

УДК: 532:536.2

Численные исследования нестационарных режимов сопряженной естественной конвекции в пористой цилиндрической области (модель Дарси–Буссинеска)

Т. А. Трифонова^{1,а}, М. А. Шеремет^{1,2,б}

¹ Томский государственный университет
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36,

² Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30

E-mail: ^аtanneka@mail.ru, ^бMichael-sher@yandex.ru

Получено 19 декабря 2012 г.,
после доработки 20 марта 2013 г.

Проведено математическое моделирование нестационарных режимов естественной конвекции в замкнутой пористой цилиндрической полости с теплопроводной оболочкой конечной толщины в условиях конвективного теплообмена с внешней средой. Краевая задача математической физики, сформулированная на основе модели Дарси–Буссинеска в безразмерных переменных «функция тока – температура», реализована численно методом конечных разностей. Детально проанализировано влияние проницаемости пористой среды $10^{-5} \leq Da < \infty$, отношения толщины твердой оболочки к внутреннему радиусу цилиндра $0.1 \leq h/L \leq 0.3$, относительного коэффициента теплопроводности $1 \leq \lambda_{1,2} \leq 20$ и безразмерного времени $0 \leq \tau \leq 1000$ как на локальные распределения изолиний функции тока и температуры, так и на интегральные комплексы, отражающие интенсивность конвективного течения и теплопереноса.

Ключевые слова: сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, приближение Дарси–Буссинеска, пористая цилиндрическая полость, нестационарный режим, численное моделирование

Numerical simulation of unsteady conjugate natural convection in a cylindrical porous domain (Darcy–Boussinesq model)

T. A. Trifonova¹, M. A. Sheremet^{1,2}

¹ Tomsk State University, 36 Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russia

² Tomsk Polytechnic University, 30 Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russia

Abstract. — Mathematical simulation on unsteady natural convection in a closed porous cylindrical cavity having finite thickness heat-conducting solid walls in conditions of convective heat exchange with an environment has been carried out. A boundary-value problem of mathematical physics formulated in dimensionless variables such as stream function and temperature on the basis of Darcy–Boussinesq model has been solved by finite difference method. Effect of a porous medium permeability $10^{-5} \leq Da < \infty$, ratio between a solid wall thickness and the inner radius of a cylinder $0.1 \leq h/L \leq 0.3$, a thermal conductivity ratio $1 \leq \lambda_{1,2} \leq 20$ and a dimensionless time on both local distributions of isolines and isotherms and integral complexes reflecting an intensity of convective flow and heat transfer has been analyzed in detail.

Keywords: conjugate heat transfer, natural convection, Darcy–Boussinesq approximation, porous cylindrical cavity, transient regime, numerical simulation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 179–191 (Russian).

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

© 2013 Татьяна Андреевна Трифонова, Михаил Александрович Шеремет

Введение

Конвективный тепло- и массоперенос в пористых системах вызывает значительный интерес в связи с широким спектром приложений теоретического и практического характера в энергетике, приборостроении, химической и пищевой промышленности, строительной индустрии. Среди наиболее актуальных задач, связанных с транспортными процессами массы, импульса и энергии в пористых структурах, можно выделить следующие: создание регенеративных теплообменников, проектирование высокоэффективной теплоизоляции для зданий, теплообмен при хранении сельскохозяйственной продукции, теплопередача при глубоком захоронении отходов ядерного топлива в естественных геологических полостях, подземное распространение загрязняющих веществ [Nield, Bejan, 2006; Накоряков, Горин, 1994]. К настоящему времени проведено большое число исследований свободноконвективного теплопереноса в замкнутых и полуоткрытых областях, заполненных пористой средой, в пренебрежении теплопереносом в ограждающих твердых стенках [Jimenez-Islas, Lopez-Isunza, Ochoa-Tapia, 1999; Nield, Bejan, 2006; Oliveski, Macagnan, Copetti, 2005; Sankar et al., 2011; Браун, Любимов, Теплов, 1998; Накоряков, Горин, 1994; Кантур, Цибулин, 2004]. Известно, что учет переноса энергии через ограждающие твердые конструкции приводит к существенным изменениям полей течения и температуры [Liaqat, Baytas, 2001; Шеремет, 2011]. Исследований, посвященных сопряженным задачам конвективного теплопереноса в пористых средах, не так много [Al-Amiri, Khanafer, Pop, 2008; Kimura, Pop, 1991; Mbaye, Bilgen, Vasseur, 1993; Saeid, 2007a; Saeid, 2007b; Алешкова, Шеремет, 2010]. Например, математическое моделирование нестационарной естественной конвекции в замкнутой квадратной пористой полости (модель Бринкмана–Буссинеска) с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии постоянной температуры в условиях конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой проведено в [Алешкова, Шеремет, 2010]. Показано, что при фиксированном значении проницаемости среды увеличение числа Рэлея приводит к формированию неустойчивого термического факела, а рост коэффициента теплопроводности материала твердых стенок проявляется в более интенсивном прогреве области решения. В результате численного исследования сопряженной естественной конвекции в замкнутой пористой области (модель Дарси–Буссинеска [Saeid, 2007a], модель Бринкмана–Форхгеймера–Буссинеска [Al-Amiri, Khanafer, Pop, 2008]) с одной теплопроводной вертикальной стенкой при наличии горизонтального температурного напора установлено, что увеличение толщины твердой стенки отражается как на снижении среднего числа Нуссельта на границе раздела сред, так и на ослаблении естественно-конвективной циркуляции в полости. Математическое моделирование сопряженных режимов термогравитационной конвекции в пористой прямоугольной полости (модель Дарси–Буссинеска) с двумя теплопроводными вертикальными стенками в условиях горизонтального температурного градиента [Saeid, 2007b] установило, что при малых значениях числа Рэлея и высокой теплопроводности ограждающих твердых стенок среднее число Нуссельта на границе раздела сред является возрастающей функцией толщины твердых стенок. Численный анализ сопряженной естественной конвекции в наклонном пористом слое, ограниченном теплопроводными стенками конечной толщины, проведен в [Mbaye, Bilgen, Vasseur, 1993] на основе двух моделей: Бринкмана–Буссинеска и Бринкмана–Форхгеймера–Буссинеска. Показано, что увеличение числа Форхгеймера приводит к снижению интенсивности теплопереноса. В результате математического моделирования сопряженных режимов стационарной термогравитационной конвекции в пористой прослойке между горизонтальными концентрическими цилиндрами (модели Дарси–Буссинеска и Бринкмана–Буссинеска) [Kimura, Pop, 1991] установлено существенное влияние теплопроводности материала оболочки внутреннего и внешнего цилиндров на интенсивность конвективного теплопереноса в пористой среде.

Целью настоящей работы является численный анализ нестационарных режимов конвективного охлаждения пористой вертикальной цилиндрической полости, ограниченной теплопроводной оболочкой.

Математическая модель

Рассматривается краевая задача естественной конвекции в замкнутой вертикальной цилиндрической полости, заполненной пористой средой (рис. 1). Анализируемая полость ограничена от внешней среды теплопроводной оболочкой конечной толщины h . Предполагается, что граница $z = 0$ является адиабатической, а на остальных внешних границах моделируется конвективный теплообмен с окружающей средой. Температура внешней среды T^e меньше начальной температуры анализируемого объекта T_0 , что позволяет оценить термическую инерционность как ограждающей твердой оболочки, так и пористой среды внутри полости. Теплофизические характеристики материала твердой оболочки цилиндра, жидкости и внутреннего твердого скелета предполагаются постоянными, независимыми от температуры. Жидкость, насыщающая пористую среду, является теплопроводной, ньютоновской, удовлетворяющей приближению Дарси–Буссинеска. Считается, что жидкость и твердый скелет находятся в локальном тепловом равновесии.

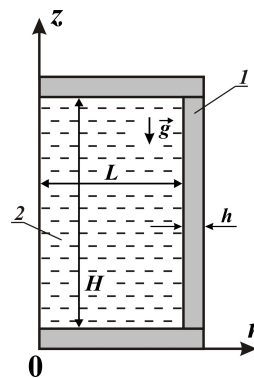


Рис. 1. Область решения задачи: 1 — твердая оболочка, 2 — пористая среда

Процесс переноса массы, импульса и энергии описывается системой нестационарных двумерных уравнений Дарси–Буссинеска в пористой среде и плоским нестационарным уравнением теплопроводности в твердой ограждающей оболочке:

$$\frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial(rV_z)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\mu}{K} V_r = 0, \quad (2)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\mu}{K} V_z + \rho g \beta (T - T_0) = 0, \quad (3)$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = a_2 \nabla^2 T, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \nabla^2 T, \quad (5)$$

где r, z — координаты цилиндрической системы координат; V_r и V_z — составляющие вектора скорости в проекции на оси r, z соответственно; p — давление; μ — коэффициент динамической вязкости; K — проницаемость пористой среды; ρ — плотность; g — ускорение свободного падения; β — термический коэффициент объемного расширения; T — температура; T_0 — начальная температура области решения; t — время; σ — относительная эффективная объемная теплоемкость пористой среды; a_1 — коэффициент температуропроводности материала ограждающей твердой оболочки; a_2 — коэффициент температуропроводности пористой среды.

Поскольку целью настоящей работы является анализ теплового состояния объекта в условиях взаимного влияния естественной конвекции в пористой среде и кондуктивной теплопередачи в твердой оболочке, то наиболее целесообразным представляется преобразование сформулированной системы уравнений математической физики к виду, исключающему непосредственный поиск поля давления. Для этого введем в рассмотрение функцию тока ψ : $V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$, $V_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$.

Сформулируем математическую модель в безразмерных переменных «функция тока — температура». В качестве масштабов расстояния, скорости, времени, температуры и функции тока были выбраны $L = H$, $\sqrt{g\beta\Delta TL}$, $\sqrt{L/(g\beta\Delta T)}$, $\Delta T = T_0 - T^e$, $\sqrt{g\beta\Delta TL^5}$. Безразмерные переменные имели вид:

$$R = r/L, \quad Z = z/L, \quad U = V_r/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \quad V = V_z/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \\ \tau = t\sqrt{g\beta\Delta T/L}, \quad \Theta = (T - T^e)/\Delta T, \quad \Psi = \psi/\sqrt{g\beta\Delta TL^5},$$

где L — размер пористой полости (рис. 1); R, Z — безразмерные координаты, соответствующие координатам r, z ; U, V — безразмерные скорости, соответствующие скоростям V_r, V_z ; τ — безразмерное время; Θ — безразмерная температура; Ψ — безразмерный аналог функции тока.

Безразмерные уравнения Дарси–Буссинеска примут вид в пористой полости (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} + \text{Da} \sqrt{\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}}} R \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0, \quad (6)$$

$$\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial R} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right), \quad (7)$$

в твердой оболочке цилиндра (1 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right). \quad (8)$$

Здесь $\text{Ra} = g\beta\Delta TL^3/\nu a_2$ — число Рэлея; ν — кинематический коэффициент вязкости; $\text{Pr} = \nu/a_2$ — число Прандтля; $\text{Da} = K/L^2$ — число Дарси, $a_{1,2} = a_1/a_2$ — относительный коэффициент теплопроводности.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (6)–(8) имеют вид:

- начальные условия: $\Psi(R, Z, 0) = 0$, $\Theta(R, Z, 0) = 1$;
- на границе $Z = 0$ моделировалось условие теплоизоляции $\frac{\partial \Theta}{\partial Z} = 0$;
- на границах $R = 1+h/L$ и $Z = 1+2h/L$ были реализованы условия конвективного теплообмена с окружающей средой $\frac{\partial \Theta}{\partial n} = \text{Bi}\Theta$;
- на оси симметрии $R = 0$: $\Psi = \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0$;
- на внутренней границе $R = 1$: $\Psi = 0$, $\Theta_1 = \Theta_2$, $\lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial R} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial R}$;
- на внутренних границах $Z = h/L$ и $Z = 1+h/L$: $\Psi = 0$, $\Theta_1 = \Theta_2$, $\lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial Z} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial Z}$.

Здесь $Bi = \alpha L / \lambda_1$ — число Био; α — коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; $\lambda_{1,2} = \lambda_1 / \lambda_2$ — относительный коэффициент теплопроводности; λ_1 — коэффициент теплопроводности материала твердой оболочки; λ_2 — эффективный коэффициент теплопроводности пористой среды.

Выбор представленных в статье граничных условий в первую очередь обусловлен возможностью оценки влияния окружающей среды на режимы течения и теплоперенос внутри цилиндрической полости при наличии теплопроводной оболочки. В данном случае воздействие внешней среды моделировалось на основе условий конвективного теплообмена на боковой поверхности и на внешней границе верхнего основания цилиндра, при этом внешняя граница нижнего основания была теплоизолированной. Такая математическая модель позволяет описать режимы конвективного охлаждения цилиндрического объекта, расположенного на теплоизолированной поверхности, что имеет непосредственное отношение к вопросам моделирования пористых теплообменных элементов [Поляев, Майоров, Васильев, 1988].

Сформулированная краевая задача (6)–(8) с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей [Алешкова, Шеремет, 2010; Шеремет, 2011] на равномерной сетке. Для аппроксимации конвективных слагаемых в уравнении энергии (7) применялась монотонная схема А. А. Самарского второго порядка [Шеремет, 2011], позволяющая учесть знак скорости, для диффузионных слагаемых — центральные разности. Уравнения энергии (7, 8) решались с использованием локально одномерной схемы А. А. Самарского [Шеремет, 2011]. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей разрешалась методом прогонки. Для дискретизации уравнения для функции тока (6) применялся пятиточечный шаблон «крест» на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученная СЛАУ разрешалась методом последовательной верхней релаксации.

Разработанный метод решения был протестирован на несопряженной задаче термогравитационной конвекции в цилиндрической полости, заполненной чистой жидкостью [Lemembre, Petit, 1998], а также на сопряженной задаче естественной конвекции в замкнутой квадратной пористой полости с одной теплопроводной вертикальной стенкой [Saeid, 2007a].

На рисунках 2 и 3 показано сравнение изолиний функции тока и температуры при различных значениях числа Рэлея с численными результатами [Lemembre, Petit, 1998].

На рисунках 4 и 5 представлено сравнение изолиний функции тока Ψ и температуры Θ при $Pr = 0.7$, $Ra = 10^6$, $Da = 10^{-3}$ и различных значениях относительной толщины твердой стенки и относительного коэффициента теплопроводности с данными [Saeid, 2007a].

Распределения, представленные на рисунках 2–5, наглядно показывают, что применяемая математическая модель и используемый численный алгоритм решения приводят к достаточно хорошему согласованию с результатами других авторов.

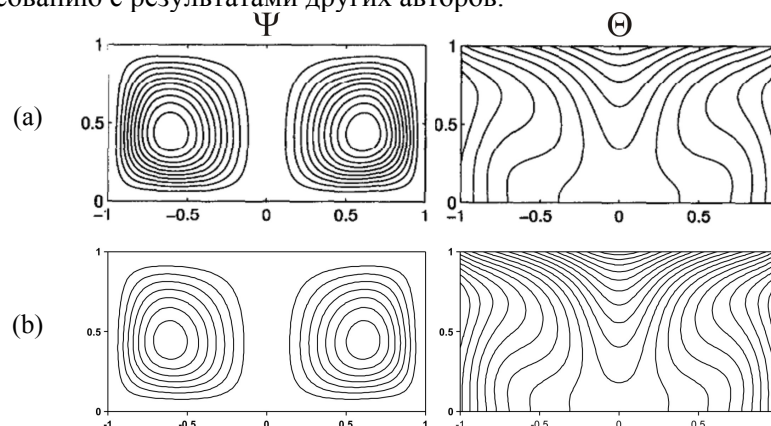


Рис. 2. Изолинии функции тока Ψ и температуры Θ при $Pr = 0.7$, $Ra = 10^4$: данные [Lemembre, Petit, 1998] (a), полученные результаты (b)

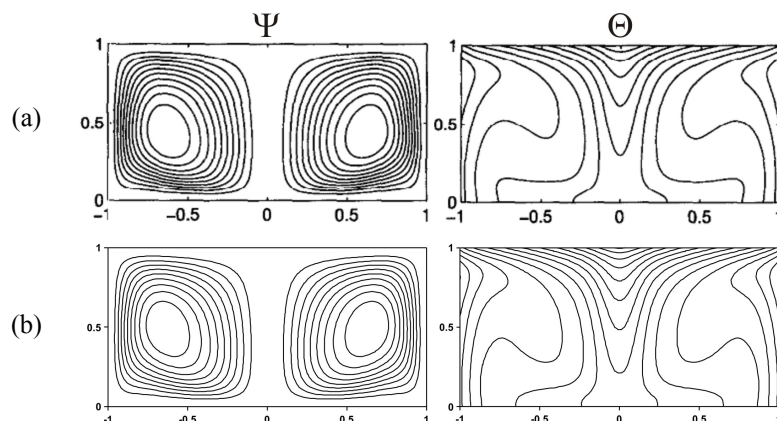


Рис. 3. Изолинии функции тока Ψ и температуры Θ при $Pr = 0.7$, $Ra = 10^5$: данные [Lemembre, Petit, 1998] (a), полученные результаты (b)

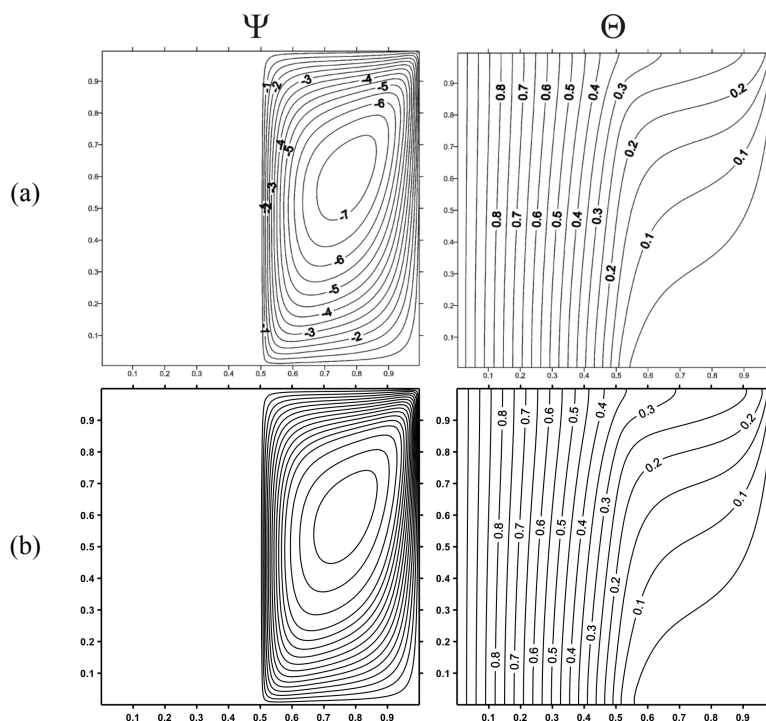


Рис. 4. Изолинии функции тока Ψ и температуры Θ при $h/L = 0.5$, $\lambda_{1,2} = 1$: данные [Saeid, 2007a] (a), полученные результаты (b)

Разработанный метод решения также был протестирован на множестве сеток. На рисунке 6 представлены временные зависимости среднего числа Нуссельта на границе раздела сред

$$Z = h/L \quad Nu_{avg} = \int_0^1 \left| \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right|_{Z=h/L} dR \quad \text{и максимального абсолютного значения функции тока } |\Psi|_{max} \quad \text{при}$$

$Ra = 10^6$, $Pr = 0.7$, $Bi = 1.0$, $Da = 10^{-3}$, $\lambda_{1,2} = 1.0$, $h/L = 0.1$. На рисунке 6 указаны размерности сетки в пористой полости, по толщине твердой стенки выбиралось по 10% узлов от соответствующего направления внутренней сетки.

Исходя из соображений оптимизации точности вычислений и времени расчета, для дальнейшего анализа была выбрана разностная сетка размерности 100×100 .

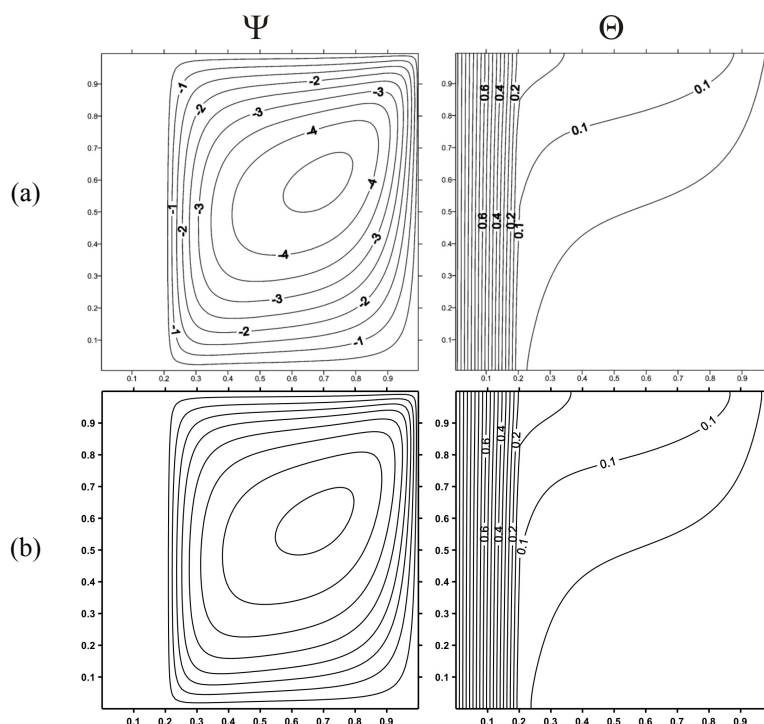


Рис. 5. Изолинии функции тока Ψ и температуры Θ при $h/L = 0.2$, $\lambda_{1,2} = 0.1$: данные [Saeid, 2007a] (a), полученные результаты (b)

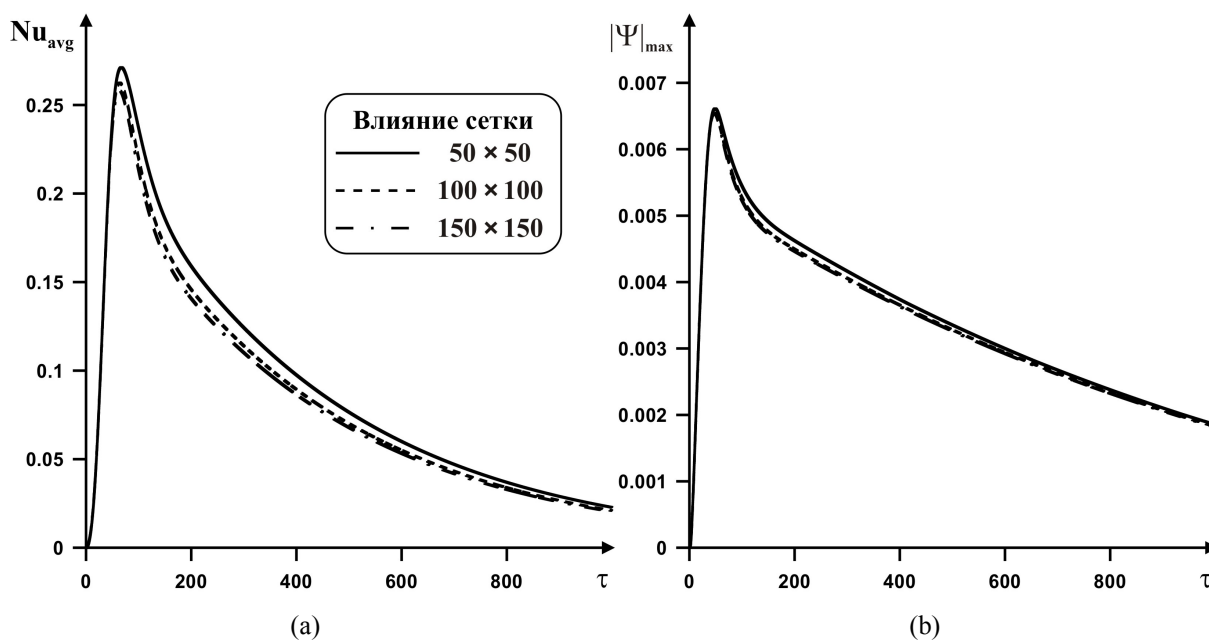


Рис. 6. Зависимости среднего числа Нуссельта (a) и максимального абсолютного значения функции тока (b) от времени и размерности разностной сетки

Результаты численного моделирования

Численные исследования проведены при следующих значениях определяющих параметров: $Ra = 10^6$, $Pr = 0.7$, $Bi = 1.0$, $10^{-5} \leq Da < \infty$, $0.1 \leq h/L \leq 0.3$, $a_{1,2} = 0.6$, $\sigma = 1$, $1 \leq \lambda_{1,2} \leq 20$, $0 \leq \tau \leq 1000$.

На рисунке 7 представлены распределения линий тока и изотерм, соответствующие режиму термогравитационной конвекции для $h/L = 0.1$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$, при различных значениях числа Дарси.

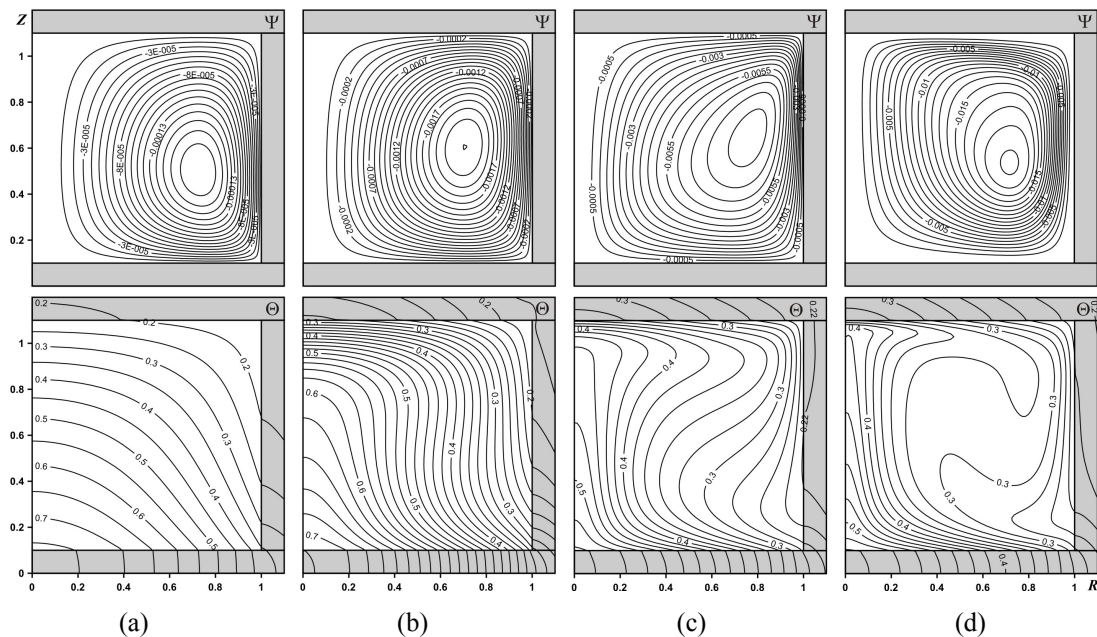


Рис. 7. Изолинии функции тока Ψ и температуры Θ при $h/L = 0.1$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$: $Da = 10^{-5}$ (a), $Da = 10^{-4}$ (b), $Da = 10^{-3}$ (c), $Da = \infty$ (d)

Увеличение проницаемости пористой среды приводит к интенсификации конвективного вихря в полости, что подтверждается повышением среднего значения функции тока, характеризующей расход среды в соответствующем сечении. Необходимо также отметить модификацию тороидальной вихревой структуры в полости, которая проявляется в смещении и изменении ориентации ядра рециркуляционной зоны. Доминирование кондуктивного механизма переноса энергии, судя по распределению изотерм, происходит при $Da = 10^{-5}$ и $Da = 10^{-4}$. Хотя при $Da = 10^{-4}$ наблюдается формирование осевого термического факела, отражающего интенсификацию переноса энергии, вследствие роста скорости движения жидкости, насыщающей пористую среду. Представленные поля температуры также позволяют оценить эффект охлаждения полости, поскольку начальная температура анализируемого объекта была максимальной. Наиболее интенсивное охлаждение наблюдается в условиях чистой среды при $K = \infty$, вследствие отсутствия сопротивления конвективному движению со стороны твердого скелета.

Более детальное поведение температуры и горизонтальной компоненты скорости представлено на рисунке 8 в сечениях $Z = 0.6$ для температуры (рис. 8a) и $R = 0.5$ для R -компоненты скорости (рис. 8b). Монотонное уменьшение Θ при $Da = 10^{-5}$, 10^{-4} , а также незначительные скорости циркуляции среды подтверждают доминирование механизма теплопроводности. Менее интенсивное снижение температуры в зоне оси цилиндра при $Da = 10^{-4}$ по сравнению с режимом, соответствующим $Da = 10^{-5}$, обусловлено формированием термического факела (рис. 7b). С ростом безразмерной проницаемости среды ($Da \geq 10^{-3}$) происходит интенсификация конвективного переноса энергии, что приводит к проникновению более холодных потоков в центр полости и, соответственно, к снижению температуры. Увеличение Da отражается на повышении скорости циркуляции среды.

На рисунке 9 представлены зависимости интегральных характеристик анализируемого процесса от времени и проницаемости пористой полости. Немонотонное изменение среднего числа Нуссельта на нижней границе раздела сред $Z = h/L$, а также максимального абсолютного значения функции тока связано с существенной нестационарностью задачи — с ростом времени

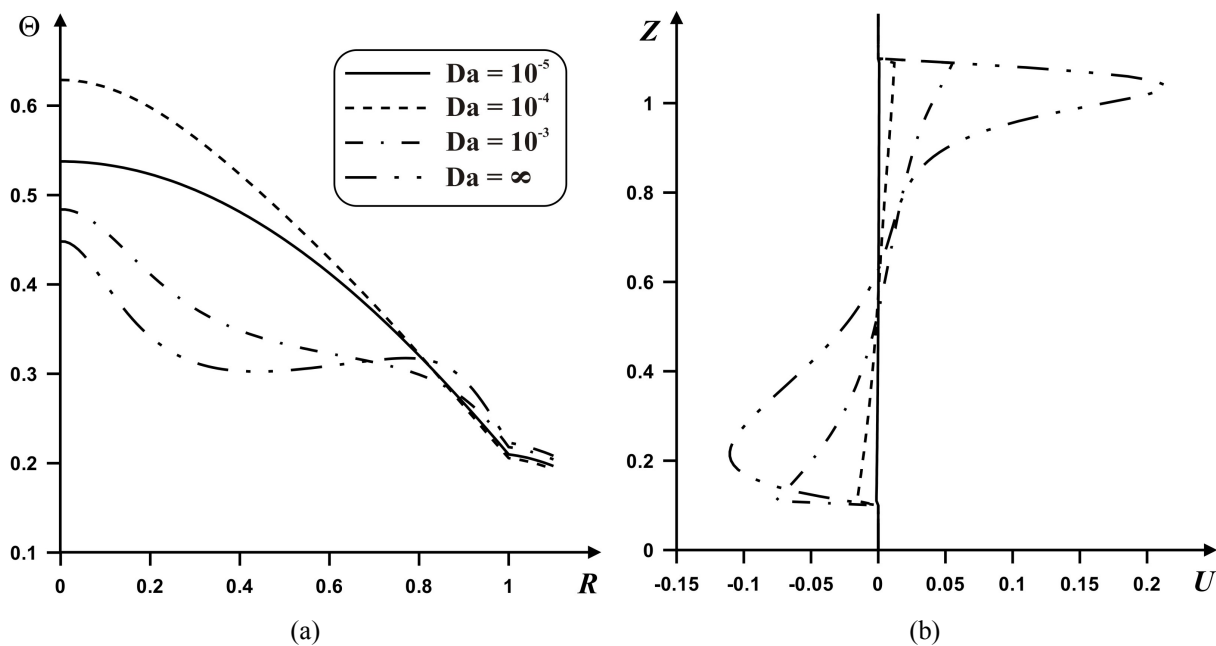


Рис. 8. Профили температуры Θ в сечении $Z = 0.6$ (a) и горизонтальной компоненты скорости U в сечении $R = 0.5$ (b) при $h/L = 0.1$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$ и различных значениях Da

происходит охлаждение области решения (рис. 9b), отражающееся на уменьшении температурного напора и, соответственно, скоростей циркуляции жидкости. Наибольший температурный напор в среде формируется при высоких значениях числа Дарси, при этом время, необходимое для появления максимального значения Nu_{avg} , с ростом проницаемости среды уменьшается.

Необходимо отметить, что $\max_t (Nu_{avg}^{Da=10^{-3}}) > \max_t (Nu_{avg}^{Da=\infty})$. Данное соотношение характеризует возможность использования твердого скелета с достаточно большой долей пор с целью интенсификации конвективного переноса энергии на начальном временном этапе. При этом высокая термическая инерционность материала твердого скелета проявляется в сохранении температурного напора на большом временном промежутке. Как отмечалось выше, рост Da отражается в более интенсивном охлаждении пористой полости (рис. 9b). Формирование «пограничного» режима переноса энергии — переход от доминирования теплопроводности к конвекции при $Da = 10^{-4}$ сказывается на наличии временного промежутка более медленного охлаждения объекта, но уже при $\tau > 800$ этот эффект исчезает. Увеличение числа Дарси проявляется в росте максимального абсолютного значения функции тока (рис. 9c), вследствие интенсификации конвективной торoidalной структуры.

Влияние относительного коэффициента теплопроводности при $Da = 10^{-4}$, $h/L = 0.1$, $\tau = 300$ представлено на рисунках 10–12. Распределение изолиний функции тока и температуры (рис. 10) с ростом $\lambda_{1,2}$, вследствие увеличения коэффициента теплопроводности материала ограждающей твердой оболочки, отражает незначительную интенсификацию вихревой структуры, а также проявляется в снижении температуры анализируемого объекта. Следует отметить, что изменение коэффициента теплопроводности опосредованно характеризует степень воздействия окружающей среды на пористую полость. Увеличение λ_1 приводит к более интенсивному охлаждению особенно центральной и верхней частей области решения (рис. 11), вследствие теплоизоляции внешней границы основания объекта. Доминирование механизма теплопроводности наблюдается при $\lambda_{1,2} = 1$. Профили температуры, представленные на рисунке 11, отражают воздействие конвективного теплообмена с окружающей средой на внешних границах области решения на интенсивность теплопроводности в полости. Представляет интерес немонотонное поведение температуры в нижнем основании анализируемого объекта с ростом $\lambda_{1,2}$ —

при $Z < 0.1$ $\Theta^{\lambda_{1,2}=10} < \Theta^{\lambda_{1,2}=1} < \Theta^{\lambda_{1,2}=20}$. Такой эффект, по всей видимости, связан с нестационарным взаимодействием температурных полей на нижней границе раздела сред.

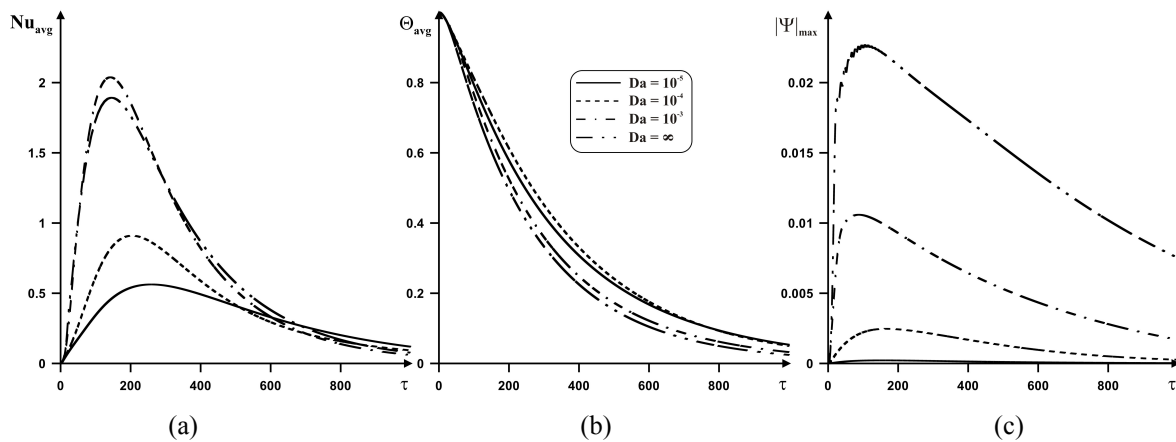


Рис. 9. Зависимости среднего числа Нуссельта на границе $Z = h/L$ (a), средней температуры в пористой полости (b) и максимального абсолютного значения функции тока (c) от времени и проницаемости пористой среды при $h/L = 0.1$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$

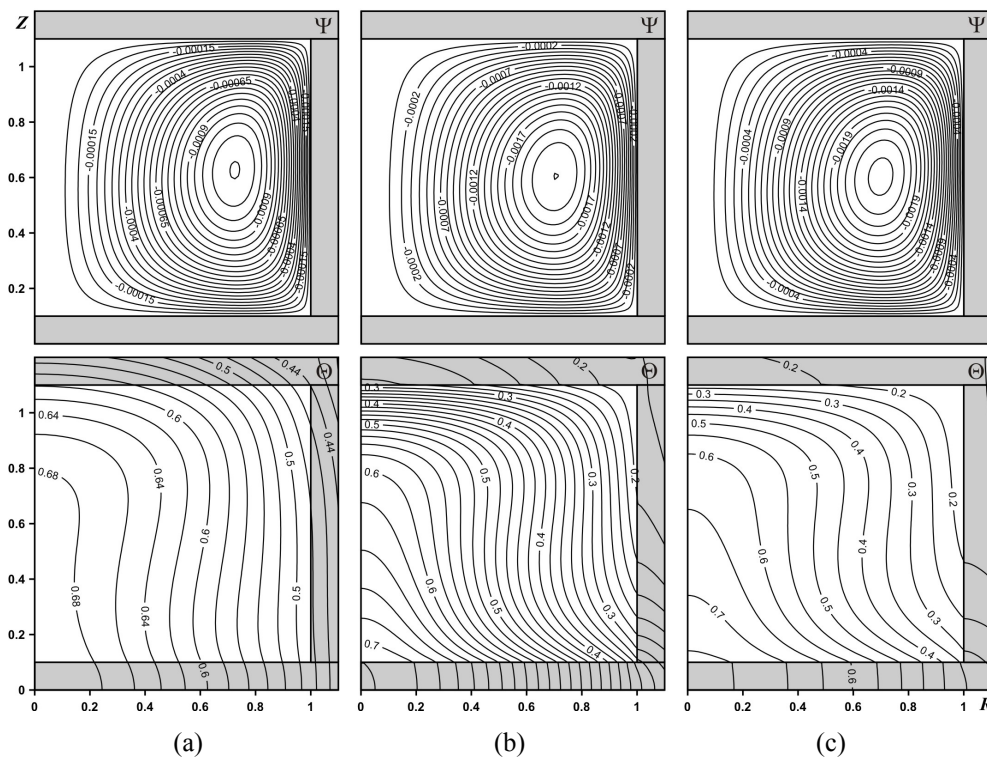


Рис. 10. Изолинии функции тока Ψ и температуры Θ при $Da = 10^{-4}$, $h/L = 0.1$, $\tau = 300$: $\lambda_{1,2} = 1$ (a), $\lambda_{1,2} = 10$ (b), $\lambda_{1,2} = 20$ (c)

Зависимость интегральных параметров от времени и относительного коэффициента теплопроводности представлена на рисунке 12. Профили среднего числа Нуссельта (рис. 12a) позволяют оценить нестационарное влияние внешней среды на интенсивность конвективного теплопереноса в полости при различных значениях $\lambda_{1,2}$. Увеличение относительного коэффициента теплопроводности отражается в повышении интегрального коэффициента теплообмена на границе $Z = h/L$, что связано с более интенсивным охлаждением основания цилиндрической полости. Средняя температура, как показано на рисунке 12b, с ростом $\lambda_{1,2}$ убывает быстрее.

При этом изменение $\lambda_{1,2}$ в диапазоне от 10 до 20 существенно не отражается на скорости снижения Θ_{avg} . Рост коэффициента теплопроводности материала ограждающей твердой оболочки проявляется в увеличении как максимального абсолютного значения функции тока, так и времени, необходимого для достижения этого значения.

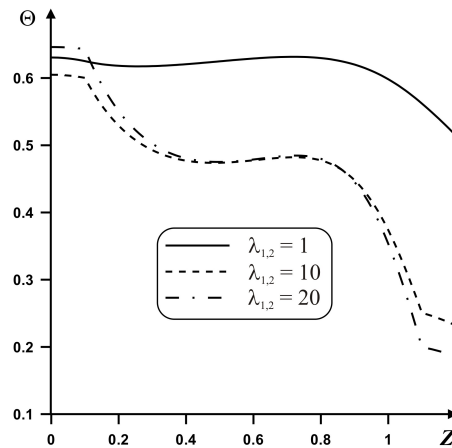


Рис. 11. Профили температуры Θ в сечении $R = 0.5$ при $Da = 10^{-4}$, $h/L = 0.1$, $\tau = 300$ и различных значениях $\lambda_{1,2}$

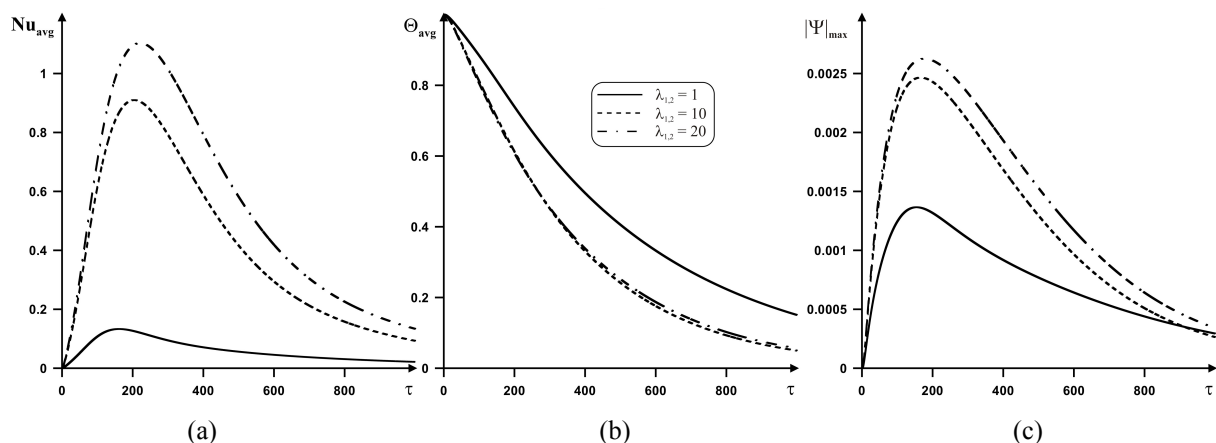


Рис. 12. Зависимости среднего числа Нуссельта на границе $Z = h/L$ (a), средней температуры в пористой полости (b) и максимального абсолютного значения функции тока (c) от времени и относительного коэффициента теплопроводности при $Da = 10^{-4}$, $h/L = 0.1$, $\tau = 300$

Влияние толщины ограждающей твердой оболочки на профили температуры в сечениях $Z = 0.5 + h/L$ и $R = 0.5$ при $Da = 10^{-4}$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$ представлено на рисунке 13. Рост h/L приводит к снижению скорости охлаждения пористой полости, причем наибольший эффект достигается при увеличении относительной толщины в диапазоне от 0.1 до 0.2.

Изменения среднего числа Нуссельта на границе $Z = h/L$, средней температуры в полости и максимального абсолютного значения функции тока при различных значениях h/L продемонстрированы на рисунке 14. С увеличением толщины твердой оболочки наблюдается уменьшение максимального значения интегрального коэффициента теплообмена, а также рост времени, необходимого для достижения этого значения. Аналогичную динамику можно проследить для $|\Psi|_{\text{max}}$ (рис. 14c), что связано с термической инерционностью ограждающих твердых стенок. Процесс охлаждения в случае малой толщины твердой оболочки протекает более интенсивно (рис. 14b).

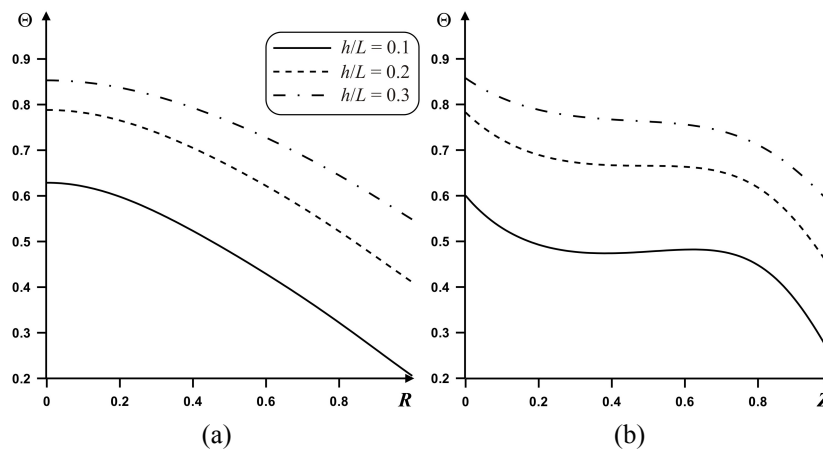


Рис. 13. Профили температуры Θ в сечениях $Z = 0.5 + h/L$ (a) и $R = 0.5$ (b) внутри пористой полости при $Da = 10^{-4}$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$ и различных значениях h/L

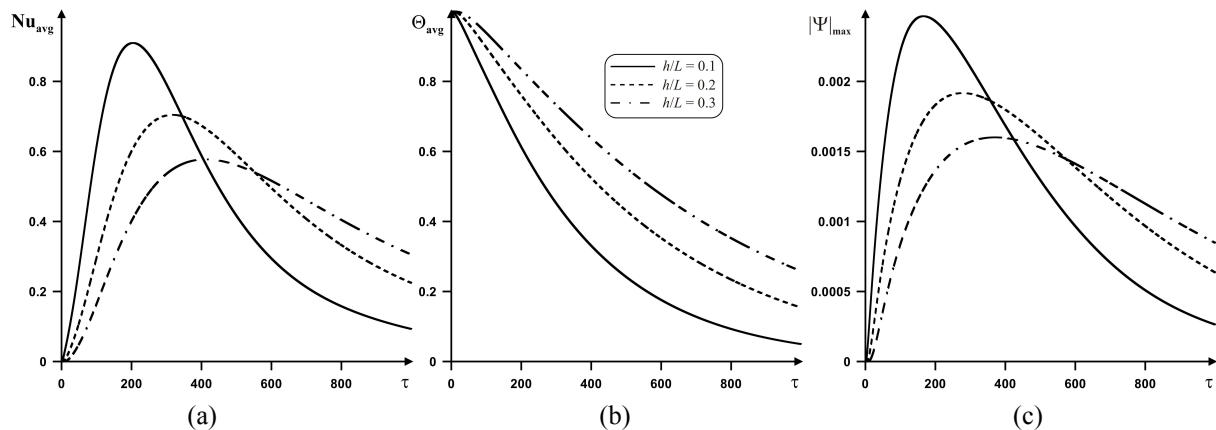


Рис. 14. Зависимости среднего числа Нуссельта на границе $Z = h/L$ (a), средней температуры в пористой полости (b) и максимального абсолютного значения функции тока (c) от времени и относительной толщины твердой оболочки при $Da = 10^{-4}$, $\tau = 300$, $\lambda_{1,2} = 10$

Заключение

В результате проведенных исследований установлено, что при $Da = 10^{-4}$ наблюдается формирование «пограничного» режима переноса энергии (переход от доминирования кондуктивного механизма к конвективному), проявляющееся в более медленном охлаждении объекта при $\tau < 800$. Показана возможность использования твердого скелета с достаточно большой долей пор с целью интенсификации конвективного переноса энергии на начальном временном этапе. Установлено, что при $\tau < 1000$ увеличение относительного коэффициента теплопроводности приводит к повышению интегрального коэффициента теплообмена и максимального абсолютного значения функции тока, а также к значительному снижению средней температуры полости. При этом изменение $\lambda_{1,2}$ в диапазоне от 10 до 20 существенно не отражается на скорости снижения Θ_{avg} . Рост относительной толщины твердой оболочки сказывается на уменьшении максимальных значений $Nu_{avg}(\tau)$ и $|\Psi|_{max}(\tau)$, а также на увеличении времени достижения этих величин.

Список литературы

Алешкова И. А., Шеремет М. А. Математическое моделирование сопряженной термогравитационной конвекции в пористой среде // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2010. — Вып. 2. — С. 49–56.

- Браун Д. А., Любимов Д. В., Теплов В. С. Трехмерные конвективные движения в пористом цилиндре конечной длины // Гидродинамика. — 1998. — Вып. 11. — С. 58–77.
- Кантур О. Ю., Цибулин В. Г. Численное исследование плоской задачи конвекции многокомпонентной жидкости в пористой среде // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2004. — № 3. — С. 123–134.
- Накоряков В. Е., Горин А. В. Тепломассоперенос в двухфазных системах. — Новосибирск: Институт теплофизики, 1994. — 431 с.
- Поляев В. М., Майоров В. А., Васильев Л. Л. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1988. — 168 с.
- Шеремет М. А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. — Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. — 176 с.
- Al-Amiri A., Khanafer K., Pop I. Steady-state conjugate natural convection in a fluid-saturated porous cavity // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2008. — Vol. 51. — P. 4260–4275.
- Jimenez-Islas H., Lopez-Isunza F., Ochoa-Tapia J. A. Natural convection in a cylindrical porous cavity with internal heat source: a numerical study with Brinkman-extended Darcy model // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1999. — Vol. 42. — P. 4185–4195.
- Kimura S., Pop I. Non-Darcian effects on conjugate natural convection between horizontal concentric cylinders filled with a porous medium // Fluid Dynamics Research. — 1991. — Vol. 7. — P. 241–253.
- Lemembre A., Petit J. P. Laminar natural convection in a laterally heated and upper cooled vertical cylindrical enclosure // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1998. — Vol. 41. — P. 2437–2454.
- Liaqat A., Baytas A. C. Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 2001. — Vol. 22. — P. 650–656.
- Mbaye M., Bilgen E., Vasseur P. Natural-convection heat transfer in an inclined porous layer boarded by a finite-thickness wall // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 1993. — Vol. 14. — P. 284–291.
- Nield D. A., Bejan A. Convection in porous media. — New York: Springer, 2006. — 640 p.
- Oliveski R. D. C., Macagnan M. H., Copetti J. B. Natural convection in a tank of oil: experimental validation of a numerical code with prescribed boundary condition // Experimental Thermal and Fluid Science. — 2005. — Vol. 29. — P. 671–680.
- Saeid N. H. Conjugate natural convection in a porous enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls // International Journal of Thermal Sciences. — 2007a. — Vol. 46. — P. 531–539.
- Saeid N. H. Conjugate natural convection in a vertical porous layer sandwiched by finite thickness walls // International Communications in Heat and Mass Transfer. — 2007b. — Vol. 34. — P. 210–216.
- Sankar M., Park Y., Lopez J. M., Do Y. Numerical study of natural convection in a vertical porous annulus with discrete heating // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2011. — Vol. 54. — P. 1493–1505.