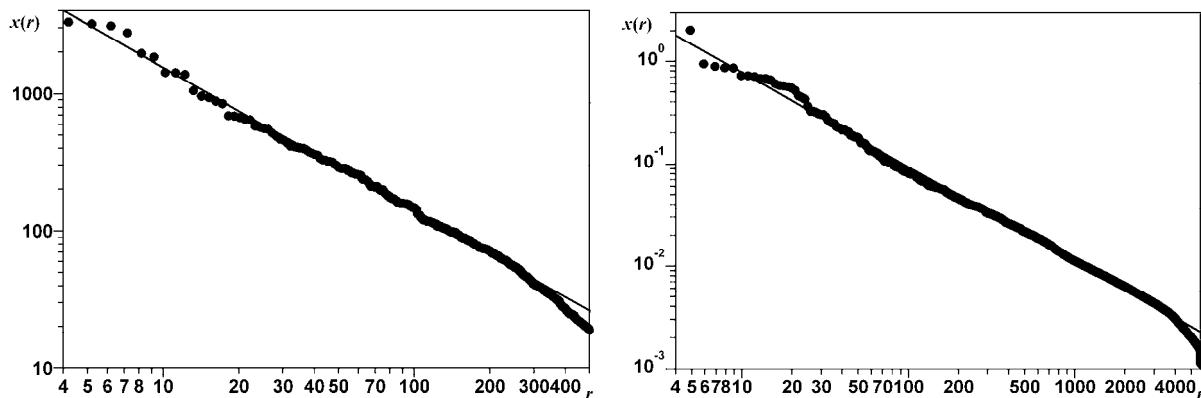


Рис. 6. Зависимость ранг–размер для ущерба от природных катастроф (слева) и для числа погибших в результате техногенных катастроф (справа)

Обратим внимание на парадоксальность подобной динамики. В первой и второй парадигмах синергетики ключевое значение имели бифуркации. Они возникали, когда какой-то параметр системы медленно менялся, и она переходила плавно или скачком к новому типу упорядоченности. В «жизни» изучаемых систем бифуркации были важными, но короткими эпизодами. Здесь же, напротив, система сама идет к неустойчивому равновесию, в котором возможны лавины любых масштабов (ограниченные, конечно, размером чашки весов). Для таких систем характерны зависимости вида (9), где в качестве параметра выступает крутизна кучи.

Существенно и случайное добавление отдельных песчинок, и детерминированная динамика всей кучи. Катастрофы (большие лавины в этом случае) лежат на границе между упорядоченностью и случайностью, или, как иногда говорят, «на кромке хаоса». Здесь мы имеем дело с двумя временными масштабами — быстрым, характеризующим отдельное осыпание, и медленным, отражающим эволюцию всей кучи.

Для описания такой динамики П. Бак, Ч. Танг и К. Визенфельд (БТВ) предложили модель, представляющую собой клеточный автомат. Ее идея показана на рисунке 7. Высота кучи песка характеризуется высотой h , локальная крутизна — функцией z . Когда крутизна в какой-то ячейке превышает z_{crit} , песчинки из этой ячейки-клетки раздаются по определенному правилу. В результате может возникнуть *лавина*, соответствующая катастрофическому поведению. Если крутизна на границе превышает z_{crit} , то песчинки, «передаваемые за границу», покидают систему.

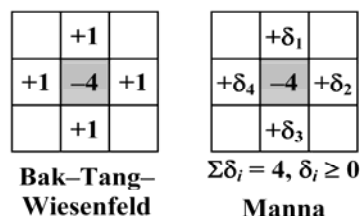


Рис. 7. Правила опрокидывания для изотропных моделей кучи песка

Модель БТВ задается на двумерной ортогональной решетке размера $L \times L$, в клетках которой записаны целые числа (которым может соответствовать локальный наклон или в других интерпретациях — число песчинок). Любая ячейка, в которой 4 и более песчинок, считается неустойчивой и *опрокидывается* на следующем шаге по времени, раздавая

4 песчинки соседним клеткам, имеющим с ней общую сторону (если ячейка находится на краю, то песчинки, передаваемые за него, теряются).

Шаг моделирования начинается с добавления песчинки в случайно выбранную ячейку. Расчет продолжается до тех пор, пока все ячейки не приобретут устойчивость.

Другие правила раздачи песчинок определяют другие модели. Так, например, в модели Маннны 4 песчинки раздаются соседкам случайным образом с вероятностями p_1, p_2, p_3, p_4 , $\sum_{i=1}^4 p_i = 1$. Правила модели БТВ изотропны строго, модели Маннны — только в среднем.

Что означает «понимание» для моделей такого типа? Это понимание связано с возможностью, не проводя численных расчетов, на основании теоретических рассуждений, установить коэффициент α и зависимость $u(x)$ от L .

Во многих случаях величина события x и вероятность того, что оно произошло $u(x)$, степенным образом зависят от L

$$x = aL^\gamma, \quad u(x) = 1/bL^\beta. \quad (23)$$

Метод *конечноразмерного скейлинга* основан на предположении, что при увеличении L показатели γ и β остаются постоянными. При этом возникает функциональная связь между коэффициентами $b^{-1} = f(a)$, единая для систем разного размера. Поэтому при правильном подборе скейлинговых показателей γ и β зависимости $L^\beta u(x)$ — от $x \cdot L^{-\gamma}$, полученные при различных значениях L , совмещаются. Решение модели связано с теоретическим вычислением скейлинговых показателей.

Лавину можно характеризовать следующими параметрами — площадью ρ (число ячеек, хотя бы раз потерявших устойчивость), размером N (число опрокидываний, включая повторные опрокидывания одних и тех же ячеек) и периметром C (число ячеек, получивших песчинки, но сохранивших устойчивость, плюс число песчинок, упавших за край), T — число тактов, в течение которых продолжается лавина.

Замечательный результат, полученный сотрудником ИПМ А. В. Подлазовым, связан с полным аналитическим решением модели Маннны и объяснением отличия количественных показателей, характеризующих эти модели [Малинецкий, Подлазов, 2012]. Для модели БТВ показатели для площади, размера, периметра и времени предположительно равны, соответственно,

$$\alpha_N = 5/24, \quad \alpha_S = 5/24, \quad \alpha_C = 1/3, \quad \alpha_T = 1/3.$$

Для модели Маннны

$$\alpha_N = 3/11, \quad \alpha_S = 3/8, \quad \alpha_C = 3/5, \quad \alpha_T = 1/2.$$

Само по себе это является удивительным. В математической физике и в статической механике симметрии, как правило, играют принципиальную роль. В математической физике это позволяет, опираясь на идеи Софуса Ли, находить автомодельные и аналитические решения уравнений в частных производных [Курдюмов, 2006; Данилов, 2011]. В статистической теории определяют *классы универсальности*, характеризующие различные фазовые переходы. В один класс относят системы, имеющие одни показатели.

Здесь же все оказывается аналогичным, но количественные характеристики моделей кардинально отличаются. По-видимому, можно говорить о *динамических симметриях*, определяющих, в конце концов, статистику лавин.

В теории, построенной А. В. Подлазовым, это различие объясняется различной динамикой лавин. Основная идея рассуждений представлена на рисунке 8. Для этого в модели БТВ вводится понятие *волны опрокидывания*. Оказывается, в этой модели можно выделить набор

«волн опрокидывания», разделяющих области с разным числом опрокидываний. Ячейки внешней границы каждого слоя теряют песчинки, внутренней — получают. Оболочка из обедненных ячеек на внешней границе слоя оказывается существенным препятствием для распространения следующих волн опрокидывания. Но если эту оболочку удастся прорвать, то далее волна подхватывается оболочкой из обогащенных ячеек на внутренней границе следующего слоя и легко распространяется и вовне, и вдоль границы. Типичная картина гигантской лавины в модели БТВ показана на рисунке 8с.

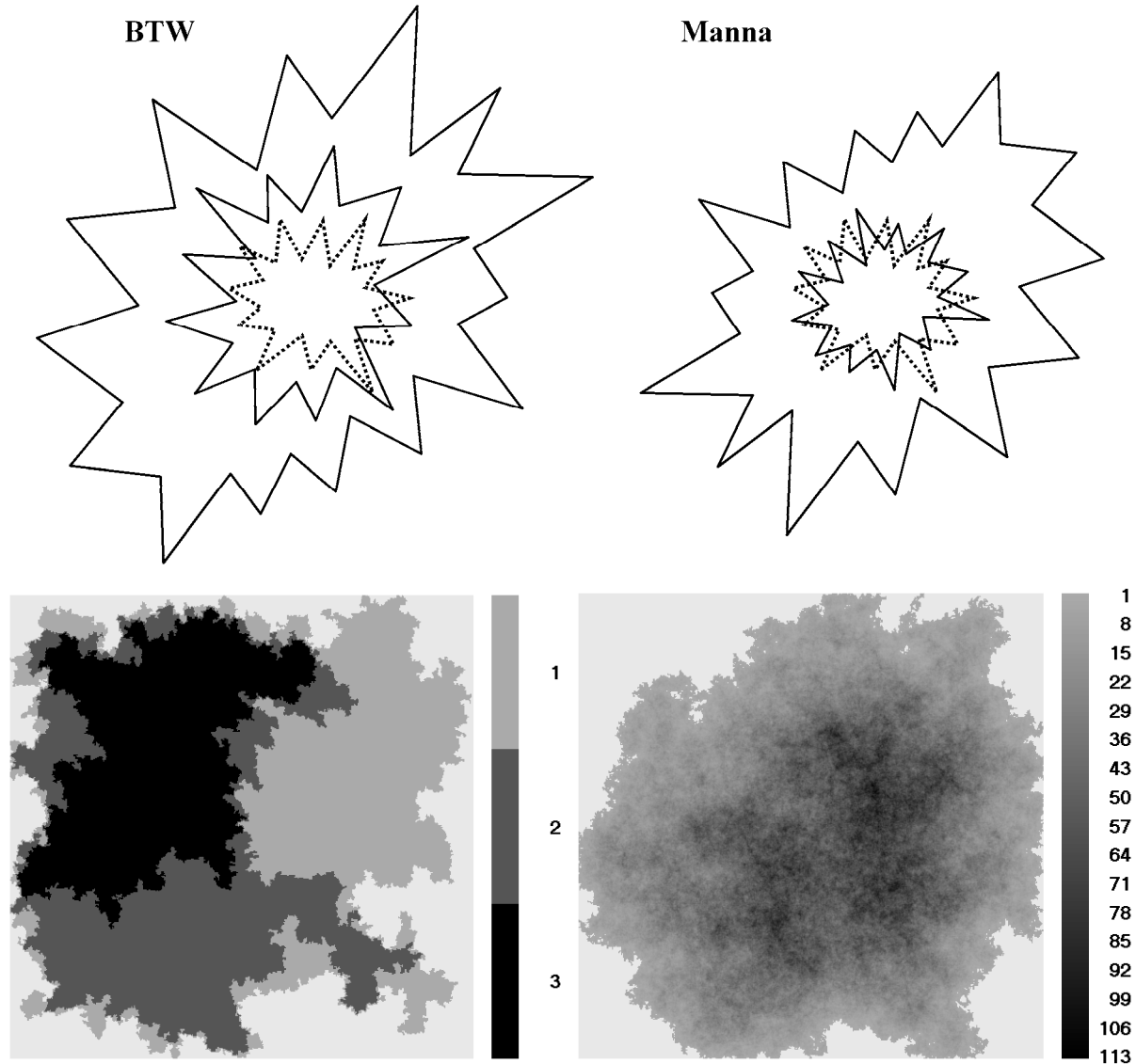


Рис. 8. Схематичное представление слоев опрокидывания в моделях БТВ и Манна. Пунктиром показана граница единственного слоя после прохождения первой волны опрокидывания, сплошными линиями — границы между слоями после прохождения второй волны. Внизу представлены реальные лавины для рассматриваемых моделей.

В модели Манна граница между слоями размыта и на ней нет сплошных оболочек из обогащенных и обедненных слоев. Она не создает препятствия для волны опрокидывания, но и не дает преимуществ при распространении активности вдоль границы, предыдущий слой сохраняет свои размеры. В модели БТВ есть выделенное направление — вовне области лавины, в модели Манна — нет.

Теория, две базовые модели которой рассматривались выше, была названа Пером Баком *теорией самоорганизованной критичности*. Название подчеркивает, что рассматриваемая система спонтанно, самопроизвольно *самоорганизуется в критическое состояние*, в котором ее динамика приобретает масштабную инвариантность. Этой теории, начало которой было положено в 1988 году, в настоящее время посвящено более 17 тысяч работ, упоминаемых в интернете [Бак, 2013].

Популярность этой теории связана с тем, что она дает новое измерение естествознанию. В значительной степени она возрождает идеи катастрофизма Жоржа Кювье. Если раньше гигантские вымирания связывали с экзогенными событиями (падениями гигантских метеоритов, глобальными климатическими изменениями), то сейчас на них можно взглянуть иначе. В самом деле, отношения хищничества, паразитизма или симбиоза в биосфере создают гигантскую *сеть взаимосвязей*. Существенное, значимое развитие возможностей одного вида, произошедшее благодаря закреплению последствий случайных мутаций, немедленно скажется на многих других связанных с ним видах. Оно может изменить их положение в пищевых цепочках и потребовать ответных реакций. Таким образом может начаться лавина изменений, связанных не со внешними, экзогенными, а со внутренними — эндогенными факторами.

Самоорганизованная критичность по-иному объясняет и «парадокс Ахиллеса», хорошо знакомый представителям силовых структур и спецслужб. Нимфа Фетида, желая сделать своего сына Ахиллеса неуязвимым, окунула его в воды Стикса. При этом она держала его за пятку, которая и осталась его единственным уязвимым местом. Именно туда и был направлен роковой удар.

Историки, аналитики, руководители не раз обращали внимание на то, что отлично оснащенные, многократно проверенные структуры имеют свои окна уязвимости, свою ахиллесову пятку. Большая часть разведок огромное внимание уделяет поиску агентов противника в своих рядах. Один такой агент может резко уменьшить, а то и свести на нет эффективность всей огромной структуры. В чем же дело? Почему не удастся реализовать «стратегию идеальной защиты»?

Ответ и прост, и парадоксален. Идеально защищенная, замкнутая на себя система не может быстро, гибко, точно, а когда надо и масштабно реагировать на вызовы внешнего мира, адаптироваться к меняющимся условиям. Но, не обладая такими способностями, она становится не нужна. Взаимодействие с миром, готовность к лавине изменений, если того требует обстановка, заставляют ее иногда находиться в критическом состоянии. Но это означает, что вновь и вновь будет возникать «ахиллесова пята». Изменение структуры создает новые окна уязвимости, которые надо заметить и закрыть, а новшества несут с собой риск.

Более того, по мысли Пера Бака, наш мозг работает в режиме самоорганизованной критичности. Известна притча о том, как сороконожку спросили, какой ногой она сейчас будет ступать. После этого она осталась на месте, будучи не в силах сделать выбор. Мы находимся в схожем с сороконожкой положении — реальность предлагает нам огромное количество сигналов. И если воспринимать их все, обдумывать и стараться адекватно отреагировать, то ни на что другое времени уже не останется. Поэтому многое должно делаться «на автомате». С другой стороны, среди «информационного шума» временами встречается то, на что надо реагировать быстро, энергично и точно. Пер Бак сравнивает акты восприятия с отдельными песчинками, а то, что осознается и приводит к реакции, — с гигантскими лавинами. При этом, естественно, система стремится быть в точке бифуркации, в которой спектр реакций может быть очень широким.

Многие проблемы, связанные с сетевыми структурами, уже ставились и на определенном уровне решались в последние 60 лет. Это делалось в теории нейронных сетей [Малинецкий и др., 2006].

В самом деле, после выдающегося открытия испанского ученого Рамон-и-Кахаля (Нобелевская премия по биологии и медицине 1906 года), установившего, что мозг состоит из нервных клеток — нейронов, огромные усилия были вложены в изучение этих объектов. Ре-

зультаты разочаровали ученых — клетка оказалась достаточно простой и во многом похожей на другие клетки. Но тогда откуда же берется такое чудо, как сознание?

Одна из популярных монографий, посвященных этой тематике, носит красноречивое название «От нейрона к мозгу» [Николлс и др., 2012]. Это магистральный путь, по которому нейронаука идет уже более века.

Традиционная логика, которой следует большинство исследователей в этой области, такова: если каждый элемент не обладает свойствами, которые мы связываем с сознанием, а ансамбль таких элементов обладает, то дело, вероятно, в *коллективном взаимодействии*, в той *сети нейронов*, которая складывается в результате самоорганизации. Этот подход получил название «коннекционизм» (от английского to connect — связывать). Иными словами, «полцарства за связи» и за механизмы их возникновения.

В теории нейронных сетей элементарные представления о динамике нейронов и алгоритмах обучения получили воплощение в конкретных математических моделях. Одна из простейших моделей, демонстрирующих феномен ассоциативной памяти, была предложена Дж. Дж. Хопфилдом. Эта модель представляет собой сеть нейронов, в которой каждый нейрон связан с каждым. Нейрон задается некоторой динамической системой с дискретным $n=1, 2, \dots$ или непрерывным временем $0 \leq t < \infty$;

$$S_{n+1}^i = f(S_n^i, h_n^i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (24)$$

где i — номер нейрона, величина h_n^i описывает воздействие на данный нейрон остальных:

$$h_n^i = \sum_{j=1}^N \rho_{ij} S_n^j, \quad (25)$$

где N — число нейронов, ρ_{ij} — веса связей. В модели Хопфилда связи симметричны $\rho_{ij} = \rho_{ji}$, и нейрон не учитывает своего предыдущего состояния $\rho_{ii} = 0$, $1 \leq i \leq N$.

Простейший нейрон был предложен У. Мак-Каллоком и В. Питсом:

$$S_{n+1}^i = 1, \text{ если } h_n^i > 0; \quad S_{n+1}^i = -1, \text{ если } h_n^i \leq 0.$$

Чтобы организовать ассоциативную память из таких нейронов, Д. О. Хебб высказал простую идею. Чем для большего числа образов, которые следует запомнить, нейроны с номерами i и j находятся в одинаковом состоянии, тем большим положительным должен быть вес ρ_{ij} . Чем чаще эти нейроны оказываются в противофазе, тем меньшим отрицательным значением должны быть значения ρ_{ij} .

При этом доказывается, что при таком правиле обучения и такой динамике аттрактора-ми динамической системы, определяющей нейронную сеть, будут именно те образы, которые следует запомнить (но иногда, к сожалению, не только они). Если в качестве начальных данных подать искаженный или зашумленный вариант одного из образов или его фрагмент, то система «вспомнит» и выдаст образ, которому ее «научили», без искажений.

Таким образом, возможность «подстраивать» веса связей в нейронной сети позволяет решать замечательный класс задач, связанный с распознаванием образов и ассоциативной памятью. Варьируя типы нейронов, организацию связей и алгоритмы их постройки, можно решить множество других интересных проблем.

Теория нейронных сетей оказалась редкой областью науки, которая очень быстро прошла путь от общих идей и принципов к инженерной и конструкторской практике, пройдя мимо стадии серьезных фундаментальных исследований. В развитии этой области есть своя внутренняя логика и быстро растущая область приложений.

Однако «сетевые исследования» и анализ возможных механизмов самоорганизации и здесь могут дать новый импульс.

В самом деле, теория нейронных сетей не отвечает на вопрос «Как устроено сознание?», да и не претендует на это. Она дает ответ на более скромный вопрос: «Как могли бы быть устроены системы, демонстрирующие часть функций, присущих сознанию, и с помощью каких простейших моделей это может быть показано?» Как правило, в подтверждение «биологичности» развиваемых представлений приводятся некоторые данные нейробиологии, которые могут служить косвенным свидетельством в пользу разумности гипотез, положенных в основу моделей.

Однако в ближайшем будущем ситуация может кардинально измениться. В современной науке важную роль играют «большие проекты», использующие новые поколения технологий научных исследований. Это и Большой андронный коллайдер, и Международная космическая станция, и телескопы «Хаббл» и «Кеплер», и проект «Геном человека». Последний уже привел к расшифровке многих тысяч геномов, к удешевлению самой технологии этой работы в тысячи раз. По словам Барака Обамы, в США в проект «Геном человека» было вложено 3,8 млрд долларов, а в экономику, согласно правительственному исследованию, вернулось уже 800 млрд [Константинов, 2013]. Последние разработки, основанные на нанотехнологиях, открывают перспективы проведения такого исследования в течение 10 минут за 10 долларов. Сейчас большие надежды связывают с проектом «Протеом», ориентированным на детальное исследование белков, играющих ключевую роль в организме человека.

В настоящее время в теории биологических нейронных сетей (и в IV парадигме синергетики) появился свой большой проект — «Коннектом». Его цель — картирование нейронных сетей, существующих в мозге, наиболее важных связей, активности мозга в его динамике. Важнейшими элементами таких исследований становятся компьютерные системы, позволяющие обрабатывать эту информацию. Американский президент утверждает: «Каждый доллар, который мы вложили в создание карты человеческого генома, вернул по 140 долларов в нашу экономику — каждый доллар! А сегодня наши ученые создают карту мозга... Настало время выйти на уровень научных исследований и разработок, невиданный с момента пика космической гонки» [Константинов, 2013].

Важнейшим открытием XX века стало выяснение «химического кода Вселенной». Открытие Периодической системы химических элементов позволило выделить около 90 «букв», с помощью которых «записаны» все вещества во вселенной.

Вершиной науки XX века стало уяснение «биологического кода» всего живого — понимание того, что наследственная информация кодируется текстами, записанными с помощью четырех букв: А (аденин), Т (тимин), Г (гуанин), Ц (цитозин) и механизмов «перевода» этой информации в набор белков, необходимых организму. Возможно, одним из центральных результатов науки XXI века станет открытие «психологического кода» — понимание того, как записываются данные от органов чувств, как они обрабатываются в мозге и взаимодействуют с информацией, хранящейся в кратковременной и долговременной памяти, как и какие сети осуществляют кодировку, анализ, осмысление приходящей информации. Возможно, проект «Коннектом» станет важным шагом на этом пути. В десятилетнюю исследовательскую программу «Карта активности мозга» в США планируют вложить 3 млрд долларов [Константинов, 2013].

Второе направление прорыва связано с новыми технологическими возможностями. Ахиллесовой пятой нейронных сетей является их аппаратная реализация. В самом деле, важнейшим достоинством нейронных сетей является очень высокая параллельность вычислительных процессов, осуществляемых с их помощью — все нейроны работают одновременно. Однако для того, чтобы это преимущество в полной мере было использовано, соответствующая нейросетевая архитектура должна быть реализована на аппаратном уровне.

Однако это очень нелегко. Если в модели Хопфилда используется N элементов, то в классическом варианте должно быть $N(N-1)/2$ связей. Это трудно осуществить на уровне схемотехники, но еще более серьезна следующая проблема — это огромное множество связей должно подстраиваться, в зависимости от решаемой задачи. В этом и состоит весь смысл нейросетевой парадигмы!

Конечно, можно обойти эту проблему, решая обычную динамическую систему, зависящую от $N(N-1)/2$ параметров (или рассматривая соответствующее дискретное отображение). Однако при этом многие преимущества, в частности, параллельность и связанное с ним быстрое действие теряются ...

Концептуальное решение этой проблемы предложил более 30 лет назад американский специалист по нелинейной динамике Леон Чуа. Из школьного курса нам известны три типа простейших элементов электрических схем — сопротивления (резисторы), емкости (конденсаторы) и индуктивности (катушки). Л. Чуа предположил, что может существовать в электронике еще один элементарный объект — переменное сопротивление, величина которого зависит от заряда, который протек через него.

Это в точности то, что надо для аппаратной реализации нейросетей. Если предположить, что i -й и j -й нейрон почти всегда находятся в одинаковом состоянии, то и ток между ними невелик и сопротивление, например, оказывается малым. Если, напротив, обычно нейроны выступают в противофазе, то и заряд, проходящий через соединяющий их проводник, окажется большим со всеми вытекающими последствиями.

Такой элемент, называемый *мемристором* (от английского *memory* — память) был создан несколько лет назад на основе нанотехнологий с использованием амфотерных окислов. Это изобретение может кардинально расширить область приложения нейронных сетей и систем искусственного интеллекта.

Возможность иметь огромное количество дешевых самообучающихся эффективных роботов может в считанные годы преобразить военную сферу (беспилотные летательные аппараты, способные к коллективным действиям, соответствующие системы на воде, под водой, в космосе ...), производство, быт. Возможно, этот класс сетевых технологий подводит нас к порогу новой научно-технической революции.

Когнитивный императив и сетевые структуры

Большинство учителей тратят время на вопросы, призванные установить, чего ученик не знает, а настоящее искусство постановки вопроса заключается в том, чтобы выяснить, что ученик знает или способен познать.

А. Эйнштейн

В рамках фундаментальных теорий или парадигм синергетики, как правило, возникали не только новые возможности, но и выявлялись принципиальные ограничения. По-видимому, это уже произошло в сетевой парадигме синергетики. В самом деле, обратим внимание на развитие научных исследований в течение последнего полувека.

В 1960-х годах, в те времена, когда писалась замечательная книга Станислава Лема «Сумма технологии» [Лем, 1996], науку ставили очень высоко. В СССР и в ряде других стран считали, экстраполируя наметившуюся тенденцию, что наука становится производительной силой, что выполнение исследования во многом автоматически должно давать экономический эффект, что «ученый» становится массовой профессией, что значение этой социальной группы и ее влияние в обществе будет расти.

В хоре подобных радужных прогнозов потонули голоса ученых, предсказывавших близкий конец эпохи количественного роста. Последние обращали внимание на то, что если N — число ученых в обществе, то затраты на поддержание этого научного сообщества пропорциональны N^2 , а прирост научного знания — $N^{1/2}$. Прокомментируем обе зависимости.

Наука — это диалог, предприятие, требующее коллективных усилий. Число возможных контактов, расходы на осуществление коммуникаций, поддержание всей научной инфраструктуры растут по N не линейно, а квадратично. Это во многом напоминает модель С. П. Капицы,

в той части, где она отражает экстенсивную стадию демографического развития человечества [Капица и др., 2003]:

$$\frac{dN}{dt} = \beta N^2,$$

где N — численность человечества, t — время, β — постоянный коэффициент.

Вероятно, сходна и логика объяснения этой нелинейности. Для человечества в течение практически всей истории было характерно «информационное взаимодействие» и расширение «экологической ниши» своего обитания, связанное с совершенствованием технологий. Но точно так же, наука в XVIII, XIX, XX веке росла не только «вглубь» или «вверх», но и «вширь» — новые технологии научных исследований позволяли расширять поле изучаемых объектов.

Намного более медленный, по сравнению с численностью ученых, прирост научного знания обусловлен двумя факторами. Все большая часть сообщества ученых нужна, чтобы «удерживать территорию» — тот уровень знаний, технологий, образования, которые уже детально разработаны и в которых трудно ожидать прорывов. В самом деле — все большим становится вес «прикладных наук» — педагогических, медицинских, инженерных, экономических, строительных, сельскохозяйственных.

Расширение фронта исследований приводит к тому, что уже нельзя «заниматься всем» даже в крупных и успешных странах, невозможно «на каждую интересную проблему поставить по исследователю». Приходится достаточно жестко выбирать. При этом что-то важное неизбежно упускается.

Наконец, в ряде направлений очень длинным становится сам путь к переднему краю науки, и все меньше людей хочет и может его проходить. Иными словами, мы приближаемся к *когнитивным пределам* — к границам возможностей отдельных людей или общества в целом познавать, осваивать и поддерживать уже изученное и использовать полученные знания. Выдающийся физик, один из создателей квантовой механики, Евгений Вигнер в статье «Пределы науки», написанной еще в 1950 году, предвидел конец «золотого века науки» и обращал внимание на серьезные внутренние трудности, связанные с получением, освоением и использованием нового знания [Вигнер, 1971].

И главные надежды здесь две. Во-первых, междисциплинарные подходы, которые помогают быстрее и эффективнее осваивать уже познанное, ставить новые проблемы и привлекать специалистов из других областей, которые нужны для их решения. Во-вторых, сетевые структуры ученых, в которых «целое» оказывается более осведомленным, эффективным и быстрым, чем каждая из его частей. Успешная реализация ряда крупных научно-технических проектов дает основания думать, что эти подходы могут быть очень и очень плодотворными.

С когнитивными ограничениями и сетевыми структурами оказалось непосредственно связано развитие «инновационной экономики» или «экономики знаний». Принципиальное значение сетевых структур для мировой и национальной экономики и когнитивных пределов, определяющих структуру подобных сетей, уже проявилось в конце XX и начале XXI века.

Развитие телекоммуникаций, повсеместное внедрение интернета позволило организовать интернет-торговлю, виртуальные компании, лаборатории и институты, онлайн-игры, в которые могли бы играть десятки миллионов человек. Это дало новый импульс американской экономике в 1990-х годах. В период бума интернет-компаний их капитализацию Q считали пропорциональной N^2 , где N — число узлов в соответствующей сети. Неявно считалось, что «каждый связывается с каждым» с некоторой, пусть даже небольшой, но постоянной вероятностью.

Когда в 2000-х годах пузырь интернет-экономики лопнул, и пришла пора подводить итоги, то выяснилось, что $Q \approx N \ln N$. Структура связей оказалась весьма своеобразной. Большинство узлов связывается с несколькими ведущими элементами (хабами), а те уже активно взаимодействуют между собой. При этом дело оказывается не в технической реализации, а в возможностях людей активно работать с другими, анализировать информацию, осмысли-

вать и использовать полученные данные — в *когнитивных пределах*. По-видимому, с точки зрения развития общества, экономики, техники начавшегося века, эти пределы окажутся не менее существенными, чем те, которые следуют из физических теорий (невозможность вечных двигателей, бесконечно точного одновременного измерения координаты и скорости микрочастицы, передачи информации со сверхсветовой скоростью и др.) или диктуются характеристиками используемых материалов.

В чем состоит главный ресурс при работе вблизи подобных «сетевых пределов»? Во-первых, в том, чтобы устанавливать «правильные», наиболее ценные и эффективные связи, а также в том, чтобы «адекватным», «умным», «дальновидным» оказывался каждый из узлов сети. Первая задача связана с описанием, пониманием и использованием самоорганизации в пространстве связей. Вторая, которую можно применять в системах управления, — с созданием и работой *когнитивных центров*.

В 1970-х огромный эффект в управлении сложными, большими организационными структурами дали так называемые *ситуационные центры*. В последних информация о состоянии управляемого объекта представлялась лицам, принимающим решения, их советникам и экспертам в наиболее ясном, простом и наглядном виде. Кроме того, будучи собраны в одном зале, все «действующие лица» получали отличную возможность для проведения «мозговых штурмов», «консилиумов», консультаций, для быстрой и «прозрачной» выработки управленческих решений [Бир, 2005].

Однако объекты управления в XXI веке стали сложнее, и это потребовало новых инструментов. Судя по всему, такими инструментами станут когнитивные центры [Малинецкий и др., 2011]. В дополнение к возможностям ситуационного центра в когнитивном центре существует одна или несколько *систем математических моделей*, описывающих объект управления. Они позволяют предсказать наиболее вероятные последствия принимаемых решений, а значит, скорректировать и сами решения. Кроме того, в последние десятилетия появились *алгоритмы, позволяющие работать с большими информационными потоками* и выявлять из приходящей информации предвестники кризисных, чрезвычайных ситуаций. Например, использование таких инструментов для обеспечения работы полиции Нью-Йорка позволило в течение десятилетия уменьшить преступность в городе на 80%, а число угонов машин сократить на 95% [Зимринг, 2011].

Наконец, во многих сложных ситуациях экспертов, сидящих в ситуационном центре за столом, оказывается недостаточно. Надо привлекать ведущих специалистов, которые могут находиться в тысячах километров от происходящих событий. Например, в случае катастрофы на станции Фукусима 1 оперативное привлечение ведущих экспертов и использование их рекомендаций могло бы кардинально изменить сценарий последних событий и многократно уменьшить экономический ущерб. Современные телекоммуникации дают для этого все возможности, а когнитивный центр обеспечивает и поддерживает такой режим работы.

Когнитивные науки рассматривают процесс познания в его различных аспектах. И в этом смысле работа по управлению в условиях быстрых изменений во многом приобретает ряд характерных черт научной деятельности. И главная среди них — выявление наиболее важного и существенного в приходящей информации, выделение параметров порядка в информационном потоке. Ряд таких технологий, называемых когнитивными, также используются в подобных центрах. Многие из них пришли из медицины, где специалисты сталкиваются со схожими задачами [Котов, 2004].

Мир сетевых социальных структур

В борьбе между собой и миром оставайтесь на стороне мира.

Ф. Кафка

Один из основоположников психоанализа Карл Густав Юнг (1875–1961) обратил внимание на удивительное различие мира природы и мира людей. С одной стороны, он ввел поня-

тие *коллективного бессознательного* (общей памяти всего человеческого рода, в значительной степени универсального и отражающегося в сказках, мифах, легендах, фольклоре). С другой стороны, он обратил внимание на *синхронистичность* — удивительные совпадения, характерные для мира людей.

Например, вероятность повторной встречи наугад взятых людей в мегаполисе ничтожна. Ее, казалось бы, можно сравнить со столкновением двух капель воды в человеческом океане. С другой стороны, странные, удивительные, не укладывающиеся в обычную «вероятностную логику», совпадения происходят вновь и вновь, они многократно описаны в мировой литературе. Иными словами, мир людей обладает скрытой внутренней структурой, которая кажется парадоксальной на фоне мира природы.

Одно из количественных выражений этого было открыто в 1960-х годах известным социологом С. Милгрэмом (1933–1984) и получило название «закона шести рукопожатий» или «феномена малых миров». Если люди лично знакомы друг с другом, то будем говорить, что они связаны рукопожатием. Проведенное исследование показало, что в той части общества, которую изучал социолог, люди связаны друг с другом через 6 рукопожатий. Возникла гипотеза о том, что человечество в целом устроено таким же образом. Позже были получены веские подтверждения в пользу этого предположения.

Сама по себе идея малых миров представляется поразительной. Нынешнему человечеству можно сопоставить граф, который содержит 7 миллиардов вершин. Число ребер, соответствующих знакомствам, у каждой вершины невелико — наши способности к общению также весьма ограничены. Вместе с тем эти связи распределены таким образом, что в конце концов мы оказываемся обитателями «малого мира» с удивительной топологией. Социальное и информационное пространство кардинально отличаются от физического.

В настоящее время все более важную роль в общественной активности, в политике, в образовании и экономике, в сфере национальной безопасности и криминальном мире начинают играть *социальные сети*. Теория таких сетей находится в начале своего развития. Поэтому весьма ценными оказываются «экспериментальные факты», касающиеся таких объектов. Важная и интересная работа в этой связи была выполнена в ИПМ РАН в 2012 году А. В. Подлазовым и другими сотрудниками института, изучавшими Живой Журнал (ЖЖ) [Митин и др., 2012]. Граф этой социальной сети содержит примерно 7,8 миллионов вершин и 284 миллиона ребер, которые соответствуют направленным и взаимным связям.

Можно предположить, что в одних отношениях этот «виртуальный мир» является отражением общества, обладающим теми же свойствами, а в других совершенно иным объектом. И действительно, оказалось, что для ЖЖ справедлив с весьма высокой точностью «закон шести рукопожатий». На рисунке 9 показано распределение расстояний по графу от данной вершины до остальных. Видно, что острый пик действительно имеет место на 6 рукопожатиях. Та же кривая, представленная на врезке в логарифмическом масштабе, показывает, что вершин, «оказавшихся на отшибе», до которых трудно добраться, на удивление мало.

Вместе с тем, в настоящее время было выяснено, что во многих случаях структура исследуемых объектов соответствует так называемым *безмасштабным сетям*, для которых функция распределения вершин u по числу входящих в них ребер k определяется степенной зависимостью

$$u(k) \sim k^{-(1+\alpha)}.$$

Психология утверждает, что человек может активно, творчески, содержательно общаться только с 5–7 людьми. Он может следить лишь за 5–7 медленно меняющимися во времени величинами. Принимая решение, он может учесть лишь 5–7 факторов. Но это в обычном мире. В виртуальной реальности все обстоит несколько иначе (см. рис. 10). Видно, что достаточно много людей в ЖЖ имеют десятки или сотни знакомых. Видимо, имеет место своеобразное «соотношение неопределенности» — «широта» общения достигается за счет глубины. Именно

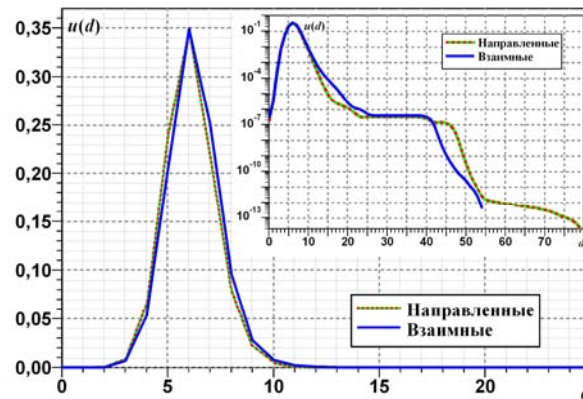


Рис. 9. Распределение пар вершин ЖЖ по кратчайшему расстоянию между ними (на врезке те же графики построены в полулогарифмическом масштабе)

в этой области находится большинство вершин. Вероятно, очень многим транслируется одна и та же, общая информация.

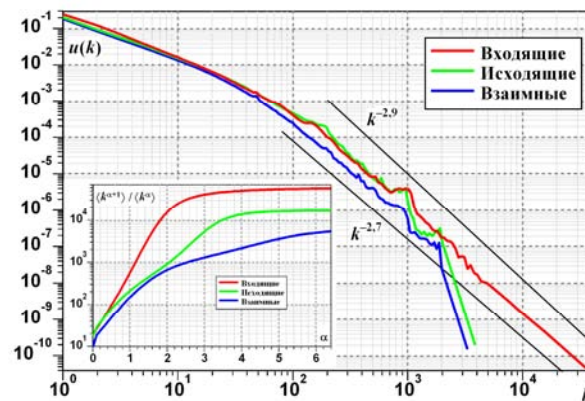


Рис. 10. Распределение пользователей по числу связей. На врезке — отношение последовательных моментов распределения

Однако есть «рекордсмены», которые имеют до 2000 взаимных связей — «лидеры сети». И именно на них и приходится основное число связей. Живой журнал и, вероятно, другие социальные сети обладают еще многими интересными свойствами, которые показывают с новой стороны и структуру общества, и закономерности распределения информации, и — возможности управления сетями.

Очень интересны механизмы и закономерности роста, развития, самоорганизации сетей, динамика, которая порождает удивительную статистику. Это огромное поле деятельности для специалистов по моделированию, социологии, социальной психологии, компьютерным наукам — для всех, кто будет развивать IV парадигму синергетики.

Сетецентрические войны в прошлом и будущем

Война слишком серьезное дело, чтобы доверять ее военным.

Ш. М. Талейран

Во главу угла в политике, науке, экономике очень часто ставятся проблемы национальной безопасности. Это особенно актуально в кризисные, переломные периоды, на переходе от одного технологического уклада к следующему [Малинецкий, 2013б; Бадалян, Криворотов,

2012]. В самом деле, переход к IV технологическому укладу, смена главного энергоносителя эпохи и способов передачи энергии (от угля к нефти и электричеству) были ознаменованы Первой и Второй мировыми войнами. Развитие и становление V уклада привело к форсированной гонке вооружений, способствовало победе Запада над СССР и мировой системой социализма в «холодной войне».

Эта взаимосвязь не случайна. Становление нового уклада требует огромных вложений, чтобы перейти от идей и опытных образцов к технологиям и массовому производству. Экономических инструментов для форсированного развития нового и для того, чтобы «списать» старую индустрию, оказывается недостаточно. Это, как показывает история, и подталкивает к войне. Очень часто войны представляются неожиданными, а цепь трагических случайностей, приводящих к военным конфликтам, странной и нелепой. Вместе с тем войны задумываются и планируются за десятилетия до того, как они происходят (или не происходят, благодаря эффективным решениям в военно-стратегической области).

Эти механизмы детально разобрал Элвин Тоффлер, рассматривая войну в Ираке и операцию «Буря в пустыне», которая уничтожила стабильное и благополучное арабское государство [Тоффлер, Тоффлер, 2005]:

«Мы мчимся к полностью иной структуре власти, которая создает мир, разделенный не на две, а на три четко определенные, контрастирующие и конкурентные цивилизации. Первую из них символизирует мотыга, вторую — сборочная линия, третью — компьютер<...>».

В разделенном натрое мире сектор Первой волны поставляет сельскохозяйственные и минеральные ресурсы, сектор Второй волны дает дешевый труд и массовое производство, а быстро расширяющийся сектор Третьей волны восходит к доминированию, основанному на новых способах, которыми создается и используется знание.

Страны Третьей волны продают всему миру информацию и новшества, менеджмент, культуру и поп-культуру, передовые технологии, программное обеспечение, образование, профессиональное обучение и другие услуги. Одной из этих услуг может оказаться военная защита, основанная на владении превосходящими силами Третьей волны».

Войны следующего поколения задумывались американскими политиками, военными, учеными с конца 1970-х годов. На этом рубеже было осознано, что некоторые ключевые параметры вооружений достигли окончательных пределов, и это предопределяет наступление революции в военном деле.

В предыдущих войнах этими ведущими параметрами были дальность, поражающая сила и скорость. Но убойная сила обычного оружия была увеличена на пять порядков от начала промышленной революции до настоящего времени. Достижение решающего превосходства требовало нового качества вооружений. И это качество дали компьютерные сети, новые технологии работы с информацией и высокоточное оружие. Ряд специалистов называет Иракскую войну 1991 года Первой информационной войной.

Результаты говорят сами за себя. До начала военной операции большинство экспертов оценивало потери армии США и их союзников в 30–35 тысяч человек. Реальные потери оказались в 100 раз меньше (в то время как иракцев погибло более 1 миллиона).

Объединение информации от космической и авиационной разведки, данных с поля боя, получаемых в реальном масштабе времени, формирование сети, связывающей разведывательные, информационные, ударные и управляющие элементы в виртуальном пространстве, позволяют действовать быстрее, точнее и эффективнее: «Сегодня один F-117, совершив один боевой вылет и сбросив одну бомбу, может выполнить задачу, которую во время Второй мировой войны бомбардировщики B-17 выполняли за 4500 вылетов, сбрасывая 9000 бомб, а во Вьетнаме за 95 вылетов и обрывая 190 бомб».

Один из участников событий пишет: «Соединенные Штаты послали к Заливу 500 000 человек, и было еще от 200 000 до 300 000 войск резерва и обеспечения. Но на самом деле войну выиграли всего две тысячи человек! Среди этих людей программисты, оставшиеся в США (а иногда и не выходившие из дома), которые атаковали компьютерные сети противни-

ка, уточняли цели, занимались обработкой информации и оперативным планированием» [Тоффлер, Тоффлер, 2005].

Сходные идеи о войнах будущего, о сетецентричной парадигме ведения боевых действий, выдвигались в свое время и в СССР маршалом Н. В. Огарковым (1917–1994). Активно обсуждаются они в настоящее время в связи с перевооружением российской армии.

В свое время И. В. Сталин, характеризуя Вторую мировую войну, назвал ее «войной моторов». Каким будет следующий крупный военный конфликт?

Многие специалисты говорят о «кибервойне». Важнейшей сферой противоборства, по-видимому, окажется виртуальное пространство, а объектом атак — системы управления, мониторинга, контроля, банковская система, базы данных и знаний, различные сети. Нетрудно предположить, что уже закладываются логические бомбы в компьютерные сети возможных противников и создаются компьютерные вирусы новых поколений.

В США, Китае, Южной Корее созданы компьютерные войска. По сообщениям ряда средств массовой информации, компьютерный вирус, который прошел в систему управления завода по разделению изотопов в иранском городе Натанзе, вывел из строя большинство стоявших там центрифуг и тем самым отбросил национальную ядерную программу на несколько лет назад. В этом контексте отрадно, что в начале 2013 года компьютерные войска были созданы и в России.

В настоящее время идет перевооружение российской армии. К 2020 году предполагается закупить оружие на 22 триллиона рублей и укомплектовать вооруженные силы на 70 % новой техникой.

Но как разумно распорядиться этими средствами, и чем «новая» техника должна отличаться от «старой»? Серьезное, обоснованное решение этих вопросов представляет собой большую междисциплинарную задачу. Английский чиновник и публицист Н. Паркинсон сетовал на то, что генералы обычно готовятся не к последней, а к предпоследней войне. И здесь также возникает большой соблазн скопировать или немного усовершенствовать технику, хорошо показавшую себя во время иракской войны, и следовать той же самой сетецентрической парадигме.

Однако это было бы ошибкой, и поддаваться соблазну «простых», «очевидных» решений не стоит. В самом деле, стратегии и средства вооруженной борьбы следуют за способами создания богатства и используемыми технологиями. Массовое производство, определившее экономический облик почти всего XX века, нашло отражение в массовых многомиллионных, мобилизационных армиях, в создании оружия массового уничтожения. «Сетецентрические войны» и иракский опыт относятся к V технологическому укладу, локомотивными отраслями которого было создание и использование информационно-телекоммуникационной инфраструктуры, производство компьютеров, без которых управление сложными социально-технологическими системами стало невозможным.

Однако технологии развиваются, и переход экономики к VI технологическому укладу может кардинально изменить облик будущей войны. В самом деле, одной из локомотивных отраслей этого уклада должна стать робототехника. И сейчас многие военные эксперты предсказывают эру «безлюдных войн», когда человек не будет нужен для вооруженной борьбы ни в космосе, ни в воздухе, ни под водой, ни в киберпространстве. Возможно, нынешнее V поколение истребителей станет последним поколением пилотируемых самолетов, используемых для подобных целей... Уже были разработаны виды вооружений, в которые заложен принцип «команд» или «стай», важнейшей частью которых являются сетевые алгоритмы самоорганизации и управления подобным «коллективным оружием».

В мрачной антиутопии Р. Шекли «Страж-птица» рассматривается вариант взаимодействующих летательных аппаратов, в которых информация или знание, полученное одним из элементов такой системы, становится достоянием целого.

Прошлый опыт заставляет задуматься о будущих возможностях. В 1988 году хакер Роберт Моррис написал программу-червь и поставил ее отлаживаться, пока он отдохнет. Во время

его сна червь проник в сеть и атаковал несколько тысяч компьютеров, в результате чего небольшой в то время интернет оказался парализован на несколько дней. Поэтому, скорее всего, будущее кибервойн будет связано с системами разрушения и защиты сетей. При этом подобные задачи, вероятно, также будут решаться без участия человека, который оказался слишком медлительным для этого нового виртуального мира. Сегодня, чтобы принимать обоснованные и дальновидные решения, надо иметь исторический и стратегический прогноз на 25–30 лет. Несмотря на отдельные интересные разработки в военно-стратегической сфере [Россия: военный вектор..., 2013], в этой области есть большой пробел, который было бы важно как можно скорее восполнить.

И вновь стоит обратиться к нынешней экономике. «Роботы» уже вытеснили людей-брокеров из больших секторов фондового и фьючерсного рынка. Создания оказались в данной области существенно эффективнее своих создателей. Еще в 1960-х годах в отделе академика И. М. Гельфанда в ИПМ активно разрабатывалась тематика, связанная с играми автоматов. Однако с тех времен много воды утекло, шахматные компьютеры превзошли людей-чемпионов. Поэтому вполне возможно, что уже в нескольких научных центрах «компьютеры-стратеги» разыгрывают партии будущих войн и конфликтов, постоянно совершенствуя свое мастерство... Впрочем, подобный рассказ тоже есть у Станислава Лема. В описанном там мире в качестве места для разработки, самосовершенствования и испытаний новых поколений вооружений была выбрана Луна.

Военные любят оглядываться назад и «планировать от достигнутого», в то время как нужно было бы заглянуть вперед, хотя это и страшно делать. Но, как в царстве дантовского ада, «здесь нужно, чтоб душа была тверда, здесь страх не должен подавать совета». Детальный анализ военных сценариев будущего, включая самые драматические, существенно увеличивает наши шансы обойтись без войн в XXI веке.

Кризис вычислений

Компьютеры облегчают очень многое, однако большинство того, что они облегчают, вообще не надо делать.

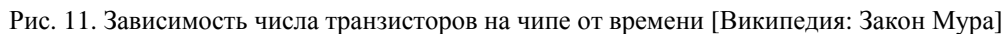
Э. Руни

Король умер.
Да здравствует король!

В 1960-х годах один из основателей мирового компьютерного гиганта Intel Гордон Мур анализировал развитие компьютерной индустрии. Проведенная экстраполяция позволила сформулировать утверждение, получившее название первого закона Мура. В соответствии с ним плотность размещения элементов на кристалле удваивается каждые два года. Отсюда следует, что быстродействие вычислительных машин растет в той же геометрической прогрессии. Второй закон Мура гласил, что рано или поздно первый закон Мура перестанет действовать, и наступит новая компьютерная эпоха.

Первый закон Мура исправно действует и поныне. Быстродействие современных суперкомпьютеров в 250 миллиардов раз превосходит скорость первых образцов вычислительной техники (см. рис. 11). Ни одна из созданных человечеством технологий не знала таких темпов роста.

Журнал «Суперкомпьютер» и другие уважаемые издания активно и постоянно обсуждают, как и для чего использовать компьютеры с петафлопсной (10^{15} операций с плавающей запятой в секунду) производительностью. Студенты университетов гордятся, что им удалось «загрузить» даже такие гигантские вычислительные мощности. В перспективных планах РАН ведущие ученые планируют использование эксафлопсных машин (10^{18} оп/сек), неявно предполагая, что первый закон Мура будет действовать и впредь.



Нынешние промышленные технологии программирования в среднем позволяют обеспечить примерно 1 ошибку на 1000 строк кода. Это очень высокий уровень, результат больших

вложенных усилий. Обеспечить намного более высокую точность программирования не удастся. И это имеет много далеко идущих последствий.

Например, используемая большинством пользователей версия Windows при таком взгляде имеет около 50 тысяч ошибок. «Основная линия», на которой и находится большинство пользователей, отлажена лучше «боковых», редко используемые — хуже. При попадании на них компьютер временами «зависает». Но это не страшно — его можно перезагрузить.

Но наличие этих ошибок — источник уязвимостей, дыр, поиск и «латание» которых дает хлеб сотням тысяч программистов. Однако эти дыры создают возможности для проникновения вирусов, «троянцев», «компьютерных червей», порождают большие проблемы для многих пользователей.

Это ставит крест на многих проектах. Одна из причин, по которой не была реализована в свое время выдвинутая Рональдом Рейганом стратегическая оборонная инициатива, программа «звездных войн», состоит в невозможности эффективно спроектировать и надежно отладить огромный программный комплекс, необходимый для такой полномасштабной системы противоракетной обороны.

Робототехника сейчас позволяет роботам технически осуществлять достаточно сложные медицинские операции. Но что будет, если в ответственный момент компьютер, управляющий роботом, «зависнет»? Известно несколько случаев, когда ошибки медицинских программ стоили жизни десяткам пациентов ...

Результаты компьютерных ошибок уже привели к потере ряда космических аппаратов Россией и другими странами ...

Отдельная большая тема — компьютерные преступления. Криминальный мир использует компьютерные системы и, в частности, сети крайне эффективно ...

Мы оказались в парадоксальной ситуации — управлять многими социально-технологическими и оборонными системами без развитой компьютерной инфраструктуры сегодня невозможно. Но и делать это весьма опасно. Кроме того следует отдавать себе отчет в том, что нам пока очень везет.

Ряд американских экспертов утверждает, что в 1979 году компьютеры трех главных стратегических постов армии США сообщили, что СССР начал массированный ракетный удар. Истребители взлетели на перехват ракет, была объявлена тревога по войскам и поднят в воздух воздушный командный пункт президента. Оказалось, что в один из находящихся на боевом дежурстве компьютеров была по ошибке заложена программа, имитирующая ситуацию массированной ракетной атаки... И случай этот — не единичный.

Стратегические риски возникают не только в ходе использования программ с неизбежными ошибками, не только в результате атак на используемые компьютерные системы, но и в ходе взаимодействия «человек–программа». И меры следовало бы принимать сейчас, пока масштабные «компьютерные катастрофы» не убедили бы экспертов и общественное мнение в важности этой проблемы. В жизненной важности.

Какой толк в суперкомпьютерах и гигантской скорости вычислений, если не удастся достаточно надежно строить программы, да и вообще использовать эти возможности во многих ответственных ситуациях?

Путей здесь открывается несколько. Сверхнадежное (а значит, и сверхдорогое) программирование и новое поколение систем, ищущих ошибки. Осознание и использование знания о пределах, в которых компьютерные системы могут применяться, с учетом тех стратегических рисков, на которые готово пойти человечество. Возможны упрощение и стандартизация программного обеспечения, используемого в действительно ответственных системах.

Развитие открытого программного обеспечения, привлечение широкого профессионального сообщества к совершенствованию ряда открытых программных продуктов (crowd sourcing) тоже может быть в ряде случаев эффективным путем.

Таким образом, сетевые технологии и сетевая организация и самоорганизация могут оказаться главными способами преодолеть наметившейся вычислительный кризис и вступить в новую компьютерную эпоху.

Сетевая реальность и новый облик социологии

Чрезмерные официальные ограничения на распространение информации неизбежно приводят к самообману и служат причиной головной боли всех заинтересованных должностных лиц.

Д. Ф. Кеннеди

Возникновение новых научных подходов и технологий часто порождает и неоправданные ожидания, и энтузиазм, и излишний оптимизм. В большой степени это происходит сейчас с сетевыми технологиями. Ряд «оранжевых» революций, произошедших в ходе реформирования «Большого Ближнего Востока», создают иллюзию, что недовольное большинство можно организовать с помощью простейших сетевых технологий через интернет, а затем, устроив несколько «флеш-мобов» с помощью мобильных телефонов, можно позвать людей на демонстрации, митинги, акции протеста, привлечь сторонников и сменить существующий режим.

По-видимому, все обстоит гораздо сложнее. Общество пронизано различными сетевыми социальными структурами — родственными, дружескими, финансовыми, криминальными, деловыми. И то, что видится «на поверхности» социальных опросов, политических заявлений, демонстраций, представляет собой лишь внешние проявления глубинных социальных сетей.

Поводом для смены режима действительно могут стать массовые выступления, демонстрации, беспорядки. Однако сама эта смена может произойти, когда «подрублены» основы, парализованы или ослаблены сетевые структуры, на которых «держались» предшествующая элита и режим, и сформированы новые сети, которые готовы прийти на смену старым.

По-видимому, осмыслением, анализом, моделированием и прогнозом этих явлений должна заниматься рождающаяся на наших глазах *сетевая социология*. В рамках этого подхода и процессы самоорганизации, и неустойчивости в социальных системах, появившиеся с появлением новых технологических возможностей, будут пониматься гораздо глубже, чем сейчас. Однако на несколько явлений в этой важной области можно обратить внимание уже сегодня.

Как показывает конец XX века и начало нового столетия, весьма серьезной является ситуация, в которой центральная, федеральная, и местные, региональные, элиты действуют несогласованно или в противофазе. В этой связи достаточно напомнить распад СССР.

Тревожным симптомом в этом плане оказались результаты и технологии выборов в Государственную думу в 2011 году, которые неоднократно обсуждались интернет-сообществом. Пожалуй, наиболее наглядна картина, полученная в результате анализа данных, представленных на сайте Центризбиркома (см. рис. 12). По оси абсцисс здесь показана явка на избирательный участок. По оси ординат — число граждан, поддерживающих «Единую Россию» и остальные политические партии.

Видно, что в интервале до 50 % предпочтения избирателей не зависят от процента явки, в то время как далее, с увеличением числа проголосовавших, поддержка «Единой России» линейно растет, а всех остальных партий, соответственно, падает.

Одной из главных «тем» прикладной математики XX века являлись обратные или некорректные задачи, в которых нужно восстановить свойства изучаемой системы по косвенным признакам, когда решение, получаемое стандартными методами, неустойчиво относительно входных параметров либо неединственно [Тихонов, Арсенин, 1974].

При этом очень существенна априорная информация, позволяющая выделить «истинное», «наиболее вероятное», «наилучшее приближенное» решение из множества возможностей.

Если подходить так же к результатам выборов, то естественно предположить, что «истинная поддержка» населением различных политических сил проявляется на участках, где про-



Рис. 12. Изменение доверия населения различным социальным институтам

голосовало менее 50 %. Далее начинает действовать «административный ресурс», применяемый местными элитами. Интересы последних, возможно, связаны с тем, чтобы провести больше «своих людей» в депутаты или «угодить Центру».

Рассуждая подобным образом, можно восстановить наиболее вероятные политические предпочтения граждан России. Качественно они не отличаются от результатов выборов — порядок партий по доле проголосовавшего за них населения остается тем же. Однако количественные корректировки результатов оказываются весьма существенными.

При этом центральная власть и элита, как показали последовавшие за этим выборы Президента РФ в 2012 году, стремилась к максимально открытым, честным и легитимным выборам. Чтобы население страны могло в интернете наблюдать за ходом выборов на *каждом* избирательном участке была развернута уникальная сетевая инфраструктура стоимостью более 25 млрд рублей (которую можно использовать во многих других социальных, экономических и политических проектах федерального и регионального масштабов).

Отсюда следует несколько выводов. Один из них — наметившийся «сетевой раскол», при котором «региональные интересы» во многих случаях (в частности, в ситуации выборов) преобладают над «федеральными». По данным ряда экспертов, в России в настоящее время реально, а не на бумаге выполняется 5 % решений, принимаемых Президентом РФ. Другое объяснение состоит в том, что приоритеты и отношение к выборам на федеральном уровне за несколько месяцев, прошедших между парламентскими и президентскими выборами, изменилось.

И самый важный аспект состоит в том, что сетевые технологии, выкладывая информацию в интернете кардинально меняет социально-политическую сферу. Она становится намного более «прозрачной», подобно тому, как сейчас рождается «открытая» или «обнаженная» экономика. Многие манипуляции, ранее верой и правдой служившие элитам, уже не могут быть использованы в сетевую эпоху или могут дать эффект, противоположный ожидаемому.

Самоорганизация в социальных сетях также определяется во многом сетевыми структурами — мы часто ориентируемся на мнение и оценки людей, входящих в нашу «личную сеть». И именно благодаря этому возникает согласие, общее мнение, проявляется «коллективное бессознательное», о котором писал Карл Юнг, выбираются и уточняются социальные роли. И «динамическая», «сетевая» социология, которая анализирует происходящее в социальных (не обязательно компьютерных) сетях, рождается у нас на глазах.

И ряд изменений на этом уровне, проявляющихся, в конечном счете, в динамике общественного мнения, заслуживают внимания и дают надежду.

Социологические теории и исторический опыт показывают, что государственные реформы могут быть спланированы и проведены «активным меньшинством», однако их судьба и результат определяется отношением большинства. Исходя из этого, очень существенен уровень доверия социальным институтам (грубо говоря, разность между теми, кто поддерживает этот институт и теми, кто ему не доверяет). Для успеха реформ население должно одобрять

действия нескольких институтов, проводящих реформы. Для социальной стабильности таких институтов в обществе должно быть 5–6 или больше.

До 2000-го года, как показывает анализ результатов социологических опросов «Как живешь, Россия?», которые систематически проводились Институтом социально-политических исследований РАН, шансов на успех реформ не было. Отсутствовали институты, которым доверяло бы большинство граждан, да и мнение их о пути развития России кардинально отличались. Более половины граждан считали себя советскими людьми и поддерживали идеалы, смыслы и ценности той эпохи. Треть полагала, что в дальнейшем надо следовать западным образцам и выходить «на столбовую дорожку мировой цивилизации». Это дало основание влиятельному американскому политологу С. Хантингтону назвать мир России «расколотой цивилизацией» и предсказать ее уход с исторической арены в течение десятилетий [Хантингтон, 2003].

В течение веков для части российской элиты был характерен острый комплекс национальной неполноценности и стремление перековать российскую реальность то на немецкий, то на голландский, французский или американский манер.

Характерен исторический анекдот. Царь Александр I, желая наградить героя войны 1812 года генерала Ермолова, говорил:

- Проси, что хочешь, генерал!
- А все сделаете, Ваше величество?
- Все!
- Произведите меня в немцы!

Императив некритического подражания Западу и разрушения собственного воспроизводится вновь и вновь. Чтобы «соответствовать международным стандартам» была разрушена отечественная школа и осуществлен переход к системе «бакалавр/магистр» (в условиях отсутствия спроса на рынке труда на «бакалавров» и непонимания, чему и как следует учить «магистров»). Несмотря на катастрофический результат этого «эксперимента», те же люди начинают корезить систему аттестации научных и педагогических кадров, чтобы и у нас был «доктор философии» — Ph. D.

Поэтому согласие в российском обществе, поддержка большинства дорогого стоит, — без этого надеяться на успех преобразований не приходится.

В 2000 году в России появился один социальный институт — Президент РФ — получивший большой кредит доверия и поддержку большинства населения.

Руководством страны была поставлена задача вести внутреннюю политику таким образом, чтобы таких институтов появилось 3–4. Именно это и определяет социальную стабильность, и дает надежду на успех преобразований. Опросы показывают, что к настоящему времени эта задача решена (см. рис. 13) [Подлазов, 2013б]. И хотя анализ показывает, что поддержка каждого из этих институтов очень четко коррелирует с поддержкой населением президента, эти перемены в социальном пространстве страны трудно переоценить.



Рис. 13. Зависимость результатов различных политических партий от явки на выборах в ГД в декабре 2011 года

«Сетевой» взгляд, идеи, модели, алгоритмы, вероятно, преобразят социологию в ближайшее десятилетие так же, как новые алгоритмы коммуникации стремительно меняют общество сейчас.

Заключение

Подходит крайний срок хоть что-нибудь решать,
Обратно на корабль пора вернуться с бала,
И поздно начинать, и рано завершать,
И нужно продолжать во чтобы то не стало.

А. Иващенко

В свое время известный английский физик и писатель Чарльз Сноу обратил внимание на феномен, который был им назван «пропастью двух культур». Суть этого явления состоит в том, что представители естественнонаучной культуры все дальше удаляются от социальных проблем и все хуже понимают гуманитариев. То же относится и к представителям гуманитарной культуры.

Для этого есть объективная основа — естественнонаучная культура устремлена в будущее. Она опирается на эксперимент, измерения и теории, эффективно использующие математический аппарат. Этот комплекс наук отвечает на вопросы «Как и почему?».

С другой стороны, гуманитарные науки чаще всего смотрят в прошлое, во многом опираясь на традицию и авторитет. Они отвечают на очень важный вопрос «Что?»

Со времен Огюста Конта дисциплинарное деление наук казалось естественным и плодотворным. Однако с середины XX века становилось все более очевидным, что во многих важных случаях необходим синтез двух подходов, что многие решения опасно или невозможно принимать, опираясь только на здравый смысл и опыт прошлого.

«У меня есть тысячи специалистов, которые могут построить пирамиду, и нет ни одного, который знал бы, следует ли ее строить», — говорил с горечью Джон Кеннеди в нелегкий для Америки час.

Синергетика приняла вызов междисциплинарности, поставив себе целью «сшить» пространства естественных и гуманитарных наук и математического творчества, а также научиться готовить не узких профессионалов, знающих «все ни о чем», а команды «специалистов по решению комплексных проблем», способных осмысливать целое, а не отдельные части.

И с этой точки зрения, рассматривая восхождение синергетики от одной парадигмы к другой, можно сказать, что она с поставленной проблемой от десятилетия к десятилетию справляется все лучше и лучше. И нынешнюю парадигму сложности, в рамках которой работает большинство исследователей, занимающихся междисциплинарными проблемами, и сетевую парадигму, основы которой очерчиваются все яснее, можно рассматривать как *мост между двумя культурами* — естественнонаучной и гуманитарной.

По сравнению с результатами, полученными в ходе развития первых двух синергетических парадигм, сегодня в этом направлении удалось продвинуться намного дальше. Язык междисциплинарного общения становится все более развитым, глубоким и содержательным. Свидетельство этого — успех серии «Синергетика: от прошлого к будущему», в которой уже издано более 60 книг, связанных со множеством идей, направлений, областей науки [Малинецкий, 2013а]. Появилось несколько удачных учебников синергетики [Безручко и др., 2005; Трубецков, 2003; Трубецков, 2004], подготовленных представителями Саратовской научной школы, возглавляемой членом-корреспондентом РАН Д. И. Трубецковым. Уже изданы книги, посвященные истории этого подхода [Мухин, 2012; Трубецков, 2013].

Будущее не единственно. Оно не предопределено. Мы в большей или в меньшей степени являемся его творцами. Будущее сетевой парадигмы, самой синергетики, конференции «Математика. Компьютер. Образование», идей С. П. Курдюмова, С. П. Капицы, других выдающихся исследователей и просветителей зависят от наших усилий.

Двадцать лет конференции, развитие междисциплинарных подходов, рост популярности этих идей дают надежду, что мы и дальше будем двигаться по этому пути, что на нем нас ждут радости, успехи, открытия.

Дорогу осилит идущий.

Благодарности

В появлении этой статьи и других работ, посвященных будущему синергетики, огромную роль сыграли идеи и взгляды моего учителя — Сергея Павловича Курдюмова. Он показал мне масштаб проблем и идей нелинейного мира, а также алгоритмы поддержки, развития и самоорганизации научного сообщества.

Искренне признателен Г. Ю. Ризниченко за настойчивость, упорство и самоотверженность, проявленные за последние 20 лет в организации конференции «Математика, компьютер, образование» и ее предложение написать этот обзор на основе выступления на конференции в 2013 году.

Благодарен А. В. Подлазову за совместную работу, многочисленные обсуждения и перфекционизм, неизменно проявляемый им в отношении науки, за ряд новых идей и результатов, которые, возможно, сыграют важную роль в будущем синергетики.

Большое спасибо М. С. Бурцеву и Д. С. Фаллеру за предоставленные иллюстрации и их оптимизм в отношении синергетики и нашего научного сообщества, а также С. А. Торопыгиной и В. Г. Комаровой, взявшим на себя большую работу по подготовке этого обзора к печати.

Искренне признателен как соратникам и единомышленникам, так и оппонентам, высказавшим свои пожелания, замечания и идеи на конференции «Математика. Компьютер. Образование», на семинаре «Будущее прикладной математики» в Нанотехнологическом обществе России, в Клубе инновационного развития Института философии РАН и на других площадках.

Всех высказывавших мне свои мысли по поводу синергетики поблагодарить поименно здесь не представляется возможным, однако надеюсь, что со временем их станет больше.

Литература

- Андрианов И. В., Баранцев Р. Г., Маневич Л. И. Асимптотическая математика и синергетика: Путь к целостной простоте. Изд. 2-е. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 304 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Арнольд В. И. Полиматематика: является ли математика единой наукой или набором ремесел. — ФАЗИС, 2005. — С. 1—18.
- Ахромеева Т. С., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Самарский А. А. Структуры и хаос в нелинейных средах. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с.
- Бадалян Л. Г., Криворотов В. Ф. История. Кризисы. Перспективы: Новый взгляд на прошлое и будущее / Изд. 2-е. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. — 288 с. (Синергетика: от прошлого к будущему, № 50. Будущая Россия).
- Бак П. Как работает природа: Теория самоорганизованной критичности. — М.: Либроком, 2013. — 276 с. (Синергетика: от прошлого к будущему, № 66).
- Безручко Б. П., Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Путь в синергетику. Экскурсы в десяти лекциях. — М.: КомКнига, 2005. — 304 с. (Синергетика: от прошлого к будущему.)
- Бир С. Мозг фирмы. Изд. 2-е. — М.: Едиториал УРСС, 2005. — 416 с.
- Босс В. Лекции по математике: Вероятность, информация, статистика. Т. 4. — М.: Либроком, 2013. — 216 с.
- Буданов В. Б. Методология синергетики в постнеклассической науке и образовании. Изд. 3-е. — М.: ЛКИ, 2009. — 240 с.
- Будущее прикладной математики. Лекции для молодых исследователей / Под ред. Г. Г. Малинецкого. — М.: Едиториал УРСС, 2005. — 512 с.

- Будущее прикладной математики: Лекции для молодых исследователей. От идей к технологиям / Под ред. Г. Г. Малинецкого. — М.: КомКнига, 2008. — 512 с.
- Будущее прикладной математики: Лекции для молодых исследователей. Поиски и открытия / Под ред. Г. Г. Малинецкого. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 640 с.
- Введение в криптографию / Под общ. ред. В. В. Ященко. 3-е изд. — М.: МЦНМО: «ЧеРо», 2000. — 288 с.
- Вигнер Е. Пределы науки / Этюды о симметрии / Под ред. Я. Л. Смородинского. — М.: Мир, 1971. — С. 170—181.
- Википедия: Вымирание. <http://en.wikipedia.org/wiki/Extinction>
- Википедия: Закон Мура. http://en.wikipedia.org/wiki/Moore%27s_law
- Владимиров В. А., Воробьев Ю. Л., Малинецкий Г. Г. и др. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. — М.: Наука, 2000. — 431 с. (Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения).
- Данилов Ю. А. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение / Изд. 4-е. — М.: URSS, 2011. — 208 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Динамические системы-2 / Под ред. Я. Г. Синая. — М.: ВИНТИ, 1985. — 312 с. (Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления).
- Еленин Г. Г. Нанотехнологии, наноматериалы, наноустройства / Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. — М.: Наука, 2002. — С. 123—135 ((Информатика: неограниченные возможности и возможные ограничения).
- Зимринг Ф. Как Нью-Йорк победил преступность // В мире науки. — 2011. — № 12. — С. 80—87.
- Йосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. — М.: Мир, 1983. — 301 с.
- Исихара Р. Статистическая механика. — М.: Мир, 1973. — 472 с.
- Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего / 3-е изд. — М.: Эдиториал УРСС, 2003. — 288 с. Синергетика: от прошлого к будущему № 3.
- Кац Е. А. Фуллерены, углеродные нанотрубки и нанокластеры: Родословная форм и идей. — М.: Издательство ЛКИ, 2008. — 296 с. (НАУКУ — ВСЕМ! Шедевры научно-популярной литературы).
- Кестен Х. Теория просачивания для математиков. — М.: Мир, 1986. — 392 с.
- Кокстер Г. С. М. Введение в геометрию. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1966. — 648 с.
- Константинов А. Мозг из машины. Власти крупнейших стран вкладывают миллиарды в искусственный разум // Русский репортер. — 2013, 21–28 март. — С. 46–50.
- Котов Ю. Б. Новые математические подходы к задачам медицинской диагностики. — М.: Эдиториал УРСС, 2004 — 328 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Кун Т. Структура научных революций. — М.: АСТ, 2009. — 320 с.
- Куран Р., Роббинс Г. Что такое математика. Элементарный очерк идей и методов. — М.: Просвещение, 1967. — 560 с.
- Курдюмов С. П. Режимы с обострением. Эволюция идеи. / Сборник статей под ред. Г. Г. Малинецкого / 2-е изд. исправ. и доп. — М.: Физматлит, 2006. — 312 с.
- Лем С. Сумма технологии / Собр. Соч. Т. 13 (дополнительный). — М.: Текст, 1996. — 463 с.
- Лоренц Э. Детерминированное непериодическое течение / Странные аттракторы, под ред. Я. Г. Синая, Л. П. Шильникова. — М.: Мир, 1981. — С. 88–116 (Математика: Новое в зарубежной науке).
- Малинецкий Г. Г. Пространство синергетики: Взгляд с высоты. — М.: Либроком, 2013а. — 248 с. (Синергетика: от прошлого к будущему №60).
- Малинецкий Г. Г. Чтоб сказку сделать былью... Высокие технологии — путь России в будущее. Изд. 2-е. — М.: Либроком, 2013б. — 224 с. (Синергетика: от прошлого к будущему, № 50. Будущая Россия).
- Малинецкий Г. Г., Маненков С. К., Митин Н. А., Шишов В. В. Когнитивный вызов и информационные технологии // Вестник РАН, 2011. — Т. 81, № 8. — С. 707–716.

- Малинецкий Г. Г., Подлазов А. В. Сравнение двумерных изотропных консервативных саморганизованно-критических моделей типа куча песка // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Естественные науки, 2012. Спец. Выпуск № 2 «Математические модели в технике». — С. 119–128.
- Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Подлазов А. В. Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. — М.: КомКнига, 2006. — 280 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Мамфорд Д., Райт Д., Сирус К. Ожерелье Индры. Видение Феликса Клейна. — М.: МЦНМО, 2011. — 416 с.
- Мао В. Современная криптография: теория и практика. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 768 с.
- Митин Н. А., Подлазов А. В., Щетинина Д. П. Исследование сетевых свойств Живого Журнала // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — 2012. — № 78.
- Мне нужно быть: Памяти Сергея Павловича Курдюмова / Ред.-сост. З. Е. Журавлева. — М.: КРАСАНД, 2010. — 480 с.
- Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. — М.: Мир, 1981. — 488 с.
- Мухин Р. Р. Очерки по истории динамического хаоса: Исследования в СССР в 1950–1980 годы. Изд. 2-е — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. — 320 с. (Синергетика: от прошлого к будущему № 63).
- Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. — М.: Мир, 1979. — 512 с.
- Николлс Дж. Г., Мартин А. Р., Валлас Б. Дж., Фукс П. А. От нейрона к мозгу / Пер. с англ. / Изд. 3, стереот. — М.: URSS, 2012. — 672 с.
- Подлазов А. В. Закон Ципфа и модели конкурентного роста. Нелинейность в современном естествознании / Изд. 2-е. Ред. Г. Г. Малинецкий. — URSS, 2013а. — С. 229–256. (Синергетика: от прошлого к будущему, № 48).
- Подлазов А. В. Математические методы исследования массивов данных социологического мониторинга // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — 2013б. — № 71.
- Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. — М.: Мир, 1980. — 608 с.
- Россия: военный вектор. Военная реформа как составная часть концепции безопасности Российской Федерации // Изборский клуб. — 2013. — № 2. — С. 28–61.
- Самарский А. А. Введение в численные методы. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. — 272 с.
- Синергетика: Будущее мира и России / Под ред. Г. Г. Малинецкого. — М.: Издательство ЛКИ, 2008. — 384 с. (Синергетика: от прошлого к будущему. Будущая Россия).
- Тарасов В. Е. Модели теоретической физики с интегро-дифференцированием дробного порядка. — М.–Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — 568 с.
- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974. — 224 с.
- Тоффлер Э., Тоффлер Х. Война и антивоина: Что такое война и как с ней бороться? Как выжить на рассвете XXI века. — М.: Транзиткнига, 2005. — 412 с. (Philosophy).
- Трубецков Д. И. Введение в синергетику. Колебания и волны. Изд. 2-е. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 224 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Трубецков Д. И. Введение в синергетику. Хаос и структуры. Изд. 2-е. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 240 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Трубецков Д. И. Наука о сложности в лицах, датах и судьбах. Как закладывались основы синергетики: Пиршество духа и драма идей. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. — 312 с. (Синергетика: от прошлого к будущему № 62).
- Ученье — свет // Esquire, 2011, с.66-67: Essential Science Indicators, Thompson Reuters, 2000. — 2010.
- Хакен Г. Синергетика. — М.: Мир, 1980. — 408 с.
- Хантингтон С. Столкновение цивилизаций. — М.: ООО «Издательство АСТ», 2003. — 603 с.

- Хартманн У.* Очарование нанотехнологии. — М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2008. — 173 с.
- Человек. Наука, Цивилизация. К семидесятилетию академика В. С. Степина. — М.: Канон+, 2004. — 816 с.
- Черепашук А. М., Чернин А. Д.* Горизонты Вселенной. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2005. — 372 с.
- Чернавский Д. С.* Синергетика и информация. Изд. 2-е — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 288 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
- Burtsev V. S., Turchin P. V.* Evolution of cooperative strategies from first principles // Nature (Letters to Editor). — 2006. — № 440. — PP. 1041–1044.
- Sparrow C.* The Lorenz equations: bifurcations, chaos and strange attractors. — Berlin: Springer, 1982. — 269 p.