**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2010 Т. 2 № 4 С. 385–392**

Ки&М

МОДЕЛИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК: 539.17.01

Математическое моделирование двуядерных систем при низкоэнергетических ядерных реакциях

В. В. Самарин

Объединённый институт ядерных исследований,
Россия, 141980, Московская обл., Дубна, ул. Жолио Кюри, д. 6

E-mail: v-samarin@yandex.ru

Получено 17 апреля 2010 г.

Для квантового описания поведения двуядерных систем на начальной стадии околобарьерного слияния тяжелых ядер использованы численные методы нахождения коллективных и одночастичных состояний. Коллективные возбужденные состояния в таких системах представляют собой согласованные колебания поверхностей сферических ядер. Одночастичные состояния внешних нейтронов аналогичны состояниям валентных электронов двухатомных молекул.

Ключевые слова: двуядерные системы, методы решения уравнения Шредингера

Mathematical modeling of dinuclear systems in low energy nuclear reactions

V. V. Samarin

Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Moscow region, Russia

Abstract. – Numerical methods of obtaining collective and one-particle states were used for the quantum description of two-nuclear systems behavior at the initial stage of near-barrier heavy nuclei fusion. The collective exited states in such systems represent concordant oscillations of surfaces of spherical nuclei. The one-particle states of the external neutrons are similar to the states of valence electrons of diatomic molecules.

Keywords: two-nuclei systems, methods of Schrödinger equation solving

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2010, vol. 2, no. 4, pp. 385–392 (Russian).

Введение

Низкоэнергетические реакции слияния тяжелых ядер являются важным инструментом синтеза новых сверхтяжелых элементов [Oganessian et al., 2006; 2010] и исследования существующих атомных ядер [Rowley, 1998; Dasgupta, 1998; Загребаев В. И. и др., 2007; Zagrebaev et al., 2007]. Медленное относительное движение атомных ядер при лобовых и касательных столкновениях [Flerov, 1958] ведет к значительному изменению волновых функций ядерных нуклонов, что нарушает условие применимости традиционной теории возмущений [Давыдов, 1973]. Однако адиабатическое приближение Борна–Оппенгеймера [Давыдов, 1973] позволяет анализировать такие столкновения путем раздельного рассмотрения медленного движения тяжелых ядер и быстрого движения составляющих их легких нуклонов. Для описания движения нуклонов используются взаимно дополняющие модели атомных ядер: одночастичная (оболочечная), предполагающая независимое рассмотрение нуклонов, и коллективная, рассматривающая согласованные движения внешних нуклонов как колебания поверхности ядер [Широков, Юдин, 1980]. Элементарные возбуждения (кванты) таких колебаний по аналогии с колебаниями атомов кристалла называют фононами. Фононы и одночастичные состояния в системе двухатомных ядер, пребывающих достаточно долгое время на расстоянии действия ядерных сил, отличаются от аналогичных состояний изолированных атомных ядер. Изучение их свойств и влияния на процессы слияния-деления атомных ядер представляет значительный интерес.

Модель

Коллективные возбужденные состояния в сферических атомных ядрах представляют собой колебания поверхности (фононы) мультипольности $\lambda = 2,3,\ldots$ [Широков, Юдин, 1980]. Энергии $\varepsilon_\alpha(R)$ и волновые функции Φ_α возмущенных стационарных колебательных состояний в двуядерной системе, соответствующих деформациям поверхностей ядер вдоль межъядерной оси, находятся из многомерного уравнения Шредингера [Самарин, 2009]

$$\left[\sum_{i\lambda} H_{i\lambda} + V(R,\boldsymbol{\beta}) - V(R)\right]\Phi_\alpha(R,\boldsymbol{\beta}) = \varepsilon_\alpha(R)\Phi_\alpha(R,\boldsymbol{\beta}), \tag{1}$$

где $H_{i\lambda}$ – гамильтонианы независимых колебаний мультипольности λ поверхности i-го ядра, $i = 1,2$, $\beta_{i\lambda}$ – соответствующие параметры деформации, $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_{i\lambda}\}$, $V(R)$ и $V(R,\boldsymbol{\beta})$ – потенциальные энергии взаимодействия сферических и динамически деформированных ядер, $V(R) \equiv V(R,0)$. Гамильтонианы $H_{i\lambda}$ представляют собой гамильтонианы линейных осцилляторов [Давыдов, 1973]. Для коллективных степеней свободы используем разложение по осцилляторным функциям $\varphi_\nu(\boldsymbol{\beta})$ для бесконечно удаленных ядер

$$\Phi_\alpha(R,\boldsymbol{\beta}) = \sum_\nu c_\nu(R)\varphi_\nu(\boldsymbol{\beta}), \tag{2}$$

$$\left[\sum_{i\lambda} H_{i\lambda}\right]\varphi_\nu(\boldsymbol{\beta}) = \varepsilon_\nu \varphi_\nu(\boldsymbol{\beta}), \tag{3}$$

где ε_ν, $\nu = 0,1,\ldots$ – энергии возбуждений, причем можно полагать $\varepsilon_0 = 0$.

Уравнение (1) сводится к однородной системе линейных уравнений

$$\left[\varepsilon_\nu \delta_{\mu\nu} - \varepsilon_\alpha(R) + V_{\mu\nu}(R) - V(R)\delta_{\mu\nu}\right] c_\mu(R) = 0, \tag{4}$$

где $V_{\mu\nu}(R) = \langle \varphi_\mu \,|\, V(R,\boldsymbol{\beta}) \,|\, \varphi_\nu \rangle$ – матрица связи каналов [Samarin, Zagrebaev, 2004]. Для поиска $\varepsilon_\alpha(R)$ использовано определение собственных значений матрицы с элементами $\left[\varepsilon_\nu - V(R)\right]\delta_{\mu\nu} +$

$+V_{\mu\nu}(R)$ с помощью стандартной процедуры диагонализации матрицы связи каналов $V_{\mu\nu}(R)$ [Уилкинсон, Райнш, 1976].

В модели независимых частиц (оболочечной модели) состояния нуклонов находятся из стационарного уравнения Шредингера с учетом спин-орбитального взаимодействия для спинорной волновой функции $\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}$ нуклона массы m [Давыдов, 1973; Широков, Юдин, 1980]:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\boldsymbol{r})-\frac{b}{2\hbar}\boldsymbol{\sigma}\left[(\nabla V)\hat{\boldsymbol{p}}\right]\right\}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}=\varepsilon\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\hat{\boldsymbol{p}}$ – оператор импульса, $\boldsymbol{\sigma}=\{\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z\}$ – матрицы Паули. При использовании цилиндрической системы координат (ρ,φ,z) с осью Oz, направленной вдоль межъядерной оси, уравнение (5) сводится к системе уравнений

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\rho,z)+i\frac{b}{2}\frac{1}{\rho}V_\rho\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]\psi_1+i\frac{b}{2}e^{-i\varphi}\left[i\left(V_\rho\frac{\partial}{\partial z}-V_z\frac{\partial}{\partial\rho}\right)-\frac{1}{\rho}V_z\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]\psi_2=\varepsilon\psi_1, \tag{6}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\rho,z)-i\frac{b}{2}\frac{1}{\rho}V_\rho\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]\psi_2-i\frac{b}{2}e^{i\varphi}\left[i\left(V_\rho\frac{\partial}{\partial z}-V_z\frac{\partial}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho}V_z\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]\psi_1=\varepsilon\psi_2. \tag{7}$$

Вследствие аксиальной симметрии потенциальной энергии нуклона $V(\rho,z)$ его состояния классифицируются значениями квантового числа проекции полного момента на межъядерную ось $\Omega=\pm 1/2,\pm 3/2,\ldots$, а волновые функции представляются в виде:

$$\psi_1=f_1(\rho,z)\exp\left(i(\Omega-1/2)\varphi\right),\ \psi_2=f_2(\rho,z)\exp\left(i(\Omega+1/2)\varphi\right). \tag{8}$$

Для функций $f_1(\rho,z)$, $f_2(\rho,z)$ потребуем выполнения однородных граничных условий вдали от ядер радиусов R_1, R_1:

$$f_1(\rho_0,z)=0,\ f_2(\rho_0,z)=0,\ \rho_0\gg R_1,R_2. \tag{9}$$

Используем точные в пределе $N\to\infty$ разложения по собственным функциям $y_{k\lambda}(\rho)$, $y_{k\lambda+1}(\rho)$ краевой задачи:

$$f_1(\rho,z)=\sum_{k=0}^{N}p_{k\lambda}(z)y_{k\lambda}(\rho),\ \lambda=\left|\Omega-1/2\right|,\lambda=0,1,\ldots, \tag{10}$$

$$f_2(\rho,z)=\sum_{k=0}^{N}q_{k\lambda+1}(z)y_{k\lambda+1}(\rho),\ \lambda+1=\Omega+1/2,\text{ при }\Omega\geq-1/2, \tag{11}$$

$$y_{k\lambda}(\rho)=C_{k\lambda}J_\lambda(\mu_\lambda^{(k)}\rho/\rho_0),\ C_{k\lambda}=\frac{\sqrt{2}}{\rho_0\left|J_0'(\mu_\lambda^{(k)})\right|}, \tag{12}$$

где $J_\lambda(x)$ – функции Бесселя целого порядка $\lambda=0,1,\ldots$, $\mu_\lambda^{(k)}$ – их нули, $J_\lambda(\mu_\lambda^{(k)})=0$. С учетом ортонормированности собственных функций краевой задачи

$$\int_0^{\rho_0}y_{k\lambda}(\rho)y_{n\lambda}(\rho)\rho d\rho=\delta_{kn}$$

при выборе конечного числа слагаемых $N \gg 1$ в суммах (10), (11) для коэффициентов разложения получается система $2N$ «зацепляющихся» дифференциальных уравнений

$$p''_{n\lambda}(z) - \left(\frac{\mu_\lambda^{(n)}}{\rho_0}\right)^2 p_{n\lambda} - \sum_{k=1}^{N} p_{k\lambda}(z) v_{nk}^{(\lambda)} + \sum_{k=1}^{N} q'_{k\lambda+1}(z) w_{nk}^{(\lambda)} - \sum_{k=1}^{N} q_{k\lambda+1}(z) t_{nk}^{(\lambda)} = -\frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} p_{n\lambda}(z), \quad (13)$$

$$q''_{n\lambda+1}(z) - \left(\frac{\mu_{\lambda+1}^{(n)}}{\rho_0}\right)^2 q_{n\lambda+1} - \sum_{k=1}^{N} q_{k\lambda+1}(z) u_{nk}^{(\lambda+1)} - \sum_{k=1}^{N} p'_{k\lambda}(z) w_{kn}^{(\lambda)} - \sum_{k=1}^{N} p_{k\lambda}(z) \tau_{nk}^{(\lambda)} = -\frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} q_{n\lambda+1}(z) \quad (14)$$

с матрицами связи

$$v_{nk}^{(\lambda)} = \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^{\rho_0} y_{n\lambda}(\rho) \left[\rho V(\rho, z) - \frac{b\lambda}{2} V_\rho \right] y_{k\lambda}(\rho) \rho d\rho, \quad (15)$$

$$u_{nk}^{(\lambda+1)} = \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^{\rho_0} y_{n\lambda+1}(\rho) \left[\rho V(\rho, z) + \frac{b(\lambda+1)}{2} V_\rho \right] y_{k\lambda+1}(\rho) \rho d\rho, \quad (16)$$

$$w_{nk}^{(\lambda)}(z) = \frac{m}{\hbar^2} \int_0^{\rho_0} y_{n\lambda}(\rho) b V_\rho y_{k\lambda+1}(\rho) \rho d\rho, \quad (17)$$

$$t_{nk}^{(\lambda)}(z) = \frac{m}{\hbar^2} \int_0^{\rho_0} y_{n\lambda}(\rho) b V_z \left[C_{k\lambda+1} \mu_{\lambda+1}^{(k)} J_\lambda(\mu_{\lambda+1}^{(k)} \rho/\rho_0) \right] \rho d\rho, \quad (18)$$

$$\tau_{nk}^{(\lambda)}(z) = \frac{m}{\hbar^2} \int_0^{\rho_0} y_{n\lambda+1}(\rho) b V_z \left[C_{k\lambda} \mu_\lambda^{(k)} J_{\lambda+1}(\mu_\lambda^{(k)} \rho/\rho_0) \right] \rho d\rho. \quad (19)$$

Алгоритмы

Для численного решения дифференциальных уравнений (13), (14) записываются их разностные аппроксимации на равномерной сетке $z_i = z_{\min} + ih$, $i = \overline{1, M}$. Приведем пример таких уравнений для $\Omega = 1/2$ и $\lambda = 0$:

$$\begin{aligned} &-p_{n0}(z_{i+1}) + \left[2 + \left(\frac{\mu_0^{(n)}}{\rho_0}\right)^2 h^2 \right] p_{n0}(z_i) - p_{n0}(z_{i-1}) + \sum_{k=1}^{N} p_{k0}(z_i) \left[v_{nk}^{(0)}(z_i) h^2 \right] - \\ &-\sum_{k=1}^{N} \frac{h}{2} w_{nk}^{(0)}(z_i) q_{k1}(z_{i+1}) + \sum_{k=1}^{N} q_{k1}(z_i) \left[t_{nk}^{(0)}(z_i) + s_{nk}^{(0)}(z_i) \right] h^2 + \\ &+\sum_{k=1}^{N} \frac{h}{2} q_{k1}(z_{i-1}) w_{nk}^{(0)}(z_i) = \varepsilon h^2 p_{n0}(z_i), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &-q_{n1}(z_{i+1}) + \left[2 + h^2 \left(\frac{\mu_1^{(n)}}{\rho_0}\right)^2 \right] q_{n1}(z_i) - q_{n1}(z_{i-1}) + \\ &+\sum_{k=1}^{N} q_{k1}(z_i) h^2 \left[v_{nk}^{(1)}(z_i) + \frac{1}{2} u_{nk}^{(1)}(z_i) \right] + \sum_{k=1}^{N} \frac{h}{2} w_{kn}^{(0)}(z_i) p_{k0}(z_{i+1}) + \\ &+\sum_{k=1}^{N} p_{k0}(z_i) \tau_{nk}^{(0)}(z_i) h^2 - \sum_{k=1}^{N} \frac{h}{2} w_{kn}^{(0)}(z_i) p_{k0}(z_{i-1}) = h^2 \varepsilon q_{n1}(z_i). \end{aligned} \quad (21)$$

Полученная разностная задача сводится к проблеме собственных значений несимметричной ленточной матрицы и может быть решена стандартными алгоритмами линейной алгебры, например, методом обратных итераций [Уилкинсон, Райнш, 1976].

Результаты

Результаты расчета энергии возмущенных колебательных состояний (фононов) $\varepsilon_\alpha(R)$ в системах ^{36}S+^{90}Zr и ^{16}O+^{144}Sm представлены на рис. 1а, б. В выражениях (1)–(4) учитывались квадрупольные с $\lambda = 2$ и октупольные с $\lambda = 3$ колебания каждого ядра. Энергии таких фононов в первой системе близки: $\varepsilon_{\lambda=2}(^{36}\mathrm{S}) = 3{,}29$ МэВ, $\varepsilon_{\lambda=3}(^{36}\mathrm{S}) = 4{,}19$ МэВ, $\varepsilon_{\lambda=2}(^{90}\mathrm{Zr}) = 2{,}19$ МэВ, $\varepsilon_{\lambda=2}(^{90}\mathrm{Zr}) =$ $= 2{,}75$ МэВ, а во второй системе сильно отличаются (более чем в три раза) $\varepsilon_{\lambda=2}(^{144}\mathrm{Sm}) =$ 1,66 МэВ, $\varepsilon_{\lambda=3}(^{144}\mathrm{Sm}) = 1{,}81$ МэВ, $\varepsilon_{\lambda=3}(^{16}\mathrm{O}) = 6{,}13$ МэВ, $\varepsilon_{\lambda=2}(^{16}\mathrm{O}) = 6{,}91$ МэВ.

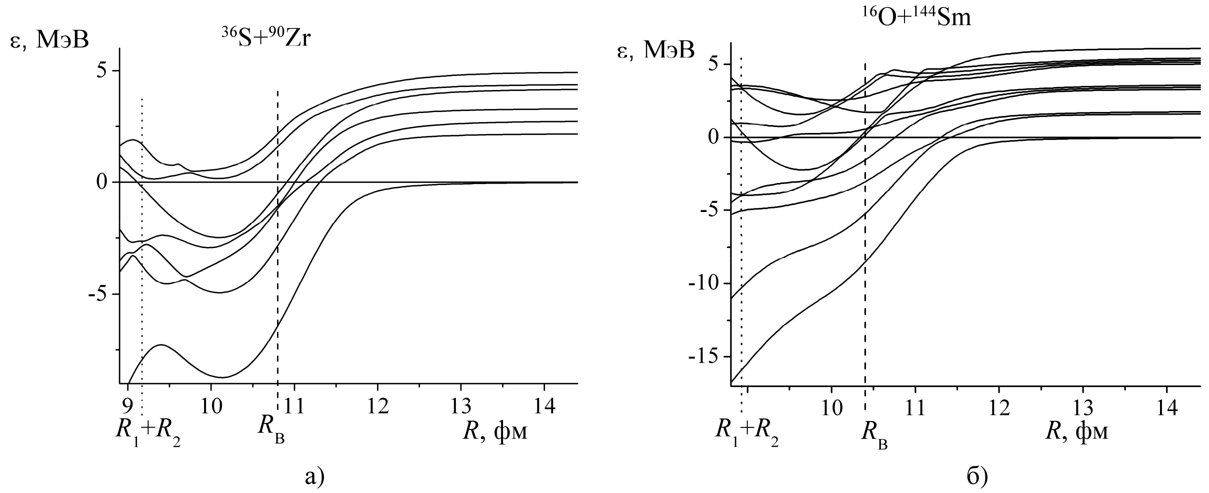
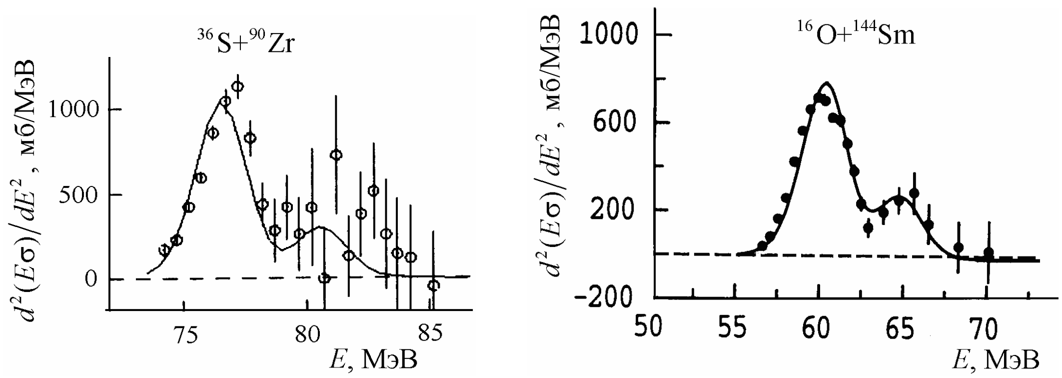


Рис. 1. Энергии $\varepsilon(R)$ возмущенных колебательных уровней для систем ^{36}S+^{90}Zr (а), ^{16}Ca+^{144}Sm (б), $R_\text{В}$ – радиус вершины Кулоновского барьера для сферических ядер радиусов R_1 и R_2

Отметим два наиболее важных свойства возмущенных фононов. Во-первых, расстояния между колебательными уровнями $\Delta\varepsilon$ зависят от R, поэтому в околобарьерной области энергии возбуждений, вообще говоря, отличаются от энергий возбуждений в изолированных ядрах. Во-вторых, у кривых $\varepsilon_\alpha(R)$ есть участки сближения (квазипересечения), на которых возмущенные колебательные состояния комбинируются из нескольких мод и существенно отличаются от колебаний в изолированных ядрах. Квазипересечение на рис. 1а имеет место при $R \approx R_\text{В}$ для второго и третьего возбужденных возмущенных колебательных состояний ядра ^{90}Zr, соответствующих при $R \to \infty$ октупольному фонону ядра ^{90}Zr с энергией 2.75 МэВ и квадрупольному фонону ядра ^{36}S с энергией 3,29 МэВ. В системе ^{16}O+^{144}Sm квазипересекаются при $R \approx 11{,}3$ фм уровни, соответствующие при $R \to \infty$ квадрупольному и октупольному фононам ядра ^{144}Sm с энергиями 1,66 и 1,81 МэВ, а также уровни, соответствующие парам таких фононов.

Значения $\varepsilon_\alpha(R_\text{В}) < 0$ вблизи от точки $R_\text{В}$ – вершины Кулоновского потенциального барьера – связаны с максимумами так называемой функции распределения по барьерам $D(E) = \dfrac{d^2(E\sigma)}{dE^2}$ [Rowley, 1998], где $\sigma = \sigma(E)$ – экспериментальная зависимость сечения слияния ядер от энергии E в системе центра масс. Разность энергий ΔE между положениями двух пиков функции $D(E)$ равна разности $\Delta\varepsilon(R_\text{В})$ энергий основного и первого наиболее заселенного возбужденного состояния двуядерной системы (Самарин, 2009). Экспериментальная зависимость $D = D(E)$ для столкновения ядер ^{36}S+^{90}Zr из работы [Scarlassara *et al*, 2001] приведена на рис. 2а. Экспериментальное значение $\Delta E \approx 3{,}5$ МэВ отвечает значению разности энергий первого возбужденного и основного возмущенных колебательных состояний $\Delta E \approx \varepsilon_1(R_{\text{В}}) - \varepsilon_0(R_{\text{В}})$. Состоянию с энергией $\varepsilon_1(R)$ в пределе $R \to \infty$ отвечает квадрупольный фонон ядра ^{90}Zr с энергией 2,19 МэВ. Для столкновения ядер ^{16}O+^{144}Sm зависимость $D = D(E)$ из работ [Leigh et al., 1995; Dasgupta et al., 1998] приведена на рис. 2б. Экспериментальное значение $\Delta E \approx 5$ МэВ отвечает значению разности энергий второго возбужденного и основного возмущенных колебательных состояний $\Delta E \approx \varepsilon_2(R_{\text{В}}) - \varepsilon_0(R_{\text{В}})$. Состоянию с энергией $\varepsilon_2(R)$ в пределе $R \to \infty$ за точкой квазипересечения отвечает октупольный фонон ядра ^{144}Sm с энергией 1,81 МэВ.



а) б)

Рис. 2. Функции распределения по барьерам $D(E)$ для столкновений ядер ^{36}S+^{90}Zr, по данным работы [Scarlassara *et al*, 2001] (а) и ^{16}Ca+^{144}Sm, по данным работы [Dasgupta M., 1998] (б)

Результаты решения уравнений (20), (21) с $\Omega = 1/2$ для системы ^{18}O+^{58}Ni представлены на рис. 3. Плотности вероятности

$$n(\rho, z; R) = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2, \tag{22}$$

для состояний, переходящих при $R \to \infty$ в состояния $1d_{5/2}$ ядра ^{18}O, $2p_{3/2}$ и $1f_{5/2}$ ядра ^{58}Ni показаны на рис. 3а для межъядерного расстояния $R = 10$ фм вблизи вершины Кулоновского барьера $R_B = 9{,}2$ фм. Графики зависимостей $\varepsilon(R)$ для внешних нейтронов ядер ^{18}O, ^{58}Ni и низколежащих незанятых нейтронами состояний этих ядер показаны на рис. 3б. Как и на рис. 1, энергии одночастичных возбуждений – расстояния $\Delta\varepsilon$ между нейтронными уровнями с $\Omega = 1/2$ заметно зависят от R в околобарьерной области при $R \sim R_{\text{В}}$. У некоторых соседних кривых $\varepsilon(R)$, в частности у состояний, переходящих при $R \to \infty$ в состояния $1d_{5/2}$ и $1s_{1/2}$ ядра ^{18}O и в состояния $2p_{3/2}$ и $1f_{5/2}$ ядра ^{58}Ni, есть участки сближения (квазипересечения). Плотность вероятности (22) внешних нейтронов даже на добарьерных межъядерных расстояниях (рис. 3а) распределяется между обоими ядрами. Такие двуцентровые молекулярные нейтронные состояния аналогичны молекулярным орбиталям (МО) – состояниям валентных электронов в двухатомных молекулах. Они необходимы для описания ядро-ядерных столкновений с перераспределением нуклонов методом возмущенных стационарных состояний [Жигунов, Захарьев, 1974].

Заключение

Проведенное исследование возмущенных коллективных и молекулярных одночастичных состояний двуядерных систем позволяет лучше понять механизмы низкоэнергетических ядерных реакций. Это может быть полезно при анализе и прогнозировании экспериментальных результатов по реакциям слияния-деления атомных ядер. Предложенный метод численного решения уравнения Шредингера для произвольного аксиально-симметричного поля с учетом спин-орбитального взаимодействия может найти применение в квантовой химии и физике линейных наноструктур («квантовых проволок»).

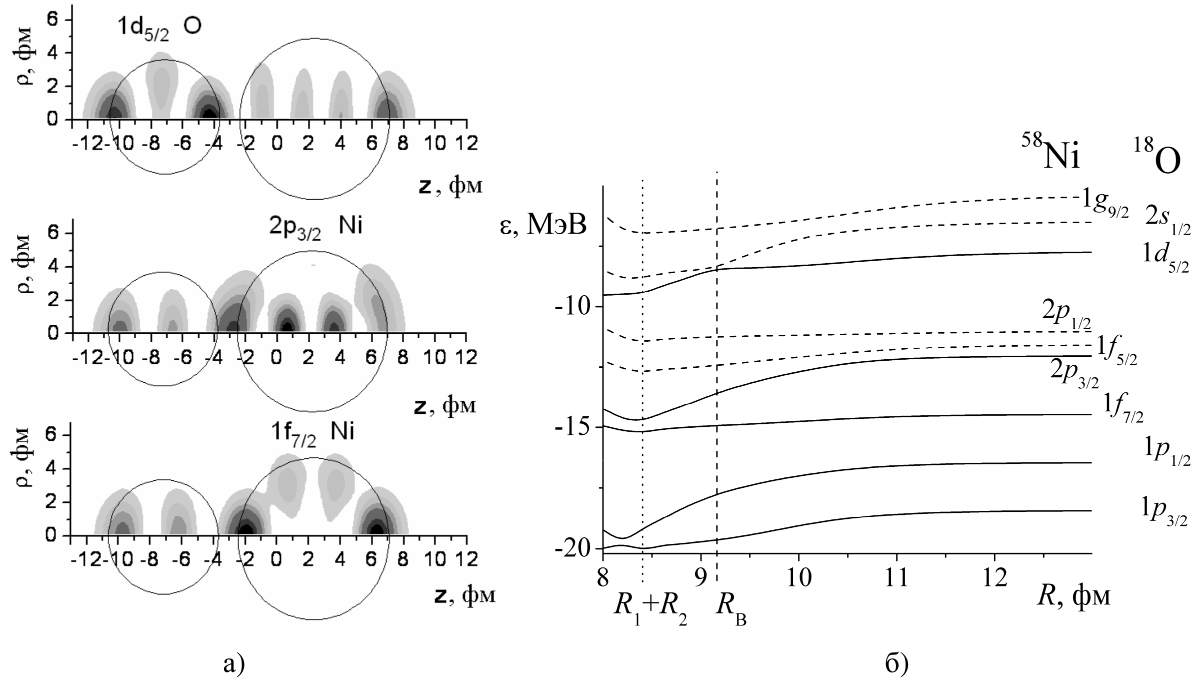


Рис. 3. Плотности вероятности $n(\rho, z; R = 10$ фм$)$ и энергии $\varepsilon(R)$ нейтронных состояний (а) с минимальным модулем проекции полного момента на межъядерную ось и системы ядер $^{18}O+^{58}Ni$ $\Omega = 1/2$. Энергии $\varepsilon(R)$ занятых нейтронами состояний – сплошные линии, незанятых – штриховые линии

Список литературы

Dasgupta M. et al. Barrier distributions as a tool to investigate fusion and fission // *Nucl. Phys. A.* – 1998. – Vol. 734. – P. 78c–91c.

Flerov G. N. Heavy Ion Reactions // Proceeding of the Second United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy /Geneva, September 1958/. United Nations, Geneva. – 1958. – Vol. 14. – P. 151–157.

Leigh J. R. et al. Barrier distributions from the fusion of oxygen ions with $^{144,148,154}Sm$ and ^{186}W // *Phys. Rev. C.* – 1995. – Vol. 52. – P. 3151–3166.

Oganessian Yu. Ts. et al., Synthesis of the isotopes of elements 118 and 116 in the ^{249}Cf and $^{245}Cm+^{48}Ca$ fusion reactions // *Phys. Rev. C.* – 2006. – Vol. 74. 044602. – P. 1–9.

Oganessian Yu. Ts. et al., Synthesis of a New Element with Atomic Number Z = 117 // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 104. – 142502. P. 1–4.

Rowley N. Structure and reactions at Coulomb-barrier energies // *Nucl. Phys. A.* – 1998. – Vol. 734. – P. 67c–77c.

Samarin V. V., Zagrebaev V. I. Channel coupling analysis of initial reaction stage in synthesis of super-heavy nuclei // *Nucl. Phys. A.* – 2004 – Vol. 734. – P. 9e–12e.

Scarlassara F. et al. Sub-barrier fusion and multinucleon transfer in medium-heavy nuclei. Fusion Dynamics at the Extremes (International Workshop, Dubna 25–24 May 2000). Eds Yu. Ts. Oganessian and V. I. Zagrebaev. World Scientific, Singapore, – 2001. – P. 274–283.

Zagrebaev V. I., Samarin V. V., Greiner W. Sub-barrier fusion of neutron-rich nuclei and its astrophysical consequences // *Phys. Rev. C.* – 2007. – Vol. 75. 035809. – P. 1–11.

Давыдов А. С. Квантовая механика. – М.: Наука, 1973.

Загребаев В. И. и др. Потенциальная энергия тяжелой ядерной системы в процессах слияния-деления // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* – 2007. – Т. 38, вып. 4. – С. 893–938.

Жигунов В. П., Захарьев Б. Н. Метод сильной связи каналов в квантовой теории рассеяния. – М.: Атомиздат, 1974.

Самарин В. В. Двуядерные системы при энергиях вблизи Кулоновского барьера // *Ядерная физика.* – 2009. – Т. 72, №10. – С. 1740–1752.

Уилкинсон Дж., Райнш К.. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ: Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976.

Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. – М.: Наука, 1980.