

УДК: 616-079 + 515.1 + 519.246.87

## Топологические основы классификации электрокардиограмм

И. А. Романец<sup>1,a</sup>, В. А. Атопков<sup>1</sup>, Г. Т. Гурия<sup>1,2,b</sup>

<sup>1</sup>Гематологический научный центр,  
Россия, 125167, г. Москва, Новый Зыковский проезд, 4а

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт,  
Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

E-mail: <sup>a</sup> romanetz@gmail.com, <sup>b</sup> guria@blood.ru

Получено 31 августа 2012 г.,  
после доработки 10 октября 2012 г.

В настоящей работе предложен новый подход к выявлению неконтрастно выраженных диагностически значимых изменений в электрокардиограммах. Подход основан на анализе топологических трансформаций в вейвлет-спектрах, ассоциированных с электрокардиограммами. Обсуждаются возможности практического использования развитого подхода.

Ключевые слова: классификация электрокардиограмм, топология, непрерывное вейвлет-преобразование

### Topological basis of ECG classification

I. A. Romanetz<sup>1</sup>, V. A. Atopkov<sup>1</sup>, G. Th. Guria<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>National Center for Haematology, 4a Novy Zikovsky proezd, Moscow, 125167, Russia

<sup>2</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, 9, Institutskii per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

**Abstract.** — A new approach to the identification of hardly perceptible diagnostically significant changes in electrocardiograms is suggested. The approach is based on the analysis of topological transformations in wavelet spectra associated with electrocardiograms. Possible practical application of the approach developed is discussed.

Keywords: classification of electrocardiograms, topology, continuous wavelet transform

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2012, vol. 4, no. 4, pp. 895–915 (Russian).

## 1. Введение

К настоящему времени накоплен обширный материал относительно того, каким именно образом различные кардиологические нарушения проявляются на электрокардиограммах (ЭКГ) [Macfarlane et al., 2011; Ebert, 2005; Ферри, 2009; Хэмптон, 2006; Голдбергер, 2009; Орлов, 1983]. Анализ этого материала показывает, что в ряде случаев нарушения проявляются в виде отчетливо выраженных изменений ЭКГ, тогда как в других случаях, представляющих не меньший интерес, нарушения не проявляются вовсе или проявляются нечетко [Чазов, Голицын, 2008; Орлов, 1983; Хэмптон, 2006].

Отчетливые качественные изменения в электрокардиограммах наблюдаются при возникновении желудочковой тахикардии, мерцания и трепетания предсердий, фибрилляции желудочков и некоторых других кардиологических нарушениях [Bonow et al., 2011; Хэмптон, 2006; Сыркин, 2007]. Врач, однажды увидев признаки этих нарушений, вряд ли спутает впоследствии один тип нарушений с другим [Сыркин, 2007]. В настоящее время контрастные, отчетливые нарушения в структуре ЭКГ надежно выявляются не только квалифицированными врачами, но и современными автоматизированными системами распознавания сигналов [Hongo, Goldschlager, 2006; L. et al., 1991; Minhas, Arif, 2008].

Однако существует целый ряд кардиологических нарушений и пограничных состояний, не проявляющихся посредством контрастных (в сравнении с нормой) ЭКГ-признаков [Ферри, 2009; Bonow et al., 2011; Хэмптон, 2006]. К числу такого рода состояний относятся, в частности, начальные стадии инфаркта миокарда, желудочковой тахикардии, мерцательной аритмии — то есть сердечных патологий, эвентуально представляющих серьезную угрозу для здоровья человека [Голдбергер, 2009; Чазов и др., 2011; Сыркин, 2006]. Расшифровка соответствующих кардиограмм не проста даже для специалиста. Как правило, навыки выявления нечетких признаков на ЭКГ врачи приобретают по мере накопления опыта. Однако опыт такого рода, как выяснилось, не просто передать коллегам или ученикам, так как он плохо формализуем. Во многом именно плохой формализуемостью объясняется недостаточная эффективность имеющихся в настоящее время в практической эксплуатации систем автоматизированной диагностики кардиологических нарушений [Hongo, Goldschlager, 2006; Guglin, Thatai, 2006]<sup>1</sup>.

Следует заметить, что вопрос об интерпретации результатов электрокардиографии, строго говоря, не может быть отнесен к числу алгоритмически разрешимых [Гельфанд и др., 2005]. На практике, анализируя любую электрокардиограмму, врач явно или неявно имеет в виду и такие особенности пациента, как его пол, рост, вес, худобу, частоту дыхания, наличие признаков вспомогательной вентиляции легких и т. д. Другими словами, все эти дополнительные сведения позволяют врачу рассматривать ЭКГ конкретного пациента сквозь призму своего клинического и человеческого опыта [Лаун, 2010]<sup>2</sup>. Однако проблема интерпретации ЭКГ встает и в тех случаях, когда все прочие сведения о пациенте отсутствуют или не могут быть приняты во внимание. В электрокардиографии сосуществуют несколько конкурирующих школ, предписывающих врачу, строго говоря, различные *стили* чтения ЭКГ [Голдбергер, 2009; Виноградова и др., 1986; Ebert, 2005; Орлов, 1983]. Одни из них предписывают делать акцент на изучении динамических аспектов видоизменения кардиограмм, другие — уделяют повышенное внимание форме конкретных зубцов (их остроте и т. д.). При этом наибольшие разногласия между представителями разных школ возникают именно в отношении интерпретации ЭКГ, содержащих негрубо выраженные изменения.

<sup>1</sup> Распространенным недостатком современных автоматизированных систем распознавания является большое число ложно-положительных выявлений.

<sup>2</sup> Поэтому суждение, выносимое одним врачом на основании анализа конкретной ЭКГ, может не совпадать с заключением другого.

Проблема интерпретации смазанных (или не вполне выраженных) сигналов существует не только в медицине [Харкевич, 1957; Френкс, 1974; Краус, 1973; Felinger, 1998; Minkoff, 2002; Рабинович, Трубецков, 2000]. В такого рода ситуациях принято дополнительно принимать во внимание наличие или отсутствие у рассматриваемого процесса тенденции к обострению — трансформации в его более острую или угрожающую форму (фазу). Применительно к интерпретации ЭКГ такой подход подразумевает возможность сопоставления электрокардиограмм, полученных в различные моменты времени, в идеале — в результате длительного непрерывного мониторинга ЭКГ пациентов. При этом некоторые из видоизменений формы ЭКГ (даже неконтрастно выраженные) рассматриваются в качестве индикативно значимых предшественников угрожающих состояний [Голдбергер, 2009; Сыркин, 2006]. Словесные описания такого рода видоизменений формы ЭКГ, принятые в рамках современных школ, основываются на сопоставлении метрических характеристик: высоты разных зубцов и длительности характерных интервалов [Ebert, 2005; Хэмптон, 2006; Орлов, 1983]. Поскольку количество в принципе возможных сочетаний метрических характеристик, отвечающих одним лишь наиболее угрожающим состояниям, само по себе астрономически велико, вопрос об однозначности и корректности интерпретации конкретной ЭКГ становится далеко нетривиальным.

В этой связи представляется важным понять, нельзя ли каким-либо образом выделить — сделать максимально наглядными (выпуклыми) именно те видоизменения формы ЭКГ, которые, согласно современным медицинским воззрениям, следует безусловно относить к **индикативно значимым**. Для придания большей наглядности и, следовательно, лучшей распознаваемости сигналов используются разнообразные методы математической обработки [Clifford et al., 2006; Gacek, Pedrycz, 2012; Bezruchko, Smirnov, 2006; Acharya et al., 2007]. В частности, широко используются интегральные преобразования типа преобразования Фурье и Лапласа [Clifford et al., 2006].

Указанные преобразования широко применяются в акустике, радиотехнике и других областях [Харкевич, 1957; Рытов, 1976; Дмитриев, Кислов, 1989; Minkoff, 2002; Приезжев и др., 1989; Tuchin, 2007]. Они позволяют сопоставлять сигналы с точки зрения того, какого рода изменения наблюдаются в соответствующих им спектральных функциях. Особенно хорошо зарекомендовали себя спектральные методы при выявлении слабо выраженных и плохо визуально детектируемых изменений сигналов в тех случаях, когда они имеют четкие качественные различия в спектрах.

В дополнение к традиционным спектральным методам [Канторович, Акилов, 1984; Jenkins, Watts, 1968], при анализе сигналов, содержащих острые пики и изломы (то есть сигналов, не описываемых гладкими функциями), в последнее время стали широко использоваться спектральные методы, основанные на так называемом вейвлет-преобразовании [Combes et al., 1989; Добеши, 2001; Блаттер, 2006]. Вейвлет-преобразование имеет ряд преимуществ перед традиционно используемыми спектральными методами [Mallat, 1999; Чуи, 2001; Короновский, Храмов, 2003]. В частности, оно позволяет в более компактной, легко обозримой форме отображать сигналы, содержащие всевозможные пики и изломы.

В настоящее время при анализе и обработке ЭКГ-сигналов широко используется *дискретное вейвлет-преобразование* [Addison, 2005; Cardenas-Barrera, Lorenzo-Ginori, 1999; Mithun et al., 2011; Martinez et al., 2004]<sup>1</sup>. Его использование позволило монитировать взаимодействующие

<sup>1</sup> С помощью дискретного вейвлет-преобразования удается эффективно производить: 1) сжатие оцифрованного ЭКГ-сигнала (его компактное представление) [Cardenas-Barrera, Lorenzo-Ginori, 1999], 2) устранение шумовых составляющих сигнала и различных его искажений [Mithun et al., 2011], 3) автоматизированную разметку ЭКГ-записей (распознавание отдельных кардиоциклов в сигнале, а также структурных элементов внутри кардиоциклов — зубцов, сегментов и интервалов, что делает возможным измерение стандартных параметров этих элементов: их амплитуды, длительности и др.) [Martinez et al., 2004].

друг с другом процессы, в кинетике которых события развиваются одновременно на разных масштабах.

Применительно к электрокардиографическим задачам в последнее время растет внимание исследователей к другому типу вейвлет-преобразований — *непрерывному вейвлет-преобразованию* [Addison, 2005]. Интерес к использованию непрерывного вейвлет-преобразования определяется тем, что оно позволяет выявлять и анализировать особенности сингулярных характеристик сигналов, связанные со сверхбыстрыми фазами в динамике ЭКГ [Yodogawa et al., 2011; Stiles et al., 2004]. Такого рода сверхбыстрые фазы в кардиодинамике могут быть связаны с внезапно возникающими резкими блокадами и иными нарушениями проводимости миокарда, в том числе нарушениями, связанными со спонтанным возникновением аномальных водителей ритма, и некоторыми другими острыми патологиями.

Всякое непрерывное вейвлет-преобразование, как известно, ставит в соответствие функции одной переменной, то есть анализируемому сигналу, определенную поверхность, задаваемую над плоскостью, то есть функцию двух переменных [Добеши, 2001; Блаттер, 2006] (см. рис. 1).

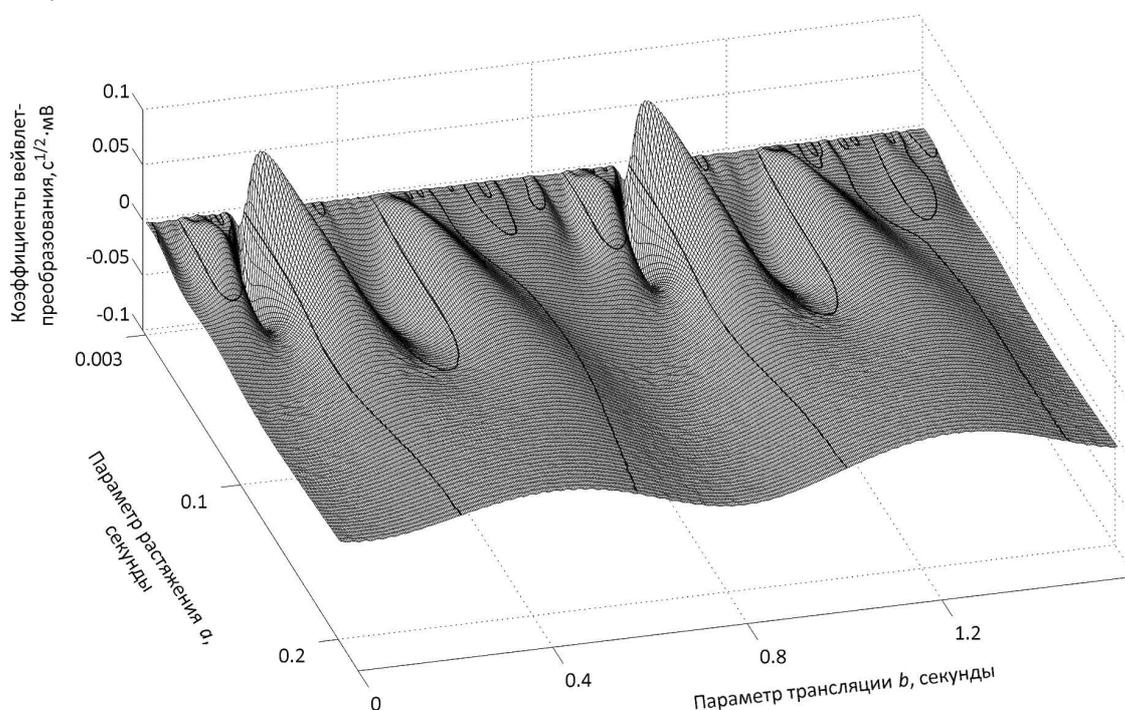


Рис. 1. Пример спектральной поверхности, полученной с помощью непрерывного вейвлет-преобразования для стандартного ЭКГ-сигнала здорового человека. Длительность рассматриваемого ЭКГ-сигнала составляла два сердечных сокращения. Линии нулевого уровня показаны на спектральной поверхности толстыми черными линиями. Вейвлет-преобразование проводилось на основе вейвлет-функции «первая производная функции Гаусса»

Очевидно, что каждое видоизменение сигнала влечет за собой некоторое изменение *рельефа* (ландшафта) этой поверхности. При этом к числу наиболее выраженных *кардинальных* изменений, по нашему мнению, следует относить изменения *качественные*, связанные с отчетливыми нарушениями *непрерывности* в структуре линий уровня<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Ситуация аналогичная той, с которой имеют дело при изменении географического ландшафта в бассейне любой реки после наводнения: образование новых островов, характеризующееся разрывами в прежней структуре линий уровня.

Известно, что изучением свойств непрерывности различных типов трансформаций криволинейных поверхностей занимается топология — научная дисциплина, ставящая целью выявление и анализ наиболее глубоких (топологических) свойств объектов, остающихся им имманентно присущими при любых непрерывных деформациях [Poincaré, 1895; Болтянский, Ефремович, 1983; Стинрод, Чинн, 1967]. При этом нарушение любого из топологических инвариантов в какой-либо системе свидетельствует о том, что она подверглась серьезному (как правило, сильному) критическому воздействию извне или же самопроизвольно испытала неустойчивость, нарушающую ее функциональную связность [Арнольд, 1990; Постон, Стюарт, 1980; Гилмор, 1984; Guria, Livshits, 1983]. В свете вышеизложенного нам представлялось заманчивым привлечь топологические методы для отыскания индикативных показателей, мониторинг которых давал бы возможность предвидеть наступление угрожающих кардиологических патологий.

Основываясь на этих соображениях, в настоящей работе предложен новый подход к выявлению из числа неконтрастно выраженных изменений в ЭКГ-сигналах индикативных и диагностически значимых. Подход основан на использовании элементов теории кос и зацеплений [Кроуэлл, Фокс, 2000; Прасолов, Сосинский, 1997] для выявления топологических трансформаций в вейвлет-спектрах, ассоциированных с ЭКГ-сигналами. В заключительной части работы обсуждаются некоторые возможности практического использования предлагаемого подхода.

## 2. Материалы и методы

В настоящей работе, если не оговаривается иное, рассматриваются электрокардиограммы, записанные во втором стандартном отведении (второе отведение Эйнтховена [Голдбергер, 2009]), и используется процедура непрерывного вейвлет-преобразования ЭКГ-сигналов. На рис. 2 показан ЭКГ-сигнал здорового человека (а) и соответствующий ему вейвлет-спектр (б).

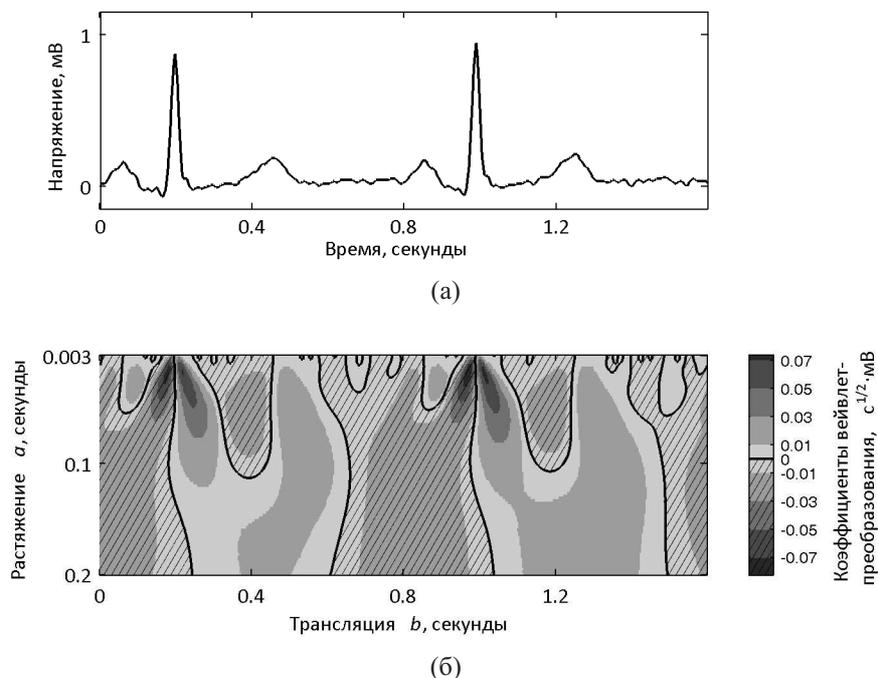


Рис. 2. Анализируемый ЭКГ-сигнал (а) и полученный в результате непрерывного вейвлет-преобразования его вейвлет-спектр (б). Использовалась вейвлет-функция «первая производная функции Гаусса»

Вейвлет-спектр анализируемого сигнала  $s(t)$  находится путем вычисления коэффициентов вейвлет-преобразования  $W_\psi(a, b)$  согласно формуле

$$W_\psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (1)$$

где  $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  является базисной функцией вейвлет-преобразования, получаемой из материнского вейвлета  $\psi(t)$  путем растяжения в  $a$  раз и трансляции на величину  $b$  вдоль оси времени [Добеши, 2001; Блаттер, 2006]. Заданная таким образом двухпараметрическая функция  $W_\psi(a, b)$  называется спектром вейвлет-преобразования или просто вейвлет-спектром.

В настоящей работе использовался материнский вейвлет «первая производная функции Гаусса», график которого имеет двухмодовую форму (рис. 3).

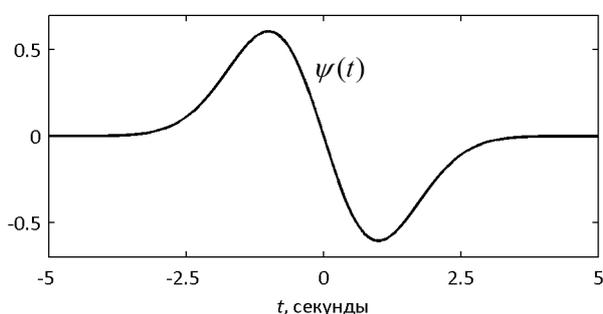


Рис. 3. График используемого материнского вейвлета «Первая производная функции Гаусса».  $\psi(t) = -t \cdot e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)}$  [Яковлев, 2003]

Развиваемый в данной работе подход основывается на анализе топологических свойств поверхности  $W_\psi(a, b)$ , ассоциированной с ЭКГ-сигналом. На основании проведенного анализа удалось выявить несколько основных топологических типов вейвлет-спектров ЭКГ. Всякое изменение топологических свойств рельефа поверхности  $W_\psi(a, b)$  трактуется нами как указание на некоторую серьезную кардиологическую неприятность или катастрофу. При анализе топологических свойств мы использовали лишь элементарные процедуры [Болтянский, Ефремович, 1983; Стинрод, Чинн, 1967; Прасолов, Сосинский, 1997].

### 3. Результаты

#### 3.1. Пример качественного, топологического различия вейвлет-спектров двух электрокардиограмм, снятых у здорового человека и у пациента в инфарктном состоянии

На рис. 4 представлены две ЭКГ: типичная ЭКГ здорового человека (а) и ЭКГ, характерная для инфарктного состояния в его начальной, острейшей стадии (б). Под каждой из приведенных электрокардиограмм показан отвечающий ей вейвлет-спектр. В дальнейшем для краткости такого рода картины вейвлет-спектров ЭКГ мы будем называть вейвлет-кардиограммами.

Анализ структуры нулевых изолиний, показанных на вейвлет-кардиограмме толстыми черными линиями, позволяет проследить взаимное соответствие структурных элементов исходного ЭКГ-сигнала и элементов ландшафта вейвлет-кардиограммы. На рис. 5а и 5б стрелками показано соответствие между вершинами основных зубцов на ЭКГ и конфигурацией черных изолиний на вейвлет-кардиограммах. Видно, что вершине каждого зубца, неважно отрицательного или

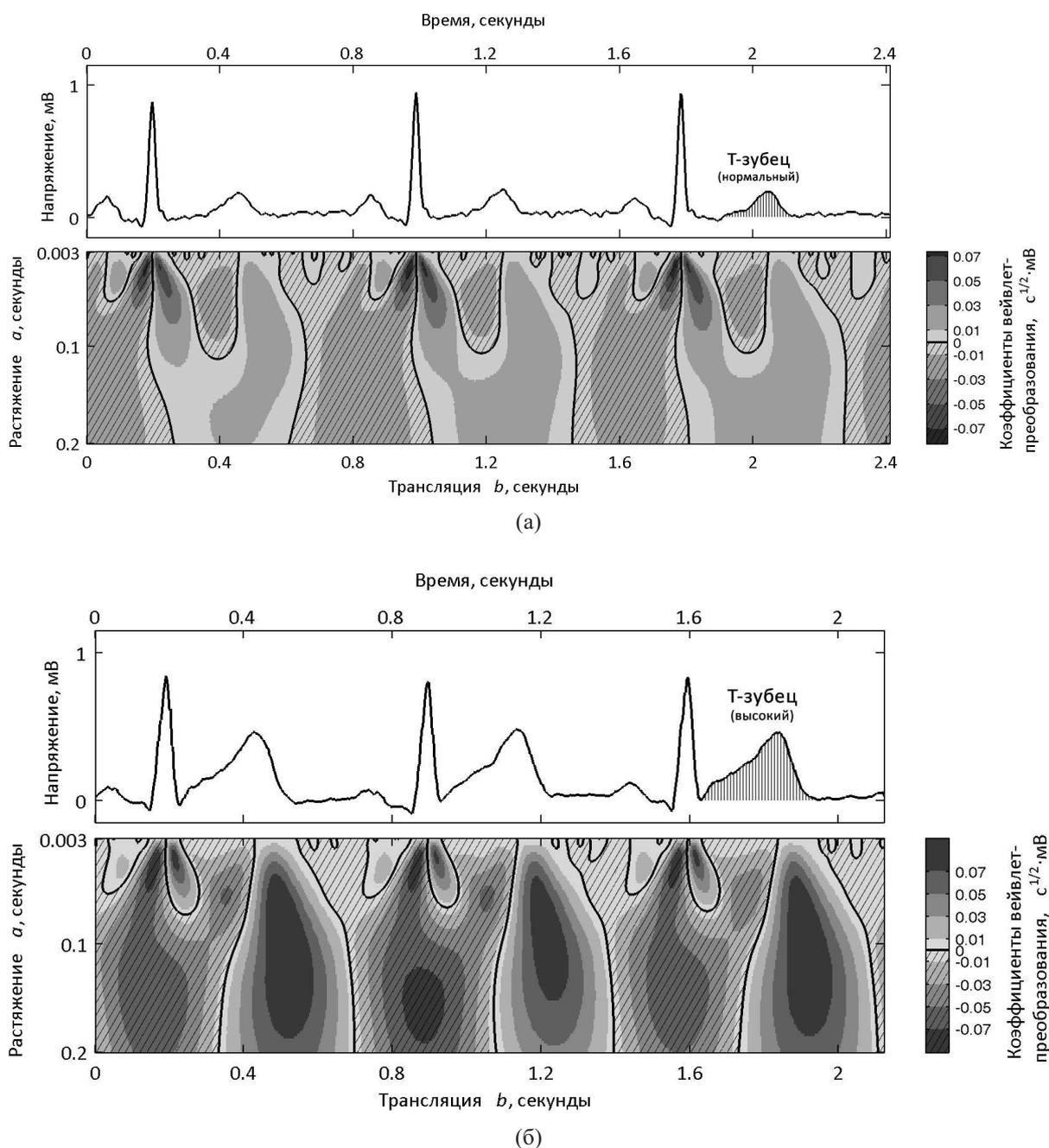


Рис. 4. Две ЭКГ и соответствующие им вейвлет-кардиограммы (вейвлет-спектры). (а) — ЭКГ здорового человека. (б) — ЭКГ с признаками инфаркта в его начальной, острейшей стадии (высокий патологический Т-зубец). Вейвлет-кардиограммы представлены как топографические карты поверхностей сложного рельефа. Величина коэффициентов вейвлет-преобразования  $W_\psi(a, b)$  при заданных значениях  $a$  и  $b$  отображена цветом (см. шкалу коэффициентов справа)

положительного, соответствует определенная точка черной изолинии, расположенная на верхней границе вейвлет-кардиограммы. Это обстоятельство можно легко объяснить математически (см. Приложение). Кроме того, несложно видеть, что некоторые изолинии связывают в пары отрицательный и положительный зубцы, при этом левая часть изолинии (при малых значениях параметра  $a$ ) подходит к одному зубцу, а правая — к другому.

Если сопоставить детально рис. 5а и рис. 5б, то ключевые различия в параметрах соответствующих электрокардиограмм с точки зрения диагностики инфаркта заключаются в более крупном Т-зубце и сместившемся вверх (относительно изоэлектрической линии) ST сегменте на ЭКГ с инфарктом (рис. 5б) по сравнению с нормой (рис. 5а). Различия, наблюдаемые на вейвлет-кардиограммах (соответствующих этим двум ЭКГ), иного рода. Если на вейвлет-кардиограмме здорового человека (рис. 5а) черная изолиния, начинающаяся под R-зубцом, уходит вниз (в направлении возрастания параметра  $a$ ), то на вейвлет-кардиограмме с инфарктом (рис. 5б) аналогичная линия образует петлю, которая, как несложно видеть, соединяет зубцы R и S.

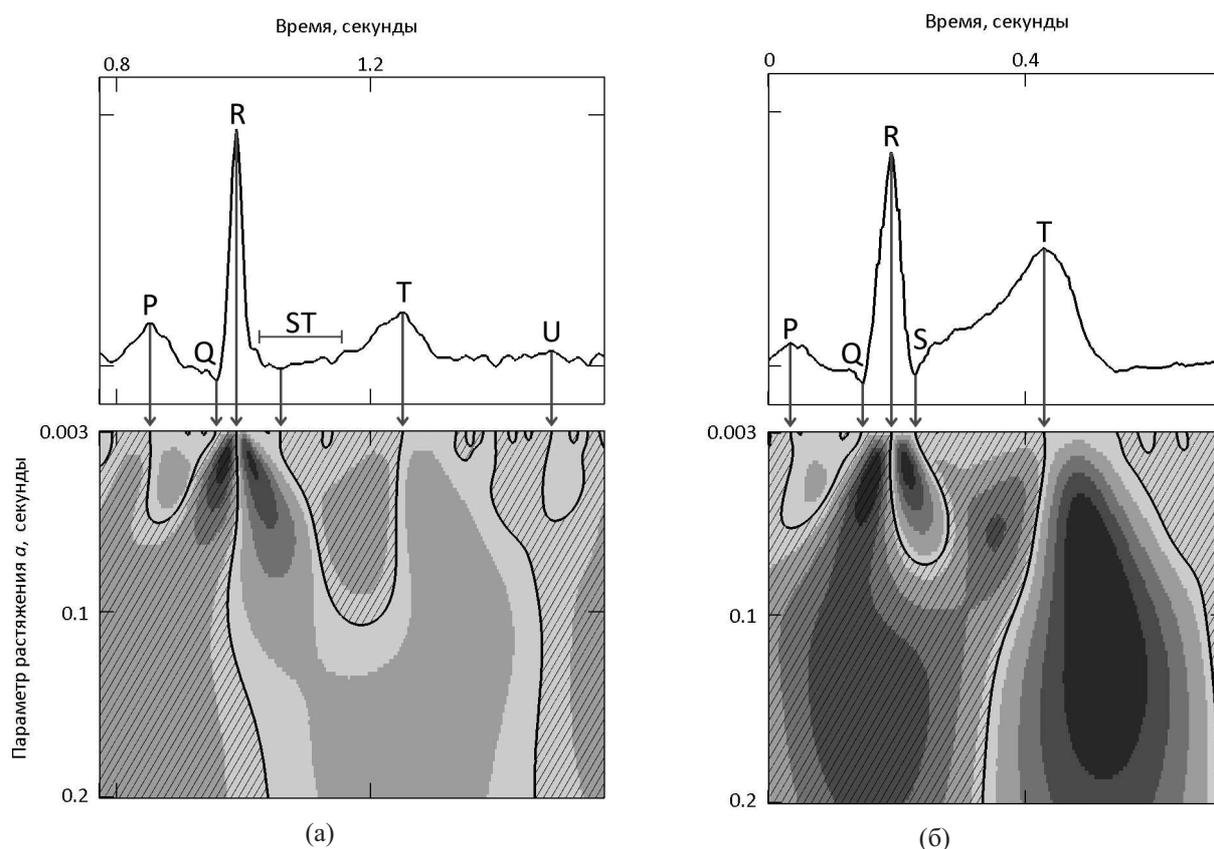


Рис. 5. Взаимосвязь морфологии ЭКГ-сигналов и конфигурации черных изолиний на вейвлет-кардиограммах. (а) — ЭКГ здорового человека и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма (рассмотрен фрагмент рис. 4а); (б) — ЭКГ с признаками инфаркта в его острейшей стадии и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма (рассмотрен фрагмент рис. 4б). Латинскими буквами обозначены вершины основных зубцов ЭКГ и горизонтальный сегмент ST

Кроме того, на вейвлет-кардиограмме здорового человека нулевая изолиния под ST-сегментом представляет собой петлю, соединяющую вершины, отвечающие зубцам S и T (рис. 5а), а на вейвлет-кардиограмме с инфарктом (рис. 5б) нулевая изолиния, исходящая из вершины Т-зубца, уходит непрерывно вниз, в направлении больших значений  $a$ . То есть различие вейвлет-кардиограмм здорового человека и больного с инфарктом (в начальной стадии) заключается в качественно отличной структуре нулевых изолиний. Таким образом, если на ЭКГ мы видим лишь *количественное* различие в амплитудах Т-зубцов, то на вейвлет-кардиограммах наблюдается *качественная* трансформация структуры изолиний. Другими словами, на вейвлет-кардиограммах проявляется кардинальная топологическая смена типа рельефа.

Встает вопрос, каким образом в принципе может происходить трансформация структуры нулевых изолиний вейвлет-кардиограммы, представленной на рис. 5а, в структуру, показанную на рис. 5б. Чтобы ответить на этот вопрос, нами был рассмотрен сценарий плавной, непрерывной модификации ЭКГ от случая, показанного на рис. 5а к случаю (соответствующему начальной стадии инфаркта), показанному на рис. 5б<sup>1</sup>. При этом соответствующая вейвлет-кардиограмма также претерпевала некоторые изменения. Выяснилось, что трансформация вейвлет-кардиограммы с исходной структурой нулевых изолиний (рис. 5а) в вейвлет-кардиограмму с конечной структурой (рис. 5б) сопряжена с *топологической перестройкой* нулевых изолиний. А именно имеет место презамыкание двух определенных изолиний нулевого уровня (см. рис. 6). На рис. 6 показаны ЭКГ и вейвлет-кардиограммы для трех случаев: случая, соответствующего норме (а); случая, соответствующего состояниям с признаками инфаркта (в) и *промежуточного случая*<sup>2</sup>, соответствующего переходной структуре вейвлет-рельефа (б). На рис. 6б показана структура вейвлет-кардиограммы в момент презамыкания двух рассматриваемых нулевых изолиний.

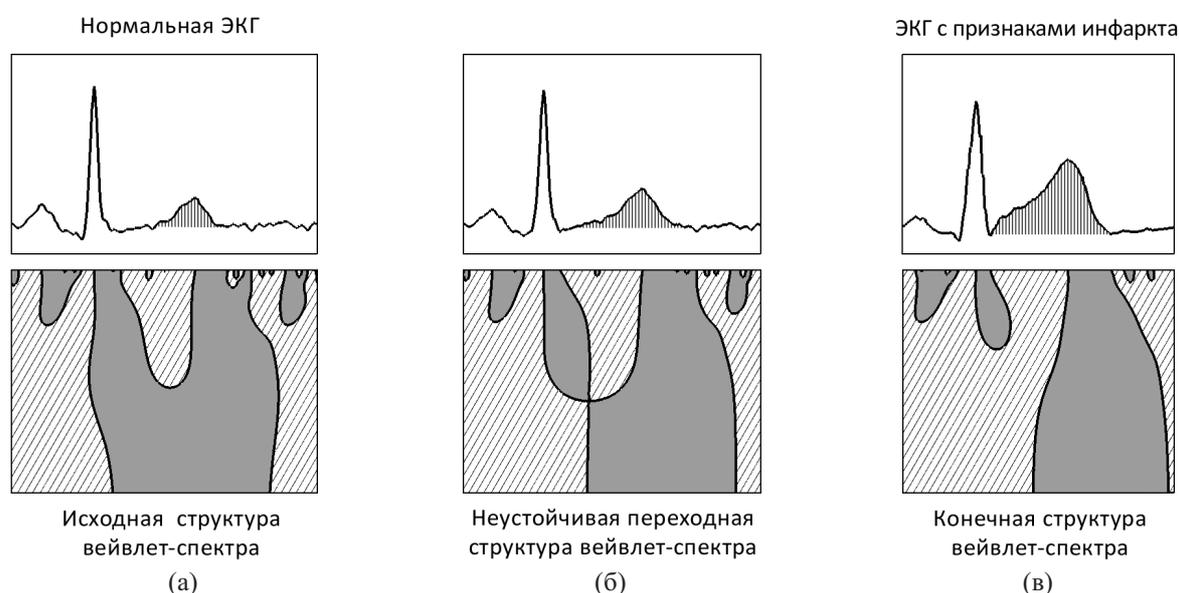


Рис. 6. Качественная трансформация в рельефе вейвлет-кардиограммы при переходе от нормальной ЭКГ к ЭКГ с признаками недавно произошедшего инфаркта. Области на вейвлет-кардиограммах с положительными коэффициентами показаны серым цветом, а области с отрицательными коэффициентами показаны наклонной штриховкой

Известно, что начальная стадия развития инфаркта проявляется на электрокардиограмме в виде плавного видоизменения формы Т-зубца от нормальной (рис. 5а) до патологической (рис. 5б). Помимо увеличения амплитуды Т-зубца имеет место и смещение вверх соседнего с ним сегмента ST электрокардиограммы [Голдбергер, 2009; Сыркин, 2006].

<sup>1</sup> В рассмотренном сценарии модифицированный ЭКГ-сигнал определялся формулой

$$s_{\text{mod}}(t) = s_1 \left( t \cdot \frac{T_1}{T_1 + \gamma \cdot (T_2 - T_1)} \right) + \gamma \cdot \left( s_2 \left( t \cdot \frac{T_2}{T_1 + \gamma \cdot (T_2 - T_1)} \right) - s_1 \left( t \cdot \frac{T_1}{T_1 + \gamma \cdot (T_2 - T_1)} \right) \right),$$

где  $s_1(\xi)$  и  $s_2(\xi)$  — ЭКГ-сигналы, представленные на рис. 5а и рис. 5б соответственно;  $\gamma$  — параметр модификации, принимающий значения от 0 до 1;  $T_1$  — протяженность сигнала  $s_1(\xi)$ ;  $T_2$  — протяженность сигнала  $s_2(\xi)$ . Из формулы видно, что если  $\gamma = 0$ , то  $s_{\text{mod}}(\xi) = s_1(\xi)$ , а если  $\gamma = 1$ , то  $s_{\text{mod}}(\xi) = s_2(\xi)$ . Ясно, что данный способ модификации обеспечивает непрерывную («плавную») трансформацию сигнала  $s_1(\xi)$  в сигнал  $s_2(\xi)$ .

<sup>2</sup> ЭКГ-сигнал, отвечающий этому случаю, получен при значении параметра модификации  $\gamma = 0.242$ .

В то же время, выше нами было показано (см. рис. 6), что такого рода плавные изменения Т-зубца и ST-сегмента в ЭКГ-сигнале (слабовыраженные и внешне незначительные) могут проявиться на вейвлет-кардиограмме в виде кардинальной топологической трансформации структуры ее изолиний.

Вследствие этого открывается принципиальная возможность шкалировать наблюдаемые на ЭКГ изменения не в широко принятых единицах измерения — миллиметрах, а используя градацию, основанную на анализе топологических трансформаций вейвлет-кардиограммы. В соответствии с этим состояния сердца, которым отвечают топологически изоморфные вейвлет-кардиограммы, естественно относить к схожим (близким) по своим свойствам, принадлежащим одному и тому же классу. Состояния же, которым отвечают топологически неизоморфные вейвлет-кардиограммы, представляется уместным относить к разным классам.

Используя информацию о смежности указанных классов, можно получить **естественную** топологическую градацию функциональных состояний сердца. При этом к смежным классам нам представляется естественным относить те, переходы между которыми подразумевают пере замыкание ровно одной пары нулевых изолиний на вейвлет-кардиограмме.

Основываясь на вышеизложенном подходе, в следующем разделе настоящей работы мы проанализировали несколько электрокардиограмм, содержащих не контрастно выраженные изменения. Анализ показал, что мониторинг топологических особенностей вейвлет-кардиограмм может служить эффективным прогностическим и диагностическим средством.

### 3.2. Топологические изменения вейвлет-кардиограмм, ассоциированные с увеличением Т-зубца

Прежде всего убедимся, что рассмотренные выше топологические трансформации вейвлет-кардиограммы могут происходить при изменении амплитуды одного лишь Т-зубца. Для этого рассмотрим схематичную ЭКГ, типичную для здорового человека (рис. 7), и проследим, как происходит видоизменение ландшафта соответствующей ей вейвлет-кардиограммы при изменении амплитуды лишь одного Т-зубца.

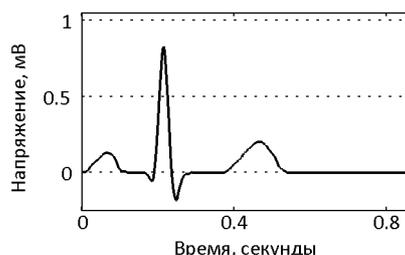


Рис. 7. Типичная форма базового фрагмента ЭКГ здорового человека. Временная протяженность этого фрагмента соответствует одному сердечному сокращению

Семейство электрокардиограмм, отличающихся амплитудой Т-зубца, как несложно понять, описывается выражением

$$s_{\text{mod}}(t) = s(t) + (\alpha - 1) \cdot s(t) \cdot \theta(t - \tau_1) \cdot \theta(\tau_2 - t), \quad (2)$$

где  $s(t)$  — исходный ЭКГ-сигнал (см. рис. 22),  $s_{\text{mod}}(t)$  — модифицированный ЭКГ-сигнал с измененной амплитудой Т-зубца,  $\theta(x)$  — функция Хевисайда, параметр  $\alpha$  задает амплитуду Т-зубца модифицированного сигнала  $s_{\text{mod}}(t)$ ,  $\tau_1$  — момент времени, соответствующий началу формирования Т-зубца на ЭКГ;  $\tau_2$  — момент времени, соответствующий концу формирования Т-зубца. Яс-

но видно, что при каждом значении  $\alpha$  формула (2) задает функцию, отличающуюся амплитудой одного лишь Т-зубца от исходного сигнала<sup>1</sup>.

С математической точки зрения формула (2) задает однопараметрическое семейство кривых. Так, если параметр  $\alpha = 1$ , то ЭКГ-сигнал  $s_{\text{mod}}(t)$  тождественен исходному ЭКГ-сигналу  $s(t)$  и амплитуда Т-зубца равна 0.2 мВ. Если же, к примеру,  $\alpha = 2$ , то амплитуда Т-зубца модифицированного ЭКГ-сигнала будет равна  $\alpha \cdot 0.2 = 0.4$ . Для такого семейства электрокардиограмм величина амплитуды Т-зубца, выраженная в милливольтгах, прямо пропорциональна значению параметра с коэффициентом пропорциональности 0.2.<sup>2</sup>

В данном исследовании нами варьировалась величина  $\alpha$  от 0.05 до 5, что соответствует диапазону значений амплитуды Т-зубца  $0.01 \div 1$  мВ.

Построение вейвлет-кардиограмм для семейства электрокардиограмм типа (2) проводилось по следующей схеме. Сначала на основе каждой электрокардиограммы семейства (временная протяженность которой составляет один сердечный цикл) составлялся вспомогательный сигнал, состоящий из пятикратно повторяющегося базового фрагмента ЭКГ. Затем для вспомогательного ЭКГ-сигнала вычислялись коэффициенты вейвлет-преобразования. Для последующего топологического анализа выбирался центральный фрагмент вейвлет-кардиограммы<sup>3</sup>.

Исследование показало, что вся совокупность построенных вейвлет-ландшафтов, соответствующих рассматриваемому однопараметрическому семейству, разбивается в данном случае на два типа. Первый тип вейвлет-ландшафта (рис. 8а) имеет место для электрокардиограмм, у которых значение параметра  $\alpha$  лежит в интервале от 0.05 до 1.21, что соответствует диапазону значений амплитуды Т-зубца  $0.01 \div 0.242$  мВ. Второй тип вейвлет-ландшафта (рис. 8б) имеет место в случаях, когда значение  $\alpha$  лежит в интервале от 1.21 до 5, что соответствует диапазону значений амплитуды Т-зубца от 0.242 до 1 мВ. Таким образом, рассмотренный диапазон значений параметра  $\alpha$  разбивается ровно на два интервала значением  $\alpha = 1.21$ , которое соответствует амплитуде Т-зубца, равной 0.242 мВ. В пределах каждого из этих двух интервалов вейвлет-ландшафт имеет топологически эквивалентную структуру нулевых изолиний (совокупность линий на вейвлет-ландшафте, образуемых нулевыми коэффициентами вейвлет-преобразования). Значению  $\alpha = 1.21$  соответствует **переходная структура** изолиний вейвлет-ландшафта (рис. 9) между первым и вторым типами вейвлет-ландшафта. Качественное отличие двух этих типов вейвлет-ландшафта (рис. 8а, рис. 8б) прослеживается по тому, как посредством нулевых изолиний связаны основные элементы электрокардиограммы. Легко видеть, что при  $\alpha < 1.21$  петлевая изолиния соединяет S и Т зубцы, в то время как при  $\alpha > 1.21$  появляется петля, соединяющая S и R зубцы.

Таким образом ясно, что топологическая перестройка ландшафта вейвлет-кардиограммы действительно может иметь место при изменении амплитуды одного лишь Т-зубца на ЭКГ (см. рис. 8а, рис. 8б).

### 3.3. Топологические изменения вейвлет-кардиограмм, ассоциированные с увеличением Р-зубца

Аналогично рассмотренному семейству (2) можно построить семейство электрокардиограмм, отличающихся амплитудой другого зубца на ЭКГ — зубца Р:

$$s_{\text{mod}}(t) = s(t) + (\beta - 1) \cdot s(t) \cdot \theta(t - \tau_3) \cdot \theta(\tau_4 - t), \quad (3)$$

<sup>1</sup> Амплитуда Т-зубца в исходном ЭКГ-сигнале  $s(t)$  равна 0.2 мВ (см. рис. 7).

<sup>2</sup> Математически это соотношение описывается выражением  $T = \alpha \cdot 0.2$ , где  $T$  обозначает амплитуду Т-зубца.

<sup>3</sup> Рассмотрение вспомогательного ЭКГ-сигнала позволило избежать краевого искажения вейвлет-спектра, которое наблюдалось бы на вейвлет-спектре, построенном для более короткого ЭКГ-сигнала (одиночного базового фрагмента ЭКГ).

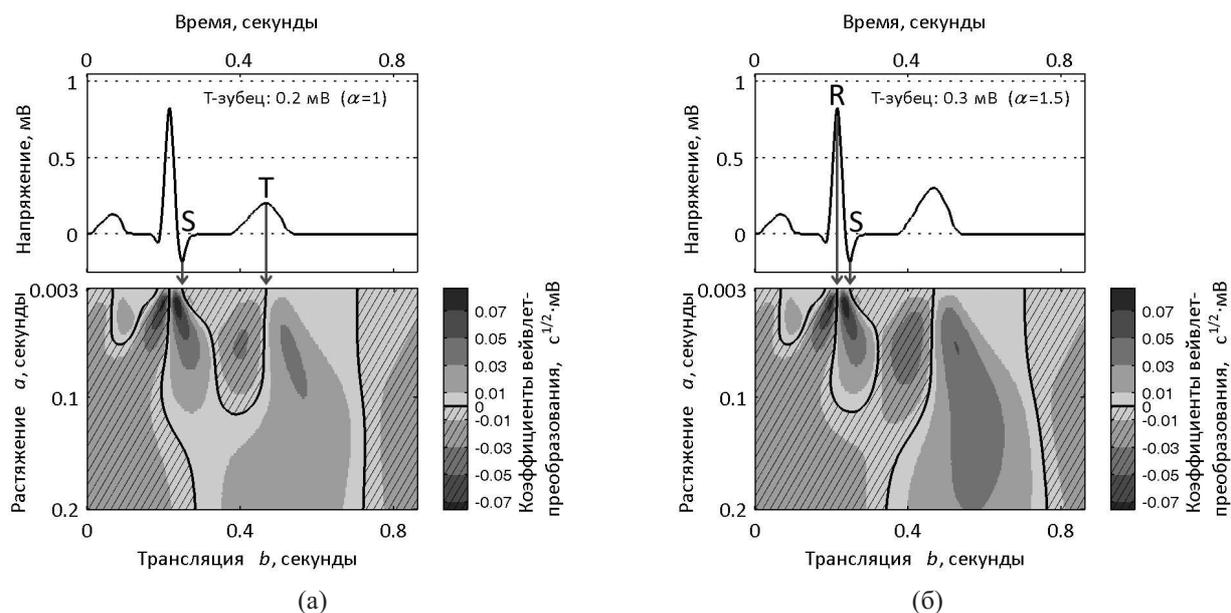


Рис. 8. Две электрокардиограммы и соответствующие им вейвлет-кардиограммы, имеющие между собой качественное отличие: (а) — электрокардиограмма со значением параметра  $\alpha = 1$  и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма с первым типом вейвлет-ландшафта; (б) — электрокардиограмма со значением параметра  $\alpha = 1.5$  и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма со вторым типом вейвлет-ландшафта

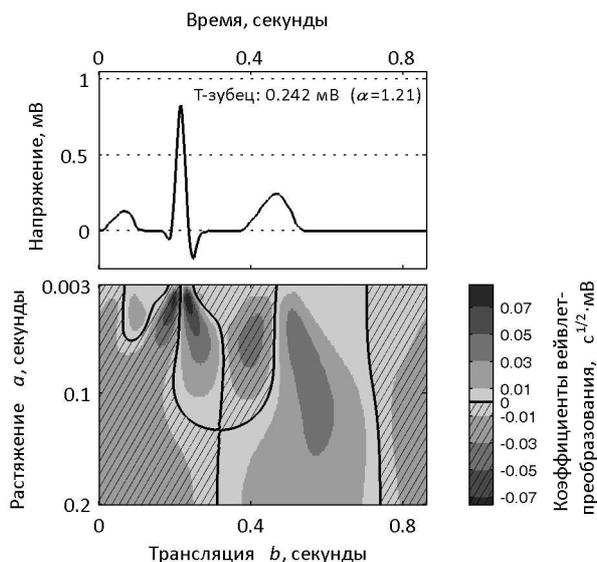


Рис. 9. Электрокардиограмма и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма, обладающая переходной структурой нулевых изолиний. (Параметр  $\alpha = 1.21$ , что соответствует значению амплитуды Т-зубца, равному 0.242 мВ)

где  $s(t)$  — тот же исходный ЭКГ-сигнал (см. рис. 7), что и в случае семейства (2);  $s_{\text{mod}}(t)$  — модифицированный ЭКГ-сигнал с измененной амплитудой Р-зубца;  $\theta(x)$  — функция Хевисайда; параметр  $\beta$  задает амплитуду Р-зубца модифицированного сигнала  $s_{\text{mod}}(t)$ ;  $\tau_3$  — момент времени, соответствующий началу формирования Р-зубца на ЭКГ;  $\tau_4$  — момент времени, соответствующий концу формирования Р-зубца<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Амплитуда Р-зубца в исходном ЭКГ-сигнале  $s(t)$  равна 0.13 мВ (см. рис. 7).

Вейвлет-кардиограммы, соответствующие сигналам данного семейства, были проанализированы аналогично тому, как это было сделано в отношении вейвлет-кардиограмм, соответствующих сигналам семейства (2). Параметр  $\beta$  варьировался в интервале значений (0.077; 3.85), что соответствует диапазону значений амплитуды Р-зубца  $0.01 \div 0.5$  мВ<sup>1</sup>.

Установлено, что при значениях параметра  $\beta$  в интервале (0.077; 2.45) вейвлет-кардиограммы имеют топологически изоморфную структуру нулевых изолиний. Несложно понять, что к этому топологическому типу (см. рис. 8а) принадлежит вейвлет-кардиограмма, соответствующая исходному ЭКГ-сигналу семейства (3) ( $\beta = 1$ ), а также и вейвлет-кардиограмма, соответствующая исходному сигналу семейства (2) ( $\alpha = 1$ ).<sup>2</sup>

Выяснено, что при значениях параметра  $\beta > 2.45$  (что соответствует значениям амплитуды Р-зубца, превышающим 0.319 мВ) структура нулевых изолиний на вейвлет-кардиограммах топологически не изоморфна структуре изолиний, свойственной сигналам при  $\beta < 2.45$ . Легко видеть, что в данном случае структура вейвлет-кардиограмм (см. рис. 10), свойственная сигналам при  $\beta > 2.45$ , качественно отличается от тех структур, которые мы наблюдали при варьировании амплитуды Т зубца (см. рис. 8а, 8б). Отличительной особенностью вейвлет-кардиограммы, изображенной на рис. 10, является то, что изолиния, начинающаяся у верхней границы вейвлет-спектра в точке, соответствующей Р-зубцу, достигает нижней границы рассматриваемого окна вейвлет-спектра. Это качественно отличает данную вейвлет-кардиограмму от изображенных на рис. 8а и 8б.

Вышеприведенные результаты свидетельствуют, что топологические трансформации вейвлет-кардиограмм могут вызываться изменением амплитуды одного лишь Р-зубца.

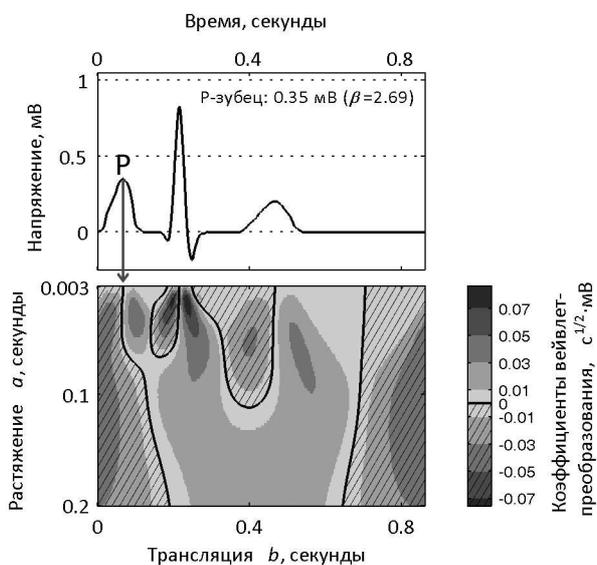


Рис. 10. Электрокардиограмма и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма, обладающая иной топологией в структуре нулевых изолиний, по сравнению со структурами нулевых изолиний, наблюдавшимися в вейвлет-кардиограммах семейства (2). (Для ЭКГ-сигнала, представленного на рисунке, параметр  $\beta = 2.69$ , что соответствует значению амплитуды Р-зубца, равному 0.35 мВ)

<sup>1</sup> Для семейства электрокардиограмм (3) величина амплитуды Р-зубца, выраженная в милливольтгах, прямо пропорциональна значению параметра  $\beta$  с коэффициентом пропорциональности 0.13. Математически это соотношение описывается выражением:  $P = \beta \cdot 0.13$ , где  $P$  обозначает амплитуду Р-зубца.

<sup>2</sup> Это следует из двух обстоятельств. Во-первых, исходному ЭКГ-сигналу семейства (3) отвечает значение параметра  $\beta = 1$ , принадлежащее интервалу значений (0.077; 2.45). Во-вторых, исходный ЭКГ-сигнал семейства (3) идентичен исходному ЭКГ-сигналу семейства (2) в силу самого определения этих семейств (поэтому и соответствующие вейвлет-кардиограммы тоже идентичны).

### 3.4. Топологические трансформации, ассоциированные с изменением пары выраженных на ЭКГ признаков

Возникает вопрос, каким образом на вейвлет-кардиограмме могут отображаться совместные изменения амплитуд Т- и Р-зубцов. Такие изменения ЭКГ-сигнала, как несложно видеть, описываются двухпараметрическим семейством электрокардиограмм:

$$s_{\text{mod}}(t) = s(t) + (\alpha - 1) \cdot s(t) \cdot \theta(t - \tau_1) \cdot \theta(\tau_2 - t) + (\beta - 1) \cdot s(t) \cdot \theta(t - \tau_3) \cdot \theta(\tau_4 - t). \quad (4)$$

Все обозначения, используемые в формуле (4), уже описаны нами ранее применительно к выражениям (2) и (3). В соответствии с этим в рассматриваемом двухпараметрическом семействе параметр  $\alpha$  определяет значение амплитуды Т-зубца, а параметр  $\beta$  — значение амплитуды Р-зубца<sup>1</sup>.

Нами были рассмотрены электрокардиограммы этого двухпараметрического семейства для следующих значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$ :  $\alpha \in (0.05; 2.5)$ ,  $\beta \in (0.077; 3.85)$ , что соответствует диапазону значений амплитуды Т-зубца  $0.01 \div 0.5$  мВ и диапазону значений амплитуды Р-зубца  $0.01 \div 0.5$  мВ.

В результате проведенного нами вейвлет-преобразования выяснилось, что вся совокупность вейвлет-кардиограмм, соответствующих рассмотренным электрокардиограммам, разбивается на четыре топологически различных типа. Так в дополнение к уже выявленным выше трем типам топологии в структуре нулевых изолиний, появляется еще один (см. рис. 11). Отличительной особенностью структуры изолиний на вейвлет-кардиограмме, представленной на рис. 11, является наличие замкнутой петли, соединяющей зубцы Р и S. А именно, эта петля начинается у верхней границы вейвлет-спектра в точке, соответствующей вершине Р-зубца, и оканчивается в точке, соответствующей вершине S-зубца, у той же границы вейвлет-спектра.

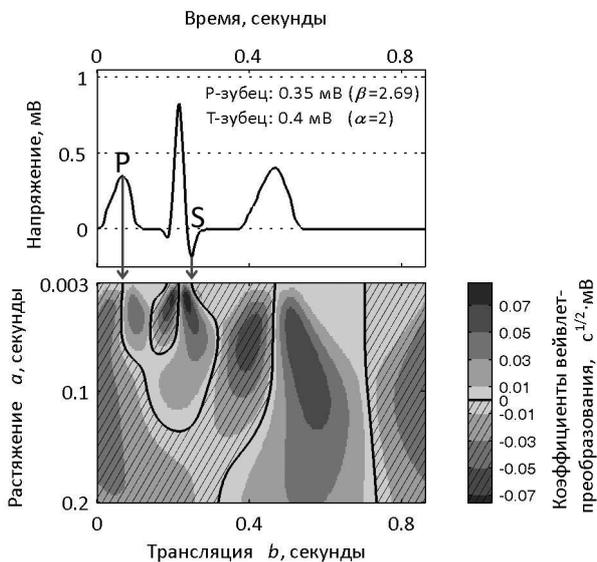


Рис. 11. Электрокардиограмма и соответствующая ей вейвлет-кардиограмма, демонстрирующая замыкание нулевой изолинии между Р и S зубцами. (Для ЭКГ-сигнала, представленного на рисунке, параметр  $\beta = 2.69$  и параметр  $\alpha = 2$ )

На рис. 12, в центральной его части, представлена параметрическая диаграмма, на которой показано разбиение области значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$  на четыре части, отвечающие различным

<sup>1</sup> Исходной ЭКГ отвечают значения  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ .

топологическим типам вейвлет-кардиограмм. Кроме того, на диаграмме отмечены восемь точек, для которых у краев рис. 12 показаны соответствующие этим точкам электрокардиограммы и ассоциированные с ними вейвлет-кардиограммы. Из них четыре вейвлет-кардиограммы (случаи, отвечающие точкам А, С, Е и G на диаграмме) соответствуют четырем топологическим типам структур нулевых изолиний, а остальные четыре — различным переходным структурам нулевых изолиний (случаи, отвечающие точкам В, D, F и H на диаграмме).

Из рис. 12 отчетливо видно, что области диаграммы с 1-м и 2-м типами вейвлет-кардиограмм являются *смежными*, то есть имеют общую протяженную границу. В свою очередь области диаграммы с 1-м и 4-м типами являются *несмежными*, они граничат только в одной точке, то есть общей протяженной границы эти области не имеют.

Таким образом, для любых двух точек на параметрической диаграмме возможны три варианта их взаимного расположения: а) обе точки принадлежат одной области диаграммы, то есть, ассоциированы с одним и тем же топологическим типом вейвлет-кардиограммы, б) точки принадлежат разным, но смежным областям диаграммы, в) точки принадлежат несмежным областям диаграммы<sup>1</sup>. Имея в виду то, что каждой точке на параметрической диаграмме соответствует определенная электрокардиограмма семейства (4), понятно, что любые две электрокардиограммы этого семейства могут быть сопоставлены на основе топологических свойств отвечающих им вейвлет-кардиограмм.

Тем самым появляется новая принципиальная возможность классифицировать и сопоставлять электрокардиограммы на основе качественного, топологического различия вейвлет-кардиограмм, ассоциированных с рассматриваемыми электрокардиограммами.

Стоит отметить, что предложенная процедура пригодна и для анализа многомерных (многопараметрических) видоизменений структуры ЭКГ. В этом случае речь идет о разбиении многомерных параметрических пространств гиперплоскостями, что потребует и более изощренных методов анализа [Дубровин и др., 1979].

#### 4. Обсуждение результатов

В работе показано, что непрерывная трансформация ЭКГ-сигналов, в частности, выражающаяся в увеличении или уменьшении амплитуды Т-зубца, может проявляться на вейвлет-кардиограммах в виде пере замыкания нулевых изолиний. Такого рода пере замыкание представляет собой контрастно выраженную топологическую перестройку структуры вейвлет-кардиограммы. Стало ясно, что классификация видоизменений в ЭКГ, в принципе, может строиться на топологической основе.

При этом электрокардиографические сигналы, для которых вейвлет-кардиограммы топологически изоморфны, представляется уместным трактовать как относящиеся к однотипным функциональным состояниям сердца. Напротив, топологически неизоморфные вейвлет-кардиограммы имеет смысл соотносить с функциональными состояниями различных типов.

Такой подход, вообще говоря, позволяет анализировать не только однопараметрические семейства трансформаций ЭКГ-сигналов, но и семейства многопараметрические. При этом оказывается, что возможны пере замыкания между различными парами нулевых изолиний, — то есть вейвлет-кардиограмма в зависимости от направленности изменений, происходящих в ЭКГ-сигнале, может перестраиваться в вейвлет-кардиограммы с разными типами топологической структуры нулевых изолиний.

<sup>1</sup> В рассмотренные три варианта не входят *негрубые* ситуации, когда хотя бы одна точка принадлежит какой-либо границе между областями параметрической диаграммы с разным топологическим типом вейвлет-кардиограммы. На практике такие *негрубые* ситуации, в известном смысле, крайне маловероятны.

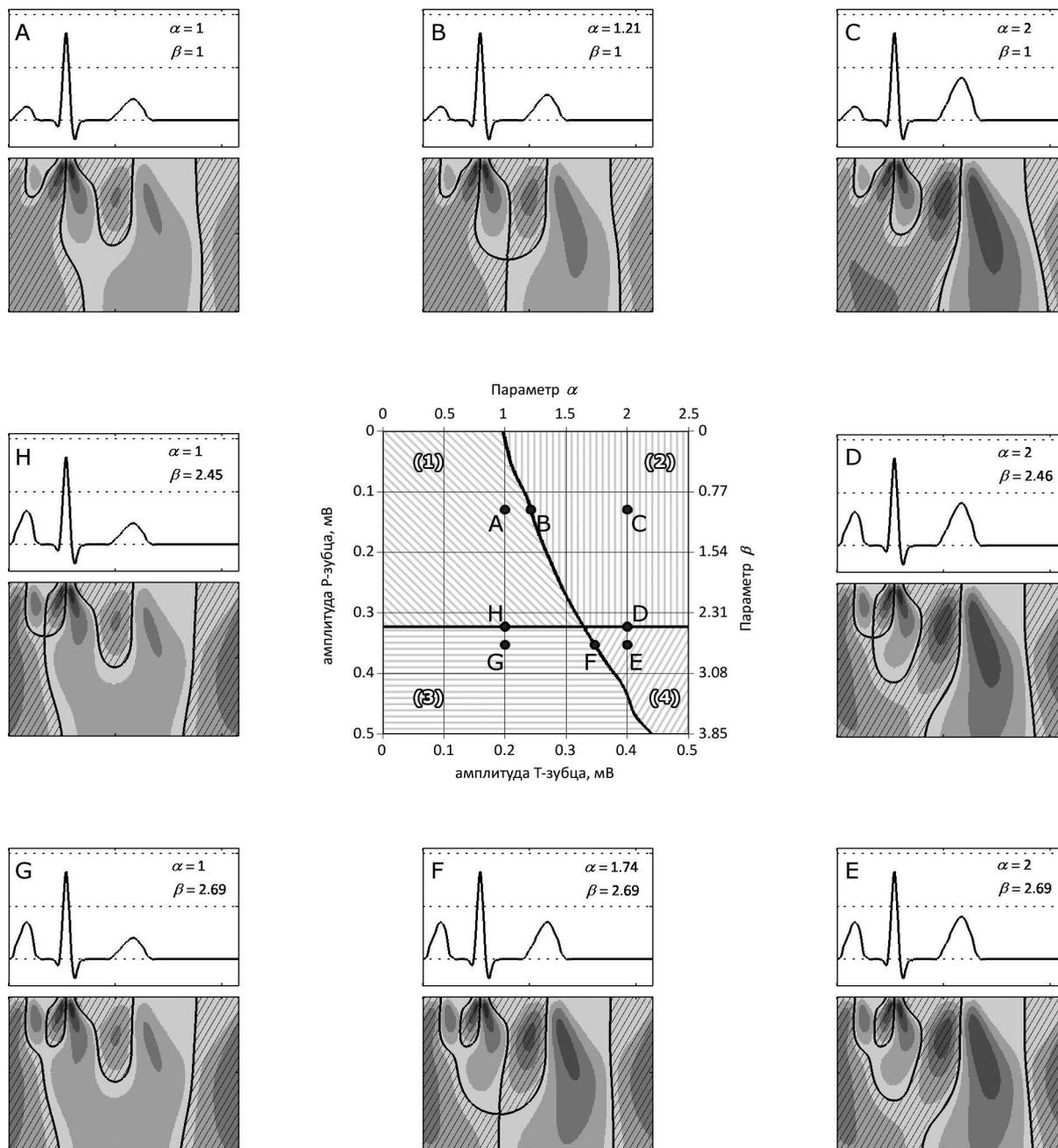


Рис. 12. Параметрическая диаграмма (в центре) с примерами ЭКГ-сигналов семейства (4) и соответствующих им вейвлет-кардиограмм. Области параметрической диаграммы, отвечающие разным топологическим типам вейвлет-кардиограмм, выделены разной штриховкой. (Шкала коэффициентов вейвлет-преобразования для представленных на рисунке вейвлет-кардиограмм, соответствует шкале коэффициентов, показанной на рис. 11)

В настоящей работе подробно рассмотрен пример двухпараметрического семейства трансформаций (4). В этом семействе параметры  $\alpha$  и  $\beta$  определяют значения амплитуд двух зубцов ЭКГ: Т зубца и Р зубца соответственно. Показано, что рассмотренная область значений параметров разбивается на четыре части, отвечающие различным топологическим типам вейвлет-

кардиограмм (см. рис. 12). При этом эти четыре области параметрической диаграммы находятся в разном отношении друг к другу: одни из них являются смежными, а другие — несмежными (то есть не имеющими между собой протяженной границы на параметрической диаграмме).

В настоящее время невозможно исчерпывающим образом ответить на вопрос, в какой мере можно соотносить различные типы вейвлет-кардиограмм с конкретными кардиологическими нарушениями. Однако выявленные топологические классы смежности в принципе поддаются проверке. В этом смысле полученные в работе результаты могут рассматриваться в качестве навигационной карты (см. диаграмму на рис. 12), подлежащей проверке и уточнению в ходе проведения процедур функциональной диагностики и испытаний клинических препаратов.

Известно, что амплитуда Р-зубца, превышающая 0.25 мВ, свидетельствует о гипертрофии правого предсердия [Лутра, 2010; Хэмптон, 2006]. В плоскости построенной нами параметрической диаграммы этот рубеж в 0.25 мВ находится вблизи границ между областями (1) и (3) и областями (2) и (4). Таким образом, если у пациента в процессе мониторинга его вейвлет-кардиограммы была замечена трансформация вейвлет-кардиограммы из 1-го типа в 3-й или из 2-го типа в 4-й, то это может быть расценено как качественный признак развития гипертрофии правого предсердия.

Иными словами, критерий, используемый в настоящее время в электрокардиографии для оценки состояния правого предсердия, основан на количественном измерении одного из элементов ЭКГ-сигнала (в данном случае амплитуды Р-зубца). С нашей же точки зрения, в диагностике данной патологии более уместно руководствоваться тем, к какому топологическому типу принадлежит вейвлет-кардиограмма, так как при этом мы имеем дело с качественным анализом. В нем в качестве шкалы выступает иерархия топологических типов вейвлет-кардиограмм, основанная на естественном топологическом разбиении параметрического пространства. Поэтому мы считаем, что качественный анализ топологии вейвлет-кардиограммы может оказаться существенно более удобным и надежным инструментом в ЭКГ-диагностике некоторых кардиологических нарушений.

В настоящей работе не рассматривались трансформации ЭКГ-сигналов, связанные с изменением количества зубцов в отдельном сердечном цикле (например возникновение зубца U, волн фибрилляции и т. п.). В то же время ясно, что такие качественные трансформации ЭКГ повлекут за собой и качественное изменение структуры нулевых изолиний на вейвлет-кардиограмме. Дело в том, что структура ЭКГ-сигнала четко взаимосвязана со структурой нулевых изолиний на вейвлет-кардиограмме, ассоциированной с этим ЭКГ-сигналом. В частности, точки нулевых изолиний у верхней границы вейвлет-кардиограммы (то есть при малых значениях параметра масштаба вейвлет-функции) наблюдаются тогда, когда на электрокардиограмме в этот же момент времени формируется вершина какого-либо зубца или горизонтальное плато, — то есть когда производная от функции, описывающей ЭКГ-сигнал, имеет нулевое значение (см. Приложение). Таким образом, предлагаемый в работе подход к анализу ЭКГ может оказаться плодотворным и в случаях, когда имеет место появление или исчезновение различных зубцов на ЭКГ.

В заключение считаем уместным отметить, что помимо топологических методов анализа вейвлет-спектров, представляющихся нам наиболее перспективными в связи с анализом и интерпретацией ЭКГ, ученые продолжают изучать и другие возможности. В ряде недавних публикаций [Jayachandran et al., 2010; Martinez, Rieta, 2012; Minhas, Arif, 2008; Stiles et al., 2004; Ranjith et al., 2003; Yodogawa et al., 2011] авторы их углубленно анализируют.

Можно предположить, что в самое ближайшее время так или иначе будут отобраны эффективные методы для автоматизированного анализа ЭКГ.

### **Благодарности**

Авторы благодарят к. м. н. С. В. Модела за ценные замечания и стимулирующие критические соображения, а также О. В. Смолдовскую за замечания по тексту рукописи.

### **Список литературы**

- Арнольд В. И. Теория катастроф. — 3 изд. — Москва: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1990. — 128 с.
- Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. — Москва: Техносфера, 2006. — 272 с.
- Болтянский В. Г., Ефремович В. А. Наглядная топология. — Москва: Наука, 1983. — 160 с.
- Гельфанд И. М., Розенфельд Б. И., Шифрин М. А. Очерки о совместной работе математиков и врачей. — 2-е, испр. и доп. изд. — Москва: Едиториал УРСС, 2005. — 320 с.
- Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. — Москва: Мир, 1984. — Т. 1-2.
- Голдбергер А. Л. Клиническая электрокардиография. Наглядный подход. — Москва: ГЭОТАР-Медиа, 2009. — 328 с.
- Дмитриев А. С., Кислов В. Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. — Москва: Наука, 1989. — 280 с.
- Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. — 464 с.
- Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия. — Москва: Наука, 1979.
- Инструментальные методы исследования сердечно-сосудистой системы. Справочник, Виноградова Т. С., Акулова Ф. Д., Белоцерковский З. Б. (ред.). — Москва: Медицина, 1986. — 416 с.
- Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. — Москва: Наука, 1984.
- Короновский А. А., Храмов А. Е. Непрерывный вейвлет анализ и его приложения. — Москва: Физматлит, 2003. — 176 с.
- Краус Дж. Д. Радиоастрономия. — Москва: Сов. радио, 1973. — 456 с.
- Кроуэлл Р., Фокс Р. Введение в теорию узлов. — Череповец: Меркурий-Пресс, 2000. — 348 с.
- Лаун Б. Дети Гиппократы XXI века. Дела сердечные. — Москва: Эксмо, 2010. — 285 с.
- Лутра А. ЭКГ понятным языком. — Москва: Практическая медицина, 2010. — 224 с.
- Орлов В. Н. Руководство по электрокардиографии. — Москва: Медицина, 1983. — 528 с.
- Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения. — Москва: Мир, 1980. — 608 с.
- Прасолов В. В., Сосинский А. Б. Узлы, зацепления, косы и трёхмерные многообразия. — Москва: МЦНМО, 1997. — 352 с.
- Приезжев А. В., Тучин В. В., Шубочкин Л. П. Лазерная диагностика в биологии и медицине. — Москва: Наука, 1989.
- Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. — 560 с.
- Руководство по нарушениям ритма сердца, Чазов Е. И., Голицын С. П. (ред.). — Москва: ГЭОТАР-Медиа, 2008. — 416 с.
- Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Часть 1. Случайные процессы. — Москва: Наука, 1976.
- Стинрод Н., Чинн У. Первые понятия топологии. — Москва: Мир, 1967.
- Сыркин А. Л. Инфаркт миокарда. — 3-е, перераб. и доп. изд. — Москва: ООО «Медицинское информационное агентство», 2006. — 466 с.
- Сыркин А. Л. ЭКГ для врача общей практики. — Москва: Медицина, 2007. — 176 с.

- Ферри Д. Р. Интерпретация ЭКГ. 10-дневный курс. — 2-е, испр. и перераб. изд. — Москва: Практическая Медицина, 2009. — 628 с.
- Френкс Л. Теория сигналов. — Москва: Сов. радио, 1974. — 344 с.
- Харкевич А. А. Спектры и анализ. — 3-е, перераб. изд. — Москва: Гостехиздат, 1957. — 236 с.
- Хэмpton Д. Р. Основы ЭКГ. — Москва: Медицинская литература, 2006. — 224 с.
- Чазов Е. И., Голицын С. П., Терещенко С. Н. Неотложная кардиология, Чазов Е. И (ред.). — Москва: Эксмо, 2011. — 224 с.
- Чуи Ч. Введение в вейвлеты. — Москва: Мир, 2001. — 412 с.
- Яковлев А. Н. Введение в вейвлет-преобразования. — Новосибирск: НГТУ, 2003. — 104 с.
- Addison P. S. Wavelet transforms and the ECG: a review // *Physiological Measurement*. — 2005. — Vol. 26, no. 5. — Pp. 155–199.
- Advanced Methods and Tools for ECG Data Analysis, Clifford G. D., Francisco A., McSharry P. (ed.). — Boston/London: Artech House Publishing, 2006. — P. 384.
- Advances in Cardiac Signal Processing, Acharya U. R., Suri J., Spaan J. A. E., Krishnan S. M. (ed.). — Springer-Verlag, 2007.
- Bezruchko B., Smirnov D. Nonlinear Dynamical Models from Chaotic Time Series: Methods and Applications // *Handbook of Time Series Analysis* / Schelter B., Winterhalder M., Timmer J. (ed.). — 2006. — Pp. 193–223.
- Braunwald's Heart Disease: A Textbook of Cardiovascular Medicine, Bonow R. O., Mann D. L., Zipes D. P., Libby P. (ed.). — 9th edition. — Philadelphia: W.B. Saunders Company, 2011.
- Cardenas-Barrera J. L., Lorenzo-Ginori J. Mean-shape vector quantizer for ECG signal compression // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* — 1999. — Vol. 46. — P. 62–70.
- Comprehensive Electrocardiology, Macfarlane P. W., van Oosterom A., Pahlm O. et al. (ed.). — 2nd edition. — London: Springer-Verlag, 2011.
- Ebert H. Easy ECG. Interpretation Differential Diagnoses. — Stuttgart; New York: Thieme, 2005. — P. 140.
- ECG Signal Processing, Classification and Interpretation: A Comprehensive Framework of Computational Intelligence, Gacek A., Pedrycz W. (ed.). — London: Springer-Verlag, 2012.
- Felinger A. Data analysis and signal processing in chromatography. — Elsevier, 1998. — P. 414.
- Guglin M. E., Thatai D. Common errors in computer electrocardiogram interpretation // *Int J Cardiol.* — 2006. — January. — Vol. 106, no. 2. — Pp. 232–237.
- Guria G. T., Livshits M. A. Topology of Two-Dimensional Autowaves // *Physics Letters*. — 1983. — August. — Vol. 97A, no. 5. — Pp. 175–177.
- Hongo R. H., Goldschlager N. Status of Computerized Electrocardiography // *Cardiol Clin.* — 2006. — August. — Vol. 24, no. 3. — Pp. 491–504.
- Jayachandran E. S., Joseph K. P., Acharya U. R. Analysis of myocardial infarction using discrete wavelet transform // *J Med Syst.* — 2010. — December. — Vol. 34, no. 6. — Pp. 985–992.
- Jenkins G. M., Watts D. G. Spectral analysis and its applications. — San Francisco: Holden-Day, 1968.
- L. W. J., C. A.-L., P. A. et al. The diagnostic performance of computer programs for the interpretation of electrocardiograms // *N Engl J Med.* — 1991. — December. — Vol. 325, no. 25. — Pp. 1767–1773.
- Mallat S. G., Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges // *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* — 1992. — July. — Vol. 14, no. 7. — Pp. 710–732.
- Mallat S. A wavelet tour of signal processing. — 2nd edition. — Academic Press, 1999.
- Martinez J. P., Almeida R., Olmos S. et al. A Wavelet-Based ECG Delineator: Evaluation on Standard Databases // *IEEE Transaction on Biomedical Engineering.* — 2004. — Vol. 51, no. 4. — Pp. 570–581.

- Martinez R. A., Rieta J. J.* Central Tendency Measure and Wavelet Transform Combined in the Non-Invasive Analysis of Atrial Fibrillation Recordings // *Biomed Eng Online*. — 2012. — August. — Vol. 11, no. 1. — P. 46.
- Minhas F. U., Arif M.* Robust electrocardiogram (ECG) beat classification using discrete wavelet transform // *Physiol. Meas.* — 2008. — Vol. 29. — Pp. 555–570.
- Minkoff J.* Signal Processing Fundamentals and Applications for Communications and Sensing Systems. — Boston; London: Artech House, 2002.
- Mithun P., Pandey P. C., Sebastian T. et al.* A wavelet based technique for suppression of EMG noise and motion artifact in ambulatory ECG // *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc.* — 2011. — Vol. 29. — Pp. 555–570.
- Poincare H.* Analysis situs // *J. Ec. Polytech.* — 1895. — Vol. 1. — Pp. 1–121. — Есть русский перевод статьи в книге: «Пуанкаре А. Избранные труды в трёх томах. Т. 2. М.: Наука, 1972».
- Ranjith P., Baby P. C., Joseph P.* ECG analysis using wavelet transform: application to myocardial ischemia detection // *ITBM-RBM.* — 2003. — Vol. 24, no. 1. — Pp. 44–47.
- Stiles M. K., Clifton D., Grubb N. R. et al.* Wavelet-Based Analysis of Heart-Rate-Dependent ECG Features // *Ann. Noninvasive Electrocardiol.* — 2004. — Vol. 9, no. 4. — Pp. 316–322.
- Tuchin V. V.* Tissue Optics: Light Scattering Methods and Instruments for Medical Diagnosis. — 2nd edition. — Bellingham: SPIE Press, 2007.
- Wavelets, Combes J. M., Grossman A., Tchamitchian P. (ed.). — Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- Yodogawa K., Ohara T., Takayama H. et al.* Detection of prior myocardial infarction patients prone to malignant ventricular arrhythmias using wavelet transform analysis // *Int Heart J.* — 2011. — Vol. 52, no. 5. — Pp. 286–289.

## Приложение

Поскольку используемая в данной работе вейвлет-функция  $\psi(t) = -t \cdot e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)}$  пропорциональна первой производной функции Гаусса  $G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)}$

$$\psi(t) = \sqrt{2\pi} \frac{dG}{dt}(t),$$

то для коэффициентов вейвлет-преобразования справедлива формула [Mallat, Zhong, 1992]

$$W_\psi(a, b) = -\sqrt{2\pi a} \left(\frac{d}{db}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \frac{1}{a} G\left(\frac{t-b}{a}\right) dt.$$

Из этой формулы следует, что при каждом значении параметра коэффициенты вейвлет-преобразования пропорциональны производной от предварительно модифицированного сигнала  $s_{\text{mod}}(\xi)$ . При этом модификация сигнала заключается в его «сглаживании» с помощью функции Гаусса:

$$s_{\text{mod}}(b) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \frac{1}{a} G\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (5)$$

Поэтому наличие точек локального максимума и минимума модифицированного сигнала  $s_{\text{mod}}(\xi)$  будет приводить к нулевому значению соответствующих коэффициентов вейвлет-преобразования.

Из (5) также следует, что модификация сигнала  $s(t)$  будет минимальна тогда, когда  $a \rightarrow 0$ , потому что при этом условии  $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} G\left(\frac{t-b}{a}\right) = \delta(t-b)$ , где  $\delta(\xi)$  — это дельта-функция Дирака.

Из всего вышеизложенного вытекает, что каждый локальный минимум или максимум сигнала  $s(t)$ , наблюдаемый в некоторый момент времени  $t = t_0$ , отображается на верхней границе вейвлет-спектра ЭКГ (то есть при значении параметра  $a$  близком к нулю) нулевым значением коэффициента вейвлет-преобразования, соответствующего параметру  $b = t_0$ . Иными словами, вершине каждого зубца ЭКГ-сигнала взаимно-однозначно ставится в соответствие определенная точка у верхней границы вейвлет-спектра ЭКГ.