КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2013 Т. 5 № 2 С. 231−239

Ки&М

МОДЕЛИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК: 51.74

Сравнительный анализ методов оптимизации для решения задачи интервальной оценки потерь электроэнергии

Ю. В. Кольцов, Е. В. Бобошко[a]

[1] Кубанский государственный университет,
факультет компьютерных технологий и прикладной математики,
Россия, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149

E-mail: [a] IERC.Evgeniy.Baboshko@gmail.com

Получено 2 апреля 2013 г.

Данная работа посвящена сравнительному анализу оптимизационных методов и алгоритмов для проведения интервальной оценки технических потерь электроэнергии в распределительных сетях напряжением 6–20 кВ. Задача интервальной оценки потерь сформулирована в виде задачи многомерной условной минимизации/максимизации с неявной целевой функцией. Рассмотрен ряд методов численной оптимизации первого и нулевого порядков, с целью определения наиболее подходящего для решения рассмотренной проблемы. Таким является алгоритм BOBYQA, в котором целевая функция заменяется ее квадратичной аппроксимацией в пределах доверительной области.

Ключевые слова: методы оптимизации, технические потери электроэнергии, распределительные сети, BOBYQA

Comparative analysis of optimization methods for electrical energy losses interval evaluation problem

Y. V. Koltsov[1], **E. V. Boboshko**[2]

[1] *Kuban State University, Computer Technologies and Applied Mathematics Faculty,
149 Stavropolskaya st., Krasnodar, 350040, Russia*

Abstract. — This article is dedicated to a comparison analysis of optimization methods, in order to perform an interval estimation of electrical energy technical losses in distribution networks of voltage 6–20 kV. The issue of interval evaluation is represented as a multi-dimensional conditional minimization/maximization problem with implicit target function. A number of numerical optimization methods of first and zero orders is observed, with the aim of determining the most suitable for the problem of interest. The desired algorithm is BOBYQA, in which the target function is replaced with its quadratic approximation in some trusted region.

Keywords: optimization methods, electrical energy technical losses, distribution networks, BOBYQA

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 231–239 (Russian).

Проблема расчета потерь

На сегодняшний день не вызывает сомнений тот факт, что проблема определения технологических и коммерческих потерь электроэнергии в распределительных сетях напряжением менее 35 кВ остается открытой, несмотря ни на ее важность, ни на многочисленные исследования в этой области. Сетевые организации получают прямые убытки от наличия сверхнормативных потерь в контролируемых электросетях, при этом не имея возможности оценить их точную величину и очаги из-за погрешностей в расчетах. В то же время, эффективный расчет потерь современными нормативными методами невозможен без более полной и оперативной информации о параметрах режима фидеров 6–20 кВ, для получения которой те же компании не обладают достаточным количеством материальных и людских ресурсов.

Недостаток информации о режимах и нагрузках фидеров, большое их количество, суммарная протяженность и сложность схем сетей этого класса напряжения — все это делает распределительные сети 6–20 кВ весьма сложным объектом для расчета составляющих потерь электроэнергии (ЭЭ). Объективная неопределенность значений некоторых параметров режима затрудняет использование точных нормативных методов расчета [Инструкция … , 2008; Железко, 2009], опирающихся исключительно на точечные оценки этих параметров, и, следовательно, позволяющие получить лишь точечную оценку самих потерь. В подобных условиях, более эффективным может быть указание всего интервала изменения потерь в зависимости от интервалов неопределенности входных данных о режимах сети. Этот подход лег в основу так называемого интервального анализа потерь.

Интервальная оценка потерь

Идея интервального анализа потерь ЭЭ не нова. В [Железко, 2009] идея интервального анализа была развита посредством использования относительных погрешностей, вносимых в расчет различными принимаемыми допущениями. Искомая же интервальная неопределенность величины потерь вычислялась на основе оценок этих погрешностей.

В настоящей статье предлагается альтернативный подход, основанный на формулировке задачи интервального анализа потерь в рамках теории оптимизации. Рассмотрим следующую задачу поиска минимума/максимума:

$$\begin{cases} \Delta W_{\Sigma} = \Delta W\left(W_{ГУ}, \mathbf{W}_{\mathbf{ДИП}}, \cos\phi, \boldsymbol{\cos\phi}_{\mathbf{ДИП}}, |\mathrm{U}|_{\mathrm{ГУ}}, k_{\phi}^2, k_1 ... k_{N_{н.}}\right) \longrightarrow \min/\max, \\ W_{ГУ} \in \left[W_{ГУ,\min}, W_{ГУ,\max}\right], \\ \cos\phi \in \left[\cos\phi_{\min}, \cos\phi_{\max}\right], \\ W_{ДИП,s} \in \left[W_{ДИП,s,\min}, W_{ДИП,s,\max}\right], \quad s = 1..N_{ДИП}, \\ \cos\phi_{ДИП,s} \in \left[\cos\phi_{ДИП,s,\min}, \cos\phi_{ДИП,s,\max}\right], \quad s = 1..N_{ДИП,} \\ |U|_{ГУ} \in \left[|U|_{ГУ,\min}, |U|_{ГУ,\max}\right], \\ k_{\phi}^2 \in \left[k_{\phi,\min}^2, k_{\phi,\max}^2\right], \\ k_j \in \left[k_{j,\min}, k_{j,\max}\right], \quad j = 1..N_{нагр.} \end{cases} \tag{1.1}$$

Будем рассматривать по порядку каждый из аргументов целевой функции:

1) $W_{ГУ} \in \left[W_{ГУ,\min}, W_{ГУ,\max}\right]$, $\text{МВт} \cdot \text{ч}$ — активная либо полная энергия, отпущенная через головной участок (ГУ) фидера, с шин низшего напряжения центра питания. Неопределенность данного показателя определяется погрешностью приборов учета ЭЭ, начальное приближение задается из входных данных расчета.

2) $W_{ДИП,s} \in \left[W_{ДИП,s,\min}, W_{ДИП,s,\max}\right], \quad s = 1..N_{ДИП}$, МВт·ч — активная либо полная энергия, отпущенная через дополнительные источники питания (ДИП) фидера, если таковые имеются. К дополнительным источникам питания будем относить либо точки присоединения к соседним фидерам, через которые происходят перетоки мощности в направлении рассматриваемого фидера, либо собственные, резервные источники питания. Причины неопределенности и задание начального приближения аналогичны указанным в предыдущем пункте.

3) $\cos\phi \in \left[\cos\phi_{\min}, \cos\phi_{\max}\right]$, о.е. — косинус угла полной комплексной энергии на ГУ, если нет данных о реактивной составляющей $W_{ГУ}$. Неопределенность данного показателя обусловлена его приближенным заданием, либо погрешностью замера, а также различными значениями данного показателя в разных частях фидера. Начальное приближение также задается из входных данных расчета.

4) $\cos\phi_{ДИП,s} \in \left[\cos\phi_{ДИП,s,\min}, \cos\phi_{ДИП,s,\max}\right], \quad s = 1..N_{ДИП}$, о.е. — аналогичный показатель для ДИП, если нет данных о реактивной составляющей $W_{ДИП,s}$.

5) $k_{\phi}^2 \in \left(k_{\phi,\min}^2, k_{\phi,\max}^2\right)$, о.е. — квадрат коэффициента формы графика нагрузки для фидера в целом (основанный на данных с ГУ). Погрешность имеется вследствие недостаточности данных о нагрузках фидера и зависит от метода, с помощью которого рассчитывается значение для начального приближения [Железко, 2009].

6) $|U|_{ГУ} \in [|U|_{ГУ,\min}, |U|_{ГУ,\max}]$, кВ — напряжения на шинах центра питания фидера. Неопределенность определяется диапазоном значений, полученных из замеров. В роли начального приближения можно взять среднее значение.

7) $k_j \in \left[k_{j,\min}, k_{j,\max}\right], \quad j = 1..N_{нагр.}$, о.е. — доля энергии, отпущенной через нагрузочный узел с номером j, от всей суммарной отпущенной из фидера энергии. $N_{нагр.}$ — число нагрузочных узлов. Начальное приближение k_j определяется следующим образом. Вначале получается $W_{полн.,j}^{(0)}$ — абсолютное значение отпущенной энергии через узел j в зависимости от имеющихся данных на основе а) отпуска ЭЭ через узел с номером j за расчетный период — $W_{изв.\mathrm{j}}$, МВт·ч; либо б) полученного из контрольных замеров коэффициента $k_{загр.,j}$ загрузки трансформатора, связанного с нагрузочным узлов, либо в) распределения остатка суммарной отпущенной энергии пропорционально номинальным мощностям трансформаторов. Эти способы получения значений $W_{полн,j}^{(0)}$ упорядочены в порядке снижения их достоверности и в порядке увеличения доступности. Тогда начальное приближение $k_j^{(0)} = \dfrac{\left|W_{полн.,j}^{(0)}\right|}{\sum_{j=1}^{N_{нагр.}} \left|W_{полн.,j}^{(0)}\right|}$, а интервальная неопределенность обуславливается в случае а) — погрешностью приборов учета, в случае б) — несоответствием замеренного коэффициента загрузки его фактическому среднему значению и в случае в) — грубостью допущения о распределении суммарной ЭЭ пропорционально номинальным мощностям трансформаторных подстанций (ТП).

Расчет нагрузочной части потерь ЭЭ в целевой функции $\Delta W_{\Sigma} = \Delta W\left(W_{ГУ}, \mathbf{W_{ДИП}}, \cos\phi, \mathbf{\cos\phi_{ДИП}}, |\mathrm{U}|_{\mathrm{ГУ}}, k_{\phi}^2, k_1 ... k_{Nн.}\right)$ происходит в соответствии со стандартным методом средних нагрузок [Инструкция … , 2008; Железко, 2009], с тем лишь дополнением, что отпущенная через нагрузочный узел j энергия определяется исходя из коэффициента k_j. Данная функция по сути своей является алгоритмом и не может быть представлена в явной математической записи, обозначение $\Delta W(.)$ введено исключительно для простоты восприятия. Условно-постоянная составляющая потерь также рассчитывается на основе стандартных формул.

Значения $\Delta W_{\min}$ и $\Delta W_{\max}$, полученные в результате решения задачи (1.1), и являются искомой интервальной оценкой технических потерь ЭЭ в фидере за рассматриваемый расчетный период при рассматриваемых интервалах неопределенности входных данных. При этом задача (1.1) является типичной задачей условной многомерной оптимизации с ограничениями интервального вида и целевой функцией, не представимой в математической записи.

Поиск методов решения

Для определения методов оптимизации, наиболее эффективно решающих задачу (1.1), было проведено специальное исследование и проведен ряд численных экспериментов. Различные методы и алгоритмы сравнивались по критериям стабильности получения решения, времени выполнения и способности находить наилучшие значения, минимизирующие или максимизирующие целевую функцию. Численным эквивалентом последнего критерия была выбрана величина интервала потерь. Для проведения численных экспериментов была использована разработанная программа «ИссТП – Интервал» («Исследование Технических Потерь»). Часть методов была реализована автором, остальные реализации были взяты из открытых источников: Numerical Library for .NET, ALGLIB, Optimization.NET 3.5 by Krzysztof Kniaz, Namir Shammas's website, Anders Gustafsson’s repositories at github.

Сравнения проводились на двух фидерах одного из районных подразделений ОАО «Кубаньэнерго» — Краснодарские Электросети, первый — небольшого размера («Фидер № 1»), второй — значительно крупнее («Фидер № 2»). Среди различных комбинаций параметров алгоритмов оптимизации были выбраны те, которые дают наилучшие результаты.

Методы первого порядка

Попытка использовать методы первого порядка была обусловлена их высокой скоростью сходимости и стабильностью, получаемых благодаря информации о градиенте и кривизне исследуемой функции. Однако, ввиду невозможности задания целевой функции в явном виде, непосредственное вычисление значений ее градиента в точке было заменено аппроксимацией производных конечными разностями, разделяемыми вперед

$$\frac{\delta f}{\delta x_j}\left(x^k\right) \approx \frac{f\left(x^k + t_k e^j\right) - f\left(x^k\right)}{t_k}, \quad j = 1 \ldots n$$

и разделяемыми центрально

$$\frac{\delta f}{\delta x_j}\left(x^k\right) \approx \frac{f\left(x^k + t_k e^j\right) - f\left(x^k - t_k e^j\right)}{2t_k}, \quad j = 1 \ldots n,$$

где e^j — единичный вектор j-й координаты, n — размерность.

С целью исследования вопроса применимости методов первого порядка для решения поставленной задачи были проведены две серии испытаний. Задачей первой серии испытаний было изучение поведения алгоритма во времени. Для этого решалась задача безусловной оптимизации, получаемая из задачи (1.1) путем отбрасывания ограничений на переменные. Таким образом, были исследованы:

1. Метод сопряженных градиентов (*направлений*), основанный на поиске минимума по направлениям, являющимся сопряженными относительно матрицы Гессе. Для одномерного поиска был использован метод золотого сечения.

2. Квазиньютоновский метод L_BFGS. Квазиньютоновские методы — методы оптимизации, основанные на аппроксимации гессиана, в остальном соответствующие классическому методу Ньютона. Для пересчета матрицы аппроксимации использовалась формула Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шанно (BFGS). Отличие L_BFGS от классического BFGS в том, что сильно разреженная в случае большой размерности матрица аппроксимации хранится в сжатом виде.

Вторая серия испытаний, связанная с вопросом применимости методов первого порядка, заключалась непосредственно в решении задачи (1.1) в исходном виде. Для этого были рассмотрены модификации методов Ньютона и L_BFGS, в которых учитывались границы изменения переменных [Nash, 1984; A limited memory algorithm … , 1994].

В результате исследования выяснилось, что рассмотренные алгоритмы (реализованные в библиотеках Numerical Library for .NET и ALGLIB) не позволяют получить искомый результат, так как либо не сходятся к конечному решению, либо возвращают неправдоподобные ответы. Из этого можно сделать предположение о неэффективности применения рассмотренных методов первого порядка к решению данной задачи. Причиной такого поведения алгоритмов может быть плохая обусловленность задачи или нарушение условий, в которых эти методы применимы (строгое обоснование весьма трудоемко ввиду неявности целевой функции). Так или иначе, данное предположение согласуется с выводами В. Г. Свэна, сформулированными в [Численные методы условной оптимизации, 1977]. Здесь он утверждает, что требуется большая осторожность в применении конечно-разностных оценок производных, поскольку ошибки, которые возникают при этом подходе, могут обесценить теоретические соображения, являющиеся обоснованием соответствующего метода.

Методы нулевого порядка, не поддерживающие ограничения

Далее, были рассмотрены методы нулевого порядка, не поддерживающие возможность задания ограничений. Для этого исходная задача условной оптимизации (1.1) была преобразована в задачу безусловной оптимизации путем введения внешних штрафных (иногда называются барьерными) функций [Численные методы условной оптимизации, 1977; Трифонов, 2013]. Штрафные функции применяются для увеличения значения итоговой функции по мере нарушения переменными исходных ограничений.

В процессе исследования использовалась штрафная функция вида $P(x) = r_k \sum_{i=1}^{m} R(g_i(x))$, где $g_i(x) \geq 0$ — ограничения задачи, $R(y) = \max(0, -y)^p$, $p > 1$ (чаще всего принималось значение $p = 2$), $\{r_k\}$ — монотонно возрастающая последовательность $r_{k+1} = \beta r_k$, $\beta > 1$ (чаще всего принималось $\beta = 1.5$).

Рассмотрены следующие методы безусловной оптимизации нулевого порядка:

1. Симплексный метод Нелдера–Мида, основанный на концепции поиска по деформируемому многограннику с $n+1$ вершиной (симплексу) в n-мерном пространстве входных параметров. Является развитием метода симплексов Спендли, Хекста и Химсворта, но, в отличие от последнего, допускает использование неправильных симплексов [Трифонов, 2013].

2. Метод Розенброка. Метод заключается во вращении координатных осей так, чтобы на каждой итерации одна из них соответствовала направлению наиболее быстрого убывания целевой функции, а остальные находятся из условия ортогональности [Трифонов, 2013].

3. Метод параллельных касательных Пауэлла. Этот метод, рассчитанный на минимизацию квадратичных функций, основан на их свойстве, согласно которому любая прямая, которая проходит через точку минимума функции, пересекает под равными углами касательные к поверхностям равного уровня функции в точках пересечения. Данный метод был рассмотрен наряду с другими ввиду сделанного предположения о близости графика целевой функции к квадратичному. В основу предположения лег тот факт, что величина потерь ЭЭ пропорциональна квадрату мощности (хотя зависимость мощности от коэффициентов распределения и не является квадратичной). Адекватность этого предположения была обоснована последующими практическими результатами [Трифонов, 2013].

Результаты применения описанных методов к решаемой задаче приведены в таблице 1.

Таблица 1

Метод	Фидер № 1				Фидер № 2			
	$\Delta W_{\min}$,%	$\Delta W_{\max}$,%	Время	δ_1	$\Delta W_{\min}$,%	$\Delta W_{\max}$,%	Время	δ_2
Нелдера–Мида	9.5129	10.0994	0:03:37	**0.5865**	8.4268	9.0625	>4:00:00	**0.6357**
Розенброка	9.3695	10.4707	0:01:56	**1.1012**	6.7379	11.2352	1:45:22	**4.4973**
пар. касат. Пауэлла	9.2202	10.5181	0:01:51	**1.2979**	6.7388	11.3139	0:58:03	**4.5751**

Здесь δ_1 и δ_2 — размеры интервалов потерь для первого и второго фидеров соответственно. Как видно из таблицы, для обоих фидеров наилучшие результаты показал метод параллельных касательных Пауэлла. Это позволяет судить о хорошей аппроксимируемости целевой функции квадратичной моделью, что будет учтено в дальнейшем. Метод Нелдера–Мида оказался наименее эффективным в обоих случаях, что может быть объяснено его слабой способностью работы в пространстве размерности $n > 6$. Средним по эффективности и по времени расчета оказался метод вращения координат Розенброка.

Методы оптимизации нулевого порядка, допускающие условия в виде интервалов принадлежности

Рассмотрим далее алгоритмы условной оптимизации нулевого порядка. Все они способны работать с ограничениями в виде интервалов, поэтому не будем разделять их дополнительно по допустимым типам условий.

4. Метод Хука–Дживса. Данный метод, изначально использовавшийся для безусловной минимизации, основан на идее последовательности сменяющих друг друга двух типов шагов: шагов исследующего поиска вокруг базисной точки, за которым, в случае успеха, следует шаг поиска по образцу [Трифонов, 2013]. Алгоритм был модифицирован автором для использования в задачах оптимизации с ограничениями в виде интервалов. Для этого, при каждом исследующем поиске по каждой координате дополнительно проверялась принадлежность новой координаты граничному интервалу, то же делалось и при поиске по образцу.

5. Метод комплексов Бокса. Этот метод является развитием симплексного метода Нелдера–Мида и позволяет учитывать произвольные ограничения в виде неравенств, принимая наиболее простую форму, когда все ограничения заданы в виде интервалов. Комплекс — это разновидность симплекса, содержащая больше, чем $n+1$ вершину (n — размерность пространства входов). Дополнительные вершины добавлены для того, чтобы вблизи границы допустимых значений алгоритм вел поиск в пространстве полной размерности [Численные методы условной оптимизации, 1977; Box, 1965].

Последующие два метода описаны более подробно, поскольку являются недавними разработками, и не удалось найти до сих пор русских переводов описаний данных алгоритмов.

6. Условная оптимизация при помощи линейной аппроксимации (*COBYLA*).

Пусть решается задача

$$\begin{cases} F(x) \to \min, \quad F : R^n \to R; \\ c_p(x) \ge 0, \; p = 1 \ldots m. \end{cases}$$

Автор данного алгоритма, который называется «Условная оптимизация при помощи линейной аппроксимации» (Constrained Optimization By Linear Approximation, COBYLA), вслед за Нелдером, Мидом и Боксом также активно использует понятие симплекса. Но в данном случае все вершины $v_i, i = 1\ldots n+1$ симплекса используются как точки аппроксимации для построения линейной функции, имеющей в окрестности симплекса поведение, схожее с поведением исходной функции: $F(x) \approx \Phi(x)$, $F(v_i) = \Phi(v_i)$, $i = 1\ldots n+1$. Последнее условие поддерживается введением доверительного региона (trusted region), в данном случае ограниченного гиперсферой заданного (и изменяющегося с течением времени) радиуса ρ вокруг вершины симплекса с наименьшим значением функции x_k. Аналогично, линейная аппроксимация строится и для нелинейных ограничений задачи, в случае наличия последних: $c(x) \approx \gamma(x)$, $c(v_i) = \gamma(v_i)$, $i = 1\ldots n+1$.

На большинстве итераций алгоритма происходит минимизация вспомогательной линейной функции $\Gamma(x) = \Phi(x) + \mu \cdot \max\left(0, \max\left(-\gamma_p(x), p = 1\ldots m\right)\right)$, при условии $|x_k - x| < \rho$. μ — параметр, изменяющийся в процессе алгоритма. В результате решения подзадачи минимизации $\Gamma(x)$ строится новая вершина симплекса v_{n+2}, которая заменяет одну из старых — v_L. Последняя выбирается так, чтобы объем симплекса без нее был максимален.

Интересной особенностью рассматриваемого алгоритма является наличие альтернативных шагов, «симплексных», в отличие от «минимизационных», рассмотренных выше. На этих шагах, происходящих при определенных условиях, осуществляется корректировка модели аппроксимации — симплекса — с целью обеспечить более качественное приближение искомой функции. В целом, здесь осуществляются действия, препятствующие вырождению симплекса, то есть поддерживающие его объем и предотвращающие чрезмерное его растягивание вдоль одного направления.

Более подробно алгоритм описан в [Powell, 1998].

7. Граничная оптимизация при помощи квадратичной аппроксимации (*BOBYQA*).

Алгоритм «Граничная оптимизация при помощи квадратичной аппроксимации» (Bounded Optimization by Quadratic Approximation, BOBYQA) [Powell, 2009] во многом является схожим с алгоритмом COBYLA, однако использует уже не линейную, а квадратичную аппроксимацию целевой функции в m точках: $F(x) \approx Q(x)$, $F(y_j) = Q(y_j)$, $j = 1\ldots m$. Значение $m \in \left[n+2; \frac{1}{2}(n+1)(n+2)\right]$ — настраиваемый параметр алгоритма, рекомендуется $2n+1$. При этом для уменьшения вычислительной сложности алгоритма на каждой новой итерации квадратичная аппроксимация не строится заново, а обновляется особым образом на основании своего предыдущего состояния. Также следует отметить, что BOBYQA допускает ограничения только в виде интервалов $a_i \le x_i \le b_i, i = 1..r$, и, следовательно, аппроксимация ограничений здесь отсутствует.

Основная итерация алгоритма (пусть имеет номер k) заключается в выборе точки x_k, в которой значение функции минимально, и определении некоторого приращения к ней d_k, не нарушающего интервальных условий задачи. Полученная точка $x_k + d_k$, которая, кроме всего прочего, не должна совпадать с другими аппроксимационными точками, заменяет одну из предыдущих, пусть y_t, выбираемую особым образом. За этим следует обновление аппроксимирующей функции $Q_{k+1}(x)$, удовлетворяющей равенству $F(y_j) = Q(y_j)$, $j = 1\ldots m$ уже в новых точках.

В большинстве итераций d_k выбирается в результате решения подзадачи квадратичной минимизации с интервальными ограничениями путем применения метода сопряженных градиентов с использованием набора активных ограничений (так называемый «шаг доверительного региона»):

$$\begin{cases} Q_k(x_k + d_k) \to \min; \\ a_i \le x_{k,i} + d_{k,i} \le b_i, \quad i = 1 \ldots n; \\ \|d_k\| < \Delta_k, \end{cases}$$

где Δ_k — доверительный регион аппроксимации $F(x) \approx Q(x)$, изменяемый со временем.

Аналогично алгоритму COBYLA, иногда при достижении определенных условий, шаг доверительного региона заменяется на «альтернативный шаг». На данном шаге производятся действия, направленные против вырождения аппроксимационной модели (модели, обеспечивающей получение $Q_{k+1}(x)$ из $Q_k(x)$).

Сам процесс получения $Q_{k+1}(x)$ из $Q_k(x)$ является наиболее сложной частью алгоритма. Поскольку количество точек аппроксимации m чаще всего меньше $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ — количества независимых параметров квадратичной функции, — то для устранения неопределенности необходимы дополнительные механизмы. Таким механизмом служит минимизация нормы Фробениуса разности матриц вторых производных функции $Q_{k+1}(x)$ и $Q_k(x)$, из-за чего для $F(x)$, близких к квадратичным, достигается свойство $\|\nabla^2 F - \nabla^2 Q_{k+1}\| \le \|\nabla^2 F - \nabla^2 Q_k\|$. Эксперименты показали, что использование описанной техники с недостатком точек аппроксимации и минимизацией нормы Фробениуса, сокращают время получения $Q_{k+1}(x)$ до $O(n^2)$, против $O(n^4)$, в случае если $m = \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$.

Рассмотренный алгоритм подробно описан в [Powell, 2009], некоторые его детали и выводы формул могут быть найдены в ряде предшествующих работ его автора.

Оба последних алгоритма завершаются по достижению нижним порогом расстояния между точками своего конечного значения. Со временем множество точек аппроксимации постепенно сжимается к минимальному значению функции, при этом x_k считается ответом.

Результаты применения рассмотренных алгоритмов условной минимизации нулевого порядка приведены в таблице 2.

Таблица 2

Метод	Фидер № 1				Фидер № 2			
	$\Delta W_{\min}$, %	$\Delta W_{\max}$, %	Время	δ_1	$\Delta W_{\min}$, %	$\Delta W_{\max}$, %	Время	δ_2
Хука–Дживса	9.2202	10.5189	0:00:24	**1.2987**	7.7431	11.3151	0:08:02	**3.572**
Бокс	9.2213	10.5168	0:00:38	**1.2955**	6.7655	11.2207	0:09:26	**4.4552**
COBYLA	9.22	10.5189	0:00:13	**1.2989**	6.8244	11.17	0:38:15	**4.3456**
BOBYQA	9.22	10.5189	0:00:11	**1.2989**	6.7379	11.3157	0:02:29	**4.5778**

Среди методов условной минимизации несомненным лидером является BOBYQA, показавший наилучшие результаты при расчете потерь в обоих фидерах. Это полностью оправдывает предположения об эффективности квадратичной аппроксимации целевой функции, сделанные после испытания применимости метода параллельных касательных. Кроме того, BOBYQA оказался лучше и всех методов безусловной минимизации, значительно опережая их по скорости, менее значительно — по качеству ответов. Далее, COBYLA, будучи вторым по эффективности для фидера № 1, показал весьма низкие результаты для фидера № 2, обнаруживая плохую применимость для задач больших размерностей. С точки зрения величины интервала результатов он уступил даже методам Розенброка и параллельных касательных. Похожая ситуация сложилась и с методом Хука–Дживса. Комплексный метод Бокса оказался наименее эффективен среди всех четырех методов условной оптимизации для фидера № 1, однако обошел методы Хука–Дживса и COBYLA для фидера № 2, оказавшись более приспособленным к пространству входов большой размерности.

В целом, сравнивая методы безусловной минимизации в сопряжении с алгоритмом штрафных функций (пункты *1–3*) и методы условной минимизации (пункты *4–7)*, можно сделать вывод, что последние ненамного превзошли первые, если судить по величине получаемого интервала (за исключением метода Нелдера–Мида). Особенно это проявилось при расчете крупного фидера. Однако их существенным плюсом является, несомненно, гораздо меньшая продолжительность расчета.

Заключение

Таким образом, была рассмотрена задача интервальной оценки технических потерь ЭЭ в сетях 6–20 кВ и исследованы возможные методы ее решения. Задание начальных данных для расчета потерь в виде интервалов неопределенности позволяет свести определение границ возможных значений потерь к классической задаче многомерной условной оптимизации с неявной целевой функцией. Был рассмотрен ряд методов оптимизации первого и нулевого порядков, допускающих и не допускающих наличие условий, как минимум, в виде интервалов. В результате сравнительного эксперимента и анализа среди них был выявлен наиболее эффективный для решения поставленной задачи. Таким является алгоритм BOBYQA, основанный на аппроксимации целевой функции в некоторой области квадратичной моделью.

Список литературы

Железко Ю. С. Потери электроэнергии. Реактивная мощность. Качество электроэнергии: Руководство для практических расчетов. — М.: ЭНАС, 2009. — 456 с.

Инструкция по организации в Министерстве энергетики РФ работы по расчету и обоснованию нормативов технологических потерь электроэнергии при ее передаче по электрическим сетям [Электронный ресурс] : Утверждена Приказом Минэнерго РФ № 326 от 30.12.2008 // Гарант. Информационно-правовой портал. Режим доступа: http://base.garant.ru/195516/, свободный. Дата обращения: 01.02.2013.

Трифонов А.Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения [электронный ресурс] / А.Г. Трифонов. // SoftLine Co. Свободный режим доступа: http://*matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/index.php* (дата обращения: 25.03.2013).

Численные методы условной оптимизации / под ред. Ф. Гилла, У. Мюррея, пер. с англ. В. Ю. Лебедева. — М.: Мир, 1977. — 296 с.

A limited memory algorithm for bound constrained optimization / R.H. Byrd. [and others] // Technical Report NAM-08. — 1994, May.

Box M. J. A new method of constrained optimization and a comparison with other methods // Computer Journal. — 1965. — No 8. — P. 42–52.

Nash S. G. Newton-Type Minimization via the Lanczos Method // SIAM Journal on Numerical Analysis. — 1984. — No 21(4). — P. 770–788.

Powell, M. J. D. Direct search algorithms for optimization calculations // Acta Numerica. — 1998. — Vol. 7. — P. 287–336.

Powell, M. J. D. The BOBYQA algorithm for bound constrained optimization without derivatives // Technical report NA2009/06 at Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics. Cambridge. — 2009.