

УДК: 519.168

Решение задачи оптимизации схемы размещения производства древесных видов топлива по критерию себестоимости тепловой энергии

И. Г. Русяк^а, Д. Г. Нефёдов^б

Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова,
факультет «Математика и естественные науки»
Россия, 426069, Удмуртская Республика, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7

E-mail: ^а primat@istu.ru, ^б denisnefedov1@yandex.ru

Получено 6 июня 2012 г.,
после доработки 18 августа 2012 г.

Представлена математическая модель задачи оптимального размещения предприятий по производству топлива из возобновляемых древесных отходов для обеспечения распределенной системы теплоснабжения региона. Оптимизация осуществляется исходя из минимизации совокупных затрат на производство конечного продукта – тепловой энергии на основе древесного топлива. Предложен метод решения задачи с использованием генетического алгоритма. Приведены практические результаты применения модели на примере Удмуртской Республики.

Ключевые слова: размещение производства, математическая модель, оптимизация, древесное топливо, тепловая энергия, генетический алгоритм

Solution of optimization problem of wood fuel facility location by the thermal energy cost criterion

I. G. Rusyak, D. G. Nefedov

Izhevsk State Technical University, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, 7 Studencheskaya st., 426069 Izhevsk, Russia

Abstract. – The paper contains a mathematical model for the optimal location of enterprises producing fuel from renewable wood waste for the regional distributed heating supply system. Optimization is based on total cost minimization of the end product – the thermal energy from wood fuel. A method for solving the problem is based on genetic algorithm. The paper also shows the practical results of the model by example of Udmurt Republic.

Keywords: facility location, mathematical model, optimization, wood fuel, thermal energy, genetic algorithm

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2012, vol. 4, no. 3, pp. 651–659 (Russian).

Использование местных возобновляемых источников энергии является эффективным решением задачи обеспечения региона дешевыми топливно-энергетическими ресурсами. Одним из них является топливо, получаемое из отходов лесозаготовок и деревопереработки – щепы, пеллеты.

Решению задачи оптимального размещения производства посвящен ряд работ (см., например, [Drezner, Hamacher, 2004; Galvao, 2004; Daskin, 2008; Русяк, Нефёдов, 2011]). Рассмотрим постановку и решение задачи оптимального размещения предприятий по производству топлива из древесных отходов для обеспечения им распределенной системы теплоснабжения региона.

Пусть имеется некоторое количество (K) пунктов производства тепловой энергии (см. рис. 1). При этом для ее производства имеется выбор использования топлива из нескольких взаимозаменяемых видов (M). Каждый из этих видов топлива характеризуется определенными затратами на его приобретение, а также на его переработку в тепловую энергию. Пусть имеется также некоторая совокупность (J) потенциальных пунктов размещения производства древесного топлива и некоторая совокупность (I) пунктов накопления сырья. Производство каждого вида топлива отличается своей сырьевой базой (пунктами накопления сырья), технологией переработки исходного сырья в топливо и, соответственно, затратами на его производство. Требуется определить объем производства топлива m -го вида ($m \leq M$) в каждом потенциальном пункте его производства, а также объемы его поставок в каждый из пунктов производства тепловой энергии так, чтобы обеспечить минимальные совокупные затраты на производство тепловой энергии.

Схема взаимосвязи пунктов накопления сырья, пунктов производства топлива и пунктов производства тепловой энергии

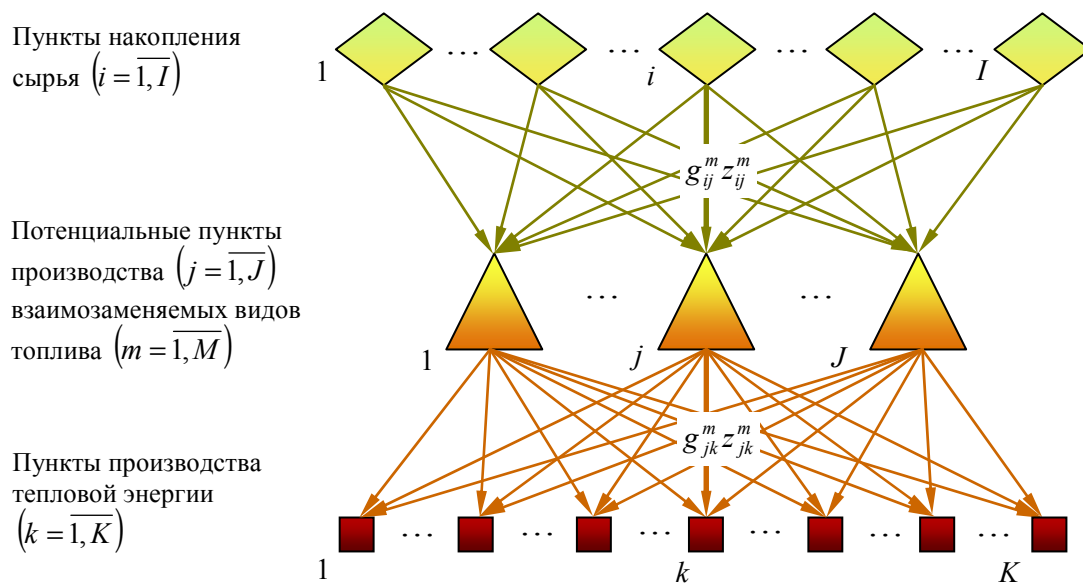


Рис. 1

Пунктами накопления древесного сырья являются пункты образования древесных отходов лесозаготовительных и деревоперерабатывающих предприятий. Вид древесного топлива определяется технологией его производства. В частности, путем простого измельчения и естественной сушки древесных отходов получают щепу, при использовании дополнительных операций дробления, прессования и сушки сырья можно получить более энергоконцентрированное топливо – древесные пеллеты. Каждому виду топлива соответствуют свои производственные затраты.

Для построения математической модели данной задачи введем следующие обозначения:

- C – совокупные затраты на производство тепловой энергии, руб./год;
 C^T – затраты на транспортировку сырья, производство топлива и его доставку до пунктов производства тепла, руб./год;
 C^{TE} – затраты на переработку топлива в тепловую энергию в пунктах ее производства, руб./год;
 S_i^m – объем сырья в i -м пункте его сбора, используемый для производства m -го вида топлива, единиц в год (ед./год, ед. = {т, м³});
 V_j^m – объем производства m -го вида топлива в j -м пункте его производства, тонн условного топлива в год (т у. т./год);
 D_k^m – объем производства тепловой энергии в k -м пункте ее производства на топливе m -го вида, Гкал/год;
 D_k – суммарный объем производства тепловой энергии в k -м пункте ее производства, Гкал/год;
 α^m – коэффициент, определяющий количество единиц сырья, необходимого для производства единицы топлива m -го вида, ед./т у. т.;
 β^m – коэффициент, определяющий количество единиц топлива m -го вида, необходимого для производства единицы тепловой энергии, т у. т./Гкал;
 g_{ij}^m – затраты на транспортировку единицы сырья для m -го вида топлива между i -м пунктом накопления сырья и j -м пунктом производства топлива, руб./ед.;
 g_{jk}^m – затраты на транспортировку единицы m -го вида топлива между j -м пунктом производства топлива и k -м пунктом производства тепловой энергии, руб./т у. т.;
 z_{ij}^m – годовой объем сырья, необходимый для производства m -го вида топлива, транспортируемый от i -го пункта накопления сырья до j -го пункта производства топлива, ед./год;
 z_{jk}^m – годовой объем топлива m -го вида, транспортируемого от j -го пункта производства топлива до k -го пункта производства тепловой энергии, т у. т./год.

Годовые затраты на переработку древесного сырья в топливо m -го вида в j -м пункте его производства определяются выражением

$$C_j^m = a_j^m V_j^m + b_j^m,$$

где a_j^m – условно-постоянные затраты на выпуск единицы топлива m -го вида в j -м пункте его производства, руб./т у. т.; b_j^m – условно-постоянные затраты на весь выпуск топлива m -го вида в j -м пункте его производства, руб./год.

Годовые затраты на производство тепловой энергии в k -м пункте ее производства на топливе m -го вида определяются выражением

$$\tilde{C}_k^m = \tilde{a}_k^m D_k^m + \tilde{b}_k^m,$$

где \tilde{a}_k^m – условно-постоянные затраты на производство единицы тепловой энергии в k -м пункте ее производства на топливе m -го вида, руб./Гкал; \tilde{b}_k^m – условно-постоянные затраты на весь выпуск тепловой энергии в k -м пункте ее производства на топливе m -го вида, руб./год.

Используя приведенные обозначения, целевую функцию оптимизационной задачи можно записать в виде

$$C = C^T + C^{TE} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$C^T = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M g_{ij}^m z_{ij}^m + \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (a_j^m V_j^m + b_j^m) + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M g_{jk}^m z_{jk}^m; \quad (2)$$

$$C^{TE} = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M (\tilde{a}_k^m D_k^m + \tilde{b}_k^m). \quad (3)$$

В качестве ограничений задачи (1)–(3) сформулируем следующие условия:

$$V_j^m = \sum_{k=1}^K z_{jk}^m, \quad \forall j = \overline{1, J}, \forall m = \overline{1, M}; \quad (4)$$

$$D_k^m = \frac{1}{\beta^m} \sum_{j=1}^J z_{jk}^m, \quad \forall k = \overline{1, K}, \forall m = \overline{1, M}; \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^M D_k^m = D_k, \quad \forall k = \overline{1, K}; \quad (6)$$

$$\alpha^m V_j^m = \sum_{i=1}^I z_{ij}^m, \quad \forall j = \overline{1, J}, \forall m = \overline{1, M}; \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^J z_{ij}^m \leq S_i^m, \quad \forall i = \overline{1, I}, \forall m = \overline{1, M}; \quad (8)$$

$$z_{ij}^m \geq 0, z_{jk}^m \geq 0, \quad \forall i = \overline{1, I}, \forall j = \overline{1, J}, \forall k = \overline{1, K}, \forall m = \overline{1, M}. \quad (9)$$

Целевая функция (1) определяет совокупные затраты на производство топлива (2) и на его переработку в тепловую энергию (3). Выражения (4), (5) и (6) устанавливают баланс между объемом выпуска топлива в пунктах его производства и потребностью в нем пунктов производства тепловой энергии. Выражения (7) и (8) определяют баланс между требуемым объемом сырья и потенциалом пунктов его сбора. Ограничение (9) отражает условие неотрицательности объемов поставок сырья и топлива.

Приведенная постановка задачи не накладывает ограничений на взаимосвязи пунктов накопления сырья с пунктами производства топлива, а также пунктов производства топлива с пунктами производства тепловой энергии, что приводит к необходимости перебора большого количества всевозможных решений исходной задачи. Для уменьшения этого количества были введены следующие ограничения:

- 1) каждый пункт производства тепловой энергии снабжается только одним видом топлива одного пункта его производства;
- 2) для удовлетворения каждого отдельного пункта производства тепловой энергии достаточно сырья, заготавливаемого только в одном из пунктов накопления.

Из первого ограничения следует, что годовой объем топлива, транспортируемого от пункта его производства (j) до снабжаемого им пункта производства тепловой энергии (k), равен его годовой потребности. Это позволяет ввести следующую замену:

$$z_{jk}^m = \beta^m \sum_{i=1}^I x_{ijk}^m D_k, \quad \forall j = \overline{1, J}, \forall k = \overline{1, K}, \forall m = \overline{1, M}. \quad (10)$$

Здесь x_{ijk}^m – бинарная переменная, равная 1, если j -е предприятие производит m -й вид топлива для удовлетворения спроса в нем k -го пункта производства тепловой энергии при использовании для производства топлива сырья i -го пункта накопления, и равная 0 в противном случае.

Из второго ограничения следует, что пункт производства топлива ежегодно приобретает у пункта накопления сырья такой его объем, использование которого обеспечивает производство

топлива в объеме, равном годовой потребности пункта производства тепловой энергии. Поэтому можно ввести замену:

$$z_{ij}^m = \alpha^m \beta^m \sum_{k=1}^K x_{ijk}^m D_k, \quad \forall i = \overline{1, I}, \quad \forall j = \overline{1, J}, \quad \forall m = \overline{1, M}. \quad (11)$$

Таким образом, искомым решением является массив x_{ijk}^m , $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, $k = \overline{1, K}$, $m = \overline{1, M}$, который полностью определяет «судьбу» каждого потенциального пункта размещения производства топлива.

С учетом замен (10)–(11) постановка задачи (1)–(9) примет вид

$$C = C^T + C^{TE} \rightarrow \min; \quad (12)$$

$$C^T = \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (a_j^m V_j^m + b_j^m) + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \beta^m (\alpha^m g_{ij}^m + g_{jk}^m) x_{ijk}^m D_k; \quad (13)$$

$$C^{TE} = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M (\tilde{a}_k^m D_k^m + \tilde{b}_k^m), \quad (14)$$

$$V_j^m = \beta^m \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijk}^m D_k, \quad \forall j = \overline{1, J}, \quad \forall m = \overline{1, M}, \quad (15)$$

$$D_k^m = D_k \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ijk}^m, \quad \forall k = \overline{1, K}, \quad \forall m = \overline{1, M}, \quad (16)$$

$$\alpha^m \beta^m \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk}^m D_k \leq S_i^m, \quad \forall i = \overline{1, I}, \quad \forall m = \overline{1, M}, \quad (17)$$

$$x_{ijk}^m \in \{0, 1\}, \quad \forall i = \overline{1, I}; \quad \forall j = \overline{1, J}; \quad \forall k = \overline{1, K}; \quad \forall m = \overline{1, M}, \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M x_{ijk}^m = 1, \quad \forall k = \overline{1, K}. \quad (19)$$

В условии (19) отражены введенные ограничения, заключающиеся в том, что каждый пункт производства тепловой энергии снабжается только одним видом топлива одного пункта производства и для обеспечения необходимого объема производства используется сырье одного пункта накопления.

Для решения оптимизационной задачи был использован генетический алгоритм с бинарным кодированием. Суть данного метода заключается в том, что механизм задания начальной популяции, отбора, скрещивания и мутации осуществляется над особями, генотип которых представлен бинарными числами, значения которых равны 0 и 1.

Начальная популяция R особей создается следующим образом. Произвольно выбирается один пункт производства топлива, который будет снабжать топливом одного вида все пункты производства тепловой энергии, и для данного решения составляется массив $(x_{ijk}^m)^r$, где x_{ijk}^m удовлетворяет ограничениям (18)–(19). И так для каждой особи $r = \overline{1, R}$. В процессе применения операторов отбора и скрещивания происходит формирование новой популяции особей, которые создаются из генов наиболее приспособленных особей. В качестве генов для скрещивания используется массив x_{ijk}^m , $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, $k \in \{1, \dots, K\}$, $k = \text{idem}$, $m = \overline{1, M}$. Скрещивание особей

осуществляется с вероятностью $p_{skr} \in [0;1]$. При этом был использован турнирный оператор отбора особей для скрещивания. Мутация представляет собой формирование новых особей с вероятностью $p_{mut} \in [0;1]$. В процессе применения генетических алгоритмов обеспечивается достаточное разнообразие популяции особей, необходимое для поиска оптимального решения.

Поиск оптимального решения прекращается, когда относительное уменьшение значения целевой функции C_q на q -й итерации, по сравнению с C_{q-l} на $(q-l)$ -й итерации, не превышает заданного числа ε на протяжении ряда L итераций. Данное условие можно представить в виде

$$\max_{l \in [1;L]} \left| \frac{C_q - C_{q-l}}{C_q} \right| < \varepsilon, l = \overline{1, L}. \quad (20)$$

Описанный выше алгоритм был применен на ряде тестовых примеров, в результате чего определены оптимальные параметры, обеспечивающие при $\varepsilon = 0,0001$ и $L = 1000$ решение задачи за наименьшее время: $R = 20$, $p_{skr} = 0,8$, $p_{mut} = 0,03$.

Приведем результаты решения поставленной задачи на примере производства древесного топлива на территории Удмуртской Республики. Для расчета использованы данные по расположению источников сырья и его запасам, потребностям теплоисточников в топливе, удельным затратам на транспортировку топлива и сырья, представленные в [Русяк, Кетова, Королёв, Трушкова, 2011]. Пусть необходимо перевести 94 теплоисточника, использующих в качестве топлива уголь, на использование топлива, получаемого из местного сырья – древесных отходов. Суммарный объем выпуска тепловой энергии рассматриваемых теплоисточников составляет 113 270 Гкал/год. При этом имеется выбор перевода теплоисточников на один из двух взаимозаменяемых видов топлива – щепу или пеллеты. Пункты накопления сырья для производства щепы в количестве 27 единиц расположены вне населенных пунктов – рядом с пунктами вырубке леса. Общий потенциал сырья для щепы равен 86 845 м³/год, что обеспечивает производство топлива в объеме, превышающем потребность в нем всех рассматриваемых теплоисточников. Сырьевая база для пеллет определяется потенциалом древесных отходов деревоперерабатывающих предприятий, расположенных в п. Игра, с. Лынга и с. Якшур-Бодья. Общий потенциал сырья для пеллет составляет 25 727 т/год. Коэффициент, определяющий количество сырья, необходимого для производства топлива, для щепы составляет $\alpha^1 = 3,759$ м³/т у. т., для пеллет – $\alpha^2 = 3,644$ т/т у. т. При этом затраты топлива на производство тепловой энергии составляют для щепы $\beta^1 = 0,176$ т у. т./Гкал, для пеллет $\beta^2 = 0,167$ т у. т./Гкал.

При решении задачи предполагалось, что потенциальные пункты размещения производства древесного топлива следует располагать там же, где находятся пункты производства тепловой энергии – теплоисточники. В результате решения задачи оптимизации (12)-(19) было определено расположение восьми пунктов подготовки щепы и одного пеллетного завода (см. рис. 2). Сплошные линии связывают пункты подготовки топлива с соответствующими теплоисточниками, пунктирные – пункты накопления сырья с пунктами подготовки топлива соответственно. Суммарное производство щепы составило 16 504 т у. т./год, пеллет – 3 240 т у. т./год. Значение целевой функции составило 98,5 млн руб./год. График зависимости значения целевой функции от количества итераций приведен на рис. 3.

Средняя себестоимость производства тепловой энергии на древесных видах топлива по всем рассматриваемым теплоисточникам составила 870 руб./Гкал, что значительно ниже соответствующего показателя для тепловой энергии на угле, равного 1 584 руб./Гкал [Преснухин, Русяк, Кетова, 2010]. При этом средняя себестоимость производства тепловой энергии на щепе составила 820 руб./Гкал, на пеллетах – 1 114 руб./Гкал.

Для сравнения: также был произведен расчет себестоимости производства тепловой энергии в случае, когда все теплоисточники переводятся только на щепу. Оптимальное значение целевой функции получено равным 100,1 млн руб./год. Следовательно, себестоимость произ-

водства тепловой энергии по всем теплоисточникам в данном случае равняется 884 руб./Гкал, что превосходит среднюю себестоимость тепловой энергии в случае, когда осуществляется выбор ее производства на двух видах топлива – щепе и пеллетах.

Оптимальная схема размещения пунктов производства древесного топлива

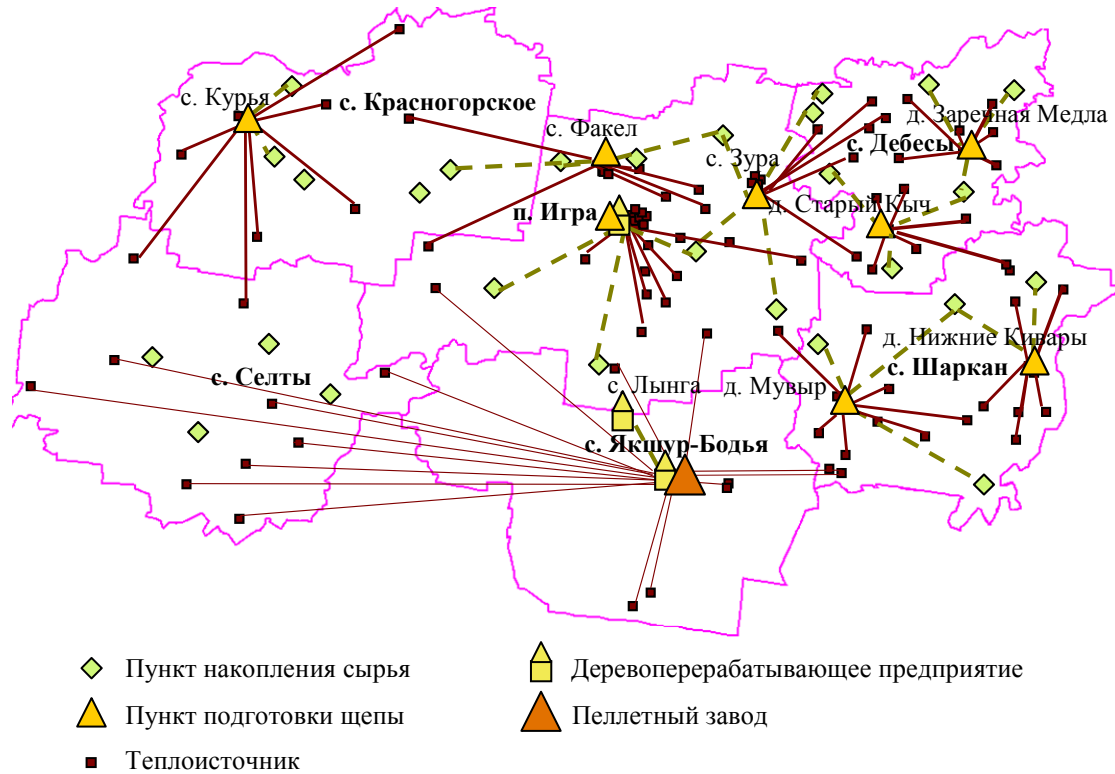


Рис. 2

Результаты решения оптимизационной задачи

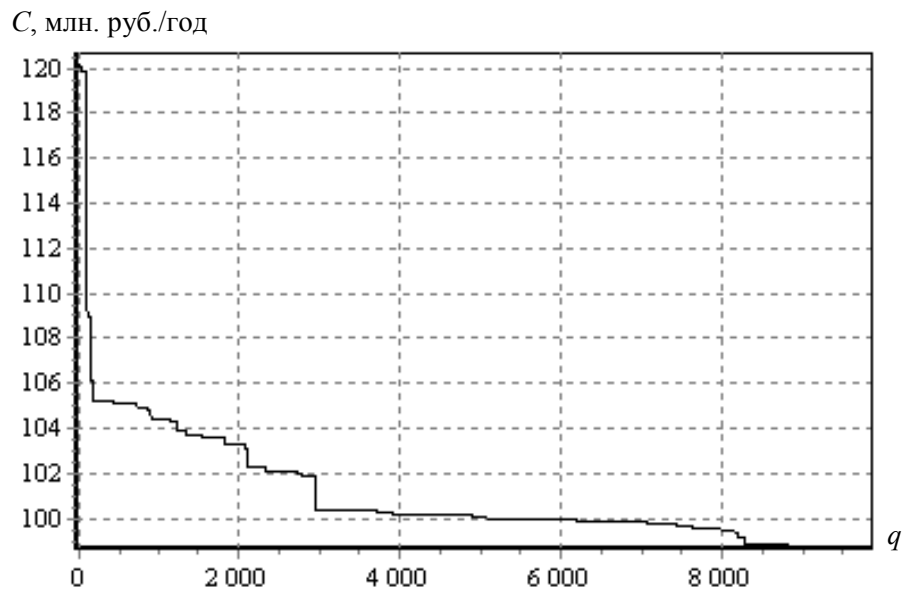


Рис. 3

В приведенных выше расчетах предполагалось отсутствие каких-либо ограничений на транспортировку сырья и продукции между различными частями рассматриваемого региона. На практике транспортировка ресурсов может быть ограничена административными или иными регуляторами. Квоты или пошлины приводят к изменению затрат на транспортируемые ресурсы, в результате чего оптимальная схема размещения производства принимает другой вид.

В качестве примера оценим влияние ограничений на поставки сырья и топлива на решение оптимизационной задачи для некоторой отдельной части региона. Рассмотрим район с административным центром в с. Селты, выделенный на рис. 4. В данном районе расположены 10 теплоисточников с суммарной выработкой тепла, равной 8 270 Гкал/год. Суммарный потенциал пунктов накопления сырья в районе составляет 11 700 м³/год, что полностью обеспечивает производство необходимого объема щепы для удовлетворения спроса в ней теплоисточников данного района, равного 1 456 т у. т./год. При решении задачи в случае отсутствия ограничений на межрайонные связи ежегодные затраты на производство тепла только на теплоисточниках Селтинского района равны 7,5 млн руб./год, из них затраты на топливо – 2,4 млн руб./год, затраты на его переработку в тепловую энергию – 5,1 млн руб./год. Средняя себестоимость производства тепловой энергии равна 907 руб./Гкал. При этом потребности теплоисточников данного района полностью обеспечиваются топливом, главным образом пеллетами, соседних районов.

Оптимальная схема размещения пунктов производства древесного топлива с учетом "граничных условий"

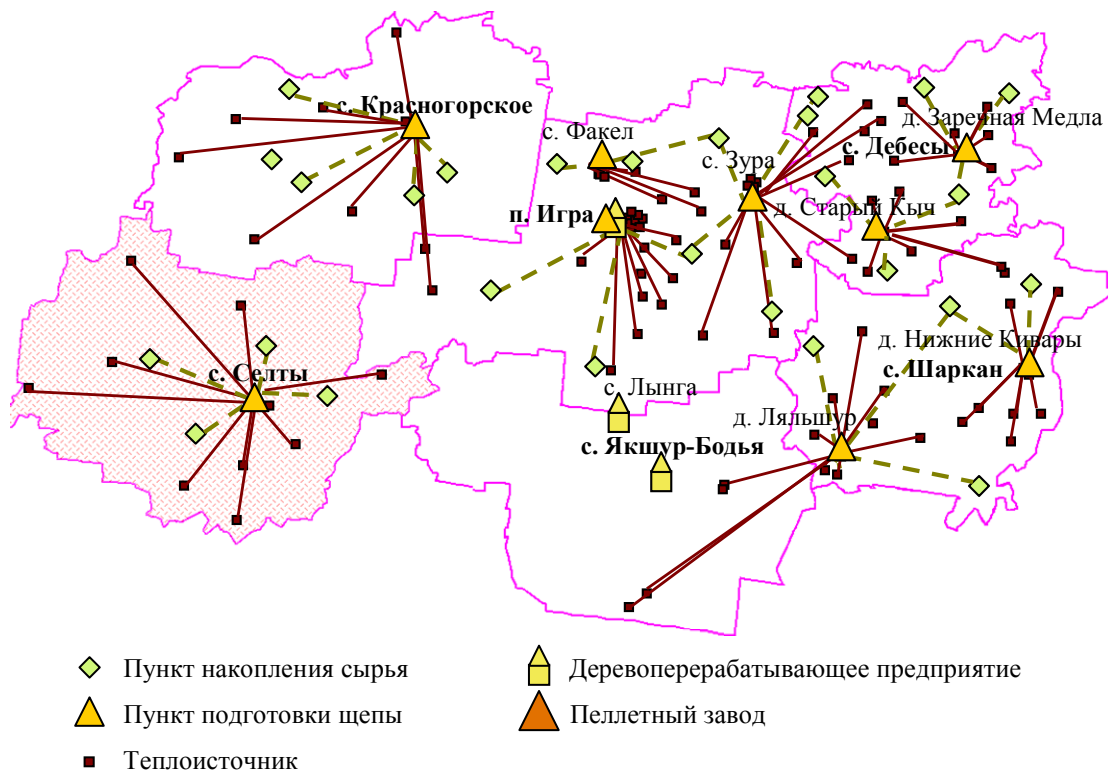


Рис. 4

Предположим, что администрация Селтинского района решила полностью ограничить ввоз древесного сырья и топлива из остальных районов, а также вывоз этих ресурсов из района. В этом случае в алгоритме расчета затраты на транспортировку ресурсов между пунктами сбора сырья и теплоисточниками Селтинского района и соответствующими пунктами сбора сырья и теплоисточниками остальных районов необходимо заменить некоторым большим значением.

В результате решения оптимизационной задачи с учетом обозначенных «граничных условий» было получено, что на территории Селтинского района достаточно организовать 1 пункт подготовки щепы в с. Селты. Совокупные затраты на производство тепла на теплоисточниках Селтинского района составили 8,1 млн руб./год, или в среднем 979 руб./Гкал. При этом затраты на топливо составили 2,2 млн руб./год, затраты на его переработку в тепловую энергию – 5,9 млн руб./год. Ограничение межрайонных поставок привело к росту затрат на производство тепла на теплоисточниках Селтинского района за счет того, что единственным используемым топливом является щепа, переработка которой в тепловую энергию обходится дороже, чем при использовании пеллет.

Таким образом, разработанная методика оптимального размещения предприятий позволяет оптимизировать варианты размещения производства древесного топлива на территории региона с учетом различных ограничений.

Список литературы

- Преснухин В. К., Русяк И. Г., Кетова К. В. и др.* Концепция Республиканской целевой программы «Снабжение населенных пунктов Удмуртской Республики местными видами топлива» // Отчет по Гос. контракту. – Ижевск: ИжГТУ, 2010. – 264 с.
- Русяк И. Г., Кетова К. В., Королёв С. А., Трушкова Е. В.* Логистика топливоснабжения региона возобновляемыми местными видами топлива, получаемыми из древесного сырья: монография / под ред. И. Г. Русяка. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2011. – 185 с.
- Русяк И. Г., Нефёдов Д. Г.* Математическая модель и методика расчета оптимальных параметров системы топливообеспечения древесными видами топлива // Вестник Ижевского государственного технического университета. – Ижевск: ИжГТУ, 2011. – № 3. – С. 58–60.
- Daskin S. M.* What you should know about location modeling // Naval Research Logistics. – 2008. – Vol. 55. – P. 283–294.
- Drezner Z., Hamacher H.* Facility location: applications and theory. – Berlin; Heidelberg; New-York: Springer, 2004. – 457 p.
- Galvao R. D.* Uncapacitated facility location problems: contributions // Pesquisa Operacional. – 2004. – Vol. 24. – P. 7–38.