**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2012 Т. 4 № 1 С. 219−229**

Ки&М

МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК: 330.4.51–77

Приближенные методы исследования динамики показателей рыночной структуры

Л. Е. Варшавский

Центральный экономико-математический институт РАН,
Россия, 117418, г. Москва, Нахимовский пр., 47

E-mail: hodvar@rbcmail.ru

Получено 1 июня 2011 г.

В статье предлагается подход к расчету разомкнутых оптимальных по Нэшу–Курно стратегий компаний, выходящих на рынок с новой прогрессивной техникой, который основан на использовании Z-преобразования. Предлагаемый подход позволяет получить экономически допустимые оптимальные игровые стратегии даже в тех случаях, когда решения обобщенных уравнений Риккати приводят к неустойчивости показателей олигополистических рынков.

Ключевые слова: динамические игры, оптимальные стратегии, олигополистические рынки

Approximate methods of studying dynamics of market structure

L. E. Varshavsky

Central Economics and Mathematics Institute RAS, 47 Nahimovskii ave., Moscow, 117418, Russia

Abstract. – An approach to computation of open-loop optimal Nash–Cournot strategies in dynamical games which is based on the Z-transform method and factorization is proposed. The main advantage of the proposed approach is that it permits to overcome the problems of instability of economic indicators of oligopolies arising when generalized Riccati equations are used.

Keywords: dynamical games, optimal strategies, oligopolistic markets

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2012, vol. 4, no. 1, pp. 219–229 (Russian).

Введение

Одна из важнейших задач, стоящих перед отечественными производителями высокотехнологичной продукции, заключается в восстановлении утерянных позиций на внутреннем рынке и утверждению на мировом рынке. В связи с этим, актуальной темой является исследование условий, при которых разрабатываемая отечественная продукция не только является конкурентоспособной на внутреннем и мировом рынках, но и более эффективной для потребителей. Иными словами, представляет практический интерес анализ условий, при которых вводимая на рынок новая техника может считаться «прорывной» [Инновационный менеджмент, 2004].

При этом, «прорывным» целесообразно считать такой продукт, который не только обеспечивает значительное улучшение технико-экономических показателей нового изделия по сравнению с существующими, но и при эффективной эксплуатации способствует достижению (или существенному укреплению) устойчивых рыночных позиций компаний-потребителей этого продукта (например, для новых компаний – достижению 10-процентной рыночной доли за 10 лет). Такое определение представляется тем более естественным, что в рыночных условиях наибольшие шансы на успех имеют продукты и технологии, ориентированные на потребителя (customer driven) [Mohr et al., 2005; Gupta, Lehman, 2005].

Необходимо подчеркнуть, что именно показатели эффективности использования новой техники в рыночных условиях определяют спрос потребителей на новую технику [Marx et al., 1995]. Кроме того, при проведении исследований необходимо учитывать, что потребители ряда продуктов с длительным жизненным циклом являются участниками олигополистических рынков. Этот аспект исследовался, в частности, в работе автора [Варшавский, 2010b], в которой предложен методический подход к формированию требований к экономическим показателям «прорывного продукта» на примере оценки эффективности эксплуатации в авиакомпаниях нового узкофюзеляжного магистрального самолета с улучшенными характеристиками. Предполагалось, что на сложившийся рынок входит новый участник с передовой техникой, характеризующейся меньшей стоимостью и большей экономичностью в эксплуатации по сравнению с техникой, используемой в других компаниях. Исследование влияния технико-экономических показателей передовой техники, вводимой на рынки высокотехнологичной продукции, на изменение рыночной структуры проводилось с использованием агрегированной динамической модели рационального поведения олигополистов-потребителей на основе игрового подхода, заключающегося в нахождении оптимальных по Нэшу–Курно стратегий участников рынка.

Следует отметить, что в настоящее время для анализа динамики показателей рыночной структуры используются методы теории дифференциальных и динамических игр, основанные, в частности, на определении разомкнутых (open-loop) и замкнутых (feedback или Markov perfect) стратегий участников рынков (по Нэшу или по Бертрану) [Starr, Ho, 1969; Dockner, Jorgenson, 2000]. На практике особый интерес представляет класс игр, описываемых линейными дифференциальными и разностными уравнениями с квадратичными критериями, что объясняется как достаточной степенью адекватности отражения такими моделями реальных рыночных процессов, так и относительной несложностью численных методов для получения решений (см., например, [Starr, Ho, 1969; Reynolds, 1986; Reynolds, 1987; Варшавский, 2010a]). Однако используемые методы определения оптимальных стратегий основаны на решении обобщенных (generalized, в англоязычной литературе используется также термин coupled) матричных уравнений Риккати, число которых зависит от числа участников рынка, а размерность − от числа участников рынка и степени детализации модели. Получаемые при этом решения не обладают достаточной наглядностью, требуемой при анализе влияния тех или иных параметров и показателей моделей на исследуемые экономические переменные. Более того, при некоторых значениях параметров моделей решения уравнений Риккати, имеющие экономический смысл, вообще могут отсутствовать, в то время, как оптимальные игровые стратегии существуют [Engwerda, 2006]. В частности, в статье [Варшавский, 2011] показано, что при скользящем планировании использование получаемых таким путем оптимальных стратегий может приводить к появлению неустойчивых режимов рынков.

В настоящей работе рассматривается подход к расчету разомкнутых стратегий участников рынка в линейных динамических играх с постоянными параметрами, основанный на использовании операционного исчисления (Z-преобразования). Предлагаемый подход позволяет получить экономически допустимые оптимальные игровые стратегии даже в тех случаях, когда решения обобщенных уравнений Риккати приводят к неустойчивости показателей олигополистических рынков. Его важными особенностями являются относительная простота вычислений и необходимая для экономического анализа наглядность.

Рассматриваемый подход к расчету оптимальных стратегий исследуется под углом зрения оценки перспектив утверждения на рынке передовой компании, использующей продукты и технологии, которые могут быть отнесены к «прорывным».

I. Краткая характеристика используемой модели

Проводимый в настоящей статье анализ основан на использовании агрегированной динамической модели рационального поведения участников олигополии в виде линейной динамической игры по Нэшу–Курно с квадратичным критерием, в которой участвуют N фирм-олигополистов [Варшавский, 2004, 2007, 2008, 2010a, 2010b].

Центральным блоком модели является следующая зависимость, связывающая объемы производства Q_{it} со входной переменной u_{it} (производственными инвестициями или вводом мощностей), i – индекс фирмы, $i = 1, 2, ..., N$:

$$Q_{it} = W_i(z)\, u_{it} + Q_{0it} = \frac{B_i(z)}{A_i(z)} u_{it} + Q_{0it}, \tag{1}$$

где $W_i(z) = B_i(z) / A_i(z)$ – передаточная функция, причем $A_i(z), B_i(z)$ – полиномы относительно переменной z, представляющей собой оператор сдвига, $zx_t = x_{t+1}$:

$$A_i(z) = \sum_{i=0}^{n} a_{ik} z^k, \qquad B_i(z) = \sum_{j=0}^{m} b_{ij} z^j, \qquad m \le n, \tag{2}$$

Q_{0t} – объем производства при отсутствии инвестиций.

Другой блок модели – обратная функция (оператор) спроса. В модели предполагается баланс суммарного спроса D_t и предложения Q_t, т. е. $D_t = Q_t = \sum_{i=1}^{N} Q_{it}$, и линейная зависимость цены на рынке p_t от объема спроса:

$$p_t = a - bD_t + d\xi_t = a - bQ_t + d\xi_t, \tag{3}$$

где ξ_t – экзогенная переменная (например, темп прироста ВВП), Q_{Ft} – суммарный объем производства малых компаний-ценополучателей, a, b, d – параметры.

Предполагается, что олигополисты используют скользящее планирование и в каждый момент времени τ максимизируют чистую текущую стоимость (NPV):

$$J_{it} = \sum_{\tau=t}^{t+Tp} \beta^{\tau} [(p_\tau - c_i) Q_{i\tau} - q_i u_{i\tau} - \frac{1}{2} \rho_i u_{i\tau}^2] \to \max_{u_{i\tau}}, \tag{4}$$

где: $\beta = 1/(1+r)$ – дисконтирующий множитель, соответствующий ставке дисконтирования r ; p_t – цена продукции; c_i – средние производственные издержки (без амортизации); q_i – стоимость единицы мощностей; $\frac{1}{2}\rho_i u_{it}^2$ – затраты регулирования (adjustment costs) (см., например, [Варшавский, 2003, 2004; Gordon, 1992]), причем ρ_i – коэффициент, характеризующий инвестиционные возможности олигополистов, $i = 1, 2, ..., N$; T_p – период скользящего планирования (для упрощения расчетов ставки налогов приняты равными нулю). Управляющими переменными в модели являются вводы мощностей (или инвестиций в основной капитал) u_{it} , $i = 1, 2, ..., N$.

В работе [Варшавский, 2011] исследовались свойства оптимальных замкнутых и разомкнутых стратегий в модели (1)–(4) частного вида. Предполагалось, что объемы производства всех N олигополистов Q_{it}, $i = 1,\ldots, N$ связаны с инвестициями в основной капитал u_{it} идентичными передаточными функциями:

$$Q_{it} = W_i(z)\, u_{it} = \alpha * z^2 / (z - \lambda)^2 u_{it},\ \ \alpha > 0,\ \ 0 < \lambda < 1, \tag{1a}$$

где z – оператор сдвига, т.е. $zx_t = zx_{t+1}$, , $i = 1,..., N$. Данный класс передаточных функций адекватно отражает такие реальные процессы, как освоение мощностей и превращение производственных инвестиций в продукцию [Варшавский, 2004][1]. Кроме того, принималось допущение о равных для всех участников рынка значениях коэффициентов при затратах регулирования ρ_i= ρ, периодов планирования в скользящем режиме $T_{Pi} = T_P$, $i = 1,..., N$. Предполагалось, что N–1 олигополист имеет равные значения удельных затрат $c_{i0} = c_0$, $i = 1,..., N$–1, а у N-го, использующего наиболее эффективную технику, − $c_N < c_0$. При проведении расчетов принимались равные значения ставок дисконтирования $r_i = r$, $i = 1, 2$). Параметры модели для базового варианта приведены в табл. 1.

Основной акцент в исследовании делался на анализе продвижения на рынке передовой N-ой компании, эксплуатирующей технику с лучшими технико-экономическими характеристиками.

Таблица 1. Параметры модели для базового варианта

N	16	a	2086
λ	0.750	d	231.600
α	0.148	b	0.078
c	1000	ξ	1.000
c_N	750	r	0.050
T_p	50		

В ходе исследования проводился анализ оптимальных по Нэшу замкнутых (в дальнейшем – NF) и разомкнутых (в дальнейшем – NOL) стратегий. Для определения этих стратегий исходная модель (1)–(4) представлялась в эквивалентной форме в пространстве состояний:

$$X_t = AX_{t-1} + \sum_{i=1}^{N} B_i u_{it} + D\xi_t, \tag{5}$$

$$J_{it} = \sum_{t=\tau}^{\tau+Tp} \beta_i^{\tau} \left(\frac{1}{2} X_\tau ' H_i X_\tau - C_{0i} ' X_\tau - q_{i\tau} ' u_{i\tau} - \frac{1}{2} \rho_i u_{i\tau}{}^2 \right) \to \max_{u_{i\tau}}, \tag{6}$$

где матрицы и векторы A, B_i, D, H_i, C_{0i}, q_{it} , X_t, ξ_t, $i = 1, 2...N$ связаны с параметрами и переменными исходной модели (1)–(4). Различие между этими стратегиями состоит в том, что замкнутые стратегии определяются в классе функций текущего состояния, т.е. $u_{it}^{NF} = u(X_t)$, а разомкнутые − в классе функций времени $u_{it}^{NOL} = u(t)$. Наиболее распространенные методы определения замкнутых и разомкнутых стратегий для линейных систем с квадратичным критерием оптимальности (5)–(6) включают в себя в качестве одного из этапов нахождение решений матричных уравнений, в том числе N обобщенных уравнений типа Риккати, имеющих разный вид для каждого из типов стратегий (подробнее см. в [Basar, Olsder, 1995]). В результате замкнутые стратегии u_{it}^{NF} линейно связаны с вектором состояния системы (5):

$$u_{it}^{NOF} = K_{it}^{NOF} X_{t-1} + \eta_{it}^{NOF}, \tag{7}$$

[1] Параметр λ в (1a) определяет величину инвестиционного лага T_L=2λ/(1–λ).

где K_{it}^{NF} и η_{it}^{NF} – векторы, зависящие от решений обобщенных уравнений Риккати и параметров системы. Для расчета разомкнутых стратегий u_{it}^{NOL} также можно использовать соотношение, внешне близкое к предыдущему:

$$u_{it}^{NOL} = K_{it}^{NOL} X_{t-1} + \eta_{it}^{NOL}, \tag{8}$$

в котором, однако, K_{it}^{NOL} и η_{it}^{NOL} – векторы, зависят от решений обобщенных уравнений Риккати, вид которых, как уже отмечалось выше, отличается от соответствующих уравнений для предыдущего случая [Basar, Olsder, 1995].

Однако, как показали результаты компьютерных экспериментов, проведенных автором, при использовании олигополистами скользящего планирования реализация оптимальных по Нэшу–Курно стратегий (7)–(8) может приводить к неустойчивости систем (5). Так, была выявлена зависимость динамики оптимальных замкнутых и разомкнутых стратегий передовой компании от инвестиционных возможностей участников рынка, характеризующихся коэффициентами при затратах регулирования $\rho_i = \rho,\ i=1, 2,\dots,N$. В частности, полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии коэффициентов ρ_i на диапазон изменения параметра $\lambda \in [\lambda_{\min};1)$ передаточной функции (1а), при котором подход, основанный на использовании решений обобщенных уравнений Риккати, дает экономически допустимые решения с позиций обеспечения точности вычислений и динамической устойчивости олигополии, т.е. при котором для $\lambda \in [\lambda_{\min};1)$ собственные значения матрицы

$$A_1 = A - \sum_{i=1}^{N} B_i K_i^j, \quad \text{j=NF, NOL} \tag{9}$$

по модулю меньше 1 (см. соотношения (5), (7)–(8)). Проведенные расчеты показали, в частности, что с ростом ρ величина λ_{min} убывает [Варшавский, 2011].

II. Метод расчета оптимальных по Нэшу разомкнутых стратегий на основе Z-преобразования (факторизация полиномов)

II.a. Вывод основных соотношений

В связи с отмеченными в п. I недостатками методов расчета оптимальных по Нэшу–Курно стратегий (как с обратной связью, так и разомкнутых), основанных на решении обобщенных уравнений Риккати, возникает необходимость разработки и использования альтернативных подходов и методов. Эффективный подход к определению оптимальных разомкнутых игровых стратегий олигополистов при достаточно большом периоде скользящего планирования $T_p \to \infty$ основан на использовании свойств Z-преобразования [Кузин, 1962; Jury, 1964] и нахождении экстремума функционалов в гильбертовом пространстве.

Как известно, в линейном пространстве функций времени, квадраты которых суммируемы с весовой функцией β^t, можно следующим образом ввести скалярное произведение элементов (функций) x_t и y_t:

$$\left\langle y_t\ ,\ x_t \right\rangle \ = \ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t x_t\,, \tag{10}$$

для которого, как нетрудно показать, выполняются все аксиомы скалярного произведения в гильбертовом пространстве [Колмогоров, Фомин, 1972]. Тогда критерий оптимальности i-го олигополиста (4) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} J_i^{'} &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [(p_t - c_i)Q_{it} - q_i u_{it} - \frac{1}{2}\rho_i u_{it}^2] = \\ &= \left\langle (p_t - c_i), Q_{it} \right\rangle - \left\langle q_i, u_{it} \right\rangle - \frac{1}{2}\rho_i \left\langle u_{it}, u_{it} \right\rangle. \end{aligned} \tag{4a}$$

С учетом (1) можно переписать правую часть (4a) в виде[2]

$$J_i^{'} = \left\langle W_{\mathrm{i}}\ [(\beta z)^{-1}]\ (p_t - c_i\ ), u_{it} \right\rangle + \left\langle (p_t - c_i\ ), Q_{0it} \right\rangle - \left\langle q_i, u_{it} \right\rangle - \frac{1}{2}\rho_i \left\langle u_{it}, u_{it} \right\rangle. \tag{11}$$

Используя правила дифференцирования в гильбертовом пространстве [Колмогоров, Фомин, 1972], из необходимого условия экстремума функционала (11), можно получить формулу для расчета оптимального управления u_{it} (производственных инвестиций и др.) *i*-го олигополиста, максимизирующего критерий NPV с учетом затрат регулирования:

$$u_{it} = \frac{W_i((\beta z)^{-1})(p_t - PL_i - bQ_{0it})}{\rho_i\ + bW_i(z)W_i((\beta z)^{-1})}, \tag{12}$$

где цена p_t зависит от стратегий других участников рынка (см. (3)); PL_i – предельно допустимая цена для *i*-го олигополиста, которая при постоянном значении q_i определяется следующим образом [Варшавский, 2010b]:

$$PL_i = c_i + q_i / W(1 + r_i), \tag{13}$$

Из соотношений (1)–(3), (12) можно получить следующую формулу для определения объемов производства продукции *i*-го олигополиста:

$$\begin{aligned} Q_{jt} = {} & \frac{\Gamma_j[z,(\beta z)^{-1}]}{1\ + b\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i[z,(\beta z)^{-1}]}\{a - (PL_j + bQ_{0jt}) + \\ & + b\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i[z,(\beta z)^{-1}][(PL_i - PL_j) + b(Q_{0it} - Q_{0jt})]\}, \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\Gamma_i[z,(\beta z)^{-1}] = \frac{W_i(z)W_i((\beta z)^{-1})}{\rho_i\ + bW_i(z)W_i((\beta z)^{-1})}, \tag{15}$$

$$i, j = 1, 2, \ldots, N.$$

Учитывая симметричность функций $\Gamma_j[z,(\beta z)^{-1}]$ относительно z и $(\beta z)^{-1}$, последнее выражение можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_{jt} = {} & \Phi_j(z) * \Phi_j((\beta z)^{-1})[a - (PL_j + Q_{0jt})] + \\ & + \sum_{i=1}^{N}\Phi_{ji}(z) * \Phi_{ji}((\beta z)^{-1})[PL_i - PL_j + b(Q_{0it} - Q_{0jt})] + Q_{0jt}, \end{aligned} \tag{16}$$

где

$$\Phi_j(z) * \Phi_j((\beta z)^{-1}) = \frac{\Gamma_j[z,(\beta z)^{-1}]}{1\ + b\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i[z,(\beta z)^{-1}]}, \tag{17}$$

$$\Phi_{ji}(z) * \Phi_{ji}((\beta z)^{-1}) = \frac{\Gamma_j[z,(\beta z)^{-1}]\Gamma_i[z,(\beta z)^{-1}]}{1\ + b\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i[z,(\beta z)^{-1}]}, \tag{18}$$

$$j, i = 1, 2, \ldots, N.$$

[2] При записи первого слагаемого данного выражения использовано следующее свойство скалярного произведения: если $x_t = W(z)u_t$, где $W(z)$ – передаточная функция, то $(y_t, x_t) = (y_t, W(z)u_t) = (W[(\beta z)^{-1}]y_t, u_t)$ [Варшавский, 2003].

Используя обратное Z-преобразование [Кузин, 1962; Jury, 1964], можно перейти от операторной записи соотношения (16) к записи во временной области.

В частном случае, когда на рынке присутствует N_1 и N_2 олигополистов, использующих соответственно традиционную и передовую технику (или технологию), причем $Q_{0it}=0$; $Q_{0jt}=0$, $i = 1, 2,\dots,N_1$; $j = 1, 2,\dots,N_2$, и в (3) $\xi_t \equiv 0$, приведенные выше соотношения упрощаются. Так, для двух групп компаний соотношение (16) можно представить в следующем виде:

$$Q_t^1 = N_1\Gamma_1[z,(\beta z)^{-1}]*(p_t - PL_1) = \\ = \frac{N_1\Gamma_1[z,(\beta z)^{-1}]\{a - PL_1 + N_2 b\Gamma_2[z,(\beta z)^{-1}](PL_2 - PL_1)\}}{1 + b\{N_1\Gamma_1[z,(\beta z)^{-1}] + N_2\Gamma_2[z,(\beta z)^{-1}]\}}, \tag{16a}$$

$$Q_t^2 = N_2\Gamma_2[z,(\beta z)^{-1}]*(p_t - PL_2) = \\ = \frac{N_2\Gamma_2[z,(\beta z)^{-1}]\{a - PL_2 + N_1 b\Gamma_1[z,(\beta z)^{-1}](PL_1 - PL_2)\}}{1 + b\{N_1\Gamma_1[z,(\beta z)^{-1}] + N_2\Gamma_2[z,(\beta z)^{-1}]\}}, \tag{16b}$$

Где $Q_t^1 = \sum_{i=1}^{N_1} Q_{it}$, $Q_t^2 = \sum_{j=1}^{N_2} Q_{jt}$ – общие объемы производства в первой и второй группах компаний.

II.b. Анализ продвижения на рынке передовых компаний

При постоянстве PL_j и устойчивости передаточной функции $W(z)$ из (16b) можно, используя свойства Z-преобразования [Кузин, 1962; Jury, 1964], определить установившиеся уровни производства в группе N_2 передовых компаний и всего на рынке:

$$Q^2(\infty) = \lim_{t\to\infty} Q_t^2 = \frac{N_2\Gamma_2[1,(1+r)]\{a - PL_2 + N_1 b\Gamma_1[1,(1+r)](PL_1 - PL_2)\}}{1 + b\{N_1\Gamma_1[1,(1+r)] + N_2\Gamma_2[1,(1+r)]\}}, \tag{19}$$

$$Q^\Sigma(\infty) = \lim_{t\to\infty} Q_t^\Sigma = Q^1(\infty) + Q^2(\infty) = \\ = \frac{N_1\Gamma_1[1,(1+r)](a - PL_1) + N_2\Gamma_2[1,(1+r)](a - PL_2)}{1 + b\{N_1\Gamma_1[1,(1+r)] + N_2\Gamma_2[1,(1+r)]\}}, \tag{20}$$

откуда нетрудно получить формулу для определения рыночной доли передовой группы компаний $MS_2(\infty)$:

$$MS_2(\infty) = \frac{N_2\Gamma_2[1,(1+r)]\{a - PL_2 + N_1 b\Gamma_1[1,(1+r)](PL_1 - PL_2)\}}{N_1\Gamma_1[1,(1+r)](a - PL_1) + N_2\Gamma_2[1,(1+r)](a - PL_2)}. \tag{21}$$

При присутствии на рынке только передовых компаний, т.е. при $N_1 = 0$, соотношение (17) примет вид:

$$Q^2(\infty) = \lim_{t\to\infty} Q_t^2 = \frac{N_2\Gamma_2[1,(1+r)](a - PL_2)}{1 + bN_2\Gamma_2[1,(1+r)]}. \tag{19a}$$

В этом случае нетрудно показать, что максимально возможный безубыточный по критерию NPV объем производства Q_{pot}^2 передовых компаний, достигаемый при $N_2 \to \infty$ (потенциальный объём производства), составит

$$Q_{pot}^2 = \frac{(a - PL_2)}{b}, \tag{22}$$

а соотношение γ_2 между общим объёмом производства N_2 передовых олигополистов и их потенциальным объемом производства $Q_{pot}{}^2$ может быть представлено следующим образом:

$$\gamma_2 = Q^2(\infty)/Q_{pot}^2 = \frac{N_2 F_2[1,(1+r)]}{1 + N_2 F_2[1,(1+r)]}, \tag{23}$$

где $F_2 = b\Gamma_2[1,(1+r)]$ (γ_2 можно считать *индикатором использования рыночного потенциала* передовых компаний).

Практически для всех экономических объектов, описываемых соотношением (1)[3], величина $F_2 = b\Gamma_2[1,(1+r)]$ положительна и меньше 1. Таким образом, из (19а) и (23) следует, что при $N_1 = 0$, чем больше величина F_2 при фиксированном числе передовых олигополистов, тем ближе их объём производства в установившемся режиме к максимально возможному.

В связи с определяющим влиянием показателя F_2 на величину рыночной доли передовой группы компаний MS_2 и на γ_2, его можно считать объективным индикатором рыночных возможностей. Вместе с тем, он непосредственно характеризует инвестиционные возможности компаний: при высоких инвестиционных возможностях, т. е. при малом ρ_2, величина F_2 приближается к 1; при существенных инвестиционных ограничениях величина этого индикатора близка к нулю. Это свойство показателя F_2 делает последний весьма полезным при проведении экономического анализа инвестиционных возможностей компаний (см [Варшавский, 2011]). Важно отметить также, что полученные формулы позволяют проанализировать влияние основных параметров модели (1)–(4) на продвижение на рынке передовой компании [Варшавский, 2011].

II.c. Порядок проведения и результаты расчётов

Основная проблема при использовании рассматриваемого подхода к определению оптимальных стратегий олигополистов (u_{jt}, Q_{jt}) состоит в факторизации правых частей выражений (16)–(18), т. е. в нахождении коэффициентов при полиномах, входящих в $\Phi_j(z)$ и $\Phi_{ji}(z)$, $j, i = 1,2,\ldots,N$. Эта операция может быть успешно проведена в среде MATLAB с использованием процедур поиска корней полиномов, а также процедур формирования соединений систем, реализованных в Control Systems Toolbox (таких, в частности, как series(.), parallel(.), feedback(.) и др.; см., например, [Медведев и Потёмкин, 1999]). Таким образом, алгоритм определения оптимальных стратегий включает 2 стадии: 1) формирование функции $\Gamma_j[z,(\beta z)^{-1}]$ и 2) факторизацию правых частей выражений (16)–(18), например, путем определения корней полиномов, входящих в числитель и знаменатель $\Gamma_j[z,(\beta z)^{-1}]$, и далее – формирования полиномов, входящих в $\Phi_j(z)$, $\Phi_j((\beta z)^{-1})$, а также в $\Phi_{ji}(z)$ и $\Phi_{ji}((\beta z)^{-1})$, имеющих соответственно корни, по модулю меньшие и большие $\sqrt{\beta^{-1}} = \sqrt{1+r}$ [Варшавский, 2003, 2004].

В тех случаях, когда параметр λ находится в диапазоне $[\lambda_{min};1)$, при котором использование оптимальных по Нэшу–Курно разомкнутых стратегий, рассчитанных на основе уравнений Риккати, обеспечивает устойчивость олигополии как динамической системы, имеет место практически совпадение обоих методов расчета разомкнутых стратегий (рис. 1). Однако предлагаемый метод, в основе которого лежит факторизация полиномов, обеспечивает экономически приемлемые решения фактически для всего диапазона изменения параметра λ, т. е. для (0,1). В частности, на рис. 2 представлена динамика объемов производства входящего на рынок олигополиста Q_{Nt}, полученных путем итеративного решения уравнений Риккати и на основе операторных соотношений в условиях базового варианта, но при $\lambda = 0{,}56$. В этом случае использование разомкнутой стратегии, рассчитанной первым методом, приводит к неустойчивой колебательной динамике показателей рынка. В то же время предлагаемый метод обеспечивает достаточно плавное изменение показателей и при существенно меньших значениях параметра λ, характеризующего, как уже отмечалось, инвестиционные лаги олигополистов. С использованием предложенного подхода могут быть оценены и последствия выхода на олигополистический рынок различного числа новых фирм с более прогрессивными продуктами и технологиями [Варшавский, 2011].

[3] В случае, когда $W_i(z)$ соответствует устойчивым минимальнофазовым объектам [Мита и др., 1994] , положительность $\Gamma_i[1,(1+r)]$ всегда имеет место.

Указанные особенности предлагаемого подхода дают основание считать, что он может с успехом использоваться участниками олигополистических рынков в реальных условиях скользящего планирования.

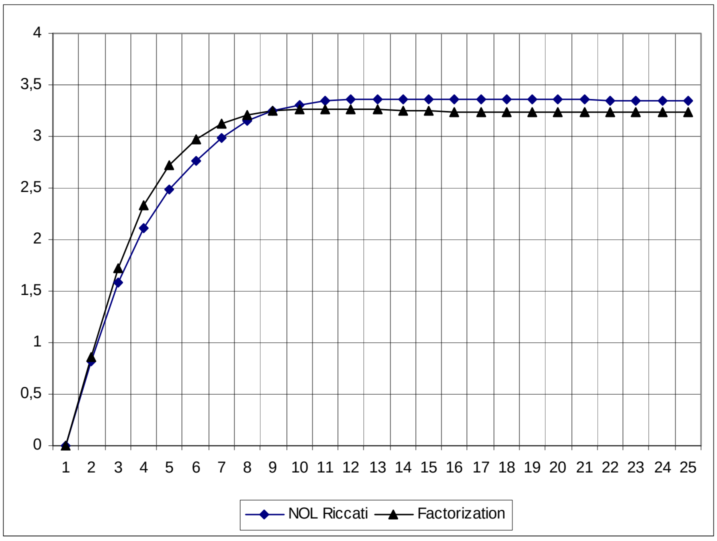

Рис. 1. Динамика продвижения на рынке передовой компании в случае использования олигополистами оптимальных разомкнутых (NOL) стратегий, при расчете соответственно через уравнения Риккати (NOL Riccati) и на основе факторизации (Factorization) при $\lambda_i = 0{,}75$, $i = 1,2,\ldots,N$

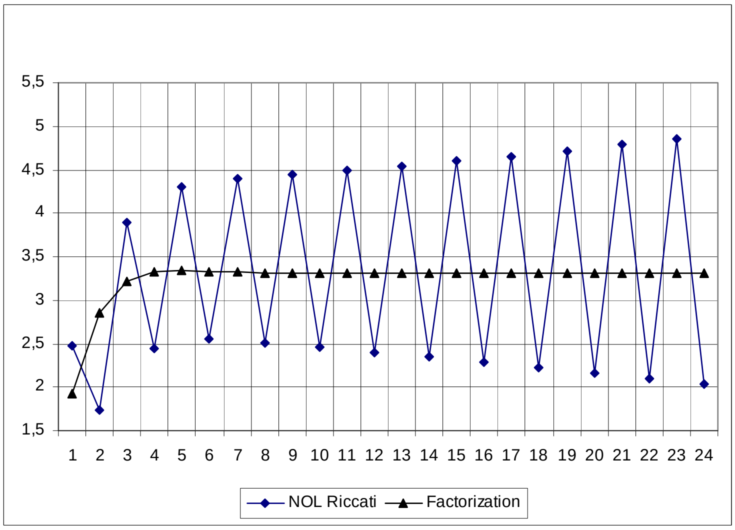

Рис. 2. Динамика продвижения на рынке передовой компании в случае использования олигополистами оптимальных разомкнутых (NOL) стратегий, при расчете соответственно через уравнения Риккати (NOL Riccati) и на основе факторизации (Factorization)

Выводы

Предложен эффективный метод расчета разомкнутых оптимальных по Нэшу–Курно стратегий, основанный на использовании Z-преобразования, который обеспечивает устойчивость вычислений при широком диапазоне изменения параметров моделей, а также позволяет понять влияние отдельных факторов на экономические показатели рынка.

Соотношения и индикаторы, полученные на основе предложенного метода, позволяют провести анализ влияния основных экономических показателей и параметров на продвижение на рынке передовой компании, а также исследовать количественные взаимосвязи между оптимальными по Нэшу–Курно замкнутыми и разомкнутыми стратегиями.

Результаты работы могут быть использованы при исследовании экономической эффективности использования новой техники у потребителя в рамках анализа затрат в течение жизненного цикла изделий, в частности, при исследовании перспектив утверждения на олигополистических рынках «прорывных» продуктов и технологий. Они могут найти применение и при формировании предложений по созданию структуры формирующихся рынков, по государственной политике стимулирования инвестиционной деятельности, а также по антимонопольной политике.

Список литературы

Варшавский Л. Е. Исследование инвестиционных стратегий фирм на рынках капитало- и наукоемкой продукции (производственные мощности, цены, технологические изменения). М.: ЦЭМИ РАН. – 2003. – С. 354.

Варшавский Л. Е. Методологические основы моделирования инвестиционного поведения промышленных фирм // Теория и практика институциональных преобразований в России / Ерзнкян Б. Г.(ред.). М.: ЦЭМИ РАН. – 2004. – Вып. 3. –С. 70–96.

Варшавский Л. Е. Исследование влияния рыночной структуры на динамику показателей олигополистического рынка // Экономика и математические методы. –2007. – Том 43, № 4. – С. 80–88.

Варшавский Л. Е. Имитационное моделирование инвестиционного поведения промышленных фирм на олигополистических рынках // Концепции. – 2008. –№ 1 (20). – С. 79–88.

Варшавский Л. Е. Исследование динамики показателей олигополистических рынков // Концепции. – 2010 а. – № 1–2 (24–25). – С. 65–72.

Варшавский Л. Е. Методологические основы моделирования развития олигополистических рынков продукции с длительным жизненным циклом (на примере рынка гражданской авиационной техники) // Прикладная эконометрика. – 2010 b. –№ 4. – С. 53–74.

Варшавский Л. Е. Методы экономического тестирования вводимой на рынки наукоемкой техники с длительным жизненным циклом // Концепции. – 2011. –№ 1–2 (26–27).

Инновационный менеджмент в России: вопросы стратегического управления и научно-технической безопасности / Руководители авт. Коллектива В. Л.Макаров, А. Е.Варшавский. – М: Наука, 2004.

Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1972.

Кузин Л. Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. – М.: Машгиз, 1962.

Медведев В. С., Потёмкин В. Г. Control Systems Toolbox. – М.: Диалог МИФИ, 1999.

Мита Ц., Хара С., Кондо Р. Введение в цифровое управление. – М.: Мир, 1994.

Basar T. Generalized Riccati Equations in Dynamic Games / In “The Riccati Equation” / Bittanti S., Laub A. J., Willems J. C. Eds.– Springer-Verlag, 1991.

Basar T., Olsder G. J. Dynamic Noncooperative Game Theory. – London/New York: Academic Press, 1995.

Dockner E. J., Jorgenson S. et. al. Differential Games in Economics and Management Science. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

Gupta S., Lehman D. R. Managing Customers as Investments. – Pearson Education, 2005.

Engwerda, J. C. "Linear Quadratic Games: An Overwiew” Discussion Paper 2006–110, Tilburg University, Center for Economic Research.

Jury E. I. Theory and Applications of the Z-Transform Method. John Wiley, NY, 1964.

Gordon S. Costs of Adjustment, the Aggregation problem and Investment// The Review of Economics and Statistics. – 1992. – Vol. 74, No 3. – P. 422–429.

Marx W. J., Mavris D. N., Schrage D. P. A hierarchical aircraft life cycle cost analysis model. – AIAA-95-3861. – 1995.

Mohr J., Sengupta S., Slater S. Marketing of High-Technology Products and Innovations. Pearson Education, Inc. – 2005.

Reynolds S. S. Strategic Capital Investment in the American Aluminum Industry // J. of Industrial Econ. – 1986. – Vol. 34, № 3. – P. 225–245.

Reynolds S. S. Capacity Investment, Preemption and Commitment in an Infinite Horizon Model // International Econ. Rev. – 1987. – Vol. 28, № 1. – P. 69–88.

Starr A. W., Ho Y. C. Nonzero-sum Differential Games // Journal of Optimization Theory and Applications. – 1969. – Vol. 3, № 3. P. 184–206.