

УДК: 519.6

Расчет параметров микроскопического оптического потенциала упругого рассеяния π -мезонов на ядрах с применением алгоритма асинхронной дифференциальной эволюции

Е. И. Жабицкая^{1,2,a}, М. В. Жабицкий¹, Е. В. Земляная^{1,2},
К. В. Лукьянов^{1,2}

¹Объединенный институт ядерных исследований,
Россия, 141980, г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6

²Университет «Дубна»,
Россия, 141980, г. Дубна, ул. Университетская, д. 19

E-mail: ^a Evgeniya.Zhabitskaya@jinr.ru

Получено 01 апреля 2012 г.,
после доработки 17 августа 2012 г.

Новый асинхронный алгоритм дифференциальной эволюции использован для определения параметров микроскопического оптического потенциала упругого рассеяния пионов на ядрах ^{28}Si , ^{58}Ni и ^{208}Pb при энергиях 130, 162 и 180 МэВ.

Ключевые слова: глобальная оптимизация, асинхронная дифференциальная эволюция, микроскопический оптический потенциал, пион-ядерное рассеяние

Calculation of the parameters of microscopic optical potential for pion-nuclei elastic scattering by Asynchronous Differential Evolution algorithm

E. I. Zhabitskaya^{1,2}, M. V. Zhabitsky¹, E. V. Zemlyanaya^{1,2}, K. V. Lukyanov^{1,2}

¹Joint Institute for Nuclear Research, 6 Joliot-Curie street, Dubna, 141980, Russia

²University "Dubna", 19 University street, Dubna, 141980, Russia

Abstract. — New Asynchronous Differential Evolution algorithm is used to determine the parameters of microscopic optical potential of elastic pion scattering on ^{28}Si , ^{58}Ni and ^{208}Pb nuclei at energy 130, 162 and 180 MeV.

Keywords: global optimization, Asynchronous Differential Evolution, microscopic optical potential, pion-nucleus scattering

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2012, vol. 4, no. 3, pp. 585–595 (Russian).

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 1201-00396а)

Введение

Численное исследование многопараметрических физических процессов часто сводится к вычислению параметров, определяющих структуру моделируемой физической системы, с помощью различных методов обработки экспериментальных данных на основе минимизации функционалов. Дифференциальная эволюция (ДЭ) [Price, Storn, 1997] — один из активно развиваемых в последние годы [Price et al., 2005; Das, Suganthan, 2011] методов поиска глобального минимума. Отсутствие необходимости вычисления производных позволяет успешно применять этот эволюционный алгоритм для решения негладких задач, в том числе большой размерности.

Предложенный в [Zhabitskaya, Zhabitsky, 2012] алгоритм асинхронной дифференциальной эволюции (АДЭ) обеспечивает, при сохранении основных положительных качеств классической Дифференциальной Эволюции (КДЭ), более широкие возможности распараллеливания и ускорения вычислений. Эффективность алгоритма АДЭ продемонстрирована в [Zhabitskaya, Zhabitsky, 2012; Zhabitskaya, 2012; Жабицкая, Жабицкий, 2012] для ряда тестовых функций. В настоящей работе этот подход применен для определения параметров микроскопического оптического потенциала пион-ядерного рассеяния.

Работа построена следующим образом: в разделе 1 кратко излагается алгоритм АДЭ; во втором разделе даны основные формулы, определяющие модель пион-ядерного рассеяния; в разделе 3 описывается программная реализация, включая работу в параллельном режиме; четвертый раздел посвящен обсуждению численных результатов.

1. Алгоритм асинхронной дифференциальной эволюции

Будем рассматривать задачу поиска глобального минимума $\mathbf{x}^* = \{x_j\}_{j=0, \dots, D-1}$ функции $f(\mathbf{x}): \Omega \subset \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}: f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in \Omega$.

Метод ДЭ оперирует популяцией (набором), каждый член которой является вектором в пространстве параметров: $P_x = (\mathbf{x}_i)$, $\mathbf{x}_i \in \Omega \subset \mathbb{R}^D$, $i = 0, 1, \dots, N_p - 1$. Согласно КДЭ [Price et al., 2005], после инициализации начальной популяции, состоящей из N_p векторов, случайно выбранных из Ω , выполняется цикл, на каждом шаге которого ко всем членам текущей популяции применяются операции мутации, рекомбинации (кроссовера) и отбора для формирования следующего поколения. Смена поколения в КДЭ происходит синхронно для всех членов популяции.

В новом алгоритме АДЭ [Zhabitskaya, Zhabitsky, 2012] упомянутые операторы мутации, кроссовера и отбора применяются для членов популяции без синхронизации по поколениям (см. схему на рис. 1). После инициализации в цикле алгоритма на первом этапе выбирается *целевой* вектор \mathbf{x}_i . На этапе мутации для него формируется *мутантный* вектор \mathbf{v}_i путем прибавления к *базовому* вектору \mathbf{x}_r разности случайно выбранных из текущей популяции векторов \mathbf{x}_p и \mathbf{x}_q с весом F . Далее, на этапе кроссовера (рекомбинации) из координат целевого и мутантного векторов строится *пробный* вектор \mathbf{u}_i : с вероятностью C_r в качестве координаты пробного вектора берется координата мутантного вектора, с вероятностью $(1 - C_r)$ — целевого. Обычно дополнительно налагается условие, чтобы хотя бы одна координата в пробном векторе отличалась от соответствующей координаты целевого вектора, для чего мутируют его случайную координату j_{rand} . После этого вычисляется значение целевой функции в пробной точке пространства параметров и сравнивается со значением в целевой точке. В новой популяции остается тот из векторов, для которого значение целевой функции лучше с точки зрения заданного критерия.

Описанная последовательность этапов выбора целевого вектора, мутации, рекомбинации и отбора повторяется в цикле до тех пор, пока не будет выполнен один из критериев остановки (достижение минимума с заданной точностью, диагностика стагнации алгоритма, превышение

```

//Инициализация популяции  $P_x = \{x_i\}_{i=0, N_p-1}$ ,  $x_i = \{x_{i,j}\}_{j=0, D-1}$ 
InitializePopulation();
do {
     $i = ChooseTargetVector()$ ; // выбор целевого вектора  $x_i$ 
    //Мутация:
     $v_i = x_r + F(x_p - x_q)$ ; //  $r \neq p \neq q$  – случайные индексы
                                // мутантный вектор
    //Кроссовер (рекомбинация):
    for ( $j = 0$ ;  $j < D$ ;  $j = j + 1$ )
         $u_{i,j} = \begin{cases} v_{i,j}, & \text{if } rand(0, 1) \leq C_r, \text{ или } j = j_{rand} \\ x_{i,j}, & \text{иначе} \end{cases}$  // пробный вектор
    //Отбор:
    if ( $f(u_i) < f(x_i)$ )  $x_i = u_i$ ;
} while (пока не выполнен критерий остановки);

```

Рис. 1. Си-схема алгоритма асинхронной дифференциальной эволюции (АДЭ)

максимально допустимого количества итераций). Таким образом, в алгоритме АДЭ нет обязательного в КДЭ перебора всех членов популяции (целевых векторов). Целевые вектора, для которых будут осуществляться операции мутации, кроссовера и отбора, выбираются из популяции независимо, по одному, что открывает возможности распараллеливания и ускорения вычислений.

Способ выбора очередного целевого вектора является специфической чертой АДЭ. Другими факторами, определяющими конкретную стратегию поиска глобального минимума в рамках АДЭ, являются способ выбора базового вектора, число разностных векторов и тип кроссовера. Для идентификации различных вариантов АДЭ введены обозначения $DE/w/x/y/z$, расширяющие принятую в [Price et al., 2005] символику. Здесь w соответствует способу выбора целевого вектора: например, это может быть случайный («grand») или худший («worst») член популяции. Символ x «отвечает» за способ выбора базового вектора: это может быть как случайный («grand») или лучший («best») член популяции, так и другие варианты стратегии. Число разностных векторов, которые добавляются к базовому при формировании мутантного вектора, соответствует y . Под z закодирован тип кроссовера. Обычно используется биномиальное (равномерное) скрещивание («bin»).

Предложенный алгоритм прост в применении, имеет малое количество контрольных параметров (N_p , F и C_r), применим для решения задач большой ($D = 10 \dots 100 \dots$) размерности. В АДЭ не используются производные, поэтому с его помощью можно решать недифференцируемые задачи. Алгоритм устойчив при оптимизации многомодальных функций. Асинхронизация ускоряет алгоритм при параллельных вычислениях, при этом сохраняются сравнимые с классической ДЭ вероятность и скорость сходимости [Zhabitskaya, Zhabitsky, 2012]. Правильный подбор параметров алгоритма [Zhabitskaya, 2012] и применение методов, позволяющих при необходимости возобновить вычисления [Жабицкая, Жабицкий, 2012], помогают снизить вероятность вырождения и повысить вероятность сходимости к глобальному минимуму.

2. Модель упругого рассеяния π -мезонов на ядрах

В настоящей работе используется аналогичный [Лукьянов и др., 2010] подход, согласно которому дифференциальные сечения упругого рассеяния пионов на ядре с атомной массой M_A рассчитываются через волновые функции следующего уравнения Шрёдингера:

$$(\Delta + k^2)\psi(\mathbf{r}) = 2\mu U_{\text{eff}}(r)\psi(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Здесь $k = \frac{M_A k^{\text{lab}}}{\sqrt{(M_A + m_\pi)^2 + 2M_A T^{\text{lab}}}}$ — релятивистское значение импульса в системе ц. м. «пион — ядро», $k^{\text{lab}} = \sqrt{T^{\text{lab}}(T^{\text{lab}} + 2m_\pi)}$, $\mu = \frac{m_\pi M_A}{m_\pi + M_A}$ — нерелятивистская приведенная масса, $m_\pi = 139,57 \text{ МэВ}/c^2$ — масса заряженного π -мезона, $M_A = A \cdot 931,494 \text{ МэВ}/c^2$ — масса ядра, A — число нуклонов в ядре. T^{lab} и k^{lab} — энергия и импульс пиона в лабораторной системе координат.

Эффективный потенциал U_{eff} имеет вид

$$U_{\text{eff}}(r) = \gamma^{(r)} \left[U(r) - \frac{U^2(r)}{2E} \right] \approx \gamma^{(r)} U(r), \quad U(r) = U^H(r) + U_C(r).$$

Здесь $\gamma^{(r)}$ — фактор релятивизации, равный отношению релятивистской приведенной массы к нерелятивистской: $\gamma^{(r)} = \frac{\bar{\mu}}{\mu} = \gamma^\pi \frac{M_A + m_\pi}{M_A + \gamma^\pi m_\pi} \approx \gamma^\pi = \frac{E}{m_\pi}$, $E = \sqrt{k^2 + m_\pi^2}$ — полная энергия пиона в системе ц. м.

Кулоновский потенциал $U_C(r)$ соответствует равномерно распределенному в сфере радиуса R_C заряду, $R_C = r_C \cdot A^{\frac{1}{3}}$, $r_C = 1,30 \text{ фм}$.

Для расчета оптического пион-ядерного потенциала U^H используется микроскопическая модель оптического потенциала (ОП), построенная на основе высокоэнергетического приближения [Лукьянов и др., 2006]:

$$U^H = -\sigma(\alpha + i) \cdot \frac{\hbar c \beta_c}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dq q^2 j_0(qr) \rho(q) f_\pi(q), \quad (2)$$

где $\hbar c = 197,327 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}$, $\beta_c = \frac{k}{E}$, j_0 — сферическая функция Бесселя, $\rho(q)$ — форм-фактор функции распределения плотности точечных нуклонов внутри ядра, для моделирования которой используется симметризованная ферми-функция:

$$\rho(r) = \rho_{SF}(r) = \rho_0 \frac{\sinh(R/a)}{\cosh(R/a) + \cosh(r/a)} \quad (3)$$

с параметрами радиуса R и диффузности a из работы [Patterson, Peterson, 2003]. Фактор ρ_0 вычисляется из условия нормировки $4\pi \int_0^\infty \rho(r) r^2 dr = A$ и равен $\frac{3A}{4\pi R^3} \left[1 + \left(\frac{\pi a}{R}\right)^2 \right]^{-1}$. Функция (3) практически совпадает по форме со стандартным распределением Ферми, позволяя при этом получить в явном виде выражение для форм-фактора (фурье-образа) [Грейпеос и др., 2001]:

$$\rho_{SF}(q) = -\rho_0 \frac{4\pi^2 a R}{q} \frac{\cos qR}{\sinh(\pi a q)} \left[1 - \left(\frac{\pi a}{R}\right) \coth(\pi a q) \tan(qR) \right]. \quad (4)$$

Для форм-фактора амплитуды пион-нуклонного рассеяния в ядре-мишени использована традиционная для подобных моделей форма гауссоиды с параметром наклона β :

$$f_\pi(q) = e^{-\frac{\beta q^2}{2}}. \quad (5)$$

Параметры σ и α в оптическом потенциале (2) имеют физический смысл соответственно сечения пион-нуклонного взаимодействия внутри ядра и отношения вещественной к мнимой части амплитуды пион-нуклонного рассеяния вперед. В нашем численном исследовании параметры σ , α и β рассматриваются как свободно варьируемые, а их значения определяются на основе

сопоставления рассчитанных в рамках изложенного подхода дифференциальных сечений упругого пион-ядерного рассеяния с имеющимися экспериментальными данными. Физический интерес представляет сопоставление полученных таким образом характеристик пион-нуклонного рассеяния в ядерной среде с аналогичными характеристиками рассеяния π -мезонов на свободных нуклонах, известными из экспериментов и опубликованными в литературе [Locher et al., 1971; Donnachie et al., 1968; Roper, Wright, 1965].

3. Особенности программной реализации

В разработанном комплексе программ расчет оптического потенциала ОП (2) производится с помощью модифицированной программы `hea_total.f` из библиотеки программ ОИЯИ (<http://www.jinr.ru/programs/jinrlib/hea>). Дифференциальные сечения упругого рассеяния вычисляются с помощью программы DWUCK4 [Kunz, Rost, 1993], реализующей численное решение задачи рассеяния для уравнения Шрёдингера (1) на основе разложения волновых функций по сферическим гармоникам.

Помимо подгоняемых значений σ , α и β , входными параметрами, определяемыми энергией налетающего π -мезона, а также атомной массой A и зарядом Z ядра-мишени, являются: полная энергия пиона в системе ц. м. E , радиус R и диффузность a ферми-распределения плотности точечных нуклонов в ядре, фактор релятивизации $\gamma^{(r)}$ и нерелятивистская кинетическая энергия $T_{\text{non}}^{\text{cm}} = \frac{k^2}{2\mu}$. Для обсуждаемых в данной работе экспериментов все эти параметры представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры для расчетов оптического потенциала и дифференциальных сечений упругого рассеяния π -мезонов на ядрах

Мишень	T^{lab}	A	Z	R	a	E	$\gamma^{(r)}$	$T_{\text{non}}^{\text{cm}}$
^{28}Si	130	28	14	2,98	0,553	267,56	1,907	187,68
^{28}Si	162	28	14	2,98	0,553	300,31	2,139	254,65
^{58}Ni	162	58	28	4,124	0,4348	300,96	2,150	255,36
^{208}Pb	162	208	82	6,654	0,475	301,40	2,158	255,83
^{28}Si	180	28	14	2,98	0,553	318,19	2,264	294,49

Рассчитанный с заданными σ , α , β , A , Z , R , a , E потенциал (вещественная и мнимая части) используется вместе с заданными A , Z , $\gamma^{(r)}$ и $T_{\text{non}}^{\text{cm}}$ для автоматического формирования стандартизованного входного файла программы DWUCK4. По вычисленным с помощью этой программы дифференциальным сечениям упругого рассеяния $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ и имеющимся экспериментальным данным строится невязка

$$\chi^2 = f(\sigma, \alpha, \beta) = \sum_i \frac{(y_i - \hat{y}_i(\sigma, \alpha, \beta))^2}{s_i^2}, \quad (6)$$

где $y_i = \log \frac{d\sigma}{d\Omega}$ — экспериментальные, $\hat{y}_i = \log \frac{d\sigma}{d\Omega}(\sigma, \alpha, \beta)$ — расчетные значения дифференциальных сечений рассеяния, s_i^2 — квадрат ошибки экспериментального значения. Значения параметров σ , α и β , обеспечивающие минимум χ^2

$$(\sigma, \alpha, \beta) = \text{Argmin } f(\sigma, \alpha, \beta),$$

определяются с использованием алгоритма АДЭ.

Расчеты проводились с параметрами АДЭ $F = 0,8$, $C_r = 0,8$ с первоначальной областью поиска глобального минимума $\sigma \in [0, 20]$ фм², $\alpha \in [-2, 2]$, $\beta \in [0, 2]$ фм⁻². Требуемая точность локализации минимума (критерий выхода) задается как отношение разброса значений целевой функции (6) к ее минимальному значению в популяции. Выход из итерационного процесса происходит, когда упомянутая величина не превышает 10^{-4} .

Вычисления производились как в последовательном, так и в параллельном режимах. Распараллеливание вычислений организовано на основе технологии OpenMP для многопоточных приложений на многопроцессорных системах с общей памятью. При вышеперечисленных параметрах для расчетов рассеяния π^- на ядрах ^{28}Si при энергии $T^{\text{lab}} = 130$ МэВ на четырехъядерном процессоре Intel(R) Core(TM) i7-2630QM CPU@2.00GHz при четырехпоточном вычислении стратегия DE/rand/rand/1/bin с $N_p = 20$ требует 2300 ± 250 вычислений целевой функции (6). Эта же стратегия в последовательном режиме вычислений для нахождения минимума с той же точностью требует 1875 ± 230 расчетов целевой функции. Таким образом, ускорение алгоритма при использовании четырех процессоров по сравнению с однопоточным режимом 3,3, что обусловлено бóльшим количеством вычислений целевой функции в параллельном режиме.

4. Обсуждение численных результатов

Для стандартных программ поиска оптимального значения целевой функции (невязки) основная трудность состоит в наличии нескольких локальных минимумов в области допустимых значений параметров.

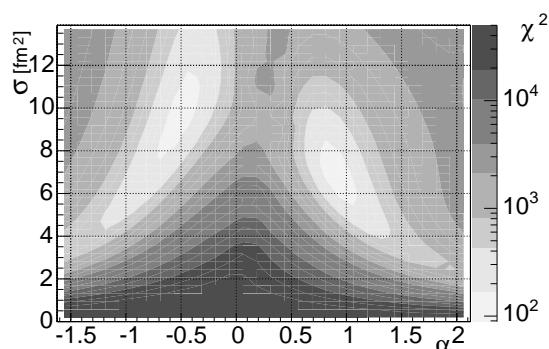


Рис. 2. Значение χ^2 в зависимости от параметров σ и α при фиксированном $\beta = 0,9$ фм² для рассеяния $\pi^- + ^{28}\text{Si}$ при $T = 130$ МэВ. Экспериментальные данные из [Preedom et al., 1979]

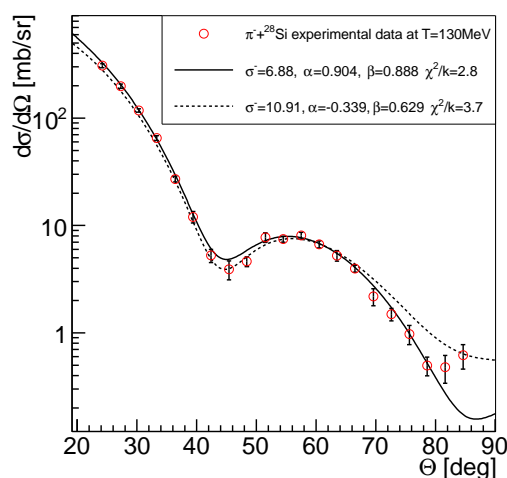


Рис. 3. Кривые, соответствующие главному (сплошная) и второстепенному (пунктирная) оптимуму невязки χ^2/k для рассеяния $\pi^- + ^{28}\text{Si}$ при $T = 130$ МэВ. Экспериментальные данные из [Preedom et al., 1979]

На рис. 2 представлена типичная картина профиля невязки (6) в зависимости от параметров σ и α при фиксированном значении $\beta = 0,9$ фм⁻². На рис. 3 представлены теоретические кривые, соответствующие двум минимумам χ^2 для рассеяния $\pi^- + ^{28}\text{Si}$ при $T^{\text{lab}} = 130$ МэВ. Один из этих минимумов лежит в области положительных, другой — в области отрицательных значений α . Во всех приведенных ниже оценках метод АДЭ однозначно определяет наиболее глубокий

минимум. Второй локальный минимум можно найти, искусственно ограничив область поиска окрестностью притяжения этого минимума, предварительно определив ее прямым сканированием всей области поиска для определения локализации каждого минимума. Для нахождения глобального минимума предварительное сканирование делать не нужно.

На рисунках 4, 5, 6, 7 и 8 представлены результаты фитирования данных по рассеянию π -мезонов на ядрах ^{28}Si при энергиях $T^{\text{lab}} = 130, 162$ и 180 МэВ, а также на ядрах ^{58}Ni и ^{208}Pb при энергии $T^{\text{lab}} = 162$ МэВ.

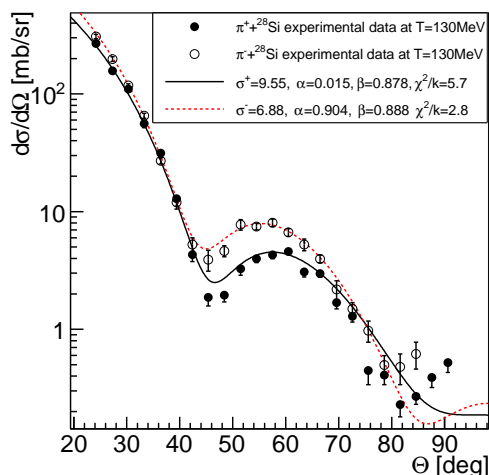


Рис. 4. Экспериментальные и расчетные сечения упругого рассеяния $\pi^{\pm} + ^{28}\text{Si}$ при $T = 130$ МэВ, соответствующие минимальному значению невязки (6). Экспериментальные данные из [Preedom et al., 1979]

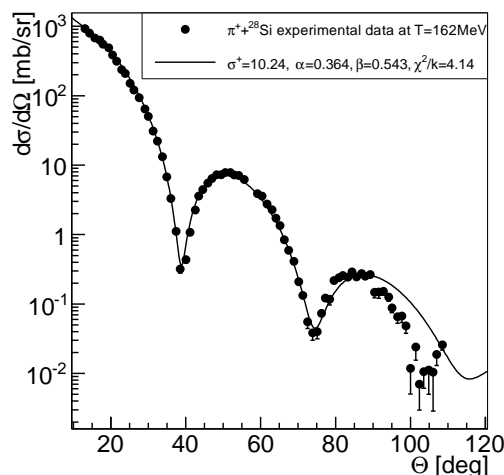


Рис. 5. Экспериментальные и расчетные сечения упругого рассеяния $\pi^+ + ^{28}\text{Si}$ при $T = 162$ МэВ, соответствующие минимальному значению невязки (6). Экспериментальные данные из [Olmer et al., 1980]

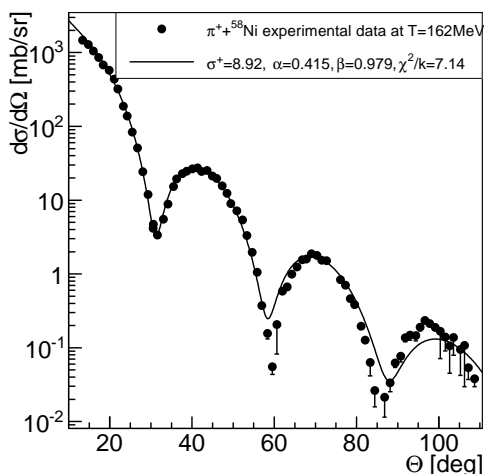


Рис. 6. Экспериментальные и расчетные сечения упругого рассеяния, соответствующие минимальному значению невязки (6) для рассеяния $\pi^+ + ^{58}\text{Ni}$ при $T = 162$ МэВ. Экспериментальные данные из [Olmer et al., 1980]

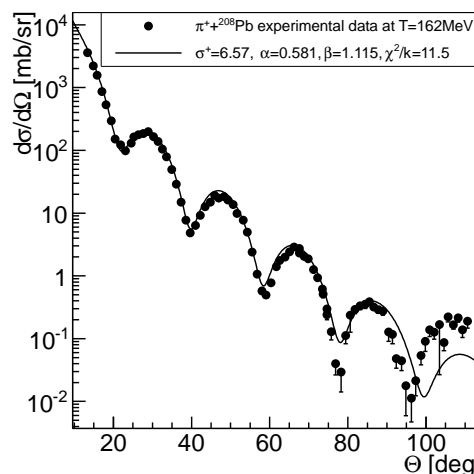


Рис. 7. Экспериментальные и расчетные сечения упругого рассеяния $\pi^+ + ^{208}\text{Pb}$ при $T = 162$ МэВ, соответствующие минимальному значению невязки (6). Экспериментальные данные из [Olmer et al., 1980]

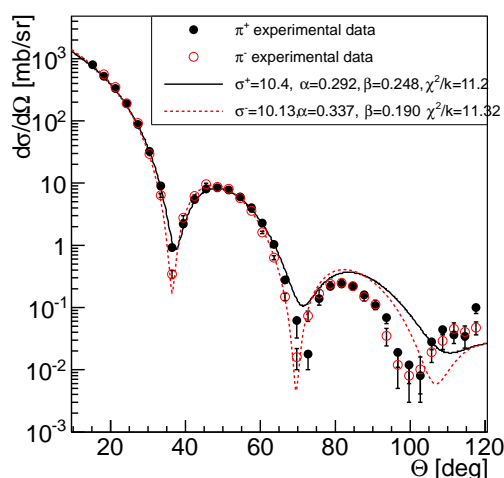


Рис. 8. Экспериментальные и расчетные сечения упругого рассеяния $\pi^\pm + {}^{28}\text{Si}$ при $T = 180$ МэВ, соответствующие минимальному значению невязки (6). Экспериментальные данные из [Preedom et al., 1979]

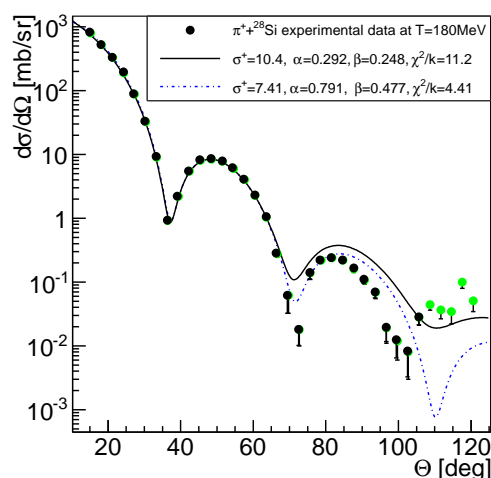


Рис. 9. Экспериментальные и расчетные сечения упругого рассеяния $\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$ при $T = 180$ МэВ, соответствующие минимальному значению невязки (6). Сплошная кривая: расчет с использованием для подгонки всех экспериментальных точек; пунктирная кривая: расчет с отбрасыванием последних пяти измерений. Экспериментальные данные из [Preedom et al., 1979]

Значения параметров ОП, соответствующие минимальной невязке (6), сведены в таблице 2. Указанные ошибки соответствуют имеющимся данным о статистических ошибках экспериментальных измерений и не включают систематические погрешности.

Таблица 2. Параметры микроскопического ОП (2), соответствующие минимальной невязке (6). Расчет по полному набору экспериментальных данных

Мезон + ядро	T^{lab} , МэВ	χ^2/k	σ , фм ²	s_σ , фм ²	α	s_α	β , фм ⁻²	s_β , фм ⁻²
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	130	2.83	6.88	± 0.19	0.904	± 0.025	0.888	± 0.057
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$	130	5.68	9.55	± 0.17	0.015	± 0.024	0.878	± 0.040
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$	162	4.14	10.24	± 0.04	0.365	± 0.006	0.543	± 0.009
$\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$	162	7.14	8.91	± 0.04	0.415	± 0.006	0.978	± 0.010
$\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$	162	11.51	6.57	± 0.04	0.581	± 0.008	1.115	± 0.011
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	180	11.32	10.13	± 0.08	0.337	± 0.005	0.190	± 0.010
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$	180	11.21	10.4	± 0.07	0.292	± 0.011	0.248	± 0.010

В целом обсуждаемая трехпараметрическая модель, при своей относительной простоте и небольшом числе фитируемых параметров, обеспечивает согласие с экспериментальными данными, сопоставимое с результатами, полученными в рамках других подходов с большим числом параметров. Так, для случая $\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$ при $T = 162$ МэВ нами получено значение $\chi^2/k = 4,14$ ($k = n - 3$ — число степеней свободы, n — число экспериментальных точек), в то время как расчет на основе четырех-параметрического потенциала Кисслингера [Olmer et al., 1980] дает значе-

ние 5,9. Аналогичные показатели для $\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$ при той же энергии составляют 7,14 в нашем расчете и 3,9 в работе [Olmer et al., 1980].

Однако для рассеяния $\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$ при $T = 162$ МэВ и $\pi^\pm + {}^{28}\text{Si}$ при $T = 180$ МэВ мы получили значения χ^2/k , превышающие 10. При этом можно заметить, что расхождение с экспериментальными данными относится главным образом к области больших углов, в то время как данные рассеяния на малые углы воспроизводятся успешно. Поэтому нами сделаны расчеты по оптимизации параметров ОП с отбрасыванием экспериментальных точек, соответствующих $\Theta > 80^\circ$. На рис. 9 эти результаты представлены для рассеяния $\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$ при $T = 180$ МэВ. Сплошная кривая отвечает оптимальному значению χ^2 для полного набора экспериментальных данных (36 точек). Пунктирная кривая построена для набора из 31 точки с отбрасыванием последних пяти измерений. При этом качество подгонки оставшихся измерений возрастает более чем в два раза. Ситуация с другими проанализированными данными аналогична. В таблице 3 приведены значения параметров σ , α , β , полученные путем усреднения значений этих параметров, вычисленных с использованием различного количества фитируемых экспериментальных точек, и разброс этих значений.

Таблица 3. Усредненные параметры ОП, полученные при варьировании диапазона фитируемых данных от 80° до полного набора экспериментальных точек. Δ — разброс получающихся значений; $\chi_{80^\circ}^2$ — невязка при фитировании данных до 80°

Мезон + ядро	T^{lab} , МэВ	$\bar{\sigma}$, фм ²	$\Delta_{\bar{\sigma}}$, фм ²	$\bar{\alpha}$	$\Delta_{\bar{\alpha}}$	$\bar{\beta}$, фм ⁻²	$\Delta_{\bar{\beta}}$, фм ⁻²	$\chi_{80^\circ}^2/k$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	130	7.08	± 0.21	0.87	± 0.04	0.86	± 0.03	0.57
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$	130	9.53	± 0.02	0.07	± 0.06	0.869	± 0.009	2.57
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$	162	10.21	± 0.04	0.380	± 0.015	0.52	± 0.02	2.71
$\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$	162	8.75	± 0.16	0.417	± 0.002	0.989	± 0.011	3.03
$\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$	162	6.33	± 0.24	0.573	± 0.008	1.21	± 0.09	1.94
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	180	9.5	± 0.6	0.40	± 0.06	0.22	± 0.03	6.48
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$	180	8.47	± 2.0	0.62	± 0.33	0.40	± 0.15	1.02

В последнем столбце таблицы 3 приведены значения взвешенной невязки (6), полученные при оценке по экспериментальным данным только до угла рассеяния 80° . Значительное улучшение этого показателя, по сравнению с результатами в таблице 2, позволяет предположить, что в рассматриваемом диапазоне энергий модель адекватно описывает экспериментальные данные по упругому рассеянию на углы в пределах от 0° до 80° и требует уточнения для лучшего согласия с «хвостами» экспериментальных кривых.

Мы ожидаем, что включение в потенциал U члена, «ответающего» за эффекты на поверхности ядра-мишени, а также введение вместо (5) другого форм-фактора амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния с более протяженной асимптотикой обеспечат более точное описание экспериментальных данных.

Отметим, что использование вместо значений R и a из [Patterson, Peterson, 2003] других возможных наборов этих параметров (приведенных, например, в [Лукьянов и др., 2001] для ${}^{28}\text{Si}$, в [Khoa, Satchler, 2000] для ${}^{58}\text{Ni}$ и в [el-Azab, Satchler, 1985] для ${}^{208}\text{Pb}$) также может повлиять на согласие с экспериментальными данными. Этот анализ является предметом дальнейших исследований.

Анализ полученных результатов показывает, что значения σ , α , β зависят не только от энергии налетающего π -мезона, но и от атомной массы ядра-мишени. Действительно, из таблиц

2 и 3 видно, что при $T = 162$ МэВ значения σ убывают с ростом атомной массы ядра от ^{28}Si к ^{208}Pb , в то время как α и β возрастают.

Средние значения σ для π^+ - и π^- -мезонов $\sigma^{(+)} = \frac{1}{2}(\sigma^+ + \sigma^-)$, по данным таблицы 2, для энергий 130 и 180 МэВ соответственно равны $8,21 \pm 0,13$ фм² и $10,27 \pm 0,05$ фм². Аналогичные значения $\bar{\sigma}^{(+)} = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}^+ + \bar{\sigma}^-)$, по данным таблицы 3, оцениваются как $8,30 \pm 0,15$ фм² и $9,0 \pm 1,0$ фм² соответственно при энергиях 130 и 180 МэВ. В то же время значения $\sigma^{(+)}$ для рассеяния на свободных нуклонах, согласно [Locher et al., 1971], составляют $7,8$ фм² при $T^{\text{lab}} = 130$ и $12,76$ фм² при $T^{\text{lab}} = 180$ МэВ. Отличия между указанными характеристиками подтверждают выводы ряда авторов (в том числе [Olmer et al., 1980]), что физика рассеяния пионов на ядрах отличается от их рассеяния на свободных нуклонах и требует специального анализа.

Заключение

Расчеты параметров микроскопического оптического потенциала пион-ядерного упругого рассеяния проведены для ядер ^{28}Si , ^{58}Ni , ^{208}Pb при энергиях 130, 162 и 180 МэВ. В целом получено хорошее согласие с экспериментальными данными, что, с одной стороны, подтверждает возможности алгоритма АДЭ решать многопараметрические оптимизационные задачи со сложным многомодальным профилем целевой функции, с другой стороны — позволяет сделать ряд выводов о механизме пион-ядерного рассеяния и наметить пути дальнейшего развития модели микроскопического оптического потенциала.

Авторы благодарны В. К. Лукьянову за обсуждение физических аспектов данной работы и полезные замечания.

Список литературы

- Грейнеос М. Е., Кутрулос Х. Г., Лукьянов В. К., Шебеко А. В. Свойства ферми- и симметризованной ферми-функций и их приложения в ядерной физике // Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2001. — Т. 6. — С. 1494–1565.
- Жабицкая Е. И., Жабицкий М. В. Алгоритм асинхронной дифференциальной эволюции для решения оптимизационных задач // Труды шестнадцатой научной конференции молодых ученых и специалистов (ОМУС XVI), 2012 — С. 50–53.
http://omus.jinr.ru/conference2012/conference_proceedings.pdf
- Лукьянов В. К., Словинский Б., Земляная Е. В. О роли ядерной поверхности в формировании полного сечения ядро-ядерных реакций // Ядерная физика, 2001. — Т. 64. — С. 1349–1357.
- Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Лукьянов К. В. Ядро-ядерное рассеяние и оптический потенциал фолдинга // Ядерная физика, 2006. — Т. 69. — С. 262–275.
- Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Лукьянов К. В., Ханна К. М. Микроскопический K^+ -ядерный оптический потенциал и соответствующие расчеты дифференциальных сечений упругого рассеяния и полных сечений реакции // Ядерная физика, 2010. — Т. 73. — С. 1489–1496.
- el-Azab F. M., Satchler G. R. A density-dependent interaction in the folding model for heavy-ion potentials // Nucl. Phys. A, 1985. — Vol. 438, PP. 525–535.
- Das S., Suganthan P. N. Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art // IEEE Trans. Evol. Comput., 2011. — Vol. 15. — PP. 4–31.
- Donnachie A., Kirsopp R. G., Lovelace C. Evidence from $\pi^- p$ phase shift analysis for nine more possible nucleon resonances // Phys. Lett. B, 1968. — Vol. 26. — PP. 161–165.
- Khoa D. T., Satchler G. R. Generalized folding model for elastic and inelastic nucleus–nucleus scattering using realistic density dependent nucleon–nucleon interaction // Nucl. Phys. A, 2000. — Vol. 668. — PP. 2–41.

- Kunz P. D., Rost E.*, DWUCK4 code // Computational Nuclear Physics 2: Nuclear Reactions, Eds. *Langanke K. et al.*, Springer-Verlag, 1993. — Vol. 2. — PP. 88–107.
- Locher M. P., Steinheim O., Straumann N.* Why is the 33-resonance shifted in nuclei? // Nucl. Phys. B, 1971. — Vol. 27. — PP. 598–804.
- Olmer C., Geesaman D. F., Zeidman B., Chakravarti S., Lee T.-S. H., Boudrie R. L., Siemssen R. H., Amann J. F., Morris C. L., Thiessen H. A., Burlison G. R., Devereux M. J., Segel R. E., Swenson L.* Elastic and inelastic scattering of 162 MeV pions by ^{28}Si , ^{58}Ni , and ^{208}Pb // Phys. Rev. C, 1980. — Vol. 21, № 1. — PP. 254–272.
- Patterson J. D., Peterson R. J.* Empirical distributions of protons within nuclei // Nucl. Phys. A, 2003. — Vol. 717, № 3. — PP. 235–246.
- Preedom B. M., Corfu R., Egger J.-P., Gretillat P., Lunke C., Piffaretti J., Schwarz E., Jansen J., Perrin C.* A systematic study of π^+ and π^- inelastic scattering from ^{28}Si in the region of the π N(3,3) Resonance // Nuc. Phys. A, 1979. — Vol. 326. — PP. 385–400.
- Price K. V., Storn R. M.* A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces // J. of Global Optimization, 1997. — Vol. 11. — PP. 341–359.
- Price K. V., Storn R. M., Lampinen J. A.* Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization // Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- Roper L. D., Wright R. M.* Pion-Nucleon Phase-Shift Analysis: 0–350 MeV // Phys. Rev. B, 1965. — Vol. 138. — PP. 921–932.
- Zhabitskaya E. I.* Constraints on Control Parameters of Asynchronous Differential Evolution // Lecture Notes in Computer Science, 2012. — Vol. 7125. — PP. 322–327.
- Zhabitskaya E. I., Zhabitsky M. V.* Asynchronous Differential Evolution // Lecture Notes in Computer Science, 2012. — Vol. 7125. — PP. 328–333.