

УДК: 621.35

Математическое моделирование и оптимальное управление процессом осаждения гальванического покрытия в многоанодной ванне с учетом изменения концентрации компонентов электролита

Д. С. Соловьев^а, Ю. В. Литовка^б

Тамбовский государственный технический университет,
факультет информационных технологий,
Россия, 392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106
E-mail: ^а solovjevdenis@mail.ru, ^б polychem@list.ru

Получено 13 февраля 2013 г.,
после доработки 5 марта 2013 г.

Данная работа рассматривает задачу оптимального управления гальваническим процессом в многоанодной ванне. Построена нестационарная математическая модель гальванического процесса, которая учитывает изменения концентрации компонентов электролита. Продемонстрировано обоснование выбора вида управляющих экстремалей на примере гальванического процесса хромирования в стандартном электролите.

Ключевые слова: математическая модель, уравнение параболического типа, оптимальное управление, модифицированный метод Ритца, гальванический процесс, многоанодная ванна, изменение концентрации компонентов электролита

Mathematical modeling and optimal control deposition process galvanic coverings in a multianode bath taking into account change concentrations of electrolyte components

D. S. Solovjev, Yu. V. Litovka

Tambov State Technical University, Faculty of Information Technologies,
106 Sovetskaya st., Tambov, 392000, Russia

Abstract. — This work considers the problem of optimal control galvanic process in multianode bath. The non-stationary mathematical model of galvanic process, which considers change concentrations of electrolyte components, is developed. Demonstrated rationale for the choice of the form to extremal control on example chrome galvanic process in the standard electrolyte.

Keywords: mathematical model, equation of parabolic type, optimal control, modified method of Ritz, galvanic process, multianode bath, change concentrations of electrolyte components

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 193–203 (Russian).

Работа выполнена при финансовой поддержке программы «У.М.Н.И.К.» Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере, гос.контракт №10741р/16955 от 01.08.2012г. на тему: «Разработка программного комплекса для системы управления гальванической ванной с циклическим включением анодных секций».

Введение

В работе [Соловьев, Литовка, Милованов, 2010] рассматривается система управления технологическим процессом осаждения гальванического покрытия в многоанодной ванне, функционирующей по принципу циклического включения анодных секций. Сущность такого технологического процесса заключается в перенесении принципа растровой развертки цифрового изображения из области телевизионного вещания в технологию электрохимической обработки изделий. Растровый метод переключения анодов состоит в том, что для управления гальваническим осаждением металла используется развертка, а градация напряжения анодных секций в электрохимической ванне осуществляется при движении по строкам в соответствующие промежутки времени. В работе [Соловьев, Литовка, 2010] представлена стационарная математическая модель гальванического процесса в многоанодной электрохимической ванне. Следует отметить, что за время нанесения гальванопокрытия возможно изменение концентрации компонентов в электролите, которое обусловлено следующими причинами: расходом компонентов в процессе электрохимических и химических реакций; испарением растворителя (воды); уносом компонентов электролита с обработанными деталями и замещением их водой, вносимой деталями, поступающими на обработку. Например, в ваннах для хромирования применяются только нерастворимые аноды, что требует периодического пополнения убыли хромовой кислоты путем ее непосредственного введения в электролит в необходимых количествах. Все эти факторы отрицательно влияют на получение качественных гальванических покрытий.

Целью статьи является разработка нестационарной математической модели гальванического процесса, учитывающей изменение концентрации компонентов электролита за время нанесения покрытия, и рассмотрение алгоритма решения задачи оптимального управления процессом в многоанодной ванне.

1. Нестационарная математическая модель гальванического процесса в многоанодной ванне

Следует рассматривать гальванический процесс как дупериодический [Литовка, 1998]. Малый период — время, затрачиваемое на нанесение покрытия. Его продолжительность T_1 (в зависимости от металла покрытия и заданной толщины покрытия) составляет 0.5–6 часов. Большой период (от двух недель до двух месяцев, в зависимости от типа процесса и площади обрабатываемых деталей) — промежуток времени T_2 , в течение которого осуществляется работа электрохимической ванны на одном электролите, после чего осуществляют его коррекцию или замену.

С учетом всего вышесказанного, математическая постановка задачи оптимального управления будет звучать следующим образом:

Найти функцию изменения напряжения $U_{m,n}(\tau)$ на каждой секции анода $S_{m,n}$ для заданной формы детали-катода S_k из поступающей на обработку партии и текущей концентрации компонентов электролита $C_p(\tau)$, доставляющие минимум целевого критерия:

$$J = (\alpha \cdot R + \beta \cdot T_1) \rightarrow \min, \quad (1)$$

где R — критерий неравномерности толщины распределения покрытия по поверхности детали; T_1 — продолжительность процесса нанесения покрытия; α, β — экспертные весовые коэффициенты для каждого из критериев (более важный критерий получает более высокий вес); $S_{m,n}$ — поверхность m, n -ой секции анод; S_k — поверхность катода; $C_p(\tau)$ — концентрация p -го компонента электролита; τ — произвольный момент времени.

Критерий неравномерности распределения толщины покрытия по поверхности катода рассчитывается исходя из формулы:

$$R = R(\tau) = \frac{1}{\|S_k\|} \int_{S_k} \frac{\delta(x, y, z, \tau) - \delta^{\min}(\tau)}{\delta^{\min}(\tau)} dS_k + \frac{\delta^{\max}(\tau) - \delta^{\min}(\tau)}{\delta^{\min}(\tau)}, \quad (2)$$

при этом должно выполняться условие на минимально допустимую толщину покрытия:

$$\delta^{\min}(T_1) = \delta^{\text{zad}}, \quad (3)$$

где $\|S_k\|$ — площадь поверхности детали; δ — толщина покрытия на поверхности детали в точке с пространственными координатами x, y, z в момент времени τ ; δ^{\min} , δ^{\max} , δ^{zad} — минимальная, максимальная и заданная толщина покрытия.

Критерий продолжительности процесса нанесения покрытия определяется следующим образом:

$$T_1 = T_1(\nu) = \nu \cdot M \cdot N \cdot \Delta\tau, \quad (4)$$

где ν — число циклов включения системы анодов; $\Delta\tau$ — время включения одной анодной секции; M, N — число горизонтальных рядов и количество анодов в каждом ряду, при этом существуют ограничения на размерность системы анодных секций:

$$1 \leq m \leq M, \quad (5)$$

$$1 \leq n \leq N. \quad (6)$$

Результирующая толщина покрытия после ν циклов включения всех анодов определяется как:

$$\delta(x, y, z, T_1) = \nu \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \delta_{m,n}(x, y, z, \tau), \quad (7)$$

где $\delta_{m,n}$ — толщина покрытия в точке катода с пространственными координатами (x, y, z) после работы m, n -го анода в течение времени $\Delta\tau$ рассчитывается по закону Фарадея:

$$\delta(x, y, z, \tau) = \frac{\Theta}{\rho} \eta(x, y, z, \tau) \cdot i_k(x, y, z, \tau) \cdot \Delta\tau, \quad (8)$$

где Θ — электрохимический эквивалент металла покрытия; ρ — плотность металла покрытия; $\eta(x, y, z, \tau)$ — катодный выход по току; $i_k(x, y, z, \tau)$ — плотность тока на катоде.

Катодный выход по току является функцией температуры, катодной плотности тока и концентрации компонентов электролита:

$$\eta(x, y, z, \tau) = \eta(t, i_k(x, y, z, \tau), C_1(\tau), C_2(\tau), \dots, C_p(\tau)), \quad (9)$$

где t — температура электролита, p — количество компонентов, влияющих на катодный выход по току.

В общем случае, изменение концентрации p -го компонента за интервал времени $\tau \in [0, T_2]$ большого периода описывается уравнением вида:

$$\frac{dC_p(\tau)}{d\tau} = f_p(t, i_{\text{кп}}(\tau), C_1(\tau), C_2(\tau), \dots, C_p(\tau)), \quad (10)$$

с начальным условием:

$$C_p(0) = C_{0p}, \quad (11)$$

и ограничением:

$$C_{p\min} \leq C_p(\tau) \leq C_{p\max}, \quad (12)$$

где C_{0p} — концентрация p -го компонента в свежеприготовленном электролите; $C_{p\min}$, $C_{p\max}$ — минимальная и максимальная концентрация p -го компонента.

Конкретный вид правой части уравнения (10) зависит от того, используется растворимый или нерастворимый анод; протекают только электрохимические реакции или еще и химические; какая стадия анодных и катодных превращений является лимитирующей.

Средняя катодная плотность тока $i_{\text{ксп}}$, входящая в правую часть уравнения (10), определяется из выражения:

$$i_{\text{ксп}}(\tau) = \frac{1}{\|S_k\|_{S_k}} \int i_k(x, y, z, \tau) dS_k. \quad (13)$$

Для определения анодной и катодной плотностей тока воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме:

$$i_{m,n}(x, y, z, \tau) = -\chi \cdot \text{grad } \phi(x, y, z, \tau), \quad (14)$$

$$i_k(x, y, z, \tau) = \chi \cdot \text{grad } \phi(x, y, z, \tau), \quad (15)$$

где i_k — плотность тока на катоде; $i_{m,n}$ — плотность тока на m,n -ом аноде; χ — электропроводность электролита, ϕ — потенциал электрического поля в гальванической ванне.

Для нахождения $\phi(x, y, z, \tau)$ воспользуемся уравнением параболического типа:

$$\frac{\partial \phi(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{c^2}{4\pi\chi\mu_n} \left(\frac{\partial^2 \phi(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad (16)$$

с начальным условием:

$$\phi(x, y, z, 0) = \phi_0(x, y, z), \quad (17)$$

где c — скорость света в вакууме; μ_n — магнитная проницаемость электролита; ϕ_0 — распределение поля при $\tau = 0$.

В гальванической ванне область распространения электрического поля, наводимого в электролите при прохождении тока, имеет следующие границы и краевые условия на них:

1) футерованные токонепроводящие стенки ванны и границы электролит-воздух:

$$\left. \frac{\partial \phi(x, y, z, \tau)}{\partial \vec{n}} \right|_{S_{\text{ins}}} = 0, \quad (18)$$

где S_{ins} — поверхность изолятора; \vec{n} — нормаль к поверхности изолятора;

2) граница электролит- m,n -й анод:

$$\phi(x, y, z, \tau) + F_1(i_{m,n}(x, y, z, \tau))|_{S_{m,n}} = U_{m,n}(\tau), \quad (19)$$

при этом существует ограничение на максимально возможное значение напряжения, выдаваемого выпрямительным агрегатом:

$$0 < U_{m,n}(\tau) \leq U_{\text{max}}, \quad (20)$$

где F_1 — функция анодной плотности тока $i_{m,n}$, учитывающая поляризацию m,n -го анода; $U_{m,n}$ — напряжение между m,n -ой анодной секцией и катодом; U_{max} — максимальное значение возможного напряжения;

3) граница электролит-катод:

$$\phi(x, y, z, \tau) - F_2(i_k(x, y, z, \tau))|_{S_k} = 0, \quad (21)$$

где F_2 — функция катодной плотности тока i_k , учитывающая поляризацию катода.

Функции F_1, F_2 , в общем случае, нелинейные и определяются обработкой экспериментальных данных.

Конфигурация гальванической ванны с электродами задается геометрической математической моделью рецепторного типа [Соловьев, 2012], которая учитывает принцип растровой раз-

вертки анодных секций:

$$G(x, y, z, \tau) = \begin{cases} \tau \in [0, T_1], \forall k = 1, \dots, v : \\ 0, \text{ если } (x, y, z) \in \text{электролиту}; \\ 1.mn, \text{ если } (x, y, z) \in m, n - \text{ому аноду} : \\ \begin{cases} m = a, \text{ если } k \cdot (a - 1) \cdot N \cdot \Delta\tau \leq \tau < k \cdot a \cdot N \cdot \Delta\tau, a = 1, \dots, M; \\ n = a, \text{ если } k \cdot ((b - 1) + (a - 1) \cdot N) \cdot \Delta\tau \leq \tau < k \cdot (b + (a - 1) \cdot N) \cdot N \cdot \Delta\tau, b = 1, \dots, N; \end{cases} \\ 2, \text{ если } (x, y, z) \in \text{катоде}; \\ 3, \text{ если } (x, y, z) \in \text{изолятору}. \end{cases} \quad (22)$$

Для построения уравнений (2) — (22) математической модели гальванического процесса принимались следующие основные допущения:

1) в объеме электролита отсутствует градиент концентрации и температуры по линейным координатам. Электропроводность конкретного электролита χ не зависит от координат (x, y, z) . Допущение основано на том факте, что в промышленных гальванических ваннах гидродинамический режим близок к полному перемешиванию из-за барботажа электролита сжатым воздухом и выделяющимся на катоде водородом;

2) в диапазонах допустимых изменений концентрации компонентов и температуры электролита электропроводность χ , плотность ρ и магнитная проницаемость μ_n конкретного электролита не зависит от концентрации и температуры. Основанием для данного допущения являются обусловленные технологическими причинами малые величины диапазонов допустимых изменений концентрации и температуры электролита;

3) традиционное допущение о нулевом потенциале катода и положительном (относительно катода) потенциале анода.

Составленная система уравнений (2)–(22) формирует нестационарную математическую модель с распределенными координатами, описывающую гальванический процесс в многоанодной ванне и связывающую целевой критерий (1) с управлениями — напряжениями между катодом и независимыми анодными секциями, которые входят в краевое условие (19).

2. Решение задачи оптимального управления осаждением гальванического покрытия в многоанодной ванне

Задача (1) относится к вариационной задаче в постановке Больца [Краснов, Макаренко, Киселев, 1973]. Решение этой задачи классическим методом с помощью уравнений Эйлера-Лагранжа представляет большие трудности, что приводит к идее использования прямых методов решения вариационной задачи.

К прямым вариационным методам относится модифицированный метод Ритца [Габасов, Кирилова, 1981]. Прямые методы, являясь приближенными, позволяют получить решение с заданной точностью. Рассмотрим кратко суть классического метода Ритца, после чего перейдем к его модификациям, позволяющим решать вариационные задачи с замкнутой областью допустимых управлений.

Идея классического метода Ритца заключается в том, что значения критерия J рассматриваются не на произвольных допустимых кривых данной вариационной задачи, а лишь на всевозможных линейных комбинациях:

$$U_{m,n}(\tau) = \sum_{q=0}^Q \omega_q \cdot W_q(\tau), \quad (23)$$

где ω_q — постоянные коэффициенты; $W_q(\tau)$ — известные функции.

В качестве $W_q(\tau)$ предлагается использовать степенные функции, т.е. управления $U_{m,n}(\tau)$ искать в классе полиномов вида:

$$U_{m,n}(\tau) = \sum_{q=0}^Q \omega_q \cdot W_q(\tau) = \omega_0 + \omega_1 \cdot \tau + \dots + \omega_q \cdot \tau^q + \dots + \omega_Q \cdot \tau^Q, \quad (24)$$

где Q — степень управляющего полинома.

Для выбора степени полинома используем традиционную методику сравнения значений оптимальных критериев, полученных при $q = 0, 1, \dots, Q$. Относительное уточнение критерия при переходе к полиному более высокой степени рассчитывается по формуле:

$$\Delta J_{q+1} = \frac{|J_q - J_{q+1}|}{J_{q+1}} \cdot 100\%. \quad (25)$$

Функционирование гальванической ванны в режиме растровой развертки системы анодных секций подразумевает, что в любой произвольный момент времени τ активен только один анод из системы $M \times N$ секций с напряжением $U_{m,n}(\tau)$, следовательно, управляющая функция должна быть импульсного вида. Поскольку классический прямой метод Рунге разрабатывался для случая непрерывности управляющих функций и отсутствия ограничений (20), то для решения поставленной задачи необходимо использовать его модификацию: интервал $[0, T_1]$ разбивается на r отрезков $[0, \tau_1], [\tau_1, \tau_2], \dots, [\tau_{r-1}, T_1]$, на каждом из которых напряжение на m, n -ом аноде принимается постоянным и равным значению на левом конце отрезка.

С учетом всего вышесказанного, функции решения (24) вариационной задачи (1) примут вид:

$$U_{m,n}(\tau) = \begin{cases} \text{если } \omega_0 < U_{\max}, \text{ то } \omega_0, \text{ иначе } U_{\max}, \tau \in [0, \tau_1]; \\ \text{если } \sum_{q=0}^Q \omega_q \cdot \tau_1^q < U_{\max}, \text{ то } \sum_{q=0}^Q \omega_q \cdot \tau_1^q, \text{ иначе } U_{\max}, \tau \in [\tau_1, \tau_2]; \\ \dots \\ \text{если } \sum_{q=0}^Q \omega_q \cdot \tau_{r-1}^q < U_{\max}, \text{ то } \sum_{q=0}^Q \omega_q \cdot \tau_{r-1}^q, \text{ иначе } U_{\max}, \tau \in [\tau_{r-1}, T_1]. \end{cases} \quad (26)$$

3. Обзор методов решения уравнений математической модели гальванического процесса и задачи оптимального управления

При решении системы уравнений математической модели многоанодной ванны наиболее важным является уравнение параболического типа (16) с нелинейными граничными условиями третьего рода (18), (19), (21). Это уравнение решается путём замены производной разностным оператором с использованием семиточечного шаблона [Марчук, 1989]. Полученная система алгебраических уравнений решается методом простых итераций. Система уравнений по катодной плотности тока (14), (15) решается методом нижней релаксации, а система уравнений (10) решается явными схемами пошагового интегрирования (например, семейства Рунге–Кутты) с шагом $d\tau \ll [\tau_{r-2}, \tau_{r-1}]$. В качестве алгоритма поиска значений постоянных коэффициентов ω_q предлагается использовать метод оврагов.

Для решения задачи (1) был разработан комплекс программного обеспечения [Соловьев, 2011–2012, Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ]. Программный комплекс осуществляет ввод исходных данных (параметров гальванического процесса и конфигурации ванны и электродов), численный расчет и оптимизацию процесса, вывод и визуализацию результатов (функций управления, 3D распределение толщины покрытия по поверхности детали), а так же способен производить экспертную оценку значений весовых коэффициентов на результирующий оптимальный режим.

4. Пример гальванического процесса для решения задачи оптимального управления

Для того чтобы получить информацию об искомым функциях $U_{m,n}(\tau)$, была решена следующая задача. В качестве гальванического процесса был выбран процесс осаждения хромового покрытия в стандартном электролите на катод заданной формы в ванне с системой 1x2 анодных секций. Чертеж гальванической ванны и используемых электродов изображен на рисунке 1.

Размеры гальванической ванны 250x250x500 мм (XxZxY), уровень электролита составляет 230 мм. Плоские анодные секции размером 80x80 мм отцентрированы в плоскости ZOX и находятся на расстоянии 50 мм друг от друга. Площадь покрываемой поверхности катода Z-образной формы составляет 45000 мм². Аноды секции $S_{1,1}$, $S_{1,2}$ и катод S_k погружены в электролит на 90 и 50 мм соответственно.

Функция (9) и уравнение (10) для процесса хромирования в стандартном электролите примет следующий вид [Литовка, Елизаров, 2003]:

$$\eta(\tau) = \frac{5.43 - 0.036 \cdot t - 0.0005 \cdot t^2 - 0.002657 \cdot C_1(\tau) + 2.054 \cdot \ln(0.001 \cdot i_{\text{кр}}(\tau)) + 0.0575 \cdot C_2(\tau)}{100 - 4.59 \cdot C_2(\tau) + 0.074 \cdot C_2^2(\tau)}, \quad (27)$$

$$\frac{dC_1(\tau)}{d\tau} = - \frac{\mathcal{E} \cdot \eta(\tau) \cdot \rho_s \cdot i_{\text{кр}}(\tau)}{\Omega \cdot \mu}, \quad (28)$$

где C_1 — концентрация хромового ангидрида; C_2 — концентрация серной кислоты; μ — молекулярная масса хромового ангидрида; ρ_s — плотность электролита; Ω — масса электролита в ванне; \mathcal{E} — электрохимический эквивалент хрома.

Так как в процессе хромирования используется нерастворимый свинцовый анод, то его поляризация не учитывается, поэтому $F_1(i_{m,n}) = 0$.

Функция катодной поляризации определяется кусочно-заданной N-образной функцией:

$$F_2(i_k(\tau)) = \begin{cases} -0.357 \cdot i_k(\tau) - 0.958, & \text{при } F_2 \in (-\infty, -1]; \\ 0.866 \cdot i_k(\tau) - 1.0347, & \text{при } F_2 \in (-1, -0.67]; \\ -0.325 \cdot i_k(\tau) - 0.5337, & \text{при } F_2 \in (-0.67, \infty). \end{cases} \quad (29)$$

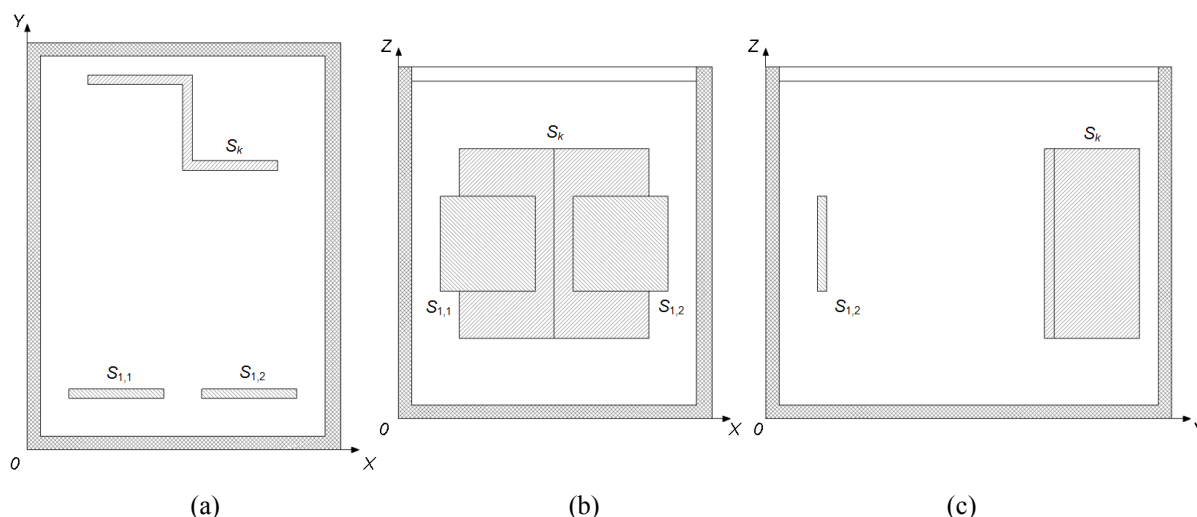


Рис. 1. Чертеж гальванической ванны и используемых электродов: (a) — вид сверху; (b) — вид спереди; (c) — вид сбоку; $S_{1,1}$ — анодная секция № 1,1; $S_{1,2}$ — анодная секция № 1,2; S_k — деталь-катод

Все остальные константы и параметры для расчета уравнений математической модели гальванического процесса взяты из книги [Шлугер, 1985].

Состав свежеприготовленного стандартного электролита хромирования, г/л: $C_1(0) = 250$, $C_2(0) = 2.5$. Температура электролита $t = 50^\circ\text{C}$, масса электролита $\Omega = 26.5$ кг. Значения весовых коэффициентов $\alpha = 1$, $\beta = 2$. Минимальная заданная толщина покрытия составляет $\delta^{\text{зад}} = 15$ мкм (3), максимально допустимое значение напряжения, выдаваемое выпрямительным агрегатом — $U_{\text{max}} = 12$ В (20).

5. Обсуждение численных результатов

В результате решения задачи (1) для рассматриваемого примера были получены следующие функции изменения напряжения на анодных секциях, которые представлены в таблице 1.

На рисунке 2. показаны графики функций анодных напряжений (26) при использовании полиномов различных степеней на интервалах $[0, \tau_1]$, $[\tau_7, \tau_8]$, $[\tau_{13}, \tau_{14}]$ и $[\tau_{19}, \tau_1]$ при $\tau = 20$.

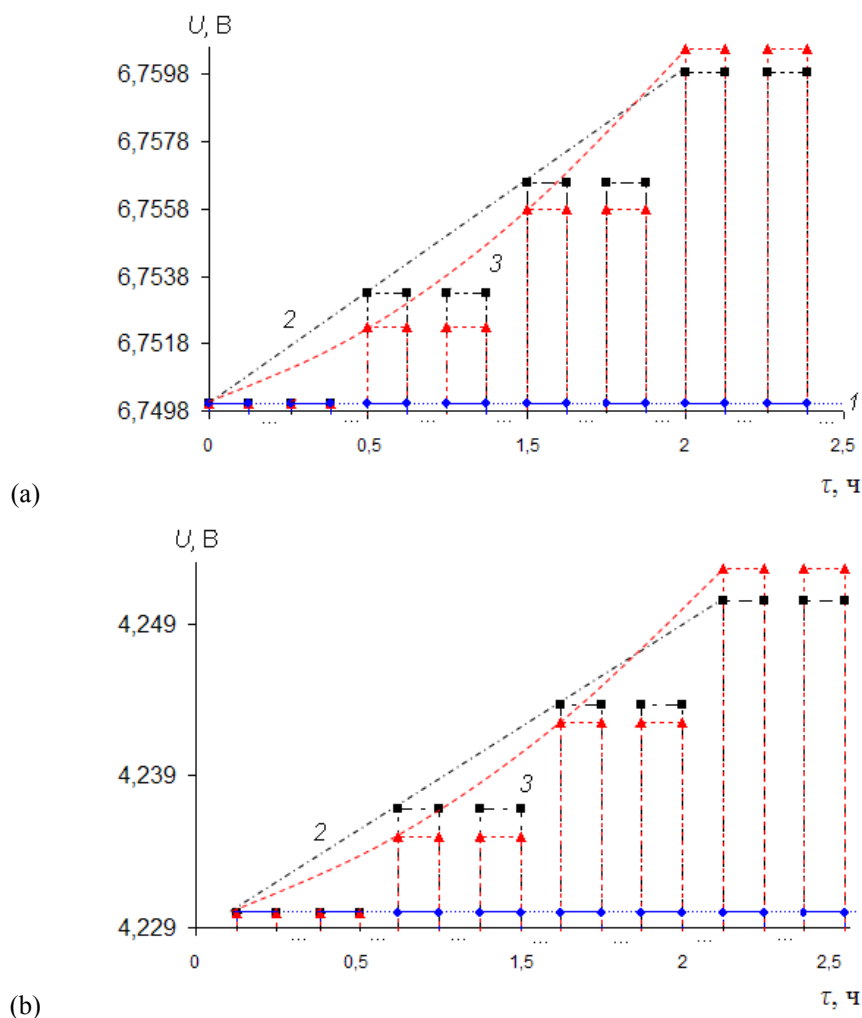


Рис. 2. Напряжения на анодах в виде полиномов различных степеней: (а) — анодная секция № 1,1; (б) — анодная секция № 1,2. Сплошная линия 1 (круги) — полином 0-й степени, штрихпунктирная линия 2 (квадраты) — полином 1-ой степени, штрихованная линия 3 (треугольники) — полином 2-ой степени

Полученные функции довольно слабо зависят от времени, поскольку изменением напряжения компенсируется медленное уменьшение во времени концентрации хромового ангидрида (рис. 3), оказывающего влияние на катодный выход по току (рис. 4).

Таблица 1. Функции изменения анодных напряжений при различных степенях полиномов

Степень полинома	Вид управляющих напряжений, U [В], τ [ч]	
0	$U_{1,1}(\tau) = 6.75$	$U_{1,2}(\tau) = 4.23$
1	$U_{1,1}(\tau) = 6.75 + 0.053 \cdot \tau$	$U_{1,2}(\tau) = 4.23 + 0.11 \cdot \tau$
2	$U_{1,1}(\tau) = 6.75 + 0.027 \cdot \tau + 0.016 \cdot \tau^2$	$U_{1,2}(\tau) = 4.23 + 0.06 \cdot \tau + 0.033 \cdot \tau^2$

При использовании гальванического процесса с растворимым анодом скорость уменьшения концентрации компонентов электролита будет несколько ниже, так как их расходование в электрохимических реакциях на катоде будет компенсироваться растворением анода.

Использование различных степеней полиномов дало следующие значения целевого критерия (1) и относительного уточнения критерия (25), представленные в таблице 2.

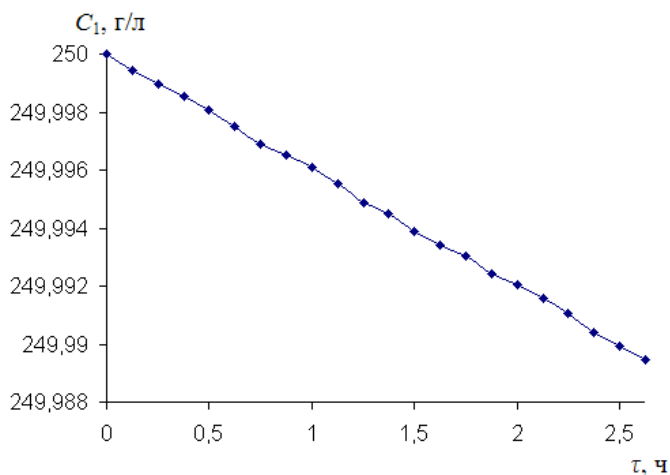


Рис. 3. Зависимость изменения концентрации хромового ангидрида от времени протекания гальванического процесса

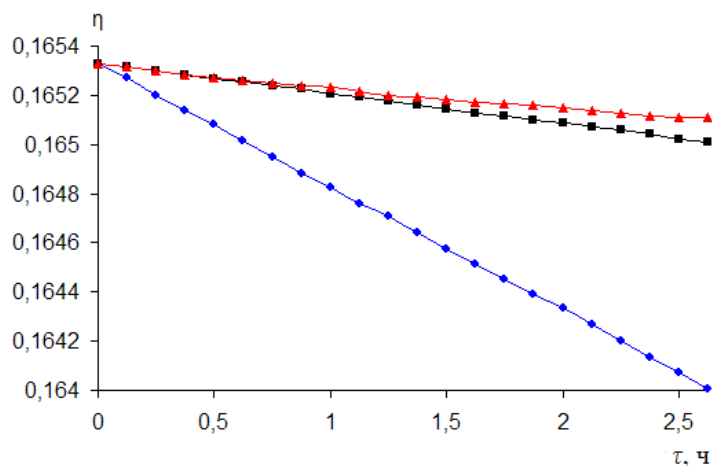


Рис. 4. Зависимость изменения катодного выхода по току от времени протекания гальванического процесса с использованием, в качестве управляющего воздействия, напряжения на анодах в виде полиномов различных степеней. Кружки — полином 0-ой степени, квадраты — полином 1-ой степени, треугольники — полином 2-ой степени

Исходя из полученных результатов, был сделан вывод, что для решения вариационной задачи оптимального управления гальваническими процессами в многоанодной ванне (1) экстремали целесообразно искать в классе линейных функций вида:

$$U_{m,n}(\tau) = \omega_0 + \omega_1 \cdot \tau, \tag{30}$$

когда скорость изменения концентрации компонентов электролита существенна и оказывает заметное влияние на значение целевого функционала J за время малого периода T_1 . В противном случае, достаточно рассматривать постановку задачи (1) как квазистационарную конечно-мерную задачу (использовать допущение о постоянстве концентрации компонентов электролита за время малого периода, но учитывать изменение концентрации за время большого периода) с экстремальными видами:

$$U_{m,n}(\tau) = \omega_0 = \text{const.} \quad (31)$$

Таблица 2. Зависимость целевого критерия и относительного уточнения критерия от степени полинома анодного напряжения

Степень полинома	Целевой критерий, J	Относительное уточнение критерия, $\Delta J, \%$
0	8.76859	
1	8.75749	0.126
2	8.75709	0.004

Заключение

В работе поставлена задача оптимального управления гальваническим процессом, заключающаяся в поиске изменения во времени напряжений на анодных секциях для достижения наиболее равномерного покрытия в условиях изменения концентрации компонентов электролита. Для решения поставленной задачи разработана математическая модель, отличающаяся наличием уравнений, учитывающих изменение во времени концентраций компонентов электролита. Разработаны алгоритмы оптимального управления на основе решения вариационной задачи прямым модифицированным методом Рунге. Доказано, что для достижения заданной точности достаточно использование полинома первой степени в качестве управляющего воздействия: функции изменения во времени напряжения на анодных секциях. Улучшение критерия по сравнению со стационарной задачей составляет 0.126%.

Список литературы

- Габасов Р., Кирилова Ф. М. Методы оптимизации. — Минск: БГУ, 1981.
- Краснов Л. М., Макаренко Г. И., Киселев А. И. Вариационное исчисление. — М.: Наука, 1973.
- Литовка Ю. В. Оптимальное управление гальванической ванной с учетом дупериодичности процесса // Математические методы в химии и технологиях: Тез. докл. 11 Междунар. конф. Владимир, 1998. — Т.1. — С. 74–76.
- Литовка Ю. В., Елизаров А. М. Метод расчета толщины покрытия на электродах сложной формы // Теоретические основы химической технологии. — 2003. — Т. 37, № 1. — С. 45–48.
- Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1989.
- Соловьев Д. С., Литовка Ю. В., Милованов И. В. Система оптимального управления гальванической ванной с циклическим включением анодных секций // Радиотехника. — 2010. — № 12. — С. 44–48.
- Соловьев Д. С., Литовка Ю. В. Математическое моделирование гальванической ванны с циклическим включением анодных секций // Проблемы управления и автоматизации технологических процессов и производств: сб. трудов Всероссийской научно-технической конференции. — Уфа: Уфимский гос. нефт. техн. ун-т, 2010. — С. 142–143.
- Соловьев Д. С. Рецепторная геометрическая модель в задаче расчета распределения толщины покрытия в гальванической ванне со многими анодами // I Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы современной науки: свежий взгляд и новые подходы». — Йошкар-Ола: Коллоквиум. — 2012. — Т. 1. — С. 40–42.

- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2011617252 «Программа управления гальванической ванной с циклическим включением анодных секций» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 19.09.2011г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2011617253 «Программа оптимизации токовых режимов гальванической ванны с циклическим включением анодных секций» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 19.09.2011г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2012614474 «Информационная подсистема гальванических процессов с циклическим включением анодных секций» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 18.05.2012г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2012614476 «Расчет изменения концентрации компонентов электролита в гальванической ванне» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 18.05.2012г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2012615096 «Программа визуализации распределения гальванического покрытия по поверхности детали» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 07.06.2012г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2012617296 «Экспертная система поддержки принятия решения при выборе значений априорных коэффициентов для проектирования гальванических процессов в ванне со многими анодами» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 14.08.2012г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2013610311 «Автоматизированное построение чертежных проекций детали-катода» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 09.01.2013г.
- Соловьев Д. С.* Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ в ФИПС №2013610312 «Визуализация решения задачи оптимального управления процессом нанесения гальванического покрытия в электрохимической ванне, функционирующей в режиме циклического переключения анодных секций» // Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 09.01.2013г.
- Шлугер М. А.* Гальванические покрытия в машиностроении. Справочник. В 2-х томах // Т. 1. — М.: Машиностроение, 1985.